

13 ÁREAS Y PERÍMETROS

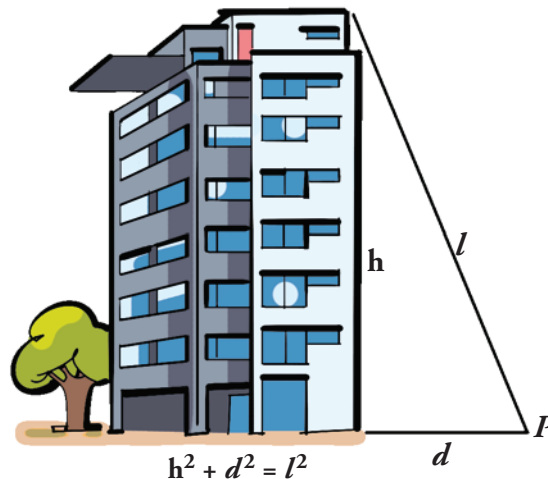
Página 238

- 1 Un fajo de 500 folios tiene un grosor de 54 mm. ¿Cuál es el grosor de un folio?

$$54 : 500 = 0,11$$

El grosor de un folio es 0,11 mm.

- 2 Halla la longitud l .



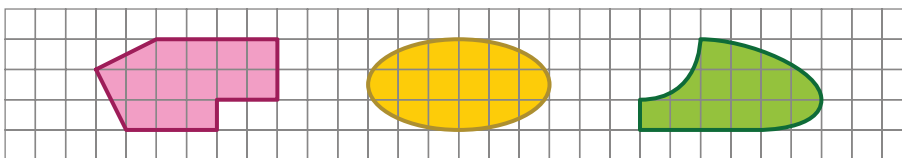
$$l^2 = h^2 + d^2 \rightarrow l = \sqrt{108^2 + 45^2} = 117 \text{ m}$$

- 3 ¿Qué nombre recibe la fórmula que has utilizado para responder la pregunta anterior?

Teorema de Pitágoras.

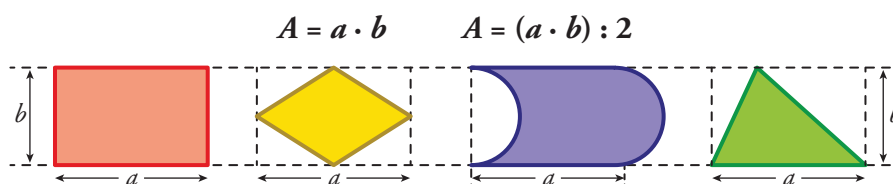
Página 239

- 4 ¿Cuál es el área de la tercera figura? ¿Será exacta o aproximada?



Aproximadamente 12 unidades cuadradas.

- 5 ¿Cuál de estas fórmulas da el área de cada una de las figuras que ves debajo?



Rectángulo, rombo y figura geométrica $\rightarrow A = a \cdot b$

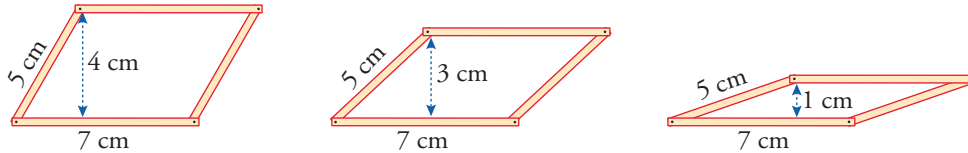
Triángulo $\rightarrow A = (a \cdot b) : 2$

1 MEDIDAS EN LOS CUADRILÁTEROS

Página 241

Para fijar ideas

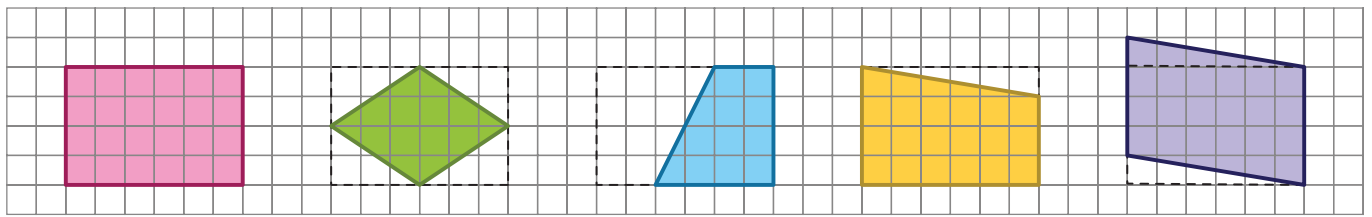
- 1 ¿Puede haber paralelogramos que tengan los mismos lados, pero diferente área? Explica tu respuesta.



Sí, porque el área también depende de la altura.

- 2 Teniendo en cuenta que el área del rectángulo rosa es 24 u^2 , ¿sabrías calcular sin utilizar ninguna fórmula el área de los demás cuadriláteros?

Por ejemplo: observa que el trapecio azul ocupa la mitad, es decir, $24 : 2 = 12 \text{ u}^2$.



$$A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ u}^2$$

$$A = \frac{6 \cdot \square}{2}$$

$$A = \frac{(\square + \square) \cdot 4}{2}$$

$$A = \frac{(\square + \square) \cdot 6}{2}$$

$$A = \square \cdot \square$$

Después, compara tus resultados con los que obtengas completando las fórmulas.

$$\text{Rombo} \rightarrow \frac{(6 \cdot 4)}{2} = 12 \text{ u}^2$$

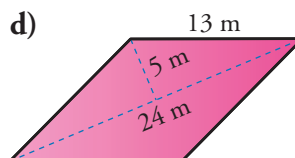
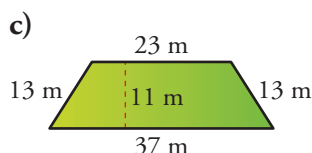
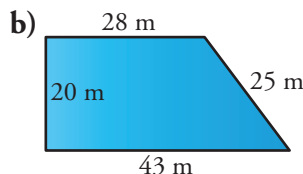
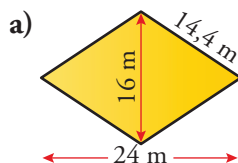
$$\text{Trapezio azul} \rightarrow \frac{(2 + 4) \cdot 4}{2} = 12 \text{ u}^2$$

$$\text{Trapezio amarillo} \rightarrow \frac{(4 + 6) \cdot 4}{2} = 20 \text{ u}^2$$

$$\text{Trapezio morado} \rightarrow 6 \cdot 4 = 24 \text{ u}^2$$

Para practicar

1 Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:



$$\text{a) Área} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 192 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 14,4 = 57,6 \text{ m}$$

$$\text{b) Área} = \frac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 28 + 20 + 43 + 25 = 116 \text{ m}$$

$$\text{c) Área} = \frac{(23 + 37) \cdot 11}{2} = 330 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 13 + 23 + 37 = 86 \text{ m}$$

$$\text{d) Área} = 13 \cdot 5 = 65 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 13 = 52 \text{ m}$$

2 Calcula el perímetro y el área de un salón rectangular de dimensiones 6,4 m y 3,5 m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 6,4 + 2 \cdot 3,5 = 19,8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 6,4 \cdot 3,5 = 22,4 \text{ m}^2$$

3 ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de 225 cm² de área?

$$225 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

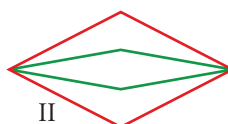
El lado del cuadrado mide 15 cm.

4 La diagonal de un cuadrado mide 15 cm. Halla su área. (Recuerda que el cuadrado es también un rombo).

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 15}{2} = 112,5 \text{ cm}^2$$

El área del cuadrado es 112,5 cm².

5 ¿Verdadero o falso?



El área del *ala-delta* (figura I) se puede hallar calculando el área del rombo rojo (figura II), restándole el área del rombo verde y dividiendo la diferencia por 2.

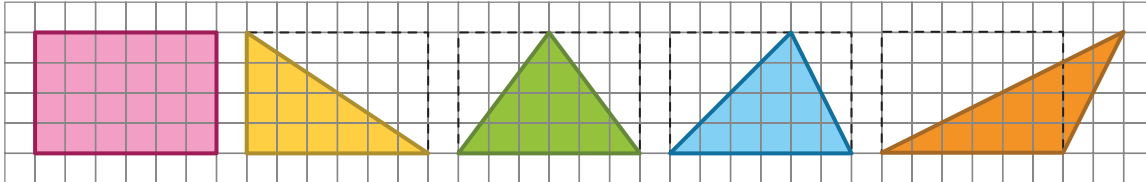
Verdadero.

2 MEDIDAS EN LOS TRIÁNGULOS

Página 242

Para fijar ideas

- 1 Teniendo en cuenta que el área del rectángulo es $6 \cdot 4 = 24 \text{ u}^2$, calcula mentalmente, sin utilizar ninguna fórmula, el área de cada triángulo.



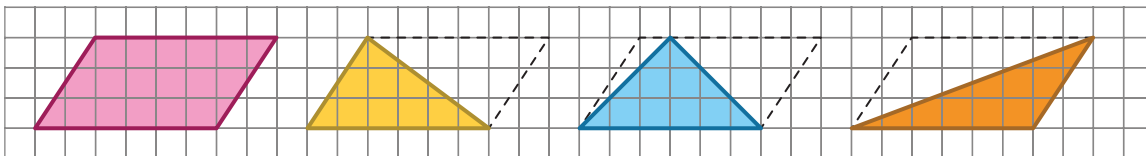
Triángulo amarillo $\rightarrow 12 \text{ u}^2$

Triángulo verde $\rightarrow 12 \text{ u}^2$

Triángulo azul $\rightarrow 12 \text{ u}^2$

Triángulo naranja $\rightarrow 12 \text{ u}^2$

- 2 Observa estas figuras. Todas tienen 6 unidades de base y 3 de altura. Copia, calcula y completa las áreas de los triángulos. Compáralas con el área del paralelogramo.



$$A = 6 \cdot 3 = 18 \text{ u}^2$$

$$A = \frac{\square \cdot \square}{2}$$

$$A = \frac{\square \cdot \square}{2}$$

$$A = \frac{\square \cdot \square}{2}$$

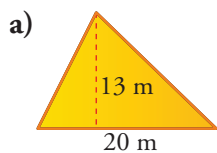
Triángulo amarillo $\rightarrow \frac{(6 \cdot 3)}{2} = 9 \text{ u}^2$

Triángulo azul $\rightarrow \frac{(6 \cdot 3)}{2} = 9 \text{ u}^2$

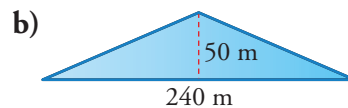
Triángulo naranja $\rightarrow \frac{(6 \cdot 3)}{2} = 9 \text{ u}^2$

Para practicar

- 1 Halla el área de estos triángulos:

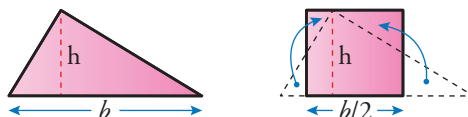


a) Área = $\frac{20 \cdot 13}{2} = 130 \text{ m}^2$



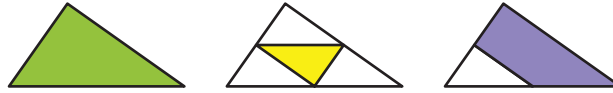
b) Área = $\frac{240 \cdot 50}{2} = 6000 \text{ m}^2$

- 2 ¿Verdadero o falso? El área de un triángulo es igual al área de un rectángulo con su misma altura y la mitad de su base.



Verdadero.

- 3** El área del triángulo verde es 40 dm^2 . ¿Cuál es el área del amarillo? ¿Y la del trapecio morado?



Triángulo amarillo $\rightarrow 40 : 4 = 10 \text{ dm}^2$

Trapecio morado $\rightarrow 10 \times 3 = 30 \text{ dm}^2$

- 4** Observa el mismo triángulo rectángulo, apoyado sobre un cateto, y apoyado sobre la hipotenusa. Calcula el área y, con ese dato, calcula la altura sobre la hipotenusa.



$$A = \frac{(15 \cdot 20)}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

$$150 = \frac{(25 \cdot h)}{2} \rightarrow h = \frac{300}{25} = 12 \text{ cm}$$

3 ▶ MEDIDAS EN LOS POLÍGONOS

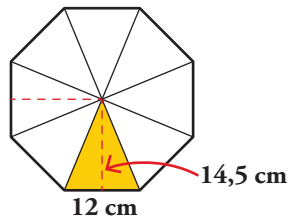
Página 243

Para fijar ideas

- 1 El lado de un octógono regular mide 12 cm y la apotema 14,5 cm.

Completa y calcula el área.

$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{\square \cdot \square}{2} = \dots \quad A_{\text{OCTÓGONO}} = 8 \cdot A_{\text{TRIÁNGULO}} = 8 \cdot \square = \dots$$



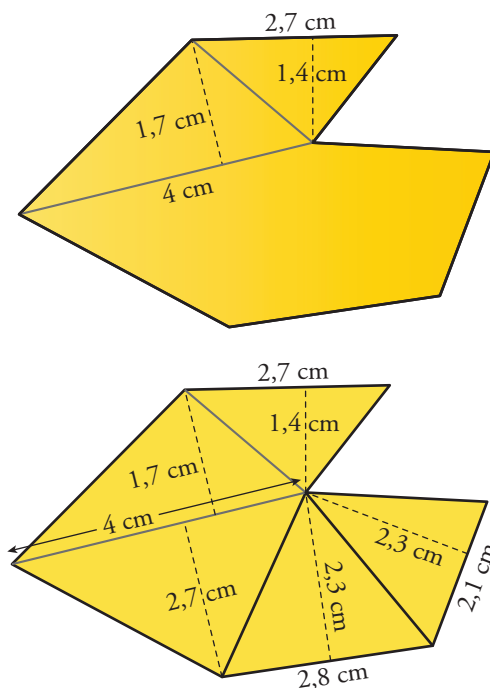
$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{(12 \cdot 14,5)}{2} = 87 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{OCTÓGONO}} = 8 \cdot A_{\text{TRIÁNGULO}} = 8 \cdot 87 = 696 \text{ cm}^2$$

Para practicar

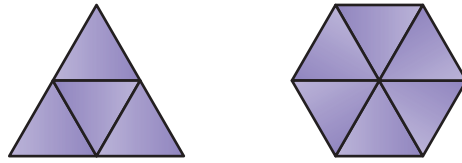
- 1  Calca este polígono en tu cuaderno, continúa descomponiéndolo en triángulos y toma en ellos las medidas necesarias para calcular sus áreas.

Halla, así, el área total.



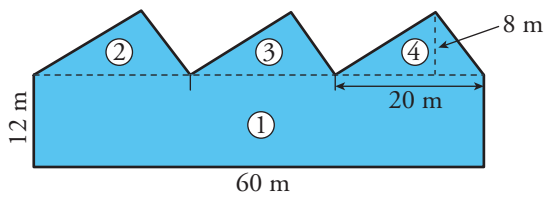
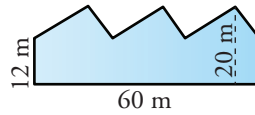
$$A = \frac{2,7 \cdot 1,4}{2} + \frac{4 \cdot 1,7}{2} + \frac{4 \cdot 2,7}{2} + \frac{2,8 \cdot 2,3}{2} + \frac{2,1 \cdot 2,3}{2} = 16,325 \text{ cm}^2$$

- 2** Observa estas dos figuras. El área del triángulo es 80 dm^2 . ¿Cuál es el área del hexágono?



$$80 : 4 = 20 \rightarrow 20 \cdot 6 = 120 \text{ dm}^2$$

- 3** Calcula el área de la siguiente figura:



$$\text{Área } ① = 60 \cdot 12 = 720 \text{ m}^2$$

$$\text{Área } ② = \text{Área } ③ = \text{Área } ④ = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80 \text{ m}^2$$

$$\text{Área figura} = 720 + 3 \cdot 80 = 960 \text{ m}^2$$

- 4** El lado de un pentágono regular mide 8 cm y su apotema 5,5 cm. Calcula su área.

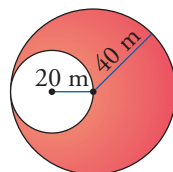
$$A_{\text{PENTÁGONO}} = \frac{(\text{perímetro} \cdot ap)}{2} = \frac{(5 \cdot 8 \cdot 5,5)}{2} = 110 \text{ cm}^2$$

4 ► MEDIDAS EN EL CÍRCULO

Página 244

Para practicar

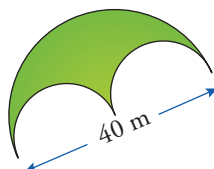
1 Halla la superficie y el perímetro del recinto coloreado.



$$\text{Área} = \pi \cdot 40^2 - \pi \cdot 20^2 = 1200\pi \approx 3769,9 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 2\pi \cdot 40 + 2\pi \cdot 20 = 120\pi \approx 376,99 \text{ m}$$

2 Calcula el perímetro y el área de esta figura:



$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} - \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314,16 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{2} + 2\pi \cdot 10 = 40\pi \approx 125,66 \text{ m}$$

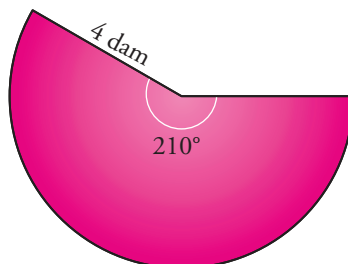
Página 245

Para practicar

3 ¿Verdadero o falso?

- El valor de π es tanto mayor cuanto más grande sea la circunferencia sobre la que actúa.
- Cuando tomamos para π el valor 3,14, lo estamos haciendo de forma aproximada.
- Falso. El número π siempre es el mismo número.
- Verdadero.

4 Halla el área y el perímetro de esta figura:



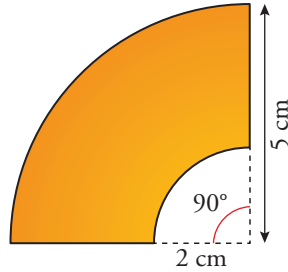
$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 4^2}{360} \cdot 210 = 9,3\pi \approx 29,32 \text{ dam}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 4}{360} \cdot 210 + 4 + 4 \approx 22,66 \text{ dam}$$

- 5** Halla la longitud de un arco de circunferencia de 10 cm de radio y 40° de amplitud.

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 40 \approx 6,98 \text{ cm}$$

- 6** Calcula el área y el perímetro de esta figura:



$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 5^2}{360} \cdot 90 - \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 \approx 16,49 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 5}{360} \cdot 90 + \frac{2\pi \cdot 2}{360} \cdot 90 + 3 + 3 \approx 17 \text{ cm}$$

- 7** Calcula el área de un sector circular de 20 cm de radio y 30° de amplitud.

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{360} \cdot 30 \approx 104,72 \text{ cm}^2$$

5 ▶ EL TEOREMA DE PITÁGORAS PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS

Página 246

Para fijar ideas

- 1 Halla el área de un rectángulo del que conocemos un lado, 10 cm, y la diagonal, 26 cm.

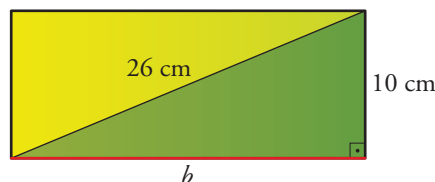
Calculamos el otro lado:

$$b = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{\square} = \dots \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = \square \cdot \square = 240 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = 24 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^2$$



- 2 El lado de un rombo mide 14 cm, y una de sus diagonales, 20 cm. Calcula su área.

Hemos de calcular la otra diagonal.

Empezamos obteniendo el segmento x :

$$x = \sqrt{14^2 - 10^2} = \sqrt{\square} \approx 9,8 \text{ cm}$$

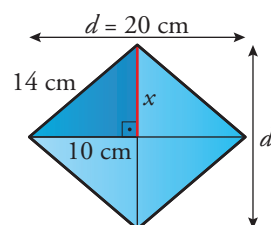
Por tanto, $d' = \square \cdot 9,8 = \dots \text{ cm}$.

El área del rombo es: $A = \frac{\square \cdot \square}{2} = 196 \text{ cm}^2$

$$x = \sqrt{14^2 - 10^2} = \sqrt{96} \approx 9,8 \text{ cm}$$

$$d' = 2 \cdot 9,8 = 19,6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{20 \cdot 19,6}{2} = 196 \text{ cm}^2$$



- 3 Halla el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 43 m y 28 m, y el lado oblicuo, 25 m.

En el triángulo rectángulo, conocemos la hipotenusa, 25 m, y un cateto, $43 - 28 = 15 \text{ m}$. Hallamos el otro cateto, h :

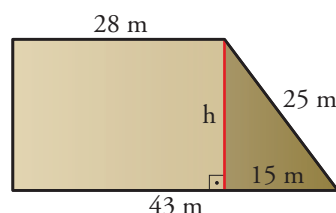
$$h = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{\square} = 20 \text{ m}$$

El área del trapecio es:

$$A = \frac{(\square + \square) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$$

$$h = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$

$$A = \frac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$$



- 4** Las bases de un trapecio isósceles miden 37 m y 23 m. Los lados oblicuos miden 25 m. Calcula su área.

$$37 - 23 = 14 \text{ m} \rightarrow 14 : 2 = 7 \text{ m}$$

Los catetos miden 7 m y h (altura):

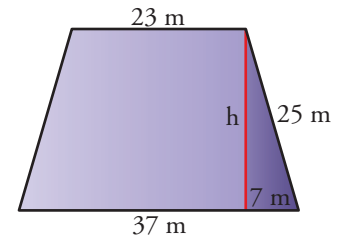
$$h = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

El área del trapecio es:

$$A = \frac{(37 + 23) \cdot 24}{2} = 720 \text{ m}^2$$

$$h = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

$$A = \frac{(37 + 23) \cdot 24}{2} = 720 \text{ m}^2$$



Página 247

Para fijar ideas

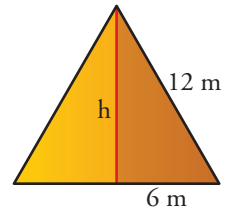
- 5** Halla el área del triángulo equilátero de lado $l = 12 \text{ m}$.

$$\text{Altura: } h = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10,4 \text{ m}$$

$$\text{Área: } A = \frac{12 \cdot 10,4}{2} = 62,4 \text{ m}^2$$

$$h = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10,4 \text{ m}$$

$$A = \frac{12 \cdot 10,4}{2} = 62,4 \text{ m}^2$$



- 6** Calcula el área del hexágono regular de 8 cm de lado.

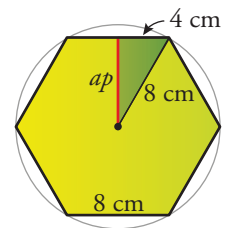
En un hexágono regular, el radio es igual al lado: $l = r = 8 \text{ cm}$

$$\text{Apotema: } ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6,9 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ cm}^2$$

$$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6,9 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ cm}^2$$



- 7** En un octógono regular, el radio mide 13 cm, y la apotema, 12 cm. Halla su área.

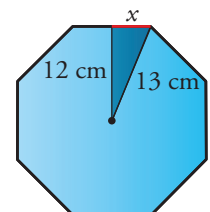
$$\text{Llamamos } x \text{ a la mitad del lado: } x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Lado } l = 10 \text{ cm} \rightarrow \text{Perímetro} = 10 \cdot 8 = 80 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } A = \frac{80 \cdot 12}{2} = 480 \text{ cm}^2$$

$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{80 \cdot 12}{2} = 480 \text{ cm}^2$$



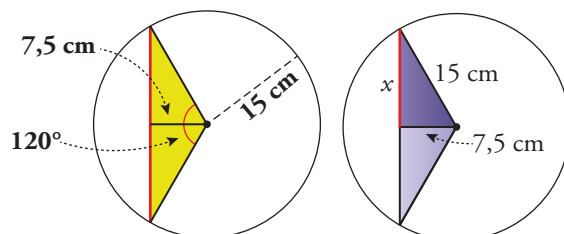
- 8 a) Calcula la longitud de la cuerda y el área del triángulo.

x es la mitad de la cuerda.

$$x = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$$

La cuerda mide $13 \cdot 2 = 26 \text{ cm}$.

Área del triángulo: $A = \frac{26 \cdot 7,5}{2} = 97,5 \text{ cm}^2$



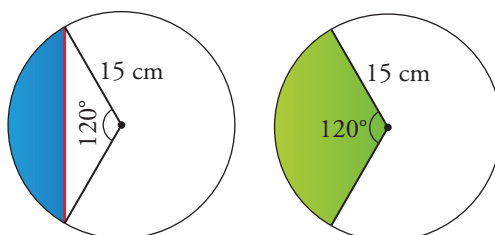
- b) Halla el área del segmento circular (azul).

Calculamos el área del sector: $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$. El sector es $\frac{1}{3}$ del círculo.

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 15^2 = 706,5 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{SECTOR}} = 706,5 : 3 = 235,5 \text{ cm}^2$$

El área del segmento circular es:

$$A_{\text{SEGM. CIRC.}} = A_{\text{SECTOR}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = 235,5 - 97,5 = 138 \text{ cm}^2$$



a) $x = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$

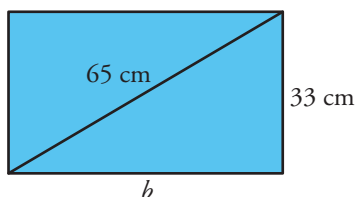
$$A = \frac{26 \cdot 7,5}{2} = 97,5 \text{ cm}^2$$

b) $A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 15^2 = 706,5 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{SECTOR}} = 706,5 : 3 = 235,5 \text{ cm}^2$

$$A_{\text{SEGM. CIRC.}} = A_{\text{SECTOR}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = 235,5 - 97,5 = 138 \text{ cm}^2$$

Para practicar

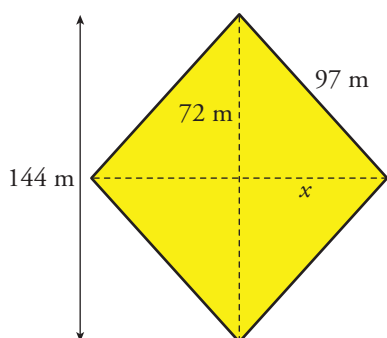
- 1 La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su área.



$$b = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 33 \cdot 56 = 1848 \text{ cm}^2$$

- 2** El lado de un rombo mide 97 m, y una de sus diagonales, 144 m. Halla su área.



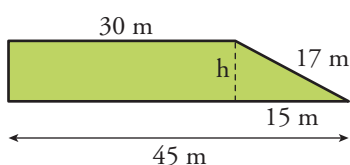
$$x = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4\,225} = 65 \text{ m}$$

La otra diagonal del rombo mide:

$$2 \cdot 65 = 130 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{144 \cdot 130}{2} = 9\,360 \text{ m}^2$$

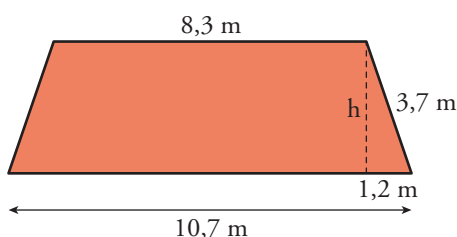
- 3** En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 m y 30 m, y el lado oblicuo, 17 m. Halla su área.



$$h = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{45 + 30}{2} \cdot 8 = 300 \text{ m}^2$$

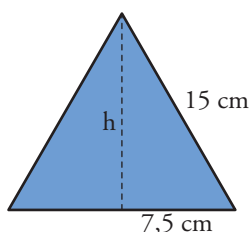
- 4** Halla el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.



$$h = \sqrt{3,7^2 - 1,2^2} = \sqrt{12,25} = 3,5 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{8,3 + 10,7}{2} \cdot 3,5 = 33,25 \text{ m}^2$$

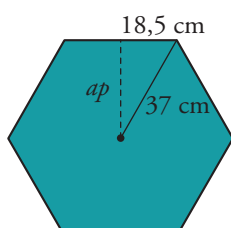
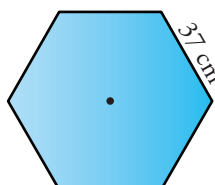
- 5** Halla el área de un triángulo equilátero de lado 15 cm.



$$h = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 13}{2} = 97,5 \text{ cm}^2$$

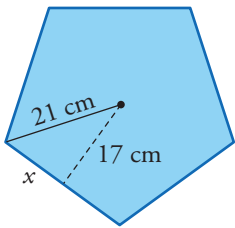
- 6** Halla el área de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$$ap = \sqrt{37^2 - 18,5^2} = \sqrt{1\,026,75} \approx 32,04 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 37 \cdot 32,04}{2} = 3\,556,44 \text{ cm}^2$$

7 Halla el área de un pentágono regular de radio 21 cm, y apotema, 17 cm.

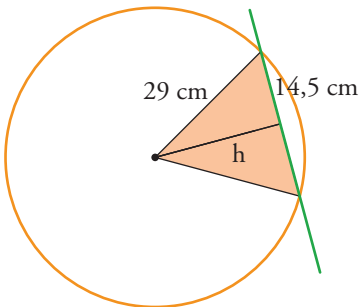


$$x = \text{Mitad del lado} \rightarrow x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12,33 \text{ cm}$$

$$l = 2 \cdot 12,33 = 24,66 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 24,66 \cdot 17}{2} = 1048,05 \text{ cm}^2$$

8 En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 29 cm. Halla el área del triángulo con base en esta cuerda y vértice opuesto en el centro de la circunferencia.



$$x = \sqrt{29^2 - 14,5^2} = \sqrt{630,75} \approx 25,11 \text{ cm}$$

$$\text{Área triángulo} = \frac{29 \cdot 25,11}{2} \approx 364,1 \text{ cm}^2$$

Página 248

Ejercicios y problemas

Áreas y perímetros de figuras sencillas

Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:

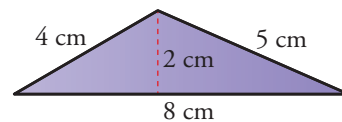
1 a)



$$a) A = 5^2 = 25 \text{ dm}^2$$

$$P = 5 \cdot 4 = 20 \text{ dm}$$

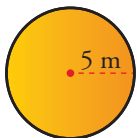
b)



$$b) A = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$P = 8 + 5 + 4 = 17 \text{ cm}$$

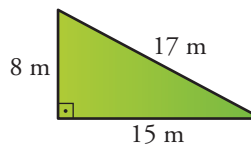
2 a)



$$a) A = \pi \cdot 5^2 \approx 78,5 \text{ dm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 5 \approx 31,4 \text{ dm}$$

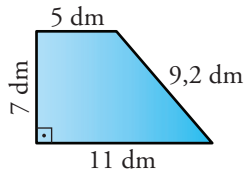
b)



$$b) A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ m}^2$$

$$P = 15 + 8 + 17 = 40 \text{ m}$$

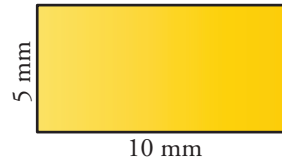
3 a)



$$a) A = \frac{11+5}{2} \cdot 7 = 56 \text{ dm}^2$$

$$P = 11 + 9,2 + 5 + 7 = 32,2 \text{ dm}$$

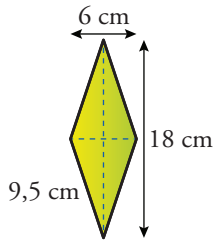
b)



$$b) A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ mm}^2$$

$$P = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ mm}$$

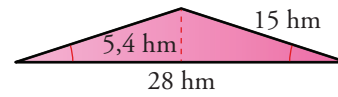
4 a)



$$a) A = \frac{18 \cdot 6}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

$$P = 9,5 \cdot 4 = 38 \text{ cm}$$

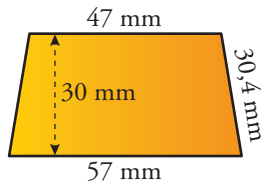
b)



$$b) A = \frac{28 \cdot 5,4}{2} = 75,6 \text{ hm}^2$$

$$P = 28 + 15 \cdot 2 = 58 \text{ hm}$$

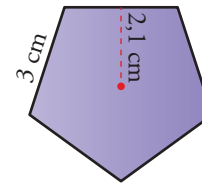
5 a)



$$a) A = \frac{47+57}{2} \cdot 30 = 1560 \text{ mm}^2$$

$$P = 57 + 47 + 2 \cdot 30,4 = 164,8 \text{ mm}$$

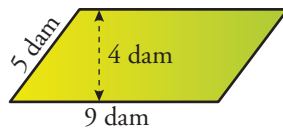
b)



$$b) A = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$P = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}$$

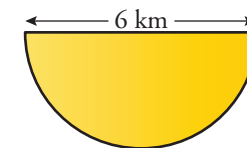
6 a)



$$a) A = 9 \cdot 4 = 36 \text{ dam}^2$$

$$P = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 28 \text{ dam}$$

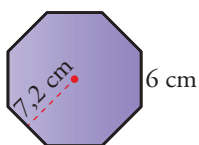
b)



$$b) A = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 14,13 \text{ km}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 3}{2} + 6 \approx 15,42 \text{ km}$$

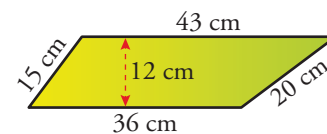
7 a)



$$a) A = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7,2}{2} = 172,8 \text{ cm}^2$$

$$P = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}$$

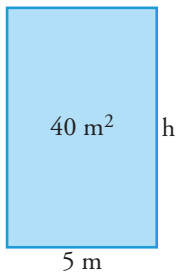
b)



$$b) A = \frac{43+36}{2} \cdot 12 = 474 \text{ cm}^2$$

$$P = 36 + 20 + 43 + 15 = 114 \text{ cm}$$

- 8** Averigua cuánto mide la altura de un rectángulo de 40 m^2 de superficie y 5 m de base.



$$h = \frac{40}{5} = 8 \text{ m}$$

La altura del rectángulo mide 8 m .

- 9** Halla el área de un trapezio cuyas bases miden 12 cm y 20 cm , y su altura, 10 cm .

$$A = \frac{12+20}{2} \cdot 10 = 160 \text{ cm}^2$$

El área del trapezio es 160 cm^2 .

- 10** Las bases de un trapezio isósceles miden 26 cm y 14 cm ; la altura, 8 cm , y otro de sus lados, 10 cm . Calcula el perímetro y el área de la figura.

$$A = \frac{26+14}{2} \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$$

$$P = 26 + 14 + 2 \cdot 10 = 60 \text{ cm}$$

- 11** Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 6 mm de lado y $5,2 \text{ mm}$ de apotema.

$$A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ mm}^2$$

$$P = 6 \cdot 6 = 36 \text{ mm}$$

- 12** Calcula la longitud de la mayor circunferencia que cabe dentro de un cuadrado de 20 cm de lado. Calcula, también, el área del círculo correspondiente.

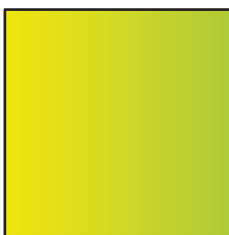
$$P = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \approx 62,8 \text{ cm}$$

$$A_c = \pi r^2 = 3,14 \cdot (10)^2 \approx 314 \text{ cm}^2$$

Medir y calcular áreas y perímetros

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que medir algún elemento (lado, diagonal, radio...):

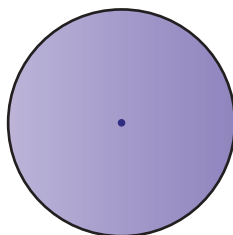
- 13** a)



$$a) A = 9 \text{ cm}^2$$

$$P = 12 \text{ cm}$$

- b)



$$b) A \approx 7,07 \text{ cm}^2$$

$$P \approx 9,42 \text{ cm}$$

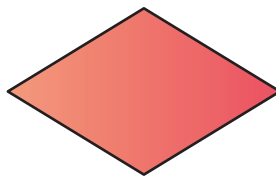
14 a)



a) $A = 7,8 \text{ cm}^2$

$P = 11,2 \text{ cm}$

b)



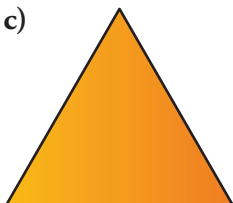
b) $A = 3,5 \text{ cm}^2$

$P = 8 \text{ cm}$

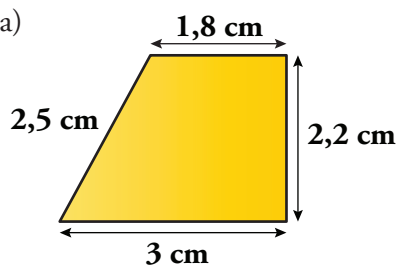
15 a)



c)



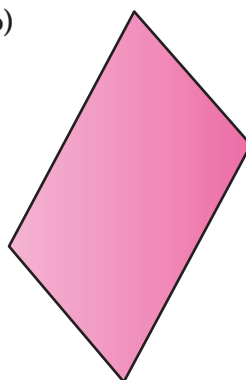
a)



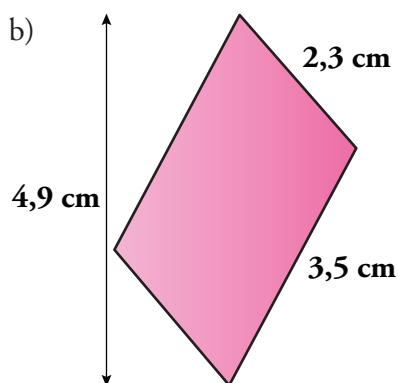
$A = 5,28 \text{ cm}^2$

$P = 9,5 \text{ cm}$

b)



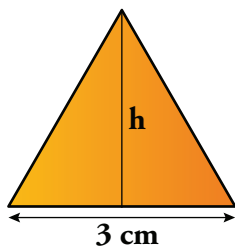
b)



$A = 7,7 \text{ cm}^2$

$P = 11,6 \text{ cm}$

c)



$h = \sqrt{3^2 - 1,5^2} \approx 2,6 \text{ cm}$

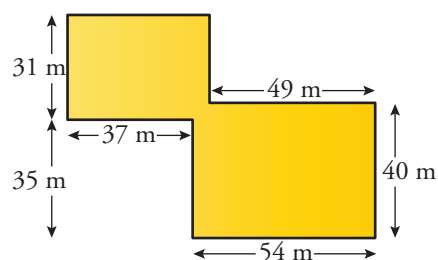
$A = \frac{3 \cdot 2,6}{2} = 3,9 \text{ cm}^2$

$P = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$

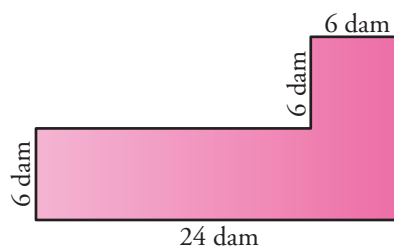
Áreas y perímetros menos sencillos

Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:

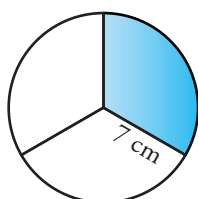
16 a)



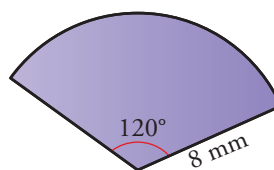
b)



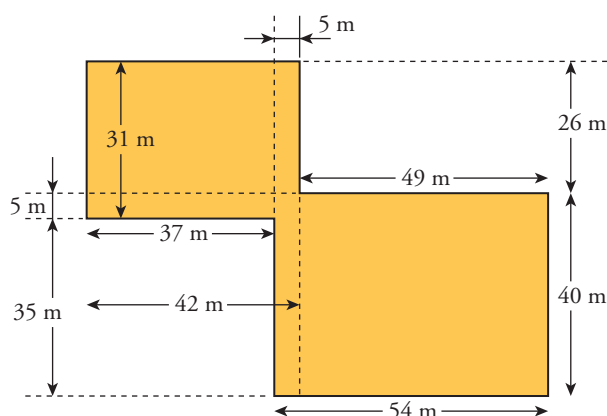
c)



d)



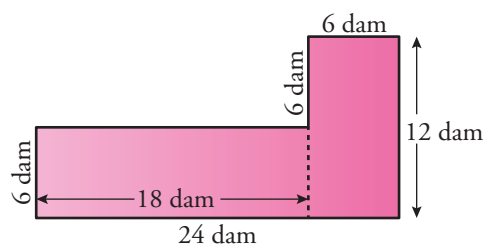
a)



$$A = 42 \cdot 31 + 54 \cdot 40 - 5^2 = 3437 \text{ m}^2$$

$$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$$

b)



$$A = 6 \cdot 18 + 6 \cdot 12 = 180 \text{ dam}^2$$

$$P = 18 + 6 + 24 + 12 + 6 + 6 = 72 \text{ dam}$$

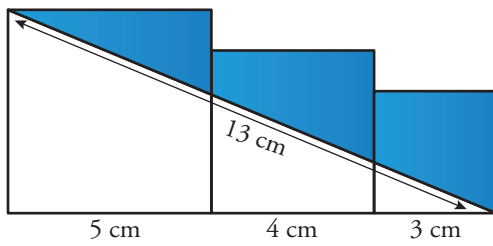
$$c) A = \frac{\pi \cdot 7^2}{2} \approx 51,29 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 7}{3} + 2 \cdot 7 \approx 28,65 \text{ cm}$$

$$d) A = \frac{\pi \cdot 8^2}{360} \cdot 120 \approx 66,97 \text{ mm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 8}{360} \cdot 120 + 8 + 8 \approx 32,75 \text{ mm}$$

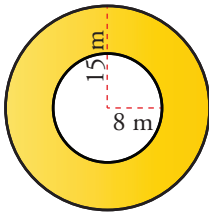
17



$$A = 5^2 + 4^2 + 3^2 - \frac{(5+4+3) \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$$P = 13 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3 + 3 = 30 \text{ cm}$$

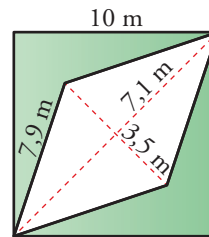
18 a)



$$a) A = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 8^2 \approx 505,54 \text{ m}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 15 + 2\pi \cdot 8 \approx 144,44 \text{ m}$$

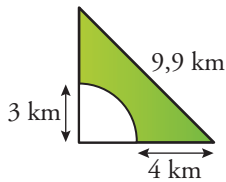
b)



$$b) A = 10^2 - \frac{7,1 \cdot 3,5}{2} \approx 87,58 \text{ m}^2$$

$$P = 10 \cdot 4 + 7,9 \cdot 4 = 71,6 \text{ m}$$

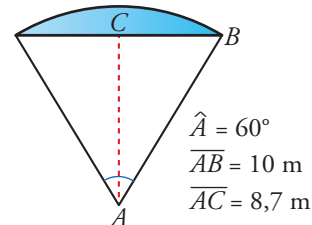
19 a)



$$a) A = \frac{7 \cdot 7}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \approx 17,43 \text{ km}^2$$

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{4} + 4 + 4 + 9,9 \approx 22,61 \text{ km}$$

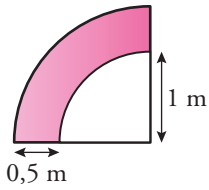
b)



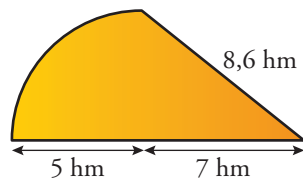
$$b) A = \frac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 60 - \frac{10 \cdot 8,7}{2} \approx 8,8 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 60 + 10 \approx 20,5 \text{ m}$$

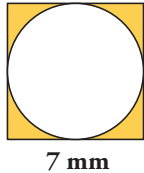
20 a)



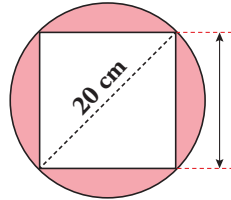
b)



c)



d)



$$a) A = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \approx 0,98 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,5}{4} + \frac{2\pi \cdot 1}{4} + 0,5 + 0,5 \approx 4,92 \text{ m}$$

$$b) A = \frac{7 \cdot 5}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{4} \approx 37,12 \text{ hm}^2$$

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{4} + 8,6 + 5 + 7 \approx 28,45 \text{ hm}$$

$$c) A = 7^2 - \pi \cdot 3,5^2 \approx 10,53 \text{ mm}^2$$

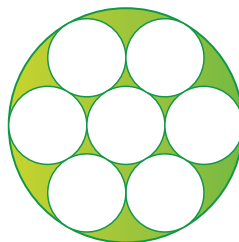
$$P = 7 \cdot 4 + 2\pi \cdot 3,5 \approx 49,98 \text{ mm}$$

$$d) 20^2 = 2l^2 \rightarrow l^2 = 200 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 10^2 - 200 \approx 114 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 10 + 14,14 \cdot 4 = 119,36 \text{ cm}$$

21 Halla el área de la parte coloreada sabiendo que el diámetro de la circunferencia grande mide 6 cm.



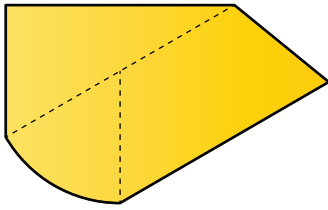
Radio circunferencia grande: $R = 3 \text{ cm}$

Radio circunferencias pequeñas: $r = 1 \text{ cm}$

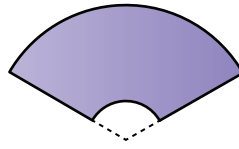
$$A = \pi \cdot 3^2 - 7 \cdot \pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ cm}^2$$

22 Toma las medidas que necesites para calcular el área y el perímetro de cada figura.

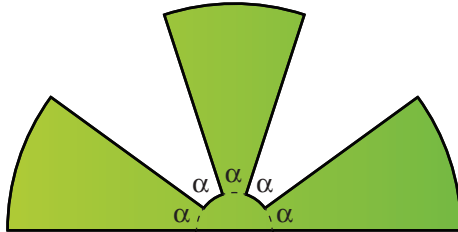
a)



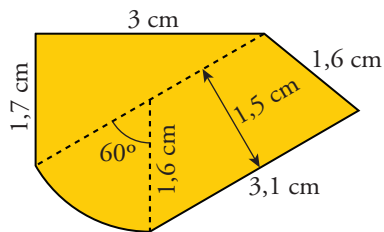
b)



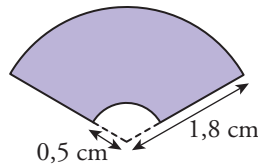
c)



a)



b)



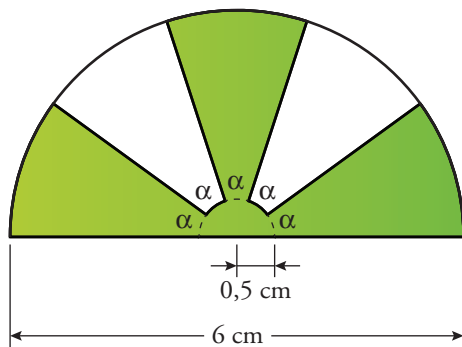
$$A = 7,8 \text{ cm}^2$$

$$P = 11,1 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 1,8^2 \cdot 120}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 120}{360} = 3,13 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,8 \cdot 120}{360} + \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 120}{360} + 1,3 + 1,3 = 7,41 \text{ cm}$$

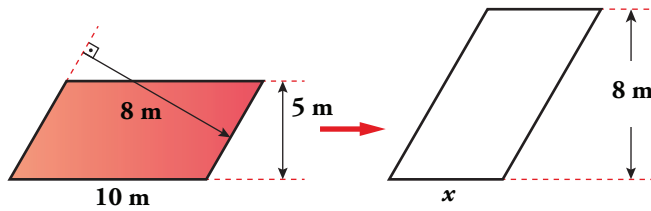
c)



$$A = \pi \cdot 3^2 - 2 \left(\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 36}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 36}{360} \right) = 22,77 \text{ cm}^2$$

$$P = 6 + 2,5 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 36}{360} + 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 36}{360} = 22,28 \text{ cm}$$

23 Observa las figuras y calcula el área y el perímetro del romboide.



$$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$$

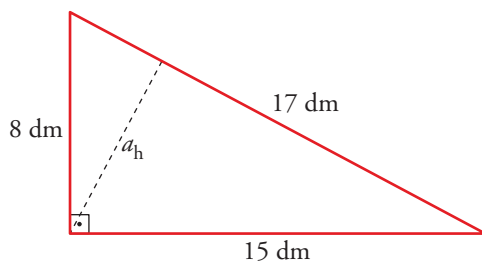
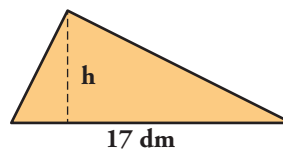
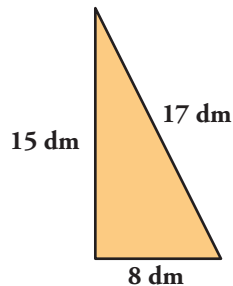
Para calcular el lado oblicuo utilizamos la otra altura del paralelogramo.

$$A = 50 \text{ m}^2 = b \cdot 8 \rightarrow b = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ m}$$

$$P = 2 \cdot 6,25 + 2 \cdot 10 = 32,5 \text{ m}$$

Página 250

24 Los lados de un triángulo rectángulo miden 15 dm, 8 dm y 17 dm. Calcula su área y la altura sobre la hipotenusa.

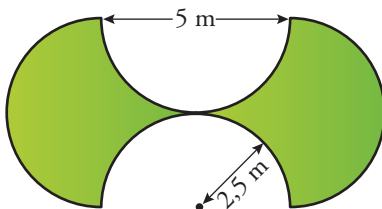


$$A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ dm}^2$$

$$60 = \frac{17 \cdot a_h}{2} \rightarrow a_h = \frac{120}{17} \approx 7,06 \text{ dm}$$

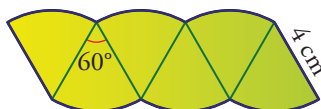
Reflexiona, dibuja y resuelve

25 Calcular el área de esta figura.



Problema resuelto.

26 Halla el área y el perímetro de toda la figura.



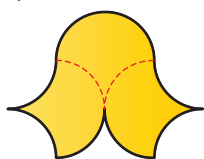
Cada sector, al ser de 60° , es una sexta parte de un círculo. Como hay 6 sectores, resulta que tenemos el círculo entero. Por tanto:

$$A = \pi \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

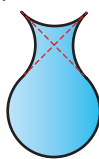
$$P = 2\pi \cdot r = 24,12 \text{ cm}$$

27 Todos los arcos con los que se han trazado estas figuras son iguales; pertenecen a circunferencias de 6 cm de radio. Halla el área de cada una.

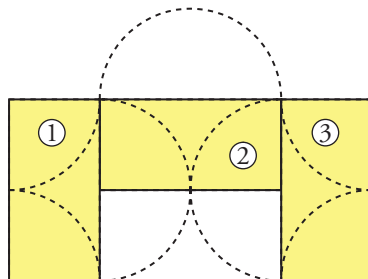
a)



b)



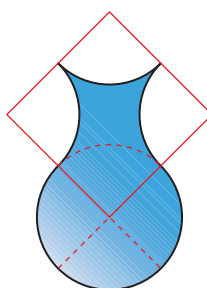
a)



Las figuras (rectángulos) ①, ② y ③ son iguales y miden $12 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$, es decir:

$$A_{\text{①}} = A_{\text{②}} = A_{\text{③}} = 72 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 72 = 216 \text{ cm}^2$$

b)



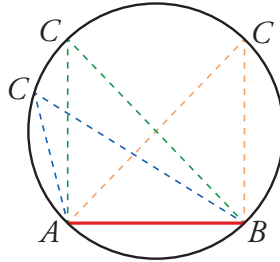
El área pedida es la del cuadrado, que resulta ser de 12 cm de lado.

Así, $A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$.

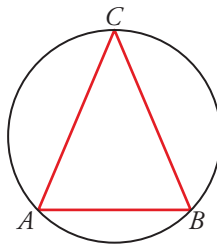
Razona y justifica

28 A y B son puntos fijos. El punto C puede estar situado en cualquier lugar de la circunferencia.

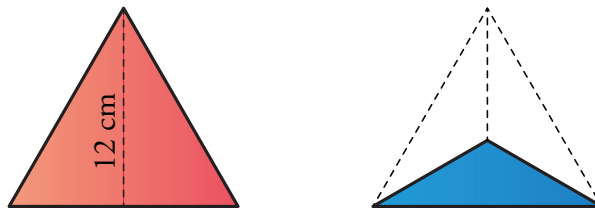
¿Dónde lo pondrás si quieres que el área del triángulo ABC sea la mayor posible?



Pondremos C en el punto más alto de la circunferencia para que el área sea lo mayor posible. Esto es porque con la misma base, cuanto mayor sea la altura, mayor será el área del triángulo.



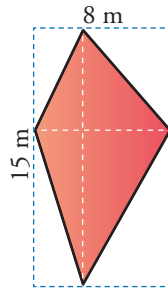
29 Observa el triángulo equilátero rojo y el isósceles azul.



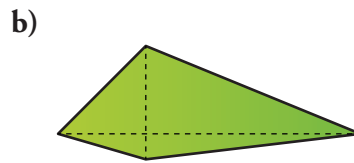
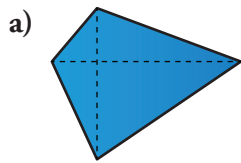
- ¿Cuál es la relación entre sus áreas?
 - Basándote en la respuesta anterior, y teniendo en cuenta que tienen bases iguales, ¿cuál es la altura del triángulo azul?
 - ¿Cuál es la distancia del centro del triángulo a cada vértice?
- El área del triángulo rojo es el triple que la del azul.
 - La altura del triángulo azul son 4 cm.
 - La distancia del centro del triángulo a cada vértice es, aproximadamente, de 7,74 cm.

30 La figura roja no es un rombo, pero tiene las diagonales perpendiculares. Justifica que también puedes calcular el área mediante la fórmula:

$$A = \frac{d \cdot d'}{2}$$



Calcula, ahora tú, el área de estos dos cuadriláteros tomando medidas:



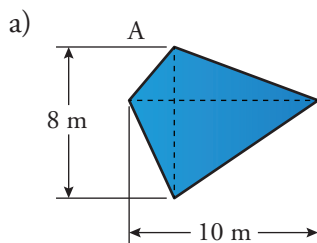
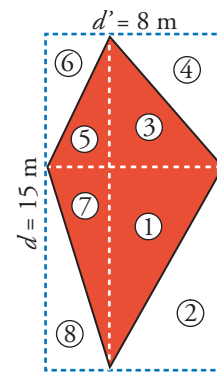
$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = d \cdot d' = 8 \cdot 15 = 120 \text{ m}^2$$

Como vemos, $A_{\textcircled{1}} = A_{\textcircled{2}}$; $A_{\textcircled{3}} = A_{\textcircled{4}}$; $A_{\textcircled{5}} = A_{\textcircled{6}}$; $A_{\textcircled{7}} = A_{\textcircled{8}}$

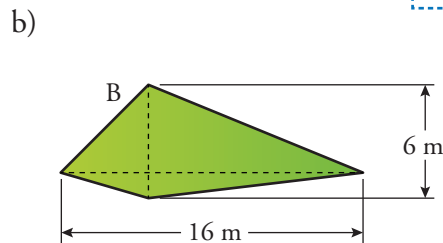
Por esto, el área de la figura roja es la mitad del área del rectángulo.

Así:

$$A_{\text{FIGURA}} = \frac{A_{\text{RECTÁNGULO}}}{2} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ m}^2$$

Resuelve problemas

- 31** Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2 . Hemos de embaldosarlo con losetas cuadradas de 25 cm de lado (se llaman losetas de 25×25). ¿Cuántas losetas son necesarias?

$$A_{\text{LOSETA}} = 25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SALÓN}} = 50 \text{ m}^2 = 500\,000 \text{ cm}^2$$

Para cubrir el salón se necesitan $\frac{500\,000}{625} = 800$ losetas.

- 32** Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de 600 cm^2 cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio, exactamente igual, del vecino?

El patio tiene un área de $540 \cdot 600 = 324\,000 \text{ cm}^2$.

La superficie de una baldosa de 20 cm de lado es $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$.

Por tanto, se necesitan $\frac{324\,000}{400} = 810$ baldosas de 20 cm de lado para cubrir el patio.

- 33** La valla de esta parcela tiene una longitud de 450 m . ¿Cuál es el área de la parcela?



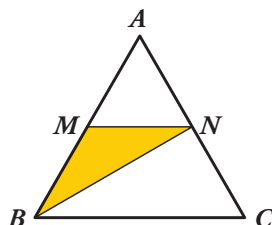
Si llamamos x al lado del cuadrado que está encima del rectángulo, el perímetro de la parcela es $10x$. Al igualarlo a la longitud de la parcela, obtenemos:

$$10x = 450 \text{ m} \rightarrow x = 45 \text{ m}$$

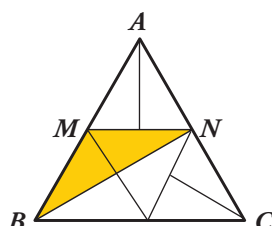
Por tanto, el área de la figura es la misma que la de 4 cuadrados de lado 45 m :

$$A = 4 \cdot 45^2 = 8\,100 \text{ m}^2$$

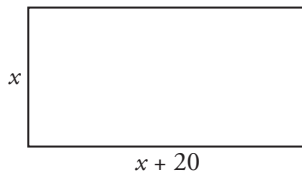
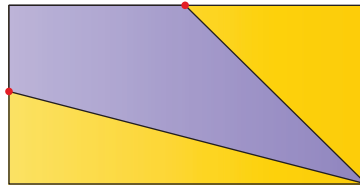
- 34** El área del triángulo ABC es de 60 cm^2 , y M y N son los puntos medios de dos de sus lados. ¿Cuál es el área del triángulo amarillo?



$$A_{MBN} \rightarrow \frac{2}{8} \text{ de } 60 = 15 \text{ cm}^2$$



- 35** La base de este rectángulo mide 20 cm más que la altura. Su perímetro es de 120 cm. Calcula el área del cuadrilátero morado. (Los puntos rojos indican la mitad de los lados correspondientes).



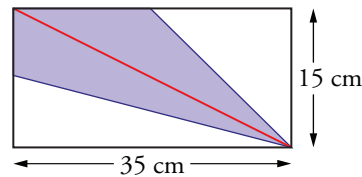
Lo primero es calcular las dimensiones:

$$P = 2 \cdot x + 2 \cdot (x + 20) = 2x + 2x + 40 = 4x + 40$$

Como $P = 100$ cm, entonces:

$$4x + 40 = 100 \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

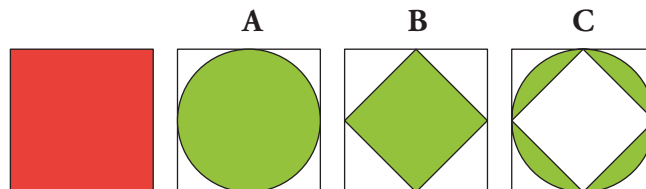
Así, el dibujo queda:



Como vemos, el área de la zona coloreada es la mitad del área del rectángulo. Por tanto:

$$A = \frac{35 \cdot 15}{2} = 262,5 \text{ cm}^2$$

- 36** El cuadrado rojo ocupa una superficie de 100 m^2 . Calcula el área de las figuras A, B y C, coloreadas en verde.



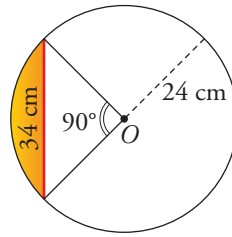
Como el área del cuadrado es 100 m^2 entonces la medida del lado es 10 m.

$$A \rightarrow A = \pi r^2 = 3,14 \times 5^2 = 78,5 \text{ m}^2$$

$$B \rightarrow A = \frac{100}{2} = 50 \text{ m}^2$$

$$C \rightarrow A = A - B = 78,5 - 50 = 28,5 \text{ m}^2$$

- 37** En una circunferencia de 24 cm de radio trazamos una cuerda de 34 cm. Halla el área del segmento circular sabiendo que el ángulo central correspondiente es de 90° .

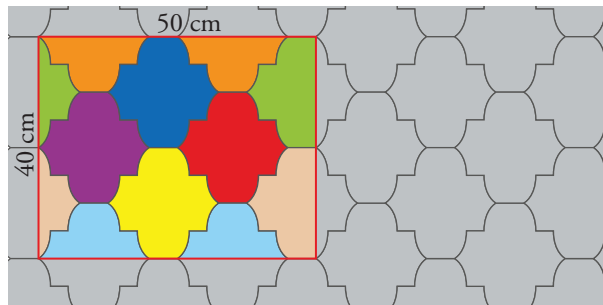
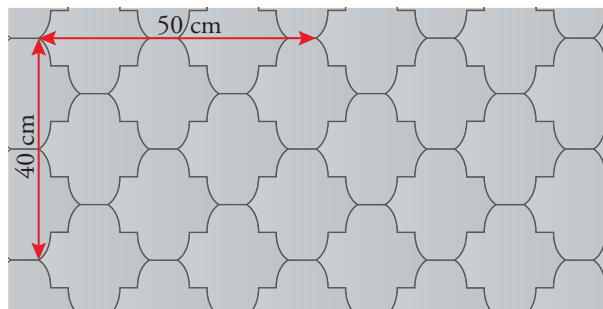


$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 24}{2} = 288 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot 24^2 \approx 1\,808,64 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} = \frac{1}{4} A_{\text{CÍRCULO}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{1\,808,64}{4} - 288 = 161,16 \text{ cm}^2$$

- 38** Halla la superficie de cada loseta de este embaldosado:

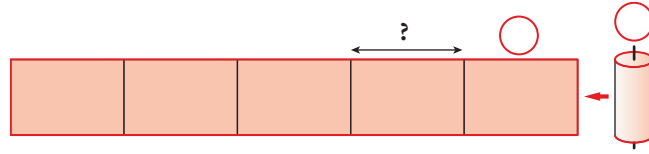
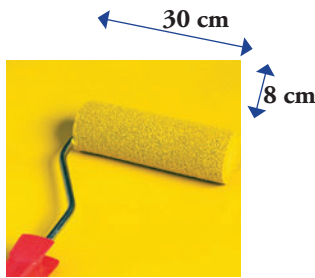


El área del rectángulo es $50 \cdot 40 = 2\,000 \text{ cm}^2$.

Como dentro del rectángulo hay 8 losetas completas, cada loseta tiene un área de:

$$A = \frac{2\,000}{8} = 250 \text{ cm}^2$$

- 39** El rodillo del pintor avanza, por término medio, cinco vueltas en cada pasada. ¿Qué superficie cubre cada vez?



Para calcular el lado del rectángulo, tendremos que calcular la longitud de la circunferencia del rodillo:

$$l = 2\pi r = 25,12 \text{ cm}$$

Al conocer los dos lados del rectángulo que cubre el rodillo en cada vuelta, podemos calcular la superficie de cada pasada:

$$S = 5 \times (30 \times 25,12) = 3\,768 \text{ cm}^2$$

Problemas «+»

- 40** Nuria y Jorge entrenan en bicicleta. Nuria observa el cuentakilómetros y comenta:

— Vamos a dieciocho kilómetros por hora. ¿Cuántas vueltas dará mi rueda en un minuto?

Jorge responde:

— No lo sé, habría que medir el radio de la rueda, pero así, a ojo, échale unas 200 vueltas por minuto.

Nuria piensa que son demasiadas:

— ¡Halaaaa! No creo que lleguen ni a 150.

Sabiendo que el diámetro de la rueda es de 50 cm, ¿quién ha hecho una estimación más acertada?

Transformamos 18 km/h en centímetros por minuto:

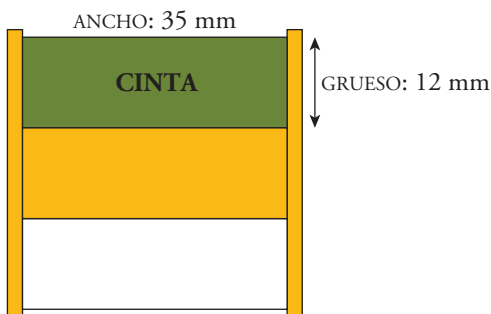
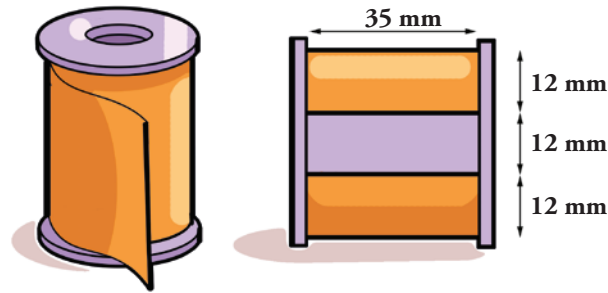
$$1\,800\,000 : 60 = 30\,000 \text{ cm/min}$$

Cada vuelta que da la rueda recorre 50π cm.

Por tanto, cada minuto la rueda dará $30\,000 : 50\pi \approx 191$ vueltas.

Es decir, Jorge, que decía 200 vueltas por minuto, ha hecho una mejor estimación.

- 41  Con los datos que te ofrece el esquema, haz una estimación de la longitud de la cinta enrollada en el carrete. (Grosor de la cinta: $\frac{1}{3}$ mm).

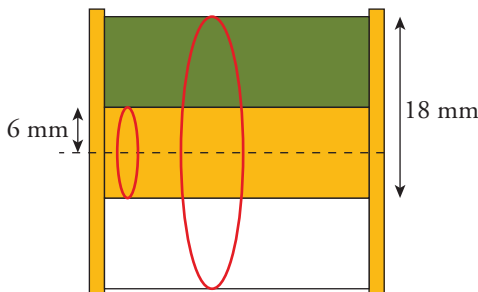


Como el diámetro de la cinta es $\frac{1}{3}$ de mm, en cada milímetro hay 3 cintas.

A lo ancho hay, pues, $3 \cdot 35 = 105$ cintas.

A lo grueso hay $3 \cdot 12 = 36$ cintas.

Supongamos que las cintas forman circunferencias (no es así, pero se aproxima mucho). ¿De qué radios son esas circunferencias? Las más pequeñas tienen un radio de 6 mm. Las mayores, de 18 mm.



El promedio es $\frac{6+18}{2} = 12$ mm.

Supondremos que *todas* las circunferencias tienen el radio promedio. Su longitud es:

$$2 \cdot \pi \cdot 12 \approx 75,4 \text{ mm}$$

¿Cuántas circunferencias de cinta hay?

$105 \text{ a lo ancho} \times 36 \text{ a lo grueso} = 3780$ circunferencias.

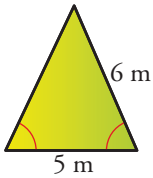
Longitud total = 3780 circunf. $\times$ longitud de la circunferencia promedio = $285\,012$ mm

Por tanto, estimamos que la longitud total de la cinta del carrete es $285\,000$ mm, es decir, 285 m.

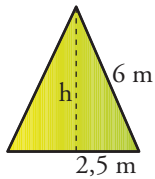
Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

En cada una de las siguientes figuras, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular el valor de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo...). Si no es exacto, redondea a las décimas:

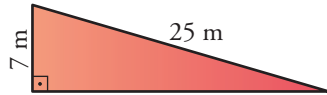
42 a)



a)



b)

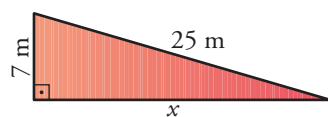


$$h = \sqrt{6^2 - 2,5^2} = \sqrt{29,75} = 5,5 \text{ m}$$

$$A = \frac{5 \cdot 5,5}{2} = 13,75 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 5 = 17 \text{ m}$$

b)

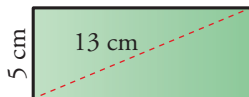


$$x = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

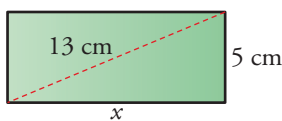
$$A = \frac{24 \cdot 7}{2} = 84 \text{ m}^2$$

$$P = 24 + 7 + 25 = 56 \text{ m}$$

43 a)



a)

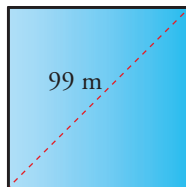


$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

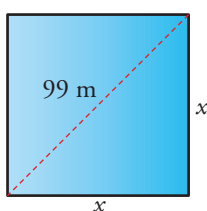
$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$P = 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34 \text{ cm}$$

b)



b)

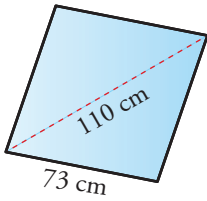


$$x^2 + x^2 = 99^2 \rightarrow 2x^2 = 9801 \rightarrow x^2 = 4900,5 \rightarrow x = \sqrt{4900,5} \approx 70 \text{ m}$$

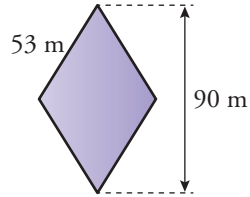
$$A = 70^2 = 4900 \text{ m}^2$$

$$P = 70 \cdot 4 = 280 \text{ m}$$

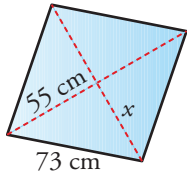
44 a)



b)



a)

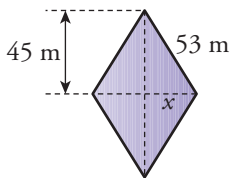


$$x = \sqrt{73^2 - 55^2} = \sqrt{2304} = 48 \text{ cm}$$

$$A = \frac{110 \cdot 48 \cdot 2}{2} = 5280 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 73 = 292 \text{ cm}$$

b)

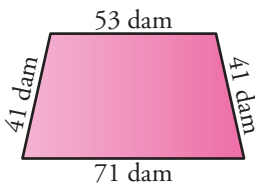


$$x = \sqrt{53^2 - 45^2} = \sqrt{784} = 28 \text{ m}$$

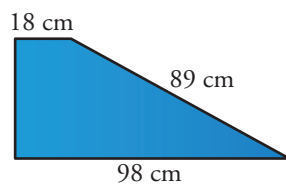
$$A = \frac{2 \cdot 28 \cdot 90}{2} = 2520 \text{ m}^2$$

$$P = 53 \cdot 4 = 212 \text{ m}$$

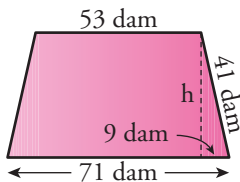
45 a)



b)



a)

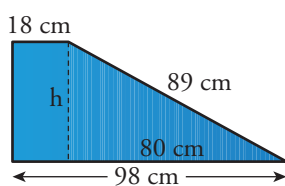


$$h = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1600} = 40 \text{ dam}$$

$$A = \frac{53 + 71}{2} \cdot 40 = 2480 \text{ dam}^2$$

$$P = 71 + 41 \cdot 2 + 53 = 206 \text{ dam}$$

b)

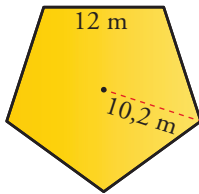


$$h = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1521} = 39 \text{ cm}$$

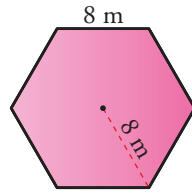
$$A = \frac{18 + 98}{2} \cdot 39 = 2262 \text{ cm}^2$$

$$P = 98 + 89 + 18 + 39 = 244 \text{ cm}$$

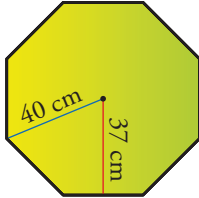
46 a)



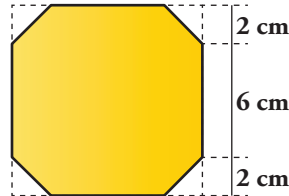
b)



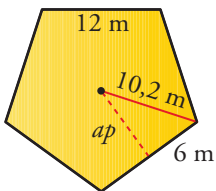
c)



d)



a)

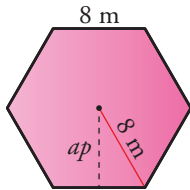


$$ap = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2 \text{ m}$$

$$A = \frac{12 \cdot 8,2}{2} \cdot 5 = 246 \text{ m}^2$$

$$P = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}$$

b)

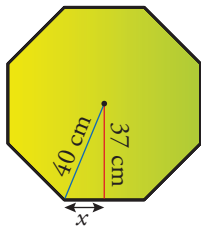


$$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ m}$$

$$A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ m}^2$$

$$P = 6 \cdot 8 = 48 \text{ m}$$

c)



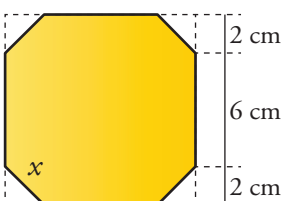
$$x = \sqrt{40^2 - 37^2} = 15,2 \text{ cm}$$

$$l = 30,4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{30,4 \cdot 8 \cdot 37}{2} = 4499,2 \text{ cm}^2$$

$$P = 30,4 \cdot 8 = 243,2 \text{ cm}$$

d)



$$A_{\text{CUADRADO GRANDE}} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CUADRADO PEQUEÑO}} = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{OCTÓGONO}} = 100 - 8 = 92 \text{ cm}^2$$

$$x = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8 \text{ cm}$$

$$P = 6 \cdot 4 + 2,8 \cdot 4 = 35,2 \text{ cm}$$

47 Rombo cuyas diagonales menor y mayor miden, respectivamente, 10 cm y 24 cm.

$$A = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

$$P = 4 \cdot 13 = 52 \text{ cm}$$

48 Rombo cuyo perímetro mide 40 m, y su diagonal mayor, 16 m.

$$l = \frac{40}{4} = 10 \text{ m}$$

$$A = \frac{16 \cdot 2 \sqrt{10^2 - 8^2}}{2} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 6}{2} = 96 \text{ m}^2$$

49 Trapecio rectángulo de bases 16 cm y 11 cm y lado inclinado de 13 cm.

$$\text{altura} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(16 + 11)}{2} \cdot 12 = 162 \text{ cm}^2$$

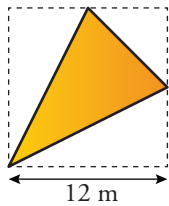
$$P = 11 + 13 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}$$

50 Trapecio isósceles cuyas bases miden 20 cm y 36 cm, y su altura, 15 cm.

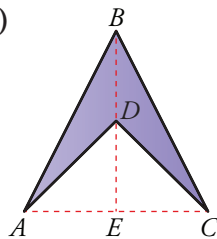
$$A = \frac{(36 + 20)}{2} \cdot 15 = 420 \text{ cm}^2$$

$$P = 20 + 36 + 2 \cdot \sqrt{15^2 + 8^2} = 90 \text{ cm}$$

51 a)



b)



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{DE}$$

$$a) A = 12^2 - \left[2 \cdot \left(\frac{12 \cdot 6}{2} \right) + \frac{6 \cdot 6}{2} \right] = 54 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{6^2 + 6^2} = 35,3 \text{ m}$$

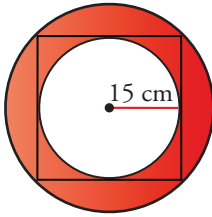
$$b) \overline{BE} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ cm}$$

$$A = \frac{8 \cdot 6,9}{2} - \frac{8 \cdot 3,45}{2} = 13,8 \text{ cm}^2$$

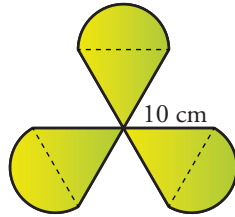
$$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 3,45^2} = 5,3 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5,3 = 26,6 \text{ cm}$$

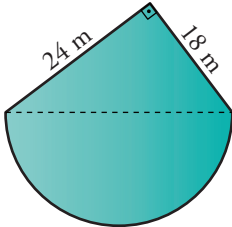
52 a)



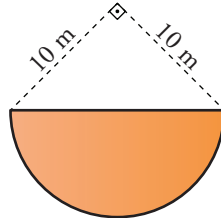
b)



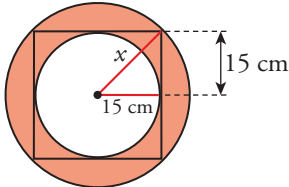
c)



d)



a)



$$x = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} \approx 21,2 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 21,2^2 - \pi \cdot 15^2 \approx 704,7 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 21,2 + 2\pi \cdot 15 \approx 227,3 \text{ cm}$$

$$b) A = 3 \left(\frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{10 \cdot \sqrt{10^2 - 5^2}}{2} \right) = 247,7 \text{ cm}^2$$

$$P = 3 \left(10 + 10 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} \right) = 107,1 \text{ cm}$$

$$c) \text{diámetro} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 15^2}{2} + \frac{24 \cdot 18}{2} = 569,3 \text{ m}^2$$

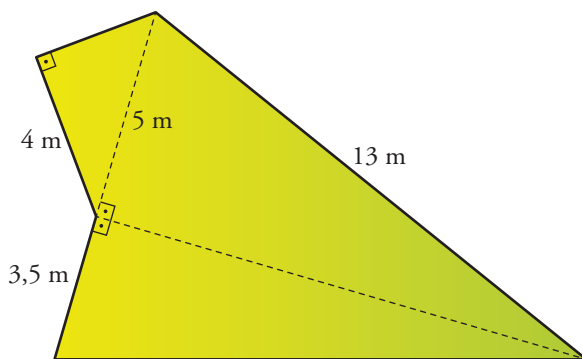
$$P = 24 + 18 + \frac{2\pi \cdot 15}{2} = 89,1 \text{ cm}$$

$$d) \text{radio} = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7,1 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 7,1^2}{2} = 79,1 \text{ m}^2$$

$$P = 14,2 + \frac{2\pi \cdot 7,1}{2} = 36,5 \text{ m}$$

53

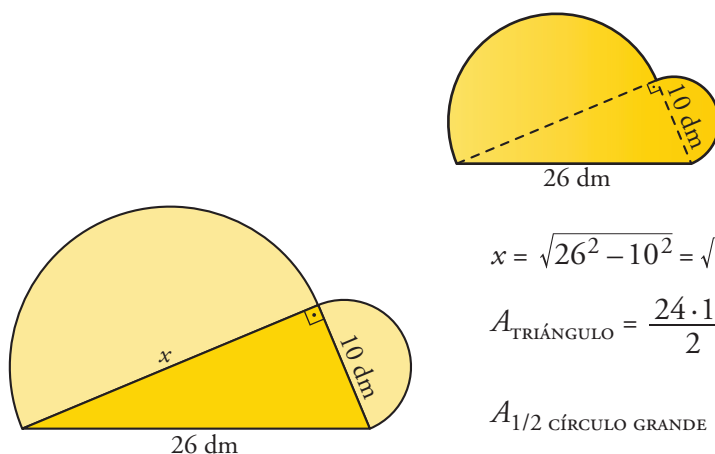


$$A = \frac{5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} + \frac{4 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2}}{2} + \frac{3,5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} = 57 \text{ m}^2$$

$$P = 4 + 3 + 13 + \sqrt{12^2 - 3,5^2} + 3,5 = 36 \text{ m}$$

Resuelve problemas con el teorema de Pitágoras

54 Halla el perímetro y el área de esta figura:



$$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ dm}$$

$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ dm}^2$$

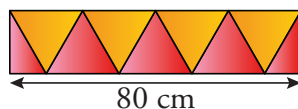
$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO GRANDE}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} \approx 226,08 \text{ dm}^2$$

$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO PEQUEÑO}} = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx 39,25 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 120 + 226,08 + 39,25 = 385,33 \text{ dm}^2$$

$$P = 26 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} + \frac{2\pi \cdot 12}{2} \approx 79,38 \text{ dm}$$

55 Calcula el área y el perímetro de la siguiente cenefa decorativa que ha puesto Susana en el jardín de su casa:



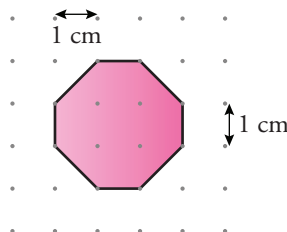
La base de cada triángulo equilátero es $80 : 4 = 20 \text{ cm}$, por tanto, la altura de la cenefa es

$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17,3 \text{ cm.}$$

$$A = 80 \cdot 17,3 = 1384 \text{ cm}^2$$

$$P = 160 + 34,6 = 194,6 \text{ cm}$$

56 ¿Es regular este octógono? Calcula su área y su perímetro.



Este octógono no es regular, hay cuatro lados que miden 1 cm y los otros cuatro miden

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ cm.}$$

El perímetro es $P = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1,41 = 9,64 \text{ cm}$.

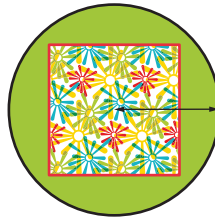
Para calcular el área restamos el área del cuadrado que lo circunscribe de las áreas de los cuatro triángulos de las esquinas, que son iguales.

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$$

$$A = 3^2 - 4 \cdot 0,5 = 7 \text{ cm}^2$$

57 En el interior de una rotonda circular de 10 m de radio, se va a plantar un cuadrado de flores. El resto se sembrará de césped.

¿Cuáles deben ser las dimensiones del cuadrado, si se quiere que ocupe la misma superficie que el césped?



Si calculamos el área de la rotonda, tenemos que ocupa:

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times 100 = 314 \text{ m}^2$$

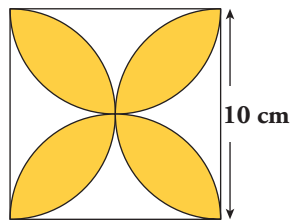
Si se quiere que el cuadrado ocupe lo mismo, dividimos por la mitad el área de la rotonda y calculamos el lado del cuadrado:

$$314 : 2 = 157 \text{ m}^2$$

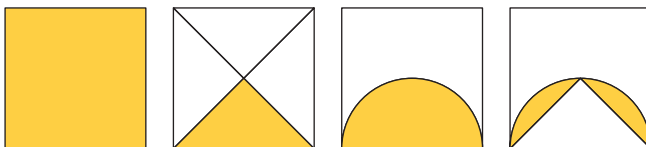
$$l = \sqrt{157} = 12,53 \text{ m}$$

Por tanto, las dimensiones del cuadrado serán: 12,53 m × 12,53 m

58 ¿Qué superficie cubre la zona coloreada?



Calcula primero estas áreas:



La superficie del cuadrado es: $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$

La superficie del triángulo es una cuarta parte, es decir 25 cm^2 .

La superficie del medio círculo es: $A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 25}{2} = 39,25 \text{ cm}^2$

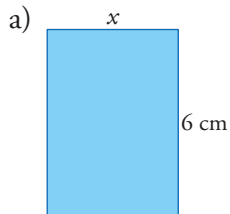
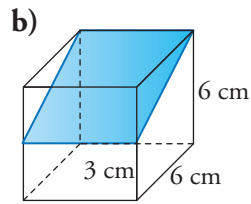
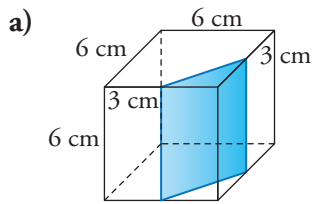
Restamos al área del medio círculo el área del triángulo:

$$39,25 - 25 = 14,25 \text{ cm}^2$$

La superficie coloreada será entonces:

$$14,25 \cdot 8 = 114 \text{ cm}^2$$

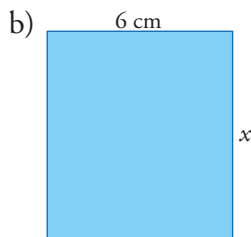
59 Calcula las dimensiones y el área de cada una de las siguientes secciones del cubo:



$$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$A = 4,24 \cdot 6 = 25,44 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4,24 = 20,48 \text{ cm}$$

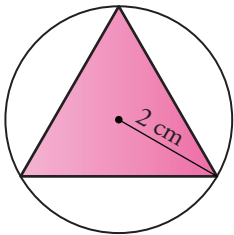


$$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,71 \text{ cm}$$

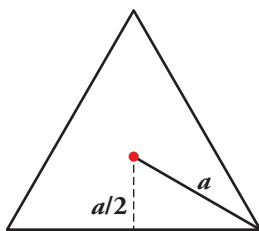
$$A = 6,71 \cdot 6 = 40,26 \text{ cm}^2$$

$$P = 6,71 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 25,42 \text{ cm}$$

60 Calcula el área del siguiente triángulo equilátero sabiendo que está inscrito en una circunferencia de radio 2 cm.



 **Recuerda:**

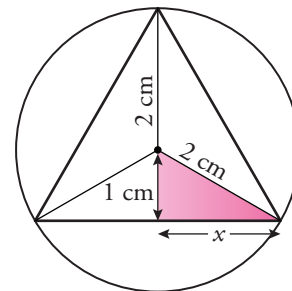


Según el ejercicio 29 de la página 248, se puede deducir que la altura de nuestro triángulo es 3, y usando este dato:

$$x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ cm}$$

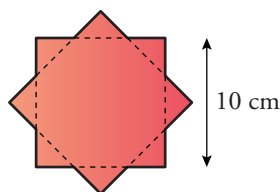
$$l = 2x = 3,46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{3,46 \cdot 3}{2} = 5,19 \text{ cm}^2$$

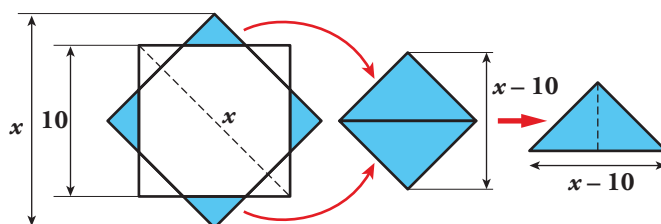


Problemas «+» (con Pitágoras)

61 Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura:

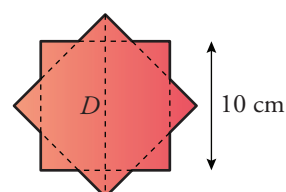


Observa:



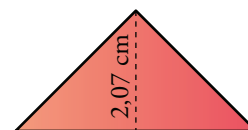
Hallamos la diagonal del cuadrado por el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = 10^2 + 10^2 \rightarrow D = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ cm}$$



Queremos hallar el área del triángulo que sobrelase del cuadrado.
Su altura es:

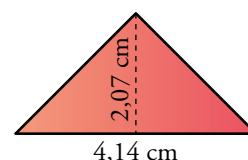
$$h = \frac{14,14 - 10}{2} = 2,07 \text{ cm}$$



Como el triángulo es rectángulo e isósceles, sabemos que la base es el doble que la altura. Es decir, $b = 4,14 \text{ cm}$.

El área del triángulo es, pues:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{4,14 \cdot 2,07}{2} = 4,28 \text{ cm}^2$$

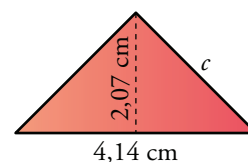


Por tanto, el área total de la figura será la del cuadrado más cuatro veces la del triángulo:

$$A = 10^2 + 4 \cdot 4,28 = 117,14 \text{ cm}^2$$

El perímetro de la figura es igual a las longitudes de los catetos de los 8 triángulos; es decir, 16 veces el cateto del triángulo. Hallamos c , la longitud del cateto.

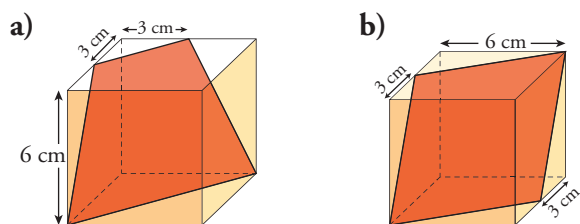
$$c = \sqrt{2,07^2 + 2,07^2} = 2,93 \text{ cm}$$



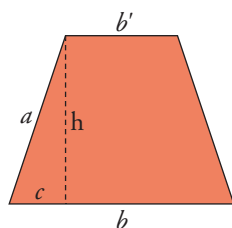
Por tanto, el perímetro de la figura es:

$$P = 16 \cdot 2,93 = 46,84 \text{ cm}$$

62 Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras naranjas obtenidas mediante un corte plano a un cubo de 6 cm de arista.



a) En primer lugar, hallamos las dimensiones del trapezio isósceles que se ha obtenido:



$$b = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}; \quad b' = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}; \quad c = \frac{b - b'}{2} = 2,13 \text{ cm}$$

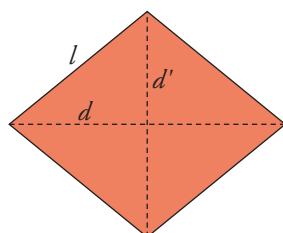
$$h = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,71^2 - 2,13^2} \approx 6,36 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$$A = \frac{b + b'}{2} \cdot h = \frac{8,49 + 4,24}{2} \cdot 6,36 \approx 40,48 \text{ cm}^2$$

$$P = b + b' + 2a = 8,49 + 4,24 + 2 \cdot 6,71 = 26,16 \text{ cm}$$

b) En primer lugar, hallamos las dimensiones del rombo que se ha obtenido:



$$d = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10,39 \text{ cm}$$

$$d' = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}$$

$$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

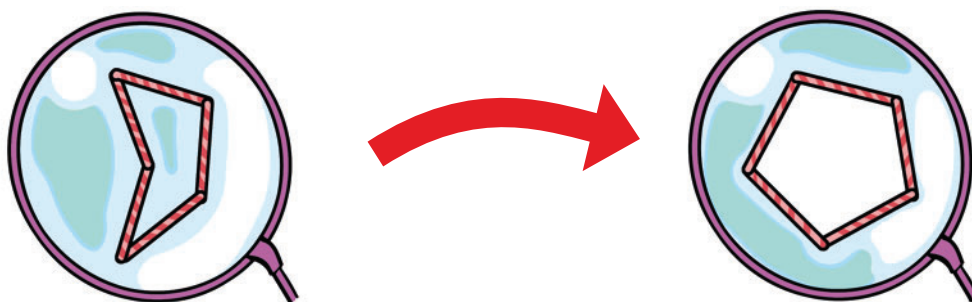
$$A = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{10,39 \cdot 8,49}{2} = 44,11 \text{ cm}^2$$

$$P = 4l = 4 \cdot 6,71 = 26,84 \text{ cm}$$

LEE E INFÓRMATE

¿Por qué son esféricas las pompas de jabón?

Explica por escrito por qué crees que, en este otro caso, el pentágono que se forma es regular:



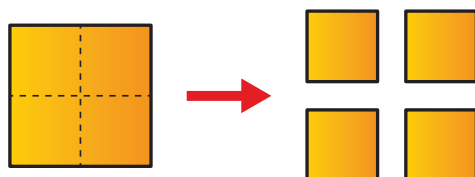
Esta hermosa experiencia sirve para poner de manifiesto que el círculo es la figura plana con mayor superficie a igualdad de perímetro. Y que los polígonos regulares cumplen la misma propiedad en comparación con el resto de polígonos con el mismo número de lados.

El experimento es vistoso y fácil de reproducir. Se puede sugerir a los alumnos y a las alumnas que lo realicen en casa.

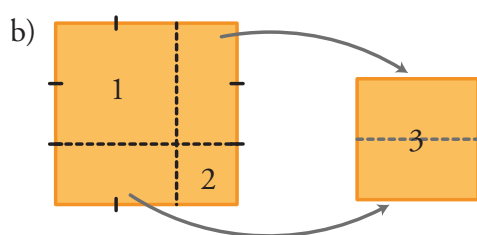
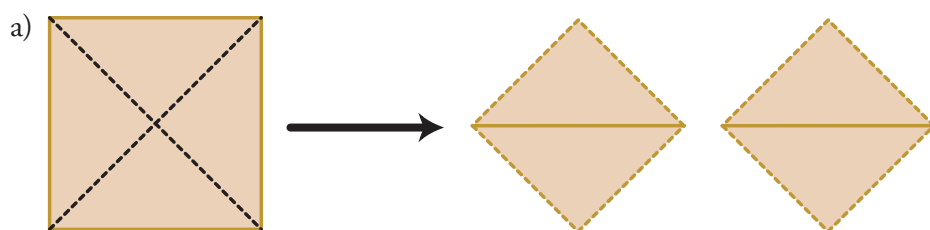
En los polígonos se cumple que entre todos los polígonos de n lados con el mismo perímetro, el de mayor área es el regular (todos sus lados y ángulos son iguales). Al igual que en el caso de la circunferencia, si tenemos un recinto con cinco palitos en la pompa de jabón, se formará un pentágono regular.

INVESTIGA

- Dando dos cortes a un cuadrado se pueden obtener con facilidad 4 cuadrados.



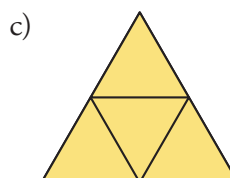
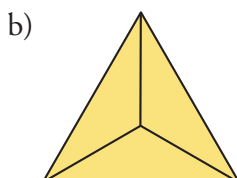
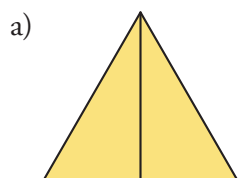
- Dando dos cortes rectos a un cuadrado se pueden formar, con los trozos, dos cuadrados. Hazlo.
- ¡Más difícil todavía! Da dos cortes rectos a un cuadrado y construye, después, con los trozos, tres cuadrados.



- Dibuja un triángulo equilátero.



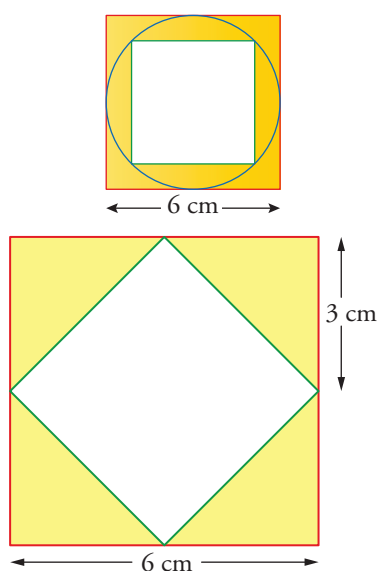
- Divídelo en dos trozos iguales (fácil, ¿verdad?).
- Dibuja otro y divídelo en tres trozos iguales (este es menos fácil).
- ¡Pues también puedes dividirlo en cuatro trozos iguales! Y esto último se puede hacer con un triángulo cualquiera. Compruébalo.



ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Reflexiona antes de actuar

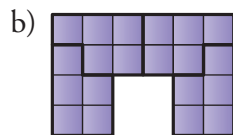
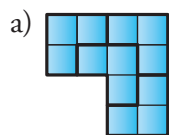
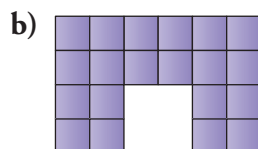
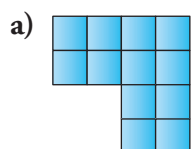
- ¿Cuál es el área de la zona comprendida entre los dos cuadrados?
(Gira el interior del círculo 45°).



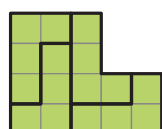
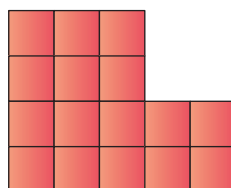
El área de cada triángulo es $A = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$.

Por tanto, el área pedida es $A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot 4,5 = 18 \text{ cm}^2$.

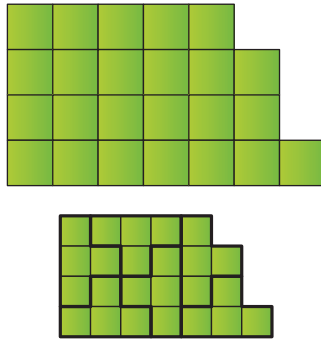
- Busca la manera de partir cada figura en cuatro trozos iguales.



- Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño:

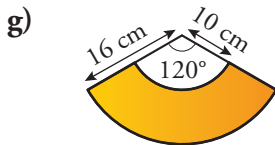
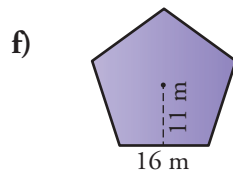
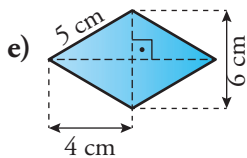
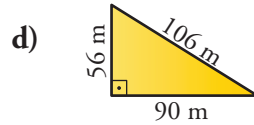
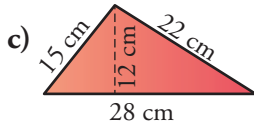
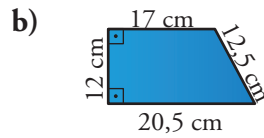
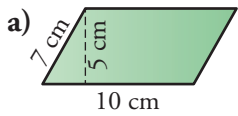


- Divide esta figura en seis partes, todas ellas de igual forma y tamaño:



AUTOEVALUACIÓN

1 Calcula el área y el perímetro de cada figura.



a) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$; $P = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 10 = 34 \text{ cm}$

b) $A = \frac{20,5 + 17}{2} \cdot 12 = 225 \text{ cm}^2$; $P = 12 + 17 + 12,5 + 20,5 = 62 \text{ cm}$

c) $A = \frac{28 \cdot 12}{2} = 168 \text{ cm}^2$; $P = 15 + 22 + 28 = 65 \text{ cm}$

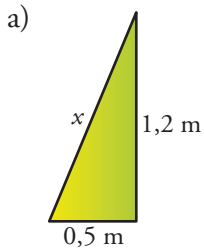
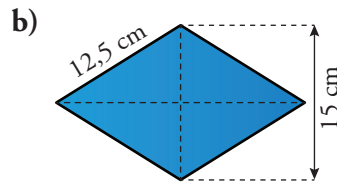
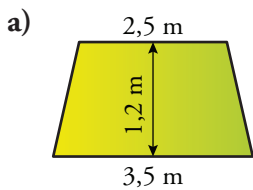
d) $A = \frac{90 \cdot 56}{2} = 2520 \text{ m}^2$; $P = 56 + 106 + 90 = 252 \text{ m}$

e) $A = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$; $P = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}$

f) $A = \frac{5 \cdot 16 \cdot 11}{2} = 440 \text{ m}^2$; $P = 16 \cdot 5 = 80 \text{ m}$

g) $A = (\pi \cdot 16^2 - \pi \cdot 10^2) \cdot \frac{120}{360} \approx 163,36 \text{ cm}^2$; $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 16}{3} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{3} + 2 + 6 \approx 66,45 \text{ cm}$

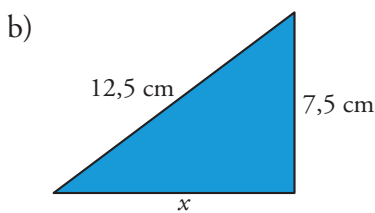
2 Halla el área y el perímetro del trapecio y del rombo.



$$A = \frac{3,5 + 2,5}{2} \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^2$$

$$x = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = 1,3 \text{ m}$$

$$P = 1,3 + 2,5 + 3,5 + 1,3 = 8,6 \text{ m}$$

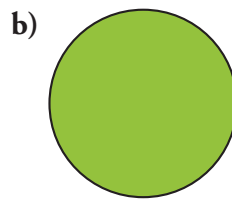
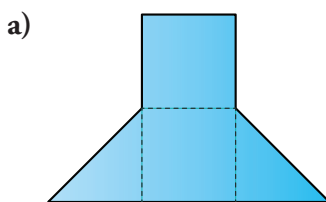


$$x = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = 10 \text{ cm}$$

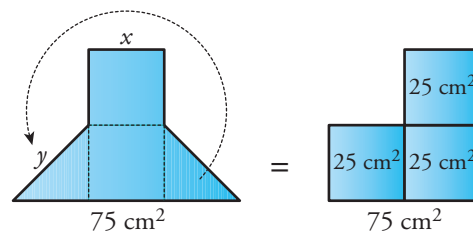
$$A = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ cm}$$

3 Cada una de estas figuras tiene una superficie de 75 m². Calcula sus respectivos perímetros:



a) El área de la figura es equivalente a 3 cuadrados de área 25 m² cada uno:



Por tanto:

$$x = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

$$y = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ m}$$

Hallamos ahora el perímetro:

$$P = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 7,07 = 44,14 \text{ m}$$

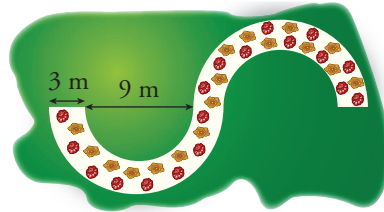
b) Calculamos el radio con la fórmula del área:

$$A = \pi r^2 \rightarrow 75 = \pi r^2 \rightarrow r = 4,9 \text{ m}$$

Entonces el perímetro:

$$P = 2\pi r = 30,7 \text{ m}$$

- 4** En un parque, que está cubierto de césped, se ha delimitado la zona que ves en la ilustración para poner una rosalada. Como preparación, se va a cubrir con mantillo, a razón de medio saco por metro cuadrado. ¿Cuántos sacos de mantillo se van a necesitar?



$$A = \pi \cdot 7,5^2 - \pi \cdot 4,5^2 \approx 113 \text{ m}^2$$

$$113 : 2 = 56,5$$

Se van a necesitar 56 sacos y medio de mantillo.

- 5** Sobre la arena de una plaza circular, que tiene un radio de 30 metros, se va a instalar, para un festival de danza, una plataforma cuadrada de 10 m de lado. El resto del círculo albergará sillas para los espectadores. ¿Qué superficie queda para colocar las sillas?

$$A = \pi \cdot r^2 - l^2 = \pi \cdot 30^2 - 10^2 = 2726$$

Quedan 2726 m² para colocar las sillas.