# Divisibilidad

2

## CLAVES PARA EMPEZAR

**1. Decide si estas divisiones son exactas o no.**

a) 54 : 6 c) 81 : 9

b) 45 : 4 d) 72 : 7

a) Exacta.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 6 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

c) Exacta.

$$\begin{array}{r|l} 81 & 9 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

b) No exacta.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 4 \\ \hline 05 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

d) No exacta.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 7 \\ \hline 02 & 10 \\ 2 & \end{array}$$

**2. Realiza la prueba de la división en las divisiones de la actividad anterior.**

a) $6 \cdot 9 = 54$

c) $9 \cdot 9 = 81$

b) $4 \cdot 11 + 1 = 44 + 1 = 45$

d) $7 \cdot 10 + 2 = 70 + 2 = 72$

**3. Comprueba si estas divisiones están bien resueltas realizando la prueba de la división.**

a)
$$\begin{array}{r|l} 59 & 18 \\ \hline 5 & 3 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 112 & 6 \\ \hline 52 & 18 \\ 4 & \end{array}$$

a) $18 \cdot 3 + 5 = 54 + 5 = 59$. La división está bien resuelta.

b) $18 \cdot 6 + 4 = 108 + 4 = 112$. La división está bien resuelta.

## VIDA COTIDIANA

**No está claro quién inventó la grapadora, este invento sencillo que, sirviéndose de unas piezas metálicas con forma de U, las grapas, ha llegado a convertirse en la forma más sencilla de unir papel de todos los tiempos.**

- **En las especificaciones de la grapadora dice que puede grapar hasta 15 folios. ¿Cuántas grapas como mínimo necesito para grapar 105 folios?**

Si cada grapa vale para 15 folios, agrupamos los 105 folios en grupos de 15, de modo que tenemos 105 : 15 = 7 grupos de folios, nos hacen falta 7 grapas como mínimo.

## RESUELVE EL RETO

**Si soy un número..., ¿los divisores de mis divisores son mis divisores?**

Sí.

**Después del 11, ¿cuáles son los siguientes tres números primos capicúas?**

Los siguientes primos capicúas con 101, 131 y 151.

**Si un número es múltiplo de otro, ¿cuál es el máximo común divisor de los dos números?**

El máximo común divisor de los dos números es el menor de ellos.

**Si un número es divisor de otro, ¿cuál es el mínimo común múltiplo de los dos números?**

El mínimo común múltiplo de ambos es el mayor de ellos.

## ACTIVIDADES

**1. Comprueba si existe relación de divisibilidad entre estos números.**

a) 224 y 40
b) 450 y 50
c) 400 y 16
d) 654 y 32
e) 918 y 54
f) 568 y 46

a) 224 no es divisible por 40.

b) 450 es divisible por 50.

c) 400 es divisible por 16.

d) 654 no es divisible por 32.

e) 918 es divisible por 54.

f) 568 no es divisible por 465.

**2. ¿Cuál de los siguientes números está contenido un número exacto de veces en 288?**

a) 20 b) 36 c) 42 d) 8 e) 16 f) 24

Que un número esté contenido un número exacto de veces en el 288 significa que existe relación de divisibilidad con el número 288. Esto se da con los números 36, 8, 16 y 24.

**3. ¿Es divisible 144 por alguno de los siguientes números?**

a) 2
b) 3
c) 6
d) 8
e) 10
f) 144
g) 288
h) 7
i) 1

Si es divisible por alguno de los números es porque existe relación de divisibilidad entre el número y 144. Los números por los que es divisible 144 entre los que aparecen son: 2, 3, 6, 8, 144 y 1.

**4. Si un número *a* contiene *b* veces a otro número *c*, ¿cuál de las igualdades que ves a continuación es cierta?**

a) $c = a \cdot b$ b) $b = a \cdot c$ c) $a = b \cdot c$

La respuesta es el apartado c) $a = b \cdot c$.

**5. Completa en tu cuaderno.**

a) Como 36 : 4 es una división exacta
Entonces 36 es ... de 4

b) Como 45 : 9 es ...
Entonces 45 es múltiplo de 9

c) Como 51 : 18 no es ...
Entonces 51 no es ... de 18

a) Como 36 : 4 es una división exacta. Entonces 36 es **múltiplo** de 4.

b) Como 45 : 9 es **una división exacta**. Entonces 45 es múltiplo de 9.

c) Como 51 : 18 no es **una división exacta**. Entonces 51 no es **múltiplo** de 18.

**6. Indica los seis primeros múltiplos de 12.**

Los seis primeros múltiplos de 12 son 12, 24, 36, 48, 60 y 72.

**7. ¿Son estos números múltiplos de 6?**

a) 18 b) 260 c) 84 d) 136

a) Sí, porque $18 = 6 \cdot 3$.

b) No, porque 260 no es divisible entre 3.

c) Sí, porque $84 = 28 \cdot 3$.

d) No, porque 136 no es divisible entre 3.

**8. Razona si es cierto o falso.**

a) Cualquier número es múltiplo de 1.

b) Cualquier número es divisible por sí mismo.

a) Verdadero, porque para todo número $a$, $a = 1 \cdot a$.

b) Verdadero, porque para todo número $a$, $a : a = 1$.

**9. ¿De cuáles de estos números es divisor 8?**

a) 144 c) 18 e) 120

b) 56 d) 24 f) 112

a) Sí, porque $144 = 8 \cdot 18$

b) Sí, porque $56 = 8 \cdot 7$

c) No, porque $18 = 8 \cdot 2 + 2$

d) Sí, porque $24 = 8 \cdot 3$

e) Sí, porque $120 = 8 \cdot 15$

f) Sí, porque $112 = 8 \cdot 14$

**10. Indica los divisores en cada caso.**

a) $52 : 2 = 26$ b) $36 : 4 = 9$ c) $75 : 3 = 25$

a) Los divisores de 52 son 2 y 26.

b) Los divisores de 36 son 4 y 9.

c) Los divisores de 75 son 3 y 25.

**11. Razona si es verdadero o falso.**

a) Cualquier número es divisor de 1.

b) 1 es divisor de cualquier número.

c) 1 es múltiplo de cualquier número.

d) Cualquier número impar es múltiplo de 3.

e) Cualquier número es divisor de su doble.

a) Falso. Solo el 1 es divisor del 1.

b) Verdadero.

c) Falso. El 1 solo es múltiplo de sí mismo.

d) Falso. Por ejemplo, 5 es impar y no es múltiplo de 3.

e) Verdadero.

**12. Encuentra todos los divisores de estos números.**

| | | |
|---|---|---|
| a) 10 | d) 26 | g) 33 |
| b) 25 | e) 49 | h) 121 |
| c) 12 | f) 20 | i) 45 |

| | | |
|---|---|---|
| a) 1, 2, 5 y 10 | d) 1, 2, 13 y 26 | g) 1, 3, 11 y 33 |
| b) 1, 5 y 25 | e) 1, 7 y 49 | h) 1, 11 y 121 |
| c) 1, 2, 3, 4, 6 y 12 | f) 1, 2, 4, 5, 10 y 20 | i) 1, 3, 5, 9, 15 y 45 |

**13. Halla todos los divisores de estos números.**

| | | |
|---|---|---|
| a) 36 | c) 225 | e) 1 225 |
| b) 100 | d) 845 | f) 2 412 |

| | |
|---|---|
| a) 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18 y 36 | d) 1, 5, 13, 65, 169 y 845 |
| b) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100 | e) 1, 5, 7, 25, 35, 49, 175, 245 y 1 225 |
| c) 1, 3, 5, 9, 25, 45, 75 y 225 | h) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36, 67, 134, 201, 268, 402, 603, 804, 1 206 y 2 412 |

**14. Lucía tiene 24 lápices de colores.**

a) ¿Cuántos grupos de 6 lápices puede hacer?

b) ¿Cuántos lápices habrá en cada grupo si quiere hacer tres grupos?

a) 4, porque $4 \cdot 6 = 24$

b) 8, porque $3 \cdot 8 = 24$

**15.** **Estos son todos los divisores de un número. Completa en tu cuaderno los números que faltan.**

a) {1, 2, 4, 5, □, □}

b) {1, □, 3, 5, □, 10, 15, □}

c) {1, 2, 3, □, 5, 6, □, □, 15, 20, □, □}

d) {□, 3, 7, □}

a) 10 y 20 b) 2, 6 y 30 c) 4, 10, 12, 30 y 60 d) 1 y 21

**16.** **Queremos repartir 50 caramelos entre un grupo de niños, de tal manera que a todos les corresponda el mismo número de caramelos.**

**Si no podemos partir los caramelos:**

a) ¿Cuántos niños puede haber en el grupo?

b) ¿A cuántos caramelos tocarán?

a) 1, 2, 5, 10, 25 y 50

b) Respectivamente, según el número de niños indicado en el apartado anterior: 50, 25, 10, 2 y 1.

**17.** **Averigua si estos números son primos o compuestos.**

a) 101 b) 113 c) 121 d) 149

a) 101 es primo. c) 121 es compuesto.

b) 113 es primo. d) 149 es primo.

**18.** **Aplica los criterios de divisibilidad para indicar los divisores de estos números.**

a) 51 b) 512 c) 5125 d) 51250

a) Div (51) = {1, 3, 17, 51}

b) Div (512) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512}

c) Div (5125) = {1, 5, 25, 41, 125, 205, 1 025, 5 125}

d) Div (51 250) = {1, 2, 5, 10, 25, 41, 50, 82, 125, 205, 250, 410, 625, 1 025, 1 250, 2 050, 5 125, 10 250, 25 625, 51 250}

**19.** **Completa en tu cuaderno los siguientes números para que sean divisibles por 3.**

a) 45□ c) 6□2 e) 1□14

b) □78 d) 19□4 f) 20□1

a) 0, 3, 6 o 9 c) 1, 4 o 7 e) 0, 3, 6 o 9

b) 3, 6 o 9 d) 1, 4 o 7 f ) 0, 3, 6 o 9

**20. ¿Hay algún número primo que acabe en 2? ¿Y en 3? Razona tu respuesta.**

Solo acaba en 2 y es primo el número 2, porque cualquier otro número que acabe en 2 es par y divisible entre 2.

Sí hay primos que acaben en 3, como el 3, el 13, el 23, el 43… Aunque no todos los que acaban en 3 son primos, como por ejemplo 33.

**21. Decide si estos números son primos o compuestos aplicando los criterios de divisibilidad.**

a) 39
b) 440
c) 137
d) 196
e) 126
f) 1001

a) Compuesto, pues $3 + 9 = 12 \longrightarrow$ Es divisible entre 3.

b) Compuesto, pues es par $\longrightarrow$ Es divisible entre 2.

c) Es primo.

d) Compuesto, pues es par $\longrightarrow$ Es divisible entre 2.

e) Compuesto, pues es par $\longrightarrow$ Es divisible entre 2.

f) Compuesto, pues la diferencia entre la suma de las cifras en lugar par y la suma de las cifras en lugar impar es 0 $\longrightarrow$ Es divisible entre 11.

**22. Descompón los números 8, 20, 45, 70 y 100 en producto de:**

a) Dos factores.
b) Cuatro factores.

a) Respuesta abierta.
Por ejemplo: $8 = 2 \cdot 4$, $20 = 5 \cdot 4$, $45 = 5 \cdot 9$, $70 = 2 \cdot 35$ $100 = 2 \cdot 50$

b) Respuesta abierta.
Por ejemplo: $8 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $20 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ $45 = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
$70 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

**23. María ha escrito un número de 12 cifras que acaba en 6. ¿Es primo o compuesto?**

Es compuesto, porque el 6 es un número par, y significa que el número es divisible al menos entre 2.

**24. ¿En qué cifras terminan los números primos menores que 70? ¿Son primos todos los números que terminan en esas cifras?**

Los primos menores que 70 acaban en: 1, 2, 3, 5, 7 o 9.

No, por ejemplo el 21, el 22, el 33, el 35, el 27 y el 49 no lo son.

**25. Un número capicúa de 3 cifras es de la forma *aba*, con *a* y *b* números de una cifra. ¿Cuál es el menor número primo capicúa de 3 cifras? ¿Hay algún número primo que acabe en 2? ¿Y en 3? Razona tu respuesta.**

El 101, que es primo con $a = 1$ y $b = 0$, y no hay ningún número capicúa de 3 cifras más pequeño.

**26.** **Escribe una descomposición en factores de estos números.**

a) 30 c) 98 e) 38

b) 65 d) 104 f) 72

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ c) $98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$ e) $38 = 2 \cdot 19$

b) $65 = 5 \cdot 13$ d) $104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$ f) $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

**27.** **Escribe tres factorizaciones para el número 320, en las que aparezca el factor 2.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $320 = 2 \cdot 10 \cdot 16$ $320 = 2 \cdot 5 \cdot 32$ $320 = 2 \cdot 4 \cdot 40$

**28.** **¿A qué número corresponden estas factorizaciones?**

a) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ c) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

a) 240 b) 540 c) 600

**29.** **La descomposición en factores primos de un número es $2 \cdot 3 \cdot 5$. ¿Cuál sería la factorización si lo multiplicamos por 6? ¿Y si lo multiplicamos por 10? ¿Y por 15?**

Si lo multiplicamos por 6: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Si lo multiplicamos por 10: $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

Si lo multiplicamos por 15: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

**30.** **Factoriza estos números.**

a) 15 c) 24 e) 55 g) 86

b) 16 d) 29 f) 72 h) 99

a) $15 = 3 \cdot 5$ c) $24 = 2^3 \cdot 3$ e) $55 = 5 \cdot 11$ g) $86 = 2 \cdot 43$

b) $16 = 2^4$ d) $29 = 29$ f) $72 = 2^3 \cdot 3^2$ h) $99 = 3^2 \cdot 11$

**31.** **Descompón estos números en factores primos.**

a) 270 c) 400 e) 675

b) 2470 d) 405 f) 943

a) $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ c) $400 = 2^4 \cdot 5^2$ e) $675 = 3^3 \cdot 5^2$

b) $2\,470 = 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 19$ d) $405 = 3^4 \cdot 5$ f) $943 = 23 \cdot 41$

**32.** **Escribe la descomposición factorial de estos números partiendo de la descomposición del número $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$.**

a) 84 c) 126 e) 420

b) 840 d) 168 f) 210

a) $84 = 42 \cdot 2 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ d) $168 = 42 \cdot 4 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

b) $840 = 42 \cdot 20 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ e) $420 = 42 \cdot 10 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

c) $126 = 42 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ f) $210 = 42 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

**33. Escribe como descomposición de factores primos.**

a) $16 \cdot 27 \cdot 12$

b) $10 \cdot 12 \cdot 18$

c) $10^2 \cdot 15^3$

d) $12^4 \cdot 9^2$

e) $27^3 \cdot 21^2$

a) $2^6 \cdot 3^4$ b) $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$ c) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ d) $2^8 \cdot 3^8$ e) $3^{11} \cdot 7^2$

**34. Contesta razonadamente si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.**

a) En la descomposición en factores primos de 320 aparecen los factores 2, 4 y 5.

b) El factor 3 aparece tres veces en la descomposición en factores primos de 540.

c) Cualquier número acabado en 0 tiene, al menos, dos factores primos en su descomposición.

a) Falso: 4 no es un factor primo.

b) Verdadero: la descomposición es $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$.

c) Verdadero: todo número acabado en 0 es divisible al mismo tiempo por el 2 y el 5.

**35. Escribe todos los divisores de 18 y 72, y encuentra los que sean comunes. Indica cuál es el mayor divisor común.**

Divisores de 18: **1**, **2**, **3**, **6**, **9** y **18.**

Divisores de 72: **1**, **2**, **3**, 4, **6**, 8, **9**, 12, **18**, 24, 36, 72.

Los divisores comunes son: 1, 2, 3, 6, 9 y 18.

El máximo común divisor será el 18.

**36. Halla el máximo común divisor.**

a) 8 y 10 c) 30 y 75 e) 25 y 70

b) 15 y 20 d) 8 y 12 f) 32 y 35

a) m.c.d. (8, 10) = 2 c) m.c.d. (30, 75) = 15 e) m.c.d. (25, 70) = 5

b) m.c.d. (15, 20) = 5 d) m.c.d. (8, 12) = 4 f) m.c.d. (32, 35) = 1

**37. Si m.c.d. (18, 28) = 2, calcula, sin factorizar, el máximo común divisor de:**

a) m.c.d. (36, 56) b) m.c.d. (54, 84)

a) m.c.d. (36, 56) = 4 b) m.c.d. (54, 84) = 6

**38. Encuentra tres parejas de números cuyo máximo común divisor sea 1. ¿Qué condición tienen que cumplir?**

Respuesta abierta. Por ejemplo: (4, 7), (4, 9) y (7, 9).

La condición que cumplen es que no compartan ningún divisor además del 1, es decir, son primos entre sí.

**39.** **David tiene 72 coches y 126 motos en su colección de vehículos en miniatura y quiere colocarlos en las estanterías de su dormitorio sin mezclarlos.**

**Quiere que haya el mismo número de vehículos en cada estantería y, además, para no utilizar mucho espacio, quiere colocar el mayor número de ellos en cada una. Si no quiere que le sobre ningún coche ni ninguna moto:**

a) ¿Cuántos coches y motos tendrá que poner en cada estantería?

b) ¿Cuántas estanterías necesita?

a) Como el m.c.d. (72, 126) = 18 ese es el número de vehículos en cada estantería.

b) Necesita (72 + 126) : 18 = 11 estanterías.

**40.** **En un establecimiento hay que repartir en lotes iguales 30 cajas de vajillas, 18 estuches de cuberterías y 54 mantelerías. Cada lote debe tener el máximo número de cada producto. ¿Cuántas vajillas, cuberterías y mantelerías habrá en cada lote?**

Se calcula el m.c.d. (18, 30, 54) = 6 $\longrightarrow$ Se podrá hacer un máximo de 6 lotes.

Cada lote tendrá 5 vajillas, 3 estuches de cuberterías y 9 mantelerías para que sean iguales.

**41.** **Escribe los primeros múltiplos de 16 y 18, y encuentra los que sean comunes. Indica cuál es el menor múltiplo común.**

Múltiplos de 16: 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144…

Múltiplos de 18: 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144…

El primer múltiplo común es 144, por tanto, m.c.m. (16, 18) = 144.

**42.** **Encuentra el mínimo común múltiplo.**

a) 8 y 10 c) 15 y 25 e) 6 y 32

b) 5 y 12 d) 4 y 20 f) 14 y 147

a) m.c.m. (8, 10) = 40 c) m.c.m. (15, 25) = 75 e) m.c.m. (6, 32) = 96

b) m.c.m. (5, 12) = 60 d) m.c.m. (4, 20) = 20 f) m.c.m. (14, 147) = 294

**43.** **Si m.c.m. (36, 27) = $2^2 \cdot 3^3$, calcula, sin hacer las descomposiciones factoriales, el mínimo común múltiplo de estos números.**

a) m.c.m. (72, 54) b) m.c.m. (72, 27)

a) m.c.m. (72, 54) = $2^3 \cdot 3^3$ b) m.c.m. (72, 27) = $2^3 \cdot 3^3$

**44.** **¿Existe alguna pareja de números cuyo mínimo común múltiplo sea 1?**

De la única forma que pueda pasar es que la pareja sea el (1, 1).

De no ser así, el m.c.m. $(a, b) \geq \text{máx}(a, b) > 1$, en cualquier caso en el que $a$ o $b$ sea distinto de 1.

**45. Alfonso y Mariano han coincidido hoy en la peluquería. Alfonso se corta el pelo cada 42 días, y Mariano lo hace cada 56. Si hoy es 1 de febrero, ¿qué día volverán a coincidir en la peluquería?**

Lo primero que hay que calcular es el m.c.m. (42, 56) = 168. Por tanto, coincidirán a los 168 días.

Si la primera vez es el 1 de febrero, y febrero tiene 28 días, marzo 31, abril 30, mayo 31 y junio 30, coincidirán el 28 + 31 + 30 + 31 + 30 = 150, por lo que coincidirán el día 18 de julio.

**46. En la feria hay tres atracciones que funcionan a la vez. El viaje en noria dura 10 minutos, los coches eléctricos duran 12 minutos y el tren de la bruja, 18 minutos. Si han comenzado a funcionar las tres a la vez, a las 17:45 de la tarde, ¿a qué hora volverán a iniciar su funcionamiento a la vez?**

Lo primero es calcular el m.c.m. (10, 12, 18) = 180. Eso quiere decir que coincidirán cada 180 minutos, que son 3 horas. Por tanto, si coinciden por primera vez a las 17:45 h, volverán a coincidir 3 horas más tarde, es decir, a las 20:45 h.

**47. En una calle, cuatro establecimientos tienen luces intermitentes como decoración navideña. Los intervalos de tiempo durante los que están encendidas son 2, 3, 6 y 8 segundos, respectivamente. Si inician el encendido todas a la vez, a las 7 de la tarde, ¿cuánto tiempo transcurre hasta que vuelven a encenderse todas al mismo tiempo?**

m.c.m. (2, 3, 6, 8) = 24 → Volverán a coincidir a las 19:00:24, es decir, 24 segundos después de la primera vez.

**48. Carmen tiene 4 tipos de cajas con distintas alturas: 12 cm, 15 cm, 18 cm y 20 cm, respectivamente. Quiere colocarlas en columnas, de forma que cada columna tenga solo un tipo de caja y que todas las columnas tengan la misma altura. ¿Cuántas cajas de zapatos tendrá cada columna?**

m.c.m. (12, 15, 18, 20) = 180 es la altura mínima de las columnas. Por tanto:

De las cajas de 12 cm habrá que apilar 180 : 12 = 15 cajas.
De las cajas de 15 cm habrá que apilar 180 : 15 = 12 cajas.
De las cajas de 18 cm habrá que apilar 180 : 18 = 10 cajas.
De las cajas de 20 cm habrá que apilar 180 : 20 = 9 cajas.

## ACTIVIDADES FINALES

**49. Escribe en términos de división los siguientes enunciados.**

a) 42 contiene exactamente 3 veces a 14.
b) Entre 56 y 8 existe una relación de divisibilidad.
c) 34 es divisible por 2.
d) 5 está contenido exactamente 4 veces en 20.

a) $42 = 3 \cdot 14$  b) $56 : 8 = 7$  c) $34 = 2 \cdot 17$  d) $20 = 5 \cdot 4$

**50.** **Di si existe relación de divisibilidad entre:**

a) 135 y 45 c) 238 y 16

b) 172 y 43 d) 225 y 25

a) $135 = 45 \cdot 3 \longrightarrow$ Existe relación de divisibilidad.

b) $172 = 43 \cdot 4 \longrightarrow$ Existe relación de divisibilidad.

c) $238 = 16 \cdot 14 + 14 \longrightarrow$ No existe relación de divisibilidad.

d) $225 = 25 \cdot 9 \longrightarrow$ Existe relación de divisibilidad.

**51.** **Razona si son ciertas o falsas las afirmaciones:**

a) $51 = 3 \cdot 17$, luego 3 y 17 son divisores de 51.

b) $3 \cdot 2 \cdot 17 + 3$ es divisible por 3, por 2 y por 17.

c) $5 \cdot 17 - 5$ contiene exactamente 16 veces a 5.

d) $18 + 18 + 18$ contiene exactamente 2 veces a 27.

e) $67 = 17 \cdot 3 + 16$, por lo que 3 no es divisor de 67, pero 17 sí.

a) Verdadera, $51 : 3 = 17$ y $51 : 17 = 3$.

b) Falsa, si a un múltiplo de 2 se le suman 3 unidades, pasa a ser impar, con lo que no es divisible entre 2.

c) Verdadera, $5 \cdot 17 - 5 = 5 \cdot 16 = 80$.

d) Verdadera, porque $18 + 18 + 18 = 54$ y $27 + 27 = 54$.

e) Falsa, si 3 no es divisor de 67, tampoco lo puede ser 17, porque el resto al dividirlo por uno y otro es distinto de 0 en ambos casos.

**52.** **Encuentra todas las parejas de números, menores que 20, que tienen relación de divisibilidad.**

**Por ejemplo:**

- *4 es divisible por 2.*
- *12 es divisible por 3.*
- *15 es divisible por 5.*

| | | |
|---|---|---|
| 4 es divisible entre 2. | 6 es divisible entre 3. | 10 es divisible entre 5. |
| 6 es divisible entre 2. | 9 es divisible entre 3. | 15 es divisible entre 5. |
| 8 es divisible entre 2. | 12 es divisible entre 3. | 20 es divisible entre 5. |
| 10 es divisible entre 2. | 15 es divisible entre 3. | 12 es divisible entre 6. |
| 12 es divisible entre 2. | 18 es divisible entre 3. | 18 es divisible entre 6. |
| 14 es divisible entre 2. | 8 es divisible entre 4. | 14 es divisible entre 7. |
| 16 es divisible entre 2. | 12 es divisible entre 4. | 16 es divisible entre 8. |
| 18 es divisible entre 2. | 16 es divisible entre 4. | 18 es divisible entre 9. |
| 20 es divisible entre 2. | 20 es divisible entre 4. | 20 es divisible entre 10. |

**53.** **Cuál de estas series está formada por múltiplos de 4? ¿Y por múltiplos de 5?**

a) 1, 4, 9, 16, 25…
b) 5, 10, 15, 20…
c) 8, 10, 12, 14, 16…
d) 4, 8, 16, 24, 32, 40…
e) 1, 5, 10, 20, 30…
f) 20, 40, 60, 80…

Por múltiplos de 4 las series d) y f). Por múltiplos de 5 las series b) y f).

**54.** **Escribe los diez primeros múltiplos de 5 que sean también múltiplos de 2. ¿Qué característica común tienen?**

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100. Todos son múltiplos de 10, es decir, terminan en 0.

**55.** **Halla tres números que sean múltiplos de 6 y de 5 a la vez. ¿Son múltiplos de 10?**

Por ejemplo: 30, 60 y 90. Todos son múltiplos de 10, porque al ser divisibles entre 5 tienen que acabar en 5 o 0, y al ser también divisibles entre 6, no pueden acabar en 5.

**56.** **Encuentra tres números que sean múltiplos de 10 y de 3 a la vez. Observa los números que has escrito y contesta.**

a) ¿Son múltiplos de 6?
b) ¿Son múltiplos de 15?
c) ¿Son múltiplos de 30?

Respuesta abierta. Por ejemplo: 30, 60 y 90.

a) Sí, porque son múltiplos de 2 y de 3.

b) Sí, porque son múltiplos de 3 y de 5.

c) Sí, porque son múltiplos de 2, 3 y 5.

**57.** **Observa la siguiente tabla y relaciona los números de la primera columna con aquellos de la segunda que sean múltiplos suyos.**

| Número | Múltiplo |
|---|---|
| 2 | 12 |
| 3 | 15 |
| 5 | 27 |
| 6 | 36 |
| 7 | 40 |
| 8 | 51 |
| 9 | 80 |
| 10 | 20 |
| 18 | 90 |

El 2 está relacionado con 12, 36, 40, 80, 20 y 90.

El 3 está relacionado con 12, 15, 27, 36, 51 y 90.

El 5 está relacionado con 15, 40, 80, 20 y 90.

El 6 está relacionado con 12, 36 y 90.

El 7 no está relacionado con ninguno.

El 8 está relacionado con 40 y 80.

El 9 está relacionado con 27, 36 y 90.

El 10 está relacionado con 40, 80, 20 y 90.

El 18 está relacionado con 36 y 90.

**58. Escribe los múltiplos indicados en cada caso.**

a) Múltiplos de 2 comprendidos entre 105 y 130.

b) Múltiplos de 3 comprendidos entre 241 y 265.

c) Múltiplos de 3, pero que no lo sean de 2, comprendidos entre 50 y 70.

d) Múltiplos de 5, pero que no lo sean de 10, comprendidos entre 42 y 90.

e) Múltiplos de 9, pero que no lo sean de 3, comprendidos entre 50 y 100.

f) Múltiplos de 11 comprendidos entre 50 y 130.

a) 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124, 126, 128 y 130

b) 243, 246, 249, 252, 255, 258, 261 y 264

c) 51, 57, 63 y 69

d) 45, 55, 65, 75 y 85

e) Imposible, porque todos los múltiplos de 9 lo son también de 3.

f) 55, 66, 77, 88, 99, 110 y 121

**59. Escribe el primer múltiplo de 36 que sea mayor que 2000.**

Si dividimos 2 000 entre 36, no tenemos una división exacta, el cociente sería 55, pero habría resto. De modo que $36 \cdot 55 < 2\,000$, pero $36 \cdot 56 > 2\,000$. Así que el múltiplo buscado será $36 \cdot 56 = 2\,016$.

**60. Escribe dos números que sean múltiplos de 2 y 9 a la vez, que acaben en 0. ¿Son múltiplos de 6? ¿De qué más números son múltiplos?**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 90 y 180.

Son ambos múltiplos de 6.

Las condiciones pedidas las cumplen 90 y todos sus múltiplos, luego cualquiera de ellos es múltiplo de los divisores de 90, que son: Div (90) = {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}.

**61. Escribe dos números que sean múltiplos de 3 y de 5 a la vez. ¿Son múltiplos de 15? ¿Y de 10?**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 15 y 45.

Son múltiplos de 15 porque lo son de 3 y de 5 a la vez. No tienen por qué ser múltiplos de 10.

**62. ¿Cuántos múltiplos de 3 y de 8 a la vez hay que sean menores que 100?**

En total hay cuatro: 24, 48, 72 y 96.

**63. Escribe todos los números del 1 al 20.**

a) Señala los números que son múltiplo de otro número distinto.

b) ¿Cuántos números no son múltiplo de ningún otro?

c) ¿Cuál es el número que es múltiplo de más números?

a) 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20

b) Todos son múltiplos de 1 y de sí mismos, si nos referimos a los que solo son múltiplos de ellos mismos y de la unidad, son: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 y 19.

c) El 12, 18 y 20, que son, en total, múltiplos de 6 números distintos.

**64. Encuentra el menor y el mayor número de tres cifras que sea múltiplo de:**

a) 2 y 3 c) 3 y 5
b) 2 y 5 d) 3 y 7

a) 102 y 996 b) 100 y 990 c) 105 y 990 d) 105 y 987

**66. De un número se sabe que está entre 260 y 270. Además, también es múltiplo de 14. ¿Cuál es ese número?**

$260 = 14 \cdot 18 + 8 \quad 14 \cdot (18 + 1) = 14 \cdot 19 = 266, \qquad 260 < 266 < 270$

**67. Enumera los números comprendidos entre 100 y 200 que son múltiplos de 5 y cumplen que:**

a) La suma de sus cifras es igual a 6.
b) La suma de sus cifras es igual a 7.
c) La suma de sus cifras es igual a 8.
d) La suma de sus cifras es igual a 9.

a) 105 y 150 b) 115 y 160 c) 125 y 170 d) 135 y 180

**68. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones equivalen a esta: «La división de 56 entre 4 es exacta»?**

a) 56 es divisor de 4.
b) 56 es divisible por 4.
c) 4 es divisor de 56.
d) 4 es múltiplo de 56.
e) 56 es múltiplo de 4.
f) El resto de la división de 56 entre 4 es 0.

Equivalen a la afirmación los apartados b), c), e) y f).

**69. El resto de dividir 93 entre 9 es 3. Decide si las siguientes afirmaciones son correctas.**

a) 3 es múltiplo de 9 y 93.
b) El resto es un divisor de 93.
c) Si a 93 le restamos 3 obtenemos un múltiplo de 9.
d) 93 es divisible entre 9 y 3.

a) Falsa b) Verdadera c) Verdadera d) Falsa

**70. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, y razona la respuesta:**

a) Los únicos divisores de 12 son 2 y 4.
b) 2, 5 y 10 son divisores de 40.
c) Los divisores de 63 son 3 y 6.
d) Los divisores de 77 son 1, 7, 11 y 77.

a) Falsa. También son divisores de 12 el 1, el 3, el 6 y el propio 12.

b) Verdadera. La división por cualquiera de los tres números tiene resto 0.

c) Falsa. También son divisores 1, 7, 9, 21 y 63. El número 6 no es divisor.

d) Verdadera. No existen más números que al dividir 77 tengan resto 0.

**71.** **Dada la relación 104 = 4 · 26, ¿qué afirmaciones son verdaderas?**

a) 104 es divisible por 4.
b) 104 es múltiplo de 4.
c) 26 es divisor de 104.
d) 104 es divisible por 26.

a) Verdadera b) Verdadera c) Verdadera d) Verdadera

**72.** **El número *a* es divisible por 4. Halla *a* si el cociente de la división es 29.**

$a = 29 \cdot 4 = 116$

**73.** **El número *a* no es divisible por 5. Halla *a* si el cociente de la división es 38 y el resto es 9.**

$a = 38 \cdot 5 + 9 = 199$

**74.** **Razona si son correctas las siguientes deducciones.**

a) Como 9 es divisor de 72, 3 también lo es.
b) Como 3 es divisor de 42, 9 también lo es.

a) Verdadera, porque 9 es múltiplo de 3.

b) Falsa, porque $42 = 9 \cdot 4 + 6$, de modo que 9 no es divisor de 3.

**75.** **Encuentra todos los divisores de cada uno de los 10 primeros números naturales.**

Div (1) = {1}
Div (2) = {1, 2}
Div (3) = {1, 3}
Div (4) = {1, 2, 4}
Div (5) = {1, 5}
Div (6) = {1, 2, 3, 6}
Div (7) = {1, 7}
Div (8) = {1, 2, 4, 8}
Div (9) = {1, 3, 9}
Div (10) = {1, 2, 5, 10}

**76.** **Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y después aplica los criterios de divisibilidad para completarla, con «sí» o «no».**

| Divisible por | 2 | 3 | 5 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|
| 128 | Sí | No | No | No | No |
| 251 | No | No | No | No | No |
| 495 | No | Sí | Sí | No | Sí |
| 968 | Sí | No | No | No | Sí |
| 11616 | Sí | Sí | No | No | Sí |
| 5625 | No | Sí | Sí | No | No |

**77.** **Un número es divisible entre 4 cuando sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4. Copia la tabla en tu cuaderno y completa.**

| Divisible por | 2 | 4 |
|---|---|---|
| 168 | **Sí** | **Sí** |
| 271 | **No** | **No** |
| 494 | **Sí** | **No** |
| 962 | **Sí** | **No** |
| 11610 | **Sí** | **No** |

**78.** **Razona si todos los números divisibles por 2 son divisibles también por 4. ¿Y al revés?**

Que un número sea divisible entre 2 no implica que también lo sea entre 4. Un ejemplo podría ser el número 6. Que es divisible entre dos pero no lo es entre 4.

Por otro lado, si un número es divisible entre 4, por fuerza tiene que ser un número par, por lo que también será divisible entre 2.

**80.** **Comprueba si los siguientes números son divisibles entre 15.**

a) 205 b) 210 c) 215 d) 218 e) 220 f) 225

a) $2 + 5 = 7$ que no es divisible entre 3 $\longrightarrow$ 205 no es divisible entre 15.

b) 210 es divisible entre 3 porque $2 + 1 + 0 = 3$ y entre 5, por lo que es divisible entre 15.

c) $2 + 1 + 5 = 8$ que no es divisible entre 3 $\longrightarrow$ 215 no es divisible entre 15.

d) 218 no es divisible entre 5 $\longrightarrow$ 218 no es divisible entre 15.

e) $2 + 2 + 0 = 4$ que no es divisible entre 3 $\longrightarrow$ 220 no es divisible entre 15.

f) 225 es divisible entre 3 porque $2 + 2 + 5 = 9$ y entre 5, por lo que es divisible entre 15.

**81.** **Razona si los siguientes números son divisibles entre 33.**

a) 2145 c) 920 e) 3303
b) 462 d) 1848 f) 3003

$33 = 3 \cdot 11$

a) 2 145 es divisible entre 33, porque es divisible entre 11 y también lo es entre 3.

b) 462 es divisible entre 33, porque lo es entre 11 y entre 3.

c) 920 no es divisible entre 3 ni entre 11, así que no es divisible entre 33.

d) 1 848 es divisible entre 33, porque lo es entre 11 y entre 3.

e) 3 303 no es divisible entre 11, así que no es divisible entre 33.

f) 3 003 es divisible entre 33, porque es divisible entre 11 y también lo es entre 3.

**82.** **Un número es divisible por 6 cuando lo es por 2 y 3 a la vez. Copia la tabla y complétala en tu cuaderno.**

| Divisible por | 2 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|
| 135 | No | Sí | No |
| 248 | Sí | No | No |
| 762 | Sí | Sí | Sí |
| 840 | Sí | Sí | Sí |
| 968 | Sí | No | No |
| 3054 | Sí | Sí | Sí |
| 4512 | Sí | Sí | Sí |

**83.** **Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras son 0 o forman un múltiplo de 8. Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.**

| Divisible por | 2 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|
| 1000 | Sí | Sí | Sí |
| 1560 | Sí | Sí | Sí |
| 980 | Sí | Sí | No |
| 4120 | Sí | Sí | Sí |
| 13332 | Sí | Sí | No |
| 2408 | Sí | Sí | Sí |

**84.** **Un número es divisible entre 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9. Completa en tu cuaderno la tabla.**

| Divisible por | 3 | 9 |
|---|---|---|
| 33 | Sí | No |
| 630 | Sí | Sí |
| 990 | Sí | Sí |
| 4920 | Sí | No |

**85.** **Encuentra tres números naturales que cumplan cada una de las siguientes condiciones.**

a) Divisibles por 2, por 4 y por 8 a la vez.
b) Divisibles por 3, por 9 y por 27 a la vez.
c) Divisibles por 2, por 3 y por 4 a la vez.
d) Divisibles por 3, por 6 y por 9 a la vez.

Respuestas abiertas. Por ejemplo:

a) 8, 16 y 24　　b) 27, 54 y 81　　c) 12, 24 y 36　　d) 18, 36 y 54

**86.** **Encuentra los múltiplos de 11 que se pueden formar con las cifras 1, 4, 3 y 6.**

6 413, 6 314, 1 463, 1 364, 4 631, 4 136, 3 641 y 3 146

**87.** **Utiliza las cifras 3, 4, 5 y 6 para escribir números de 4 cifras que sean divisibles entre 11.**

3 465, 3 564, 6 435, 6 534, 5 643, 5 346, 4 653 y 4 356

**88.** **¿Puedes formar un múltiplo de 11 con las cifras 2, 4 y 5? Si es posible, indica cuáles, y si no es posible, indica por qué.**

No se puede formar ningún número de 3 cifras múltiplo de 11 con las cifras 2, 4 y 5, porque no hay manera alguna de sumar 2 de estas cifras y restar otra para conseguir 0 o un múltiplo de 11, con lo que nunca se cumple el criterio de divisibilidad.

**90.** **¿Cuánto debe valer la cifra *a* para que el número 2*a*3*a* sea divisible entre 5? ¿Y para que sea divisible entre 3?**

La cifra $a$ tiene que valer 5 o 0 para ser divisible entre 5.

Para ser divisible entre 3, $a$ tiene que ser 2, 5 u 8, de otro modo no cumple el criterio de divisibilidad.

**91.** **¿Cuánto debe valer *a* para que el número 2*a*31 sea divisible entre 11? ¿Y para que sea divisible entre 3?**

La cifra $a$ tiene que valer 4, porque de otro modo no se cumple que $2 + 3 - (a + 1) = 0$ o múltiplo de 11.

Para ser múltiplo de 3, la suma $2 + a + 3 + 1 = 6 + a$ tiene que resultar un múltiplo de 3.
En este caso $a$ puede ser 0, 3, 6 y 9.

**92.** **Calcula el menor número que debemos sumar a 6 180 para obtener un múltiplo de 11.**

$6\,180 = 11 \cdot 561 + 9 \rightarrow 11 \cdot (561 + 1) = 6\,182$

El menor número que se debe sumar es 2.

**93.** **Razona si es cierto o falso.**

a) 3 es divisor de 153.
b) 5 es divisor de 250.
c) 10 es divisor de 410.
d) 4 es divisor de 210.
e) 6 es divisor de 330.
f) 11 es divisor de 333.

a) Cierto. $1 + 5 + 3 = 9$ que es divisible entre 3 $\rightarrow$ 153 es divisible entre 3.

b) Cierto. Como 250 acaba en 0 es divisible entre 5.

c) Cierto. Como 410 acaba en 0 es divisible entre 10.

d) Falso. 210 no es divisible entre 4 porque 10 no lo es.

e) Cierto. 330 es divisible entre 6 porque lo es a la vez entre 2 porque es par y de 3 porque $3 + 3 + 0 = 6$, que es múltiplo de 3.

f) Falso. 333 no es divisor de 11 porque $3 + 3 - 3 = 3$, que no es 0 ni un múltiplo de 11.

**94.** **Clasifica estos números en primos y compuestos.**

3 9 23 35 47 53 65 73 81 96

Primos: 3, 23, 47, 53 y 73.

Compuestos: 9, 35, 65, 81 y 96.

**95.** **Copia en tu cuaderno y completa la tabla.**

| Número | Divisores | Primo/Compuesto |
|---|---|---|
| 17 | {1, 17} | Primo |
| 29 | {1, 29} | Primo |
| 58 | {1, 2, 29, 58} | Compuesto |
| 72 | {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72} | Compuesto |
| 97 | {1, 97} | Primo |
| 113 | {1, 113} | Primo |

**96.** **Si la división $a : 4$ es exacta, ¿el número $a$ es primo o compuesto?**

Es un número compuesto, porque se puede dividir además de por el 1 y por sí mismo, por el 4.
En el caso que fuese el número 4, también sería un número compuesto, ya que el 4 es divisible entre 2.

**97.** **Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.**

a) Un número primo no es divisible por ningún número.
b) Los divisores de un número compuesto son compuestos también.
c) Las divisiones entre números primos son exactas.
d) Existen dos números primos consecutivos.

a) Falso. Se puede dividir entre él mismo y el 1.

b) Falso. El número 8 tiene como divisor el 2, que es primo.

c) Falso. Si se divide 7 entre 3 tenemos una división entre números primos y el resultado no es exacto.

d) Verdadero. El 2 y el 3 son primos y son números consecutivos.

**98.** **Si $p$ y $q$ son dos números primos, discute las siguientes afirmaciones.**

a) $p + q$ es primo. c) $p - q$ es primo.
b) $p \cdot q$ es primo. d) $3p$ es primo.

a) Falso. $12 = 5 + 7$, que son primos, y sin embargo 12 no lo es.

b) Falso. $p \cdot q$ no es primo porque es divisible entre $p$ y entre $q$.

c) Falso. Si $p = 11$ y $q = 7$, que son ambos primos, $p - q = 4$ no lo es, porque es divisible entre 2.

d) Falso. $3p$ no es primo porque es divisible entre 3.

**99.** **Obtén la descomposición factorial en factores primos de los siguientes números.**

a) 560 b) 2700 c) 616 d) 784 e) 378 f) 405

a) $560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$ c) $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$ e) $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

b) $2\,700 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ d) $784 = 2^4 \cdot 7^4$ f) $405 = 3^4 \cdot 5$

**100.** **¿A qué número corresponden las siguientes descomposiciones en factores primos?**

a) $2^2 \cdot 3$ c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ e) $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
b) $2^3 \cdot 3^2$ d) $3^2 \cdot 7$ f) $2 \cdot 3^3 \cdot 7$

a) 12 b) 72 c) 90 d) 63 e) 630 f) 378

**101. Mario y Luis han factorizado el número 2 250 obteniendo estos resultados:**

**Mario: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ Luis: $3^2 \cdot 5^2 \cdot 10$**

**¿Son correctos sus resultados?**

Es correcto el de Mario. Luis no ha factorizado bien porque 10 no es un factor primo.

**102. Agrupa factores y escribe correctamente estas descomposiciones factoriales.**

a) $2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3^3$ c) $3^2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3^2$

b) $5^2 \cdot 7 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 7$ d) $2^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 2$

a) $2^3 \cdot 3^4$ b) $5^6 \cdot 7^5$ c) $3^4 \cdot 5^2$ d) $2^4 \cdot 7^3$

**103. Identifica los errores existentes en las siguientes descomposiciones en factores primos.**

a) $77 = 7 \cdot 7$ d) $1\,200 = 15 \cdot 8 \cdot 10$

b) $99 = 33 \cdot 3$ e) $800 = 23 \cdot 100$

c) $100 = 10 \cdot 2$ f) $500 = 5^3 \cdot 10^2$

a) La igualdad no es correcta, lo correcto es: $77 = 7 \cdot 11$.

b) 33 no es un factor primo, hay que descomponerlo en $3 \cdot 11$, lo correcto es: $99 = 3^2 \cdot 11$.

c) El 2 no es un factor sino un exponente y 10 no es primo, lo correcto sería: $100 = 2^2 \cdot 5^2$.

d) La igualdad es correcta pero los factores no son primos, lo correcto sería: $1\,200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$.

e) En este caso hay un error en la igualdad, ya que para ser correcta debería ser $800 = 2^3 \cdot 100$, pero en todo caso 100 no es primo, lo correcto sería: $800 = 2^5 \cdot 5^2$.

f) En este caso la igualdad no es cierta, además 10 no es un factor primo. Lo correcto sería: $500 = 2^2 \cdot 5^3$.

**105. Factoriza estos productos.**

a) $36 \cdot 49$ b) $39 \cdot 96$ c) $28 \cdot 156$ d) $125 \cdot 24$

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ b) $2^5 \cdot 3^2 \cdot 13$ c) $2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$ d) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$

**106. Halla el máximo común divisor.**

a) 10 y 15 d) 5 y 36 g) 39 y 66

b) 12 y 20 e) 15 y 18 h) 32 y 75

c) 12 y 18 f) 70 y 90 i) 100 y 150

a) $10 = 2 \cdot 5$ $15 = 3 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.d. (10, 15) = 5

b) $12 = 2^2 \cdot 3$ $20 = 2^2 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.d. (12, 20) $= 2^2 = 4$

c) $12 = 2^2 \cdot 3$ $18 = 2 \cdot 3^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (12, 18) $= 2 \cdot 3 = 6$

d) $5 = 5$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (5, 36) = 1

e) $15 = 3 \cdot 5$ $18 = 2 \cdot 3^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (15, 18) = 3

f) $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.d. (70, 90) $= 2 \cdot 5 = 10$

g) $39 = 3 \cdot 13$ $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ $\rightarrow$ m.c.d. (39, 66) = 3

h) $32 = 2^5$ $75 = 3 \cdot 5^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (32, 75) = 1

i) $100 = 2^2 \cdot 3^2$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (100, 150) $= 2 \cdot 5^2 = 50$

**107.** **Obtén el mínimo común múltiplo:**

a) 8 y 20 d) 18 y 27 g) 20 y 30
b) 4 y 21 e) 14 y 15 h) 45 y 24
c) 16 y 64 f) 25 y 12 i) 54 y 81

a) $8 = 2^3$ $20 = 2^2 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.m. $(8, 20) = 2^3 \cdot 5 = 40$

b) $4 = 2^2$ $21 = 3 \cdot 7$ $\rightarrow$ m.c.m. $(4, 21) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$

c) $16 = 2^4$ $64 = 2^6$ $\rightarrow$ m.c.m. $(16, 64) = 2^6 = 64$

d) $18 = 2 \cdot 3^2$ $27 = 3^3$ $\rightarrow$ m.c.m. $(18, 27) = 2 \cdot 3^3 = 54$

e) $14 = 2 \cdot 7$ $15 = 3 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.m. $(14, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

f) $25 = 5^2$ $12 = 2^2 \cdot 3$ $\rightarrow$ m.c.m. $(25, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$

g) $20 = 2^2 \cdot 5$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.m. $(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

h) $45 = 3^2 \cdot 5$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $\rightarrow$ m.c.m. $(45, 24) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

i) $54 = 2 \cdot 3^3$ $81 = 3^4$ $\rightarrow$ m.c.m. $(54, 81) = 2 \cdot 3^4 = 162$

**108.** **Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de estos grupos de números.**

a) 10, 20 y 100 c) 5, 9 y 45 e) 4, 30 y 50
b) 9, 18 y 15 d) 2, 12 y 21 f) 24, 36 y 42

a) m.c.d. (10, 20, 100) = 10 m.c.m. (10, 20, 100) = 100

b) m.c.d. (9, 15, 18) = 3 m.c.m. (9, 15, 18) = 90

c) m.c.d. (5, 9, 45) = 1 m.c.m. (5, 9, 45) = 45

d) m.c.d. (2, 12, 21) = 1 m.c.m. (2, 12, 21) = 84

e) m.c.d. (4, 30, 50) = 2 m.c.m. (4, 30, 50) = 300

f) m.c.d. (24, 36, 42) = 6 m.c.m. (24, 36, 42) = 504

**109.** **Encuentra tres parejas de números cuyo máximo común divisor sea cada uno de los siguientes.**

a) 4 b) 10 c) 6 d) 5 e) 2 f) 12

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) 8 y 12, 16 y 20, 4 y 8

b) 10 y 20, 20 y 50, 50 y 70

c) 6 y 12, 12 y 18, 60 y 66

d) 5 y 10, 15 y 20, 10 y 55

e) 2 y 4, 4 y 10, 100 y 102

f) 12 y 24, 24 y 36, 36 y 48

**110.** **Encuentra dos parejas de números cuyo mínimo común múltiplo sea cada uno de los siguientes.**

a) 40 c) 120 e) 16

b) 45 d) 125 f) 540

a) m.c.m. $(a, b) = 40 = 2^3 \cdot 5$

Por ejemplo, $a = 2^3$ y $b = 5$ o $a = 2^2 \cdot 5$ y $b = 2^3$ $\rightarrow$ Las parejas: (8, 5) y (8, 20).

b) m.c.m. $(a, b) = 45 = 3^2 \cdot 5$

Por ejemplo, $a = 3^2$ y $b = 5$ o $a = 3 \cdot 5$ y $b = 3^2$ $\rightarrow$ Las parejas: (9, 5) y (15, 9).

c) m.c.m. $(a, b) = 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Por ejemplo, $a = 2^3$ y $b = 5 \cdot 3$ o $a = 2^2 \cdot 5$ y $b = 2^3 \cdot 3$ $\rightarrow$ Las parejas: (8, 15) y (20, 24).

d) m.c.m. $(a, b) = 125 = 5^3$

Por ejemplo, $a = 5^3$ y $b = 5$ o $a = 5^2$ y $b = 5^3$ $\rightarrow$ Las parejas: (5, 125) y (25, 125).

e) m.c.m. $(a, b) = 16 = 2^4$

Por ejemplo, $a = 2^3$ y $b = 2^4$ o $a = 2^2$ y $b = 2^4$ $\rightarrow$ Las parejas: (8, 16) y (4, 16).

f) m.c.m. $(a, b) = 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

Por ejemplo, $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ y $b = 2^2 \cdot 3^3$ o $a = 2^2 \cdot 5$ y $b = 3^3$ $\rightarrow$ Las parejas: (30, 108) y (20, 27).

**112.** **Decide si en estas parejas los números son primos entre sí.**

a) 12 y 15 c) 45 y 16 e) 42 y 36

b) 15 y 49 d) 22 y 21 f) 39 y 52

a) $12 = 2^2 \cdot 3$ y $15 = 3 \cdot 5$ $\rightarrow$ m.c.d. (12, 15) = 3 $\rightarrow$ No son primos entre sí.

b) $15 = 3 \cdot 5$ y $49 = 7^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (15, 49) = 1 $\rightarrow$ Sí son primos entre sí.

c) $45 = 3^2 \cdot 5$ y $16 = 2^4$ $\rightarrow$ m.c.d. (16, 45) = 1 $\rightarrow$ Sí son primos entre sí.

d) $22 = 2 \cdot 11$ y $21 = 3 \cdot 7$ $\rightarrow$ m.c.d. (21, 22) =1 $\rightarrow$ Sí son primos entre sí.

e) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ y $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (36, 42) = 6 $\rightarrow$ No son primos entre sí.

f) $39 = 3 \cdot 13$ y $52 = 2^2 \cdot 13$ $\rightarrow$ m.c.d. (39, 52) = 13 $\rightarrow$ No son primos entre sí.

**113.** **Comprueba, con algunos ejemplos, que si dos números son primos entre sí, su m.c.m. es el producto de ambos números.**

Se pueden usar diferentes números, por ejemplo:

$15 = 3 \cdot 5$ y $49 = 7^2$ $\rightarrow$ m.c.d. (15, 49) = 1 $\rightarrow$ Son primos entre sí.

m.c.m. $(15, 49) = 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 15 \cdot 49 = 735$

$45 = 3^2 \cdot 5$ y $16 = 2^4$ $\rightarrow$ m.c.d. (16, 45) = 1 $\rightarrow$ Son primos entre sí.

m.c.m. $(16, 45) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 16 \cdot 45 = 720$

**114.** **En un almacén hay 18 000 platos. La empresa decide empaquetarlos en cajas que contengan una docena de platos cada una.**

a) ¿Cuántas cajas serán necesarias para empaquetar todos los platos?

b) Si el número de platos del almacén es el triple, ¿cuántas cajas son necesarias?

c) Si en las cajas solo cabe media docena de platos, ¿cuántas cajas serían necesarias?

a) $18\,000 : 12 = 1\,500$ cajas

b) $1\,500 \cdot 3 = 4\,500$ cajas

c) $1\,500 \cdot 2 = 3\,000$ cajas

**115.** **Una papelería vende lápices en cajas de 8, de 10 o de 15 unidades. ¿Cuántas cajas de cada clase puede vender si tiene 270 lápices y todas tienen el mismo número? ¿Venderá todos los lápices en cada caso?**

Cajas de 8: $270 : 8 \rightarrow$ Nos da 33 cajas, pero sobran 6 lápices.

Cajas de 10: $270 : 10 = 27$ cajas, no sobra ningún lápiz.

Cajas de 15: $270 : 15 = 18$ cajas, no sobra ningún lápiz.

Venderá todos los lápices si los pone a la venta en cajas de 10 y de 15, pero no en cajas de 8.

**116.** **Una familia acude a un restaurante para celebrar las bodas de oro de los abuelos; en total son 32 personas y el restaurante dispone de mesas para 4, 6 y 8 personas.**

a) ¿De cuántas formas se pueden organizar si quieren que todas las mesas tengan los mismos comensales?

b) ¿Y si las mesas fueran de distintas capacidades?

a) Como 4 y 8 son divisores de 32, se pueden organizar las mesas de estas dos maneras:

Manera A: 8 mesas de 4 personas

Manera B: 4 mesas de 8 personas

No se pueden organizar en mesas de 6 personas, pues 6 no es divisor de 32 y sobraría gente.

b) Hay varias maneras. Estos son algunos ejemplos:

Manera A: 4 mesas de 4 y 2 mesas de 8 $\rightarrow 4 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 32$

Manera B: 5 mesas de 4 y 2 mesas de 6 $\rightarrow 5 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 32$

**117.** **Tania tenía una bolsa de 35 caramelos y se ha comido varios. No recuerda cuántos se ha comido, pero sí sabe que los que le quedan los puede guardar en bolsas de 2, de 3 y de 5 caramelos, sin que le sobre ninguno.**

a) ¿Cuántos caramelos le quedan?

b) Si los guarda en bolsas de 2, ¿cuántas necesitará?

c) ¿Y si lo hace en bolsas de 3? ¿Y en bolsas de 5?

a) Quedan menos de 35 caramelos. La cantidad será un múltiplo de 2, 3 y 5.
m.c.m. (2, 3, 5) = 30 → Le quedan 30 caramelos (porque los números entre 31 y 35 que serían las otras posibilidades no cumplen las dos condiciones de menor de 35 y múltiplo de 2, 3 y 5).

b) Necesita 30 : 2 = 15 bolsas de 2 caramelos cada una.

c) En bolsas de 3 necesitaría 30 : 3 = 10 bolsas.
Y en bolsas de 5 serían → 30 : 5 = 6 bolsas de 5 caramelos cada una.

**118.** **Alicia quiere colocar 45 libros en estanterías de forma que en cada una haya el mismo número.**

a) ¿Cuántos libros puede haber en cada estantería?

b) ¿Cuántas estanterías serían necesarias en cada caso?

a) Los libros que puede haber en cada estantería corresponden con los divisores de 45.
Div (45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}

b) 45 estanterías de 1 libro.
15 estanterías de 3 libros.
9 estanterías de 5 libros.
5 estanterías de 9 libros.
3 estanterías de 15 libros.
1 estantería de 45 libros.

**119.** **Pedro quiere pegar las 120 fotos de su viaje a Granada en un álbum cuyas páginas admiten 2, 3 o 4 fotos.**

a) ¿Cuántas páginas debe tener el álbum si quiere que en cada página haya el mismo número de fotos?

b) ¿Y si admite que haya páginas con distinto número de fotos?

c) ¿Cuál es el máximo número de páginas del álbum? ¿Y el mínimo?

a) Si coloca 2 fotos por página, 120 : 2 = 60 páginas.
Si coloca 3 fotos por página, 120 : 3 = 40 páginas.
Si coloca 4 fotos por página, 120 : 4 = 30 páginas.

b) Hay varias posibilidades. Estos son algunos ejemplos:
POSIBILIDAD A: 5 páginas con 2 fotos, 10 páginas con 3 y 20 páginas con 4 fotos.
POSIBILIDAD B: 20 páginas con 3 fotos y 15 páginas con 4 fotos.

c) El máximo son 60 páginas (colocando el menor número de fotos, 2, en cada hoja).
El mínimo son 30 páginas (colocando el mayor número de fotos, 4, en cada hoja).

**120.** **Héctor tiene 48 soldaditos de plomo y quiere colocarlos en fila de modo que en cada una haya la misma cantidad de soldaditos, pero siempre más de 3 y menos de 20.**

a) ¿Cuántos soldaditos puede haber en cada fila?

b) ¿Cuántas formas diferentes tiene de organizar a los soldaditos?

a) El número de soldaditos que puede haber en cada fila serán divisores de 48 comprendidos entre 3 y 20.

Div (48) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

Puede haber 4, 6, 8, 12 o 16 soldaditos en cada fila.

b) 5 formas diferentes:

12 filas de 4 soldados.
8 filas de 6 soldados.
6 filas de 8 soldados.
4 filas de 12 soldados.
3 filas de 16 soldados.

**121.** **Elena y Marta tienen una colección completa de cromos. Elena los cuenta de 7 en 7 y Marta de 4 en 4. ¿Cuál es el mínimo número de cromos que tiene la colección?**

m.c.m. (4, 7) = 28 cromos

**122.** **Un carpintero quiere cortar una tabla de 56 cm de largo y 40 cm de ancho, sin que le sobre madera, en cuadros iguales lo más grandes posible. ¿Cómo debe hacerlo?**

$40 = 2^3 \cdot 5$ y $56 = 2^3 \cdot 7 \rightarrow$ m.c.d. $(40, 56) = 2^3 = 8$

Los cuadrados deben tener una dimensión de $8 \times 8$ cm.

$56 : 8 = 7$ y $40 : 8 = 5 \rightarrow$ Cortaría $5 \cdot 7 = 35$ cuadrados de $8 \times 8$ cm.

**123.** **Queremos dividir una nave rectangular de 140 m de ancho y 200 m de largo en compartimentos cuadrados con la máxima superficie posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada compartimento?**

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ y $200 = 2^3 \cdot 5^2 \rightarrow$ m.c.d. $(140, 200) = 2^2 \cdot 5 = 20$

Cada lado debe medir 20 metros de ancho.

**124.** **Se van a poner plaquetas cuadradas del mayor tamaño posible en un aula rectangular de 12 m de largo y 10 m de ancho.**

a) ¿Cuál será el tamaño de cada plaqueta?

b) ¿Cuántas plaquetas se pondrán?

a) $12 = 2^2 \cdot 3$ y $10 = 2 \cdot 5 \rightarrow$ m.c.d. $(12, 10) = 2 \rightarrow$ El lado de cada plaqueta será de 2 m.

b) $12 : 2 = 6$ y $10 : 2 = 5 \rightarrow$ Se obtendrán $6 \cdot 5 = 30$ plaquetas.

**125. Alfonso tiene una colección de monedas con 63 monedas de Europa y 35 de América. Quiere hacer el mínimo número posible de lotes iguales, sin mezclar monedas de distinto continente y sin que le sobre ninguna.**

a) ¿Cuántos lotes hará?

b) ¿Cuántas monedas tendrá cada lote?

$63 = 3^2 \cdot 7$ y $35 = 5 \cdot 7 \rightarrow$ m.c.d. $(35, 63) = 7$

Se organizarán en lotes de 7 monedas.

Se obtienen $63 : 7 = 9$ lotes de monedas de Europa y $35 : 7 = 5$ lotes de monedas de América.

En total, $9 + 5 = 14$ lotes de 7 monedas cada uno.

**126. Luisa tiene 16 tarjetas rojas, 20 amarillas, 24 azules y 32 verdes. Desea hacer grupos iguales de tarjetas sin que sobre ninguna.**

a) ¿Cuál es el número máximo de grupos que puede hacer?

b) ¿Cuántas tarjetas de cada color habrá en cada grupo?

a) $16 = 2^4$ $20 = 2^2 \cdot 5$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $32 = 2^5 \rightarrow$ m.c.d. $(16, 20, 24, 32) = 2^2 = 4$

Puede hacer 4 grupos.

b) $16 : 4 = 4$ tarjetas rojas $24 : 4 = 6$ tarjetas azules

$20 : 4 = 5$ tarjetas amarillas $32 : 4 = 8$ tarjetas verdes

**127. Raquel y Beatriz van a montar a caballo. Raquel lo hace cada 3 días, y Beatriz, cada cuatro días. Si coinciden el 24 de febrero:**

a) ¿Cuándo volverán a coincidir?

b) ¿Cuántos días habrá ido cada una a montar antes de volver a coincidir?

a) m.c.m. $(3, 4) = 12 \rightarrow$ Cada 12 días coinciden de nuevo, con lo que vuelven a coincidir el 8 de marzo.

b) Raquel habrá ido $12 : 3 = 4$ veces y Beatriz $12 : 4 = 3$ veces.

**128.** **En la iluminación del árbol de Navidad hay luces verdes, rojas y amarillas. Las verdes se encienden cada 12 segundos, las rojas cada 15 segundos y las amarillas cada 9 segundos.**

a) ¿Cada cuántos segundos coinciden los tres tipos de luces?

b) En una hora, ¿cuántas veces coinciden encendidas?

a) m.c.m. (9, 12, 15) = 180. Coinciden cada 180 segundos.

b) 1 h = 3 600 s $\rightarrow$ 3 600 : 180 = 20. En una hora coinciden 20 veces encendidas.

**129.** **Andrés tiene una colección de sellos que puede agrupar de 12 en 12, de 16 en 16 y de 18 en 18 sin que sobre ninguno. ¿Cuál es el número de sellos que puede tener si se sabe que es menor que 150?**

m.c.m. (12, 16, 18) = 144 sellos

## DEBES SABER HACER

**1.** **Encuentra, entre estos números, los múltiplos de 8 que sean divisibles entre 12:**

288 364 576 1 248 480 356 672

De entre esos números son múltiplos de 8: 288, 576, 1 248, 480 y 672.

A su vez, de esos números que son múltiplos de 8, son divisibles entre 12 los siguientes: 288, 576, 1 248, 480 y 672 (es decir, todos).

**2.** **Halla todos los divisores de estos números.**

a) 75 b) 77 c) 81 d) 96 e) 121 f) 113

a) Div (75) = { 1, 3, 5, 15, 25 y 75}

b) Div (77) = {1, 7, 11, 77}

c) Div (81) = {1, 3, 9, 27, 81}

d) Div (96) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96}

e) Div (121) = {1, 11, 121}

f) Div (113) = {1, 113}

**3.** **Escribe cuáles son números primos.**

133 153 179 184 210 301

Primo: 179. Compuestos $133 = 7 \cdot 19$, $153 = 3^2 \cdot 17$, $184 = 2^3 \cdot 23$, $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ y $301 = 7 \cdot 43$.

**4.** **Obtén la descomposición factorial.**

a) 240 b) 345 c) 99 d) 5700

a) $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ b) $345 = 3 \cdot 5 \cdot 23$ c) $99 = 3^2 \cdot 11$ d) $5\,700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 19$

**5.** **Halla el máximo común divisor de estos números.**

a) 45 y 75 b) 24, 66 y 84 c) 72, 108 y 144

a) $45 = 3^2 \cdot 5$ y $75 = 3 \cdot 5^2 \rightarrow$ m.c.d. (45, 75) $= 3 \cdot 5 = 15$

b) $24 = 2^3 \cdot 3$, $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$ y $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \rightarrow$ m.c.d. (24, 66, 84) $= 2 \cdot 3 = 6$

c) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $108 = 2^2 \cdot 3^3$ y $144 = 2^4 \cdot 3^2 \rightarrow$ m.c.d. (72, 108, 144) $= 2^2 \cdot 3^2 = 36$

**6. Halla el mínimo común múltiplo de estos números.**

a) 18 y 24  b) 28, 48 y 60  c) 15, 25 y 95

a) $18 = 2 \cdot 3^2$ y $24 = 2^3 \cdot 3 \rightarrow$ m.c.m. $(18, 24) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $28 = 2^2 \cdot 7$, $48 = 2^4 \cdot 3$ y $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow$ m.c.d. $(28, 48, 60) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 1\,680$

c) $15 = 3 \cdot 5$, $25 = 5^2$ y $95 = 5 \cdot 19 \rightarrow$ m.c.d. $(15, 25, 95) = 3 \cdot 5^2 \cdot 19 = 1\,425$

## COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

**130. En la mayoría de las empresas y oficinas, las grapadoras tradicionales han sido sustituidas por las fotocopiadoras multifunción, en las que una de las funciones es grapar las fotocopias.**

**Esta es una las fotocopiadoras que se quieren comprar en una empresa.**

**Copiadora a color con rápida velocidad de impresión**

Utilice nuestra fotocopiadora para reducir sus costes. Estudie nuestra oferta y compare sus características.

**Características:**

- Almacena 2000 hojas de tamaño A3
- Almacena 4000 hojas de tamaño A4
- Grapa en bloque hasta 50 hojas
- Velocidad
  - 95 copias por minuto en B/N
  - 72 copias por minuto en color

**Para valorar la compra, se va a realizar un informe sobre la posibilidad de llevar a cabo los siguientes trabajos:**

| | | |
|---|---|---|
| Puede imprimir una fotocopia en B/N para cada uno de los 322 trabajadores de la empresa en menos de 5 minutos. | SÍ | NO |
| Puede imprimir una fotocopia en color para cada uno de los 322 trabajadores de la empresa en menos de 5 minutos. | SÍ | NO |
| Puede imprimir los 52 informes de ventas de 62 hojas cada uno grapándolos sin realimentar el cajón de folios A3. | SÍ | NO |
| Puede agrupar el informe mensual de 474 fotocopias grapándolas en bloques para los 5 departamentos de la empresa. | SÍ | NO |

**Realiza los cálculos necesarios para completar ese informe.**

a) $322 : 95 = 3$ con resto $37 \rightarrow$ Tarda algo más de 3 minutos $\rightarrow$ SÍ.

b) $322 : 72 = 4$ con resto: $34 \rightarrow$ Tarda algo más de 4 minutos $\rightarrow$ SÍ.

c) $52 \cdot 62 = 3\,224$ hojas en total; el cajón almacena solo 2 000 hojas $\rightarrow$ NO.

d) 474 cada informe $\rightarrow 474 : 50 = 9$ con resto: $24 \rightarrow$ NO.

## FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

**131.** **Comprueba que para cada pareja de números, *a* y *b*, se cumple que su producto coincide con el producto de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.**

**Halla el valor de *a* en cada caso:**

a) m.c.d. $(a, 36) = 12$ b) m.c.d. $(a, 45) = 5$
m.c.m. $(a, 36) = 72$ m.c.m. $(a, 45) = 315$

a) $a \cdot 36 = 12 \cdot 72 = 864 \rightarrow a = 864 : 36 = 24$

b) $a \cdot 45 = 5 \cdot 315 = 1\,575 \rightarrow a = 1\,575 : 45 = 35$

**132.** **Un número dividido entre 2 da de resto 1, dividido entre 3 da de resto 2 y dividido entre 4 da de resto 3.**

a) ¿Cuál es el menor número que cumple estas condiciones?

b) ¿Puedes encontrar más números que cumplan estas condiciones?

a) Si al número que buscamos le sumamos uno sería divisible por 2, 3 y 4, con lo que:

m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$

$12 - 1 = 11$ es el número buscado.

b) Sí; se consiguen restando 1 a todos los múltiplos comunes de 2, 3, 4 (ejemplos, $24 - 1 = 23$, $36 - 1 = 35$…).

**133.** **Hay números cuya cantidad de divisores (sin contar el 1) coincide con su última cifra, por ejemplo: 93 acaba en 3 y Div (93) = {1, 3, 31, 93}.**

a) Calcula los dos primeros de estos números que acaban en: 1, 2 y 3.

b) ¿Cuál no es posible? Indica por qué.

a) Acaban en 1 $\rightarrow$ 11 y 31.

Acaban en 2 $\rightarrow$ No hay ninguno.

Acaban en 3 $\rightarrow$ 33 y 93.

b) Un ejemplo de un número no podría ser cualquier número que acabe en 1 y no sea primo, pues tendrá más de un divisor distinto de 1 (ejemplos, 21, 51, 81, …).

**134.** **Dos números son amigos cuando la suma de los divisores de cada uno, excluido él mismo, es igual al otro número.**

a) Comprueba que los números 220 y 284 son números amigos.

b) Busca en Internet otros dos números amigos y comprueba que cumplan esta condición.

a) Div (220) = 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 Div (284) = 1, 2, 4, 71, 142

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$ $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$

b) 1 184 y 1 210

Div (1 184): 1, 2, 4, 8, 16, 32, 37, 74, 148, 296 y 592

Div (1 210): 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110, 121, 242, 605

## PRUEBAS PISA

**135. En la clase de Educación Física quieren hacer grupos para una competición deportiva que consiste en 10 pruebas distintas. En principio se pensó en hacer grupos de 5, pero sobraban 2 alumnos, luego pensaron en grupos de 6, pero sobraban 4 alumnos.**

a) ¿Cuántos alumnos tiene la clase si hay menos de 33 alumnos?

b) Al final se ha decidido hacer dos grupos y dar los siguientes puntos por cada prueba.

- Equipo ganador: 4 puntos.
- Equipo perdedor: 1 punto.
- Empate: 2 puntos para cada equipo.

**Si al finalizar las 10 pruebas los dos equipos suman 46 puntos, ¿cuántas pruebas han acabado en empate?**

a) Los múltiplos de 5 acaban en 5 o en 0, y sobran 2 alumnos, luego el número de alumnos acaba en 7 o en 2.

Si se suma 4 al número, será múltiplo de 6. Veamos los múltiplos de 6 menores que 33: 6, 12, 18, 24, 30. Estos números sumándole 4: 10, 16, 22, 28 y 34. → La opción válida que nos queda es 22 alumnos.

b) Por cada prueba no empatada ambos equipos suman 5 puntos (4 puntos los que ganan y 1 punto los que pierden); y por cada prueba empatada ambos equipos suman 4 puntos (2 puntos cada uno).

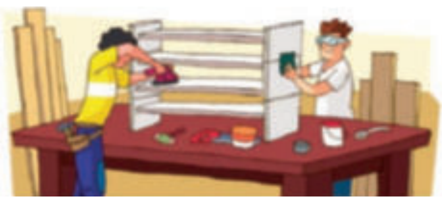
$46 = 5 \cdot a + 4 \cdot b$ siendo $a$ = número de pruebas que no empatan y $b$ = número de empates.

$a + b = 10$, probamos con pares de valores que cumplan esta condición en la ecuación de los puntos y tenemos que: $46 = 5 \cdot 6 + 4 \cdot 4 \rightarrow 4$ empates.

**136. Para construir una estantería un carpintero necesita:**

- 4 tablas largas de madera
- 6 tablas cortas de madera
- 12 ganchos pequeños
- 2 ganchos grandes
- 14 tornillos

**El carpintero tiene en el almacén 26 tablas largas de madera, 33 tablas cortas de madera, 200 ganchos pequeños, 20 ganchos grandes y 510 tornillos.**



¿Cuántas estanterías completas puede construir este carpintero?

26 : 4 es 6 con resto 2 — 33 : 6 es 5 con resto 3 — 200 : 12 es 16 con resto 8

20 : 2 = 10 — 510 : 14 es 36 con resto 6

Puede construir 5 estanterías completas, ya que está limitado por el número de tablas cortas de madera.