

Rectas y ángulos

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Copia en tu cuaderno y completa las igualdades con el orden adecuado.

a) $32 \text{ D} = 0,32 \square$ b) $7,2 \text{ UM} = 7200 \square$ c) $134,25 \text{ d} = 1,3425 \square$

a) M b) U c) D

2. Ordena de mayor a menor las siguientes cantidades.

4587,33 m 22,33 D 0,345 UM 1234444 m

Se pasa todo a milésimas:

$22,33 \text{ D} = 223\,300 \text{ m}$ $0,345 \text{ M} = 345\,000 \text{ m}$

$1\,234\,444 < 345\,000 < 223\,300 < 4\,587,33 \rightarrow 1\,234\,444 \text{ m} < 0,345 \text{ M} < 22,33 \text{ D} < 4\,587,33 \text{ m}$

3. Mide con tu transportador estos ángulos.



a) 120° b) 60° c) 120° d) 60°

VIDA COTIDIANA

Observa la imagen y contesta.

- ¿Cuál es la posición relativa de los tensores? ¿Y la posición relativa de las rectas que forman los tensores y la recta que forma el tablero?
- Contesta ahora tomando como ejemplo el puente Alamillo de Sevilla.

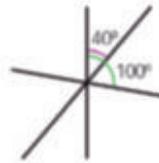


En el dibujo, los tensores son paralelos entre sí y perpendiculares al tablero.

En el puente Alamillo de Sevilla, los tensores son paralelos entre sí, pero no son perpendiculares al tablero, forman un ángulo de 45° aproximadamente con él.

RESUELVE EL RETO

¿Cuántos ángulos de medidas diferentes se pueden ver en esta figura?

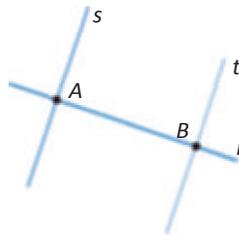


Tenemos tres que suman 180° , que son uno de 40° , otro de 60° y otro de 80° (los tres siguientes serán iguales a estos).

Además, ángulos formados por la suma de estos, como el ángulo de 100° o el que se formaría al unir el consecutivo de 80° y 40° , que es de 120° . O los de la parte izquierda, que es la suma de 80° y 60° ; es decir, un ángulo de 140° . O el ángulo de 180° que se forma al unir los tres.

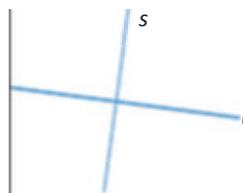
ACTIVIDADES

1. Marca en tu cuaderno dos puntos y traza una recta r que pase por ellos. Luego, traza una recta t perpendicular a r que pase por B y una recta s paralela a t que pase por A . ¿Cómo son entre sí las rectas r y s ?



Las rectas r y s son perpendiculares.

2. Dibuja dos rectas, r y s , que sean perpendiculares. ¿Puedes dibujar una recta secante a r que no sea secante con s ?



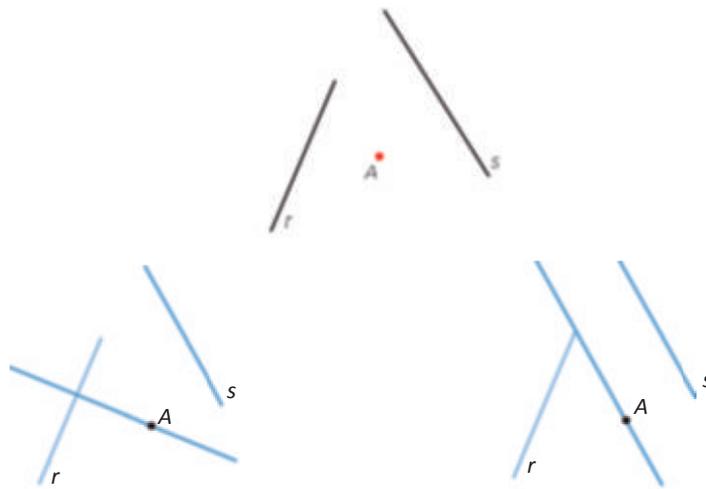
Sí, cualquier recta paralela a s será secante con r y no será secante con s .

3. ¿Cuántas rectas perpendiculares a una recta dada puedes trazar? ¿Y paralelas?

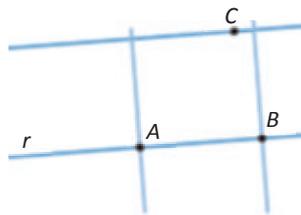
Se pueden trazar infinitas rectas perpendiculares a una recta dada, ya que por una recta pasan infinitos puntos y en cada uno de ellos se puede trazar una recta perpendicular.

Las rectas paralelas a una recta son, a su vez, rectas perpendiculares a las rectas perpendiculares de esa recta, y como hay infinitas perpendiculares, existirán infinitas perpendiculares de las perpendiculares.

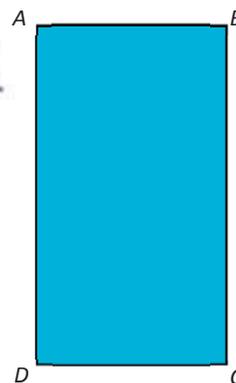
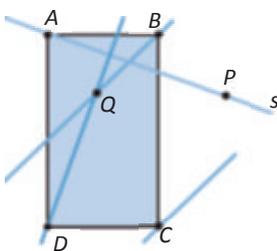
4. Copia en tu cuaderno estas rectas y traza una recta perpendicular a r que pase por A y una paralela a s que pase también por A .



5. Traza en tu cuaderno una línea recta r y marca en ella dos puntos, A y B . Dibuja un punto C que no esté en r . Traza las rectas perpendiculares a r por A y B , y la recta paralela a r pasando por C .



6. Dibuja en tu cuaderno un rectángulo como este. Marca un punto P en el exterior del rectángulo y otro punto Q en su interior. Después, traza una línea recta s que pase por P y por A y otra recta t que pase por Q y por B . Por último, traza una perpendicular a s que pase por D , y una paralela a t que pase por C .



7. Dibuja una recta y señala sobre ella tres puntos. Indica las semirrectas y segmentos que se forman.



Se forman seis semirrectas (2 por cada punto) y tres segmentos (AB , AC , BC).

8. Dibuja un segmento AB de 6 cm de longitud y determina su punto medio. ¿A qué distancia se encuentra este punto de A ?



La distancia de A a M es la mitad de la medida del segmento, es decir, 3 cm.

9. Marca dos puntos, A y B , en tu cuaderno. Dibuja dos rectas que se corten en un punto C , de tal manera que una pase por A y la otra por B . Indica los segmentos y semirrectas que se forman.



Se forman 2 segmentos: CA y CB .

Se forman 8 semirrectas: 4 por cada recta (dos las forma el punto A , dos las forma el punto B y cuatro las forma el C).

10. ¿Cuántos segmentos y semirrectas se forman con tres puntos no alineados?



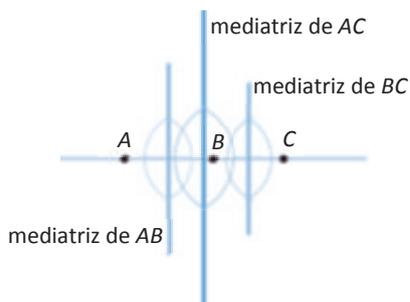
3 segmentos: AB , BC , CA .

12 semirrectas: 4 por cada punto (dos en cada recta por punto).

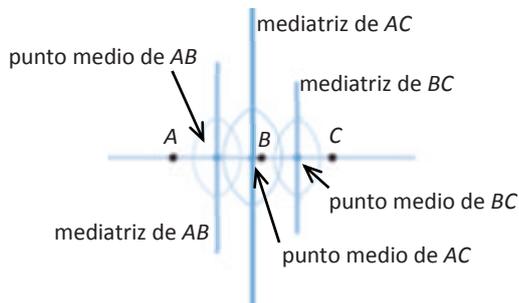
11. Dibuja una línea recta y señala en ella tres puntos A , B y C .

- Traza las mediatrices de los segmentos AB , AC y BC . ¿Cómo son las tres mediatrices entre sí?
- Señala los puntos medios de los segmentos AB , BC y AC .
- Si el segmento AB mide 6 cm y el BC mide 3,6 cm, ¿qué distancia hay entre sus puntos medios?

- Las mediatrices de los segmentos de una misma recta son paralelas entre sí.

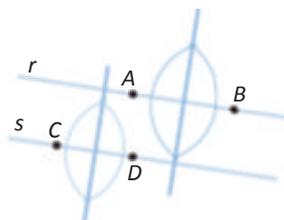


b) Los puntos medios son los puntos de corte del segmento con su mediatriz.



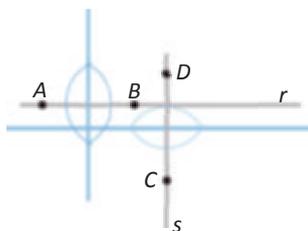
c) Del punto medio de AB a B hay $6 : 2 = 3$ cm y del punto B al punto medio de BC hay $3,6 : 2 = 1,8$ cm, con lo que del punto medio de AB al punto medio de BC hay $3 + 1,8 = 4,8$ cm.

12. Dibuja dos rectas paralelas y señala dos segmentos de distinta medida, uno en cada recta. Traza las mediatrices de los dos segmentos. ¿Cómo son estas mediatrices entre sí?



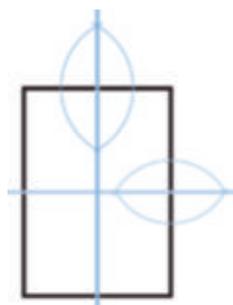
Las mediatrices de dos segmentos de rectas paralelas son también paralelas entre sí.

13. Dibuja dos rectas perpendiculares y señala dos segmentos de distinta medida, uno en cada recta. Traza las mediatrices de esos segmentos e indica su posición relativa.



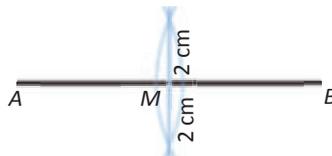
Las mediatrices de segmentos de dos rectas perpendiculares también son perpendiculares entre sí.

14. Dibuja un rectángulo de 6,5 cm de largo y 4,7 cm de ancho. Traza las mediatrices de los lados.



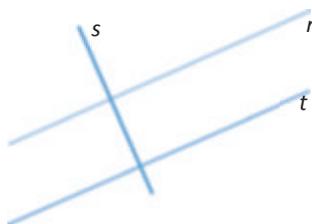
Las mediatrices de los lados paralelos coinciden.

15. Dibuja un segmento AB con una longitud de 8 cm. Traza su mediatriz y señala su punto medio. Encuentra un segmento CD de longitud 4 cm cuya mediatriz sea la recta que pasa por A y B .



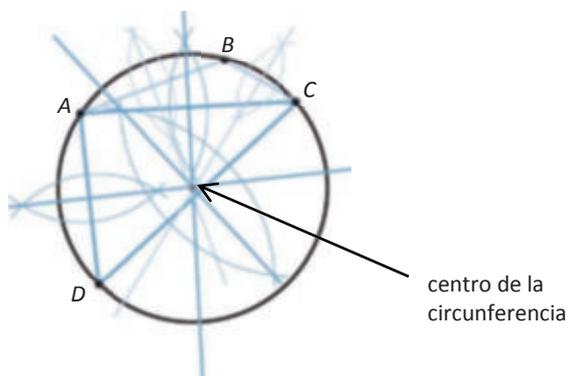
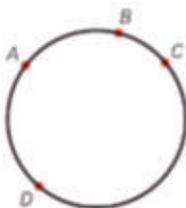
El segmento CD está en la mediatriz y los extremos distan de M dos centímetros.

16. Dibuja una recta r y, ayudándote de la escuadra, traza una perpendicular s a dicha recta. Traza, después, una recta t perpendicular a s . ¿Cómo son entre sí las rectas r y t ?



Las rectas r y t son paralelas entre sí.

17. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia como la del dibujo y traza en ella dos triángulos. Uno con vértices A , B y C y otro con vértices A , C y D . Traza las mediatrices de sus lados. ¿En qué punto se cortan las mediatrices?



Las mediatrices de los lados de los triángulos inscritos en una circunferencia se cortan en el centro de la circunferencia.

18. Junta tus manos, palma con palma y sepáralas poco a poco manteniendo juntas las muñecas. ¿Cómo son los ángulos que se forman?

Los ángulos que se forman son agudos, puesto que son menores que un ángulo recto.

19. Describe más ángulos que encuentres tomando partes de tu cuerpo.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Ángulo que se forma al ir separando un brazo del cuerpo, tomando como vértice al hombro: dependiendo de la abertura del brazo podemos tener:

Ángulo nulo: si el brazo está pegado al cuerpo.

Ángulo agudo: si la mano está por debajo del hombro.

Ángulo recto: si el brazo está a la altura del hombro.

Ángulo obtuso: si levanto el brazo por encima del hombro.

Ángulo llano: si la mano está justo encima del hombro.

Ángulo que forman las dos piernas estiradas, tomando como vértice la cadera.

Ángulo que forma el brazo, tomando como vértice el codo, o la pierna tomando como vértice la rodilla.

Ángulo que forma el torso con las piernas, tomando como vértice el ombligo.

20. Responde razonadamente.

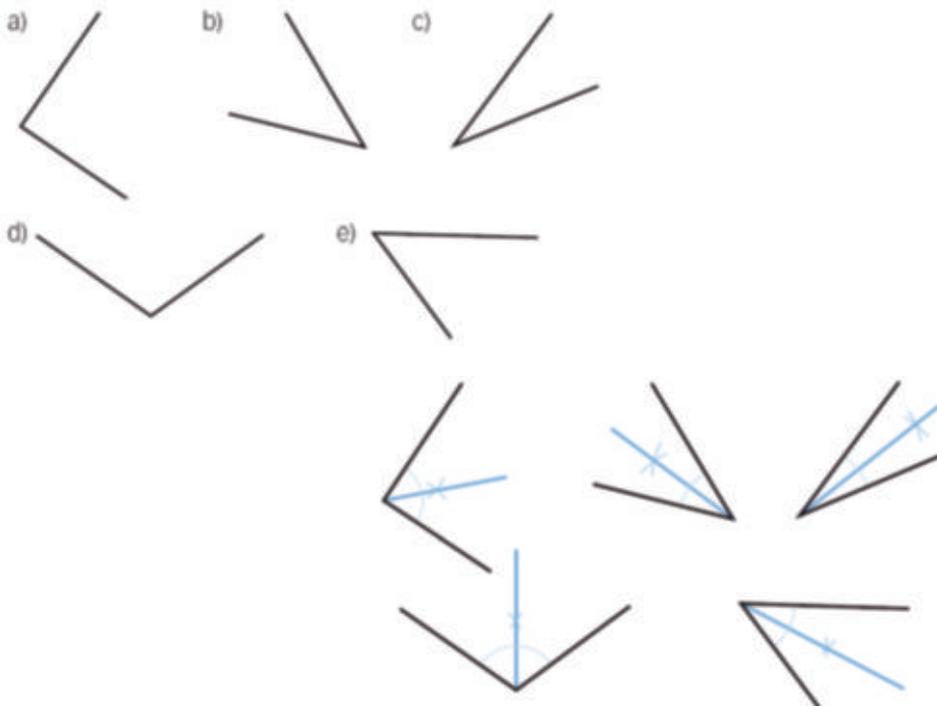
a) ¿Qué relación hay entre los lados de un ángulo llano y su bisectriz?

b) En un ángulo \widehat{AOB} , la bisectriz forma dos ángulos agudos. ¿Cómo es el ángulo \widehat{AOB} ?

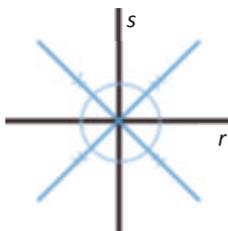
a) Cada lado forma con la bisectriz un ángulo recto.

b) El ángulo \widehat{AOB} debe ser menor que un ángulo llano.

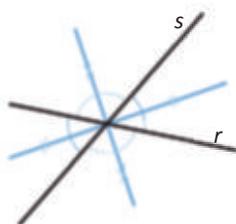
21. Copia estos ángulos en tu cuaderno y dibuja sus bisectrices.



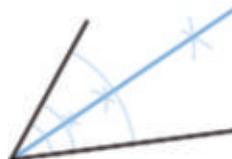
22. Dibuja dos líneas rectas perpendiculares y traza las bisectrices de los cuatro ángulos que se forman.



23. Dibuja dos líneas rectas secantes. Traza las bisectrices de los ángulos que se forman.



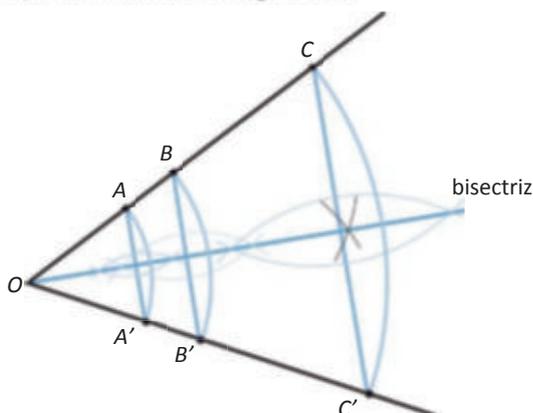
24. Dibuja un ángulo y traza varias bisectrices utilizando en cada caso una abertura distinta del compás. ¿Obtienes siempre la misma recta?



Sí, se obtiene siempre la misma recta, pues cada ángulo solo tiene una bisectriz.

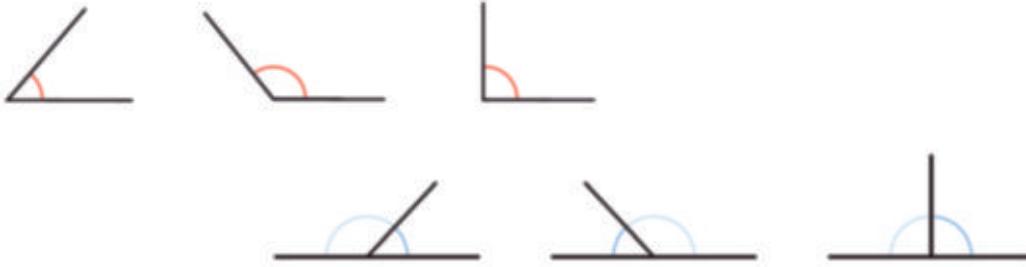
25. Dibuja en tu cuaderno un ángulo como en la figura y señala los puntos de forma que el segmento OA mida lo mismo que OA' , OB lo mismo que OB' y OC lo mismo que OC' . Traza la bisectriz del ángulo y las mediatrices de los segmentos AA' , BB' y CC' .

- ¿Qué relación tienen la bisectriz y las mediatrices que has dibujado?
- Prueba que la bisectriz pasa por el punto medio de los segmentos.

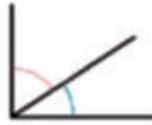


- La bisectriz del ángulo y las mediatrices de los segmentos coinciden.
- La mediatriz de un segmento pasa por su punto medio. En este caso, la bisectriz coincide con las mediatrices obtenidas y, por tanto, la bisectriz pasa por los puntos medios de los segmentos.

26. Copia en tu cuaderno estos ángulos y construye sus ángulos adyacentes.



27. Dibuja dos ángulos consecutivos tales que el ángulo que forman entre los dos tenga un ángulo recto como suplementario.



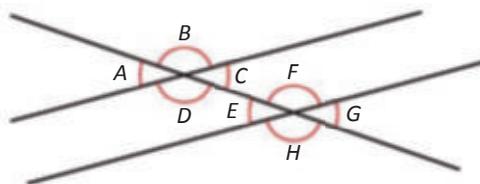
Ángulos suplementarios son los que forman un ángulo llano, por lo que el suplementario de un ángulo recto es otro ángulo recto. Entonces, los ángulos consecutivos que nos piden deben ser complementarios (forman un ángulo recto).

28. ¿Cuántos ángulos adyacentes tiene un ángulo? ¿Y complementarios? ¿Cuántos tiene suplementarios?

Un ángulo tiene dos ángulos adyacentes a él, uno por cada lado.

Un ángulo tiene un único ángulo complementario y suplementario, respectivamente.

29. Copia en tu cuaderno, nombra los ángulos e identifica los que sean iguales.



$$A = C \quad A = E \quad A = G$$

$$B = D \quad B = F \quad B = H$$

$$C = E \quad C = G$$

$$D = F \quad D = H$$

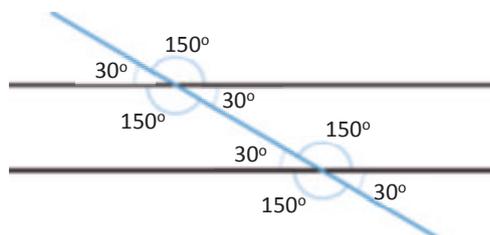
$$E = G$$

$$F = H$$

30. Determina en la figura anterior los ángulos que sean suplementarios.

- A y B A y D A y F A y H
- B y C B y E B y G
- C y D C y F C y H
- D y E D y G
- E y F E y H
- F y G
- G y H

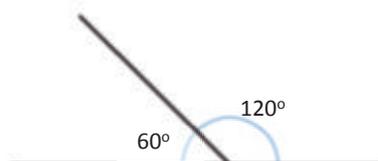
31. Si dadas dos paralelas y una secante sabemos que uno de los ángulos que se forman mide 30° , ¿puedes dar el valor del resto de ángulos? Haz un dibujo e indica el valor de cada ángulo.



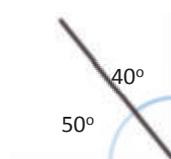
32. Con ayuda del transportador, dibuja un ángulo de 45° y otro de 90° .



33. Dibuja dos ángulos adyacentes, uno de ellos de 60° .



34. Dibuja dos ángulos consecutivos que sean complementarios. ¿Cuánto mide cada ángulo?
¿Puede haber otros dos ángulos con medidas distintas que cumplan las mismas condiciones?



Cualquier par de ángulos consecutivos cuya suma sea 90° cumple esta condición (ejemplo: 35° y 55° , 12° y 78° ...).

35. Expresa en minutos.

- a) 10° c) 90° e) $105''$
 b) 52° d) $75''$ f) 164°

a) $10 \cdot 60 = 600'$ c) $90 \cdot 60 = 5\,400'$ e) $105 : 60 = 1,75'$
 b) $52 \cdot 60 = 3\,120'$ d) $75 : 60 = 1,25'$ f) $164 \cdot 60 = 9\,840'$

36. Expresa en segundos.

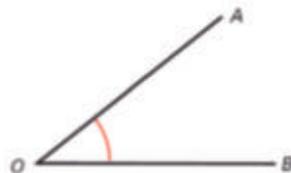
- a) 24° c) $56'$ e) $65'$
 b) $34'$ d) 82° f) 186°

a) $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86\,400''$ c) $56 \cdot 60 = 3\,360''$ e) $65 \cdot 60 = 3\,900''$
 b) $34 \cdot 60 = 2\,040''$ d) $82 \cdot 60 \cdot 60 = 295\,200''$ f) $186 \cdot 60 \cdot 60 = 669\,600''$

37. Expresa en grados.

- a) $1440'$ d) $3\,240''$ e) $5\,040'$
 b) $14\,400''$ c) $4\,500'$ f) $82\,800''$

a) $1\,440 : 60 = 24^\circ$ c) $3\,240 : 60 : 60 = 0,9^\circ$ e) $5\,040 : 60 = 84^\circ$
 b) $14\,400 : 60 : 60 = 4^\circ$ d) $4\,500 : 60 = 75^\circ$ f) $82\,800 : 60 : 60 = 23^\circ$

38. Mide este ángulo y expresa su medida en minutos y en segundos.

El ángulo mide $40^\circ = 2\,400' = 144\,000''$

39. Expresa en minutos cada una de estas medidas de tiempo.

- a) 4 h c) 48 s e) 5,5 h
 b) 23 h d) 78,25 h f) 120 s

a) $4 \cdot 60 = 240$ min c) $48 : 60 = 0,8$ min e) $5,5 \cdot 60 = 330$ min
 b) $23 \cdot 60 = 1\,380$ min d) $78,25 \cdot 60 = 4\,695$ min f) $120 : 60 = 2$ min

40. Expresa en segundos cada una de estas medidas de tiempo.

- a) 45 min c) 12 h e) 4,5 min
 b) 6 h d) 40 min f) 3,25 h

a) $45 \cdot 60 = 2\,700$ s c) $12 \cdot 60 \cdot 60 = 43\,200$ s e) $4,5 \cdot 60 = 270$ s
 b) $6 \cdot 60 \cdot 60 = 21\,600$ s d) $40 \cdot 60 = 2\,400$ s f) $3,25 \cdot 60 \cdot 60 = 11\,700$ s

- 41. Andrés ha cronometrado el tiempo que ha estado paseando a su perro. En total ha estado 1 h y 22 minutos. ¿Cuántos minutos en total ha durado el paseo?**

$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \rightarrow$ El paseo ha durado $60 + 22 = 82$ minutos.

- 42. El récord en el tiempo mínimo para superar unas pruebas de un videojuego está en 2 minutos y 36 segundos. ¿Cuántos segundos hay que hacer para superar el récord?**

$2 \text{ min} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ s} \rightarrow$ Para superar el récord hay que hacer menos de $120 + 36 = 156$ segundos.

- 43. Realiza estas sumas en tu cuaderno.**

<p>a) $\begin{array}{r} 24^\circ 16' 31'' \\ + 17^\circ 29' 42'' \\ \hline \end{array}$</p>	<p>d) $\begin{array}{r} 125^\circ 26' 18'' \\ + 15^\circ 47' 53'' \\ \hline \end{array}$</p>
<p>b) $\begin{array}{r} 38^\circ 54' 3'' \\ + 12^\circ 26' 14'' \\ \hline \end{array}$</p>	<p>e) $\begin{array}{r} 72^\circ 35' 32'' \\ + 58^\circ 24' 58'' \\ \hline \end{array}$</p>
<p>c) $\begin{array}{r} 43^\circ 5' 52'' \\ + 8^\circ 4' 48'' \\ \hline \end{array}$</p>	<p>f) $\begin{array}{r} 67^\circ 25' 19'' \\ + 78^\circ 40' 38'' \\ \hline \end{array}$</p>

a) $41^\circ 45' 73'' = 41^\circ 46' 13''$

b) $50^\circ 80' 17'' = 51^\circ 20' 17''$

c) $51^\circ 9' 100'' = 51^\circ 10' 40''$

d) $140^\circ 73' 71'' = 141^\circ 14' 11''$

e) $130^\circ 59' 90'' = 131^\circ 30''$

f) $145^\circ 65' 57'' = 146^\circ 5' 57''$

- 44. Efectúa estas sumas de ángulos.**

a) $35^\circ 44'' + 28' 39''$

b) $74^\circ 12' + 14^\circ 32''$

a) $35^\circ 28' 83'' = 35^\circ 29' 23''$

b) $88^\circ 12' 32''$

c) $9^\circ 72' 36'' = 10^\circ 12' 36''$

d) $64^\circ 52' 41''$

c) $57' 36'' + 9^\circ 15'$

d) $18^\circ 4'' + 46^\circ 52' 37''$

- 45. Dados los ángulos $\hat{A} = 28^\circ 3'$ y $\hat{B} = 19' 26''$, calcula $\hat{A} + \hat{B}$.**

$28^\circ 22' 26''$

- 46. Dados los ángulos $\hat{A} = 11^\circ 22''$, $\hat{B} = 6^\circ 52''$ y $\hat{C} = 37^\circ 32'$, calcula $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$.**

$54^\circ 32' 74'' = 54^\circ 33' 14''$

47. El autobús de línea que va desde Villarta hasta San Juan hace paradas en San Pedro y San Jacinto. En el trayecto de esta mañana ha tardado:



- Desde Villarta hasta San Pedro: 46 min.
- Desde San Pedro a San Jacinto: 73 min.
- Desde San Jacinto hasta San Juan: 1 h y 26 min.

¿Cuánto ha durado el trayecto en total?

$$1 \text{ h } 145 \text{ min} = 3 \text{ h } 25 \text{ min}$$

48. El avión que salía a las 18:05 h ha despegado con 22 minutos de retraso. ¿A qué hora ha salido?

$$18 \text{ h } 5 \text{ min} + 22 \text{ min} = 18 \text{ h } 27 \text{ min} \rightarrow \text{Ha salido a las } 18:27 \text{ h.}$$

49. Realiza en tu cuaderno las siguientes restas de mediciones de ángulos.

$$\begin{array}{r} \text{a) } 24^\circ 16' 31'' \\ - 17^\circ 29' 42'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 72^\circ 35' 32'' \\ - 58^\circ 24' 58'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 38^\circ 54' 3'' \\ - 12^\circ 26' 14'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{g) } 67^\circ 25' 19'' \\ - 26^\circ 40' 38'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 43^\circ 5' 52'' \\ - 8^\circ 4' 48'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 7^\circ 25' 29'' \\ - 50' 38'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } 125^\circ 26' 18'' \\ - 15^\circ 47' 53'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{h) } 25^\circ 45' 21'' \\ + 3^\circ 24' 56'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 23^\circ 75' 91'' \\ - 17^\circ 29' 42'' \\ \hline 6^\circ 46' 49'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 72^\circ 34' 92'' \\ - 58^\circ 24' 58'' \\ \hline 14^\circ 10' 34'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 38^\circ 53' 63'' \\ - 12^\circ 26' 14'' \\ \hline 26^\circ 27' 49'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{g) } 66^\circ 84' 79'' \\ - 26^\circ 40' 38'' \\ \hline 40^\circ 44' 41'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 43^\circ 5' 52'' \\ - 8^\circ 4' 48'' \\ \hline 35^\circ 1' 4'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 6^\circ 84' 89'' \\ - 50' 38'' \\ \hline 6^\circ 34' 51'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } 124^\circ 85' 78'' \\ - 15^\circ 47' 53'' \\ \hline 109^\circ 38' 25'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{h) } 25^\circ 44' 81'' \\ - 3^\circ 24' 56'' \\ \hline 22^\circ 20' 25'' \end{array}$$

50. Resuelve estas restas.

$$\text{a) } 35^\circ 44'' - 28' 39''$$

$$\text{c) } 20^\circ 57' 36'' - 9^\circ 15'$$

$$\text{b) } 74^\circ 12' - 14^\circ 32''$$

$$\text{d) } 118^\circ 4'' - 6^\circ 52' 37''$$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 34^\circ 60' 44'' \\ - 28' 39'' \\ \hline 34^\circ 32' 5'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 20^\circ 57' 36'' \\ - 9^\circ 15' \\ \hline 11^\circ 42' 36'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 74^\circ 11' 60'' \\ - 14^\circ 32'' \\ \hline 60^\circ 11' 28'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 117^\circ 59' 64'' \\ - 6^\circ 52' 37'' \\ \hline 111^\circ 7' 27'' \end{array}$$

51. Dados los ángulos $\hat{A} = 28^\circ 3'$, $\hat{B} = 19' 26''$ y $\hat{C} = 40^\circ 3' 12''$, calcula:

a) $\hat{C} - (\hat{A} + \hat{B})$

b) $\hat{C} - (\hat{A} - \hat{B})$

a) $A + B = 28^\circ 22' 26''$ $C - (A + B) \rightarrow 40^\circ 3' 12''$ $39^\circ 62' 72''$

$\underline{- 28^\circ 22' 26''}$ $\underline{- 28^\circ 22' 26''}$

$11^\circ 40' 46''$

b) $(A - B) \rightarrow 28^\circ 3'$ $27^\circ 62' 60''$

$\underline{- 19' 26''} \rightarrow \underline{- 19' 26''}$

$27^\circ 43' 34''$

$C - (A - B) \rightarrow 40^\circ 3' 12''$ $39^\circ 62' 72''$

$\underline{- 27^\circ 43' 34''} \rightarrow \underline{- 27^\circ 43' 34''}$

$12^\circ 19' 38''$

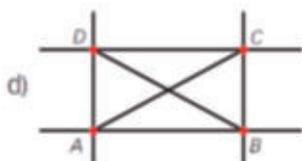
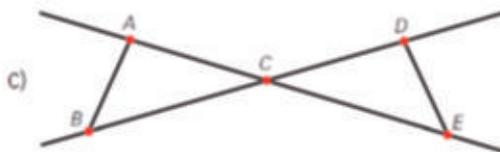
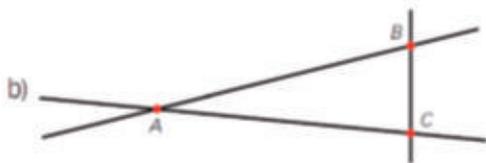
52. Sergio ha cronometrado el tiempo que ha tardado en desplazarse hasta la casa de sus abuelos: 1 hora, 35 minutos y 50 segundos. Pensaba tardar 2 horas. ¿Cuánto tiempo le ha sobrado?

2 h	1 h 59 min 60 s
$\underline{- 1 h 35 min 50 s}$	$\underline{- 1 h 35 min 50 s}$
	24 min 10 s

Le han sobrado 24 minutos y 10 segundos.

ACTIVIDADES FINALES

53. Copia en tu cuaderno, nombra las semirrectas e indica qué segmentos se forman.



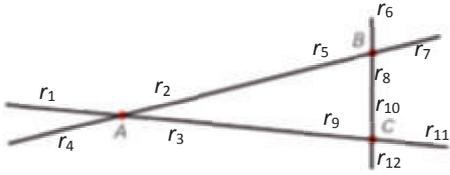
a)



Semirrectas: dos por cada punto (en total 8); por ejemplo: r_1 es la recta con origen en A que va hacia la izquierda; r_2 es la recta con origen en A que va hacia la derecha...

Segmentos (6 en total): \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD} .

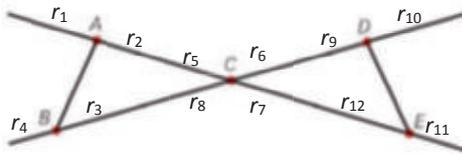
b)



Semirrectas: cuatro por cada punto (en total, 12). Por ejemplo: r_1 es la semirrecta que tiene origen en A y va hacia la izquierda, r_4 es la semirrecta que tiene origen en A y va debajo de r_1 , r_2 es la semirrecta con origen en A que pasa por B, r_3 es la semirrecta con origen en A que pasa por C...

Segmentos (3 total): \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} .

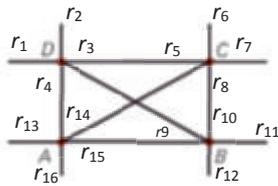
c)



Semirrectas: dos semirrectas por los puntos A, B, D y E y cuatro por el punto C (12 en total).

Segmentos (8 en total): \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AE} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD} , \overline{CE} , \overline{DE} .

d)

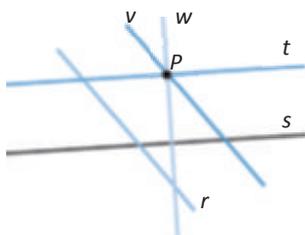


Semirrectas: cuatro por cada punto (16 en total).

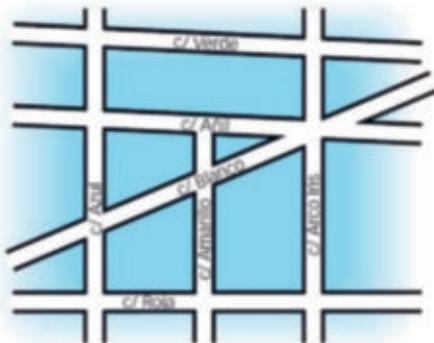
Segmentos (6 en total): \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD} .

54. Dibuja en tu cuaderno dos rectas r y s secantes, y un punto P que no pertenezca a ellas.

- a) Traza otra recta t que pase por P y que sea secante a r pero no a s .
- b) Traza otra recta v que pase por P y que sea secante a s pero no a r .
- c) Traza otra recta w que pase por P y que sea secante a r y s .



55. Observa el plano y contesta.



Si consideras las calles como líneas rectas:

- a) ¿Qué calles son paralelas a la calle Arco Iris?
- b) ¿Qué calles son perpendiculares a la calle Arco Iris?
- c) ¿Cuáles son secantes a la calle Arco Iris?
- d) ¿Cómo son entre sí las calles Añil y Verde?
- e) ¿Cómo son entre sí las calles Roja y Añil?

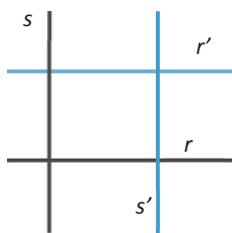
- a) La calle Amarillo y la calle Azul.
- b) La calle Roja.
- c) La calle Blanco, la calle Añil, la calle Roja y la calle Verde.
- d) Son paralelas.
- e) Son secantes.

56. Dadas dos rectas r y s que son secantes:

- a) ¿Puedes trazar una recta perpendicular a r y s a la vez?
- b) ¿Y una paralela a ambas rectas?
 - a) No, cualquier recta perpendicular a una de ellas será secante con la otra.
 - b) Tampoco.

57. Considerando dos rectas r y s perpendiculares, traza una recta r' paralela a r y otra s' paralela a s .

- a) ¿Cómo son r' y s' entre sí?
- b) ¿Cómo son r' y s entre sí?
- c) ¿Cómo son r y s' entre sí?

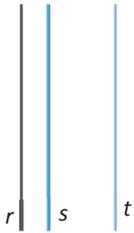


- a) Perpendiculares.
- b) Perpendiculares.
- c) Perpendiculares.

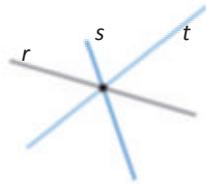
58. Dibuja tres rectas, r , s y t , que cumplan cada una de estas condiciones.

- a) No tienen ningún punto en común.
- b) Tienen un punto en común.
- c) Tienen un punto en común dos a dos.

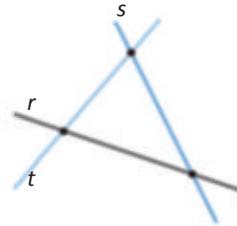
a)



b)



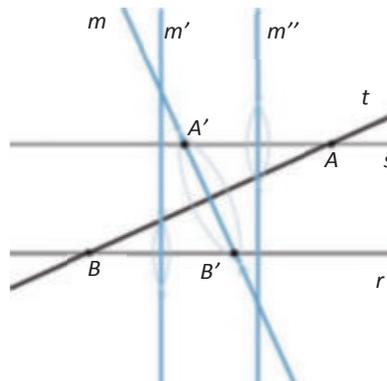
c)



59. Sean r y s dos rectas paralelas y t una recta secante a ellas. Sean A y B los puntos de corte de t con r y s , respectivamente.

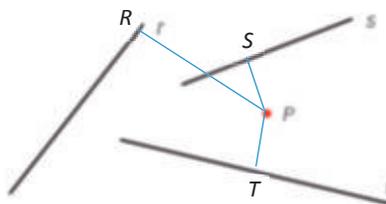
- Traza la mediatriz m del segmento AB . Llama A' y B' a los puntos de corte de m con r y s , respectivamente.
- Traza las mediatrices m' y m'' de los segmentos AA' y BB' .
- Indica la posición relativa de m' y m'' .

a) y b)



c) m' y m'' son rectas paralelas.

61. Copia en tu cuaderno estas rectas y el punto P . Halla la distancia del punto P a cada una de las rectas.

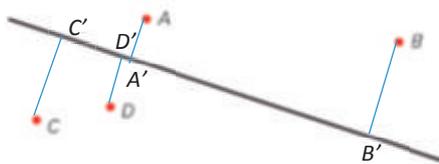


Distancia de P a r = medida RP = 1,9 cm = 19 mm

Distancia de P a s = medida SP = 0,7 cm = 7 mm

Distancia de P a t = medida TP = 0,7 cm = 7 mm

62. Copia en tu cuaderno estos puntos y esta recta. Después, halla la distancia de cada punto a la recta r .



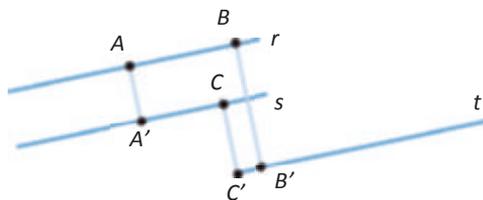
Distancia de A a r = medida AA' = $0,5 \text{ cm} = 5 \text{ mm}$

Distancia de B a r = medida BB' = $1,2 \text{ cm} = 12 \text{ mm}$

Distancia de C a r = medida CC' = $1,1 \text{ cm} = 11 \text{ mm}$

Distancia de D a r = medida DD' = $0,6 \text{ cm} = 6 \text{ mm}$

64. Dibuja estas rectas en tu cuaderno y halla la distancia entre ellas.



Distancia de r a s = medida AA' = $0,7 \text{ cm} = 7 \text{ mm}$

Distancia de r a t = medida BB' = $1,6 \text{ cm} = 16 \text{ mm}$

Distancia de s a t = medida CC' = $0,9 \text{ cm} = 9 \text{ mm}$

65. Razona si estos enunciados son ciertos.

- a) Dos ángulos agudos son siempre complementarios.
- b) Dos ángulos complementarios son siempre agudos.
- c) Dos ángulos adyacentes son siempre consecutivos.
- d) Dos ángulos consecutivos son siempre adyacentes.
- e) Dos ángulos consecutivos son siempre suplementarios.
- f) Dos ángulos obtusos siempre se diferencian en uno agudo.
- g) Dos ángulos agudos siempre suman uno obtuso.

a) Falso. b) Verdadero. c) Verdadero. d) Falso. e) Falso. f) Verdadero. g) Falso.

66. Copia estas frases en tu cuaderno y complétalas con las palabras que faltan.

- a) El suplementario de un ángulo recto es un ángulo...
- b) El ángulo adyacente de un agudo es un ángulo...
- c) El suplementario de un ángulo obtuso es un ángulo...
- d) El complementario de un ángulo de 45° es el suplementario de un ángulo de...

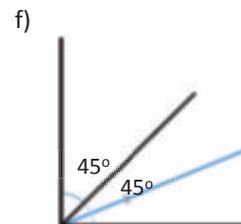
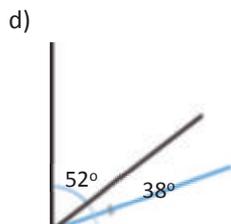
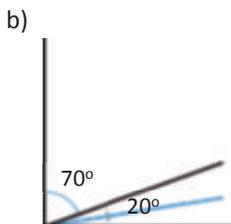
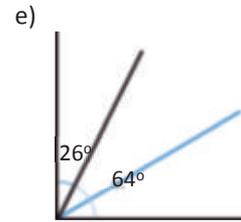
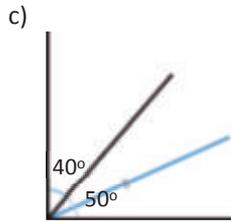
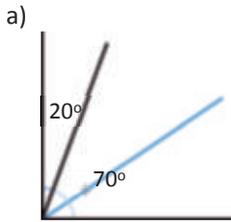
a) Recto. b) Obtuso. c) Agudo. d) 135° .

68. Dibuja los siguientes ángulos y, para cada uno, traza su bisectriz y su ángulo complementario.

a) $\hat{A} = 70^\circ$ d) $\hat{D} = 38^\circ$

b) $\hat{B} = 20^\circ$ e) $\hat{E} = 64^\circ$

c) $\hat{C} = 50^\circ$ f) $\hat{F} = 45^\circ$

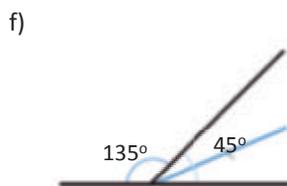
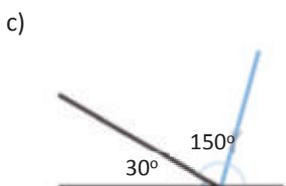
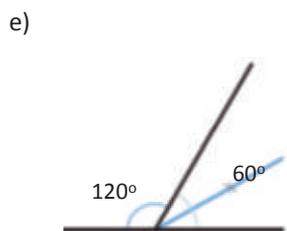
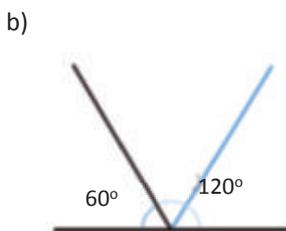
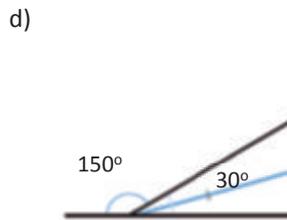
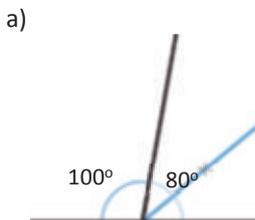


69. Dibuja los siguientes ángulos y, para cada uno, traza su bisectriz y su ángulo suplementario.

a) $\hat{A} = 80^\circ$ d) $\hat{D} = 30^\circ$

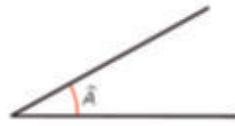
b) $\hat{B} = 120^\circ$ e) $\hat{E} = 60^\circ$

c) $\hat{C} = 150^\circ$ f) $\hat{F} = 45^\circ$

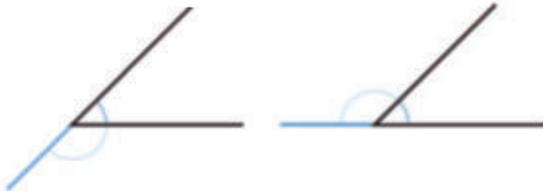


70. Dado el ángulo de la figura construye en tu cuaderno estos otros que se indican continuación.

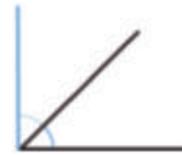
- a) Sus adyacentes.
- b) Su ángulo opuesto por el vértice.
- c) Su complementario.
- d) Su suplementario.



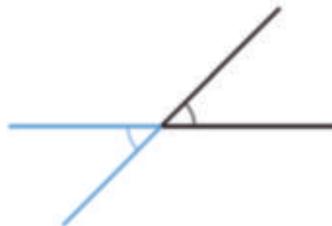
a)



c)



b)



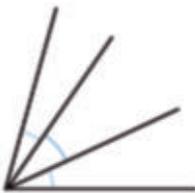
d)



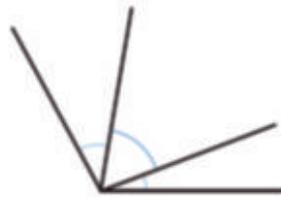
71. Dibuja tres ángulos agudos consecutivos de forma que se cumplan las condiciones.

- a) Entre los tres forman un ángulo agudo.
- b) Entre los tres forman un ángulo recto.
- c) Entre los tres forman un ángulo obtuso.
- d) Entre los tres forman un ángulo llano.

a)



c)



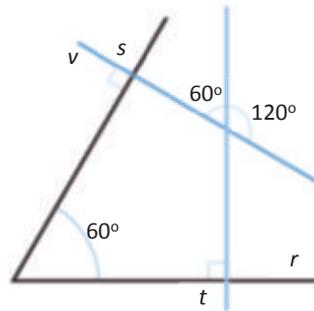
b)



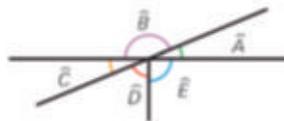
d)



72. Dibuja en tu cuaderno un ángulo de 60° y llama a las semirrectas que forman sus lados r y s . Dibuja una perpendicular a r y llámala t , y otra a s que debes llamar v . ¿Qué ángulo forman las rectas t y v ?



73. Observa la figura.



a) Indica qué ángulos son opuestos por los vértices.

b) Señala los ángulos adyacentes.

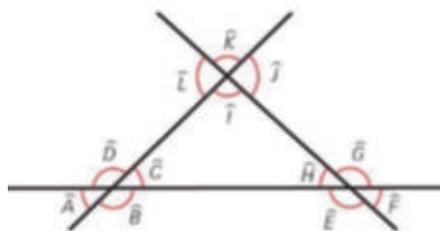
a) A y C

b) A y \hat{B} A, \hat{E} y D C y \hat{B} C, D y \hat{E}

74. Observa la siguiente figura y señala.

a) Los pares de ángulos opuestos por el vértice.

b) Los pares de ángulos adyacentes.



a) K y \hat{I} , \hat{J} y \hat{L} , \hat{B} y D , A y C , \hat{F} y H , \hat{E} y G

b) A y \hat{B} , A y D , \hat{B} y C , C y D , \hat{E} y \hat{F} , \hat{E} y H , \hat{F} y G , G y H , \hat{I} y \hat{J} , \hat{I} y \hat{L} , \hat{J} y K , K y \hat{L}

75. Observa la figura y completa en tu cuaderno estas igualdades.

a) $\hat{B} + \square = \hat{I}$

e) $\hat{D} + \square = 180^\circ$

b) $\hat{B} + \hat{F} + \square = 180^\circ$

f) $\hat{E} = \square = \hat{C}$

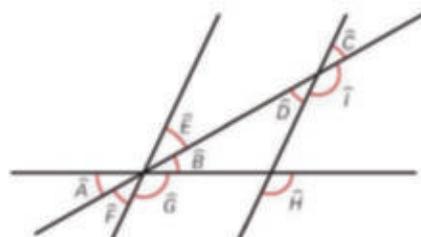
c) $\hat{H} = \square$

g) $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \square$

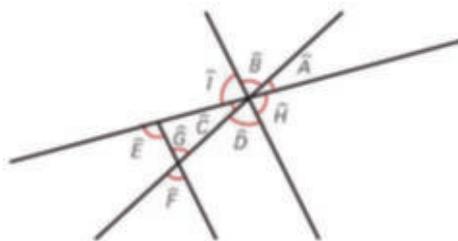
d) $\hat{B} + \square = \hat{F} + \square$

a) G c) G e) \hat{I} g) G

b) G d) \hat{E}, A f) \hat{F}



76. Observa la figura y completa en tu cuaderno cada apartado añadiendo los signos =, + o - para tener igualdades que sean ciertas.



a) $\hat{A} \square \hat{B} \square 180^\circ \square \hat{I}$

b) $\hat{B} \square \hat{G}$

c) $\hat{E} \square \hat{I} \square 180^\circ$

a) $\hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - \hat{I}$

b) $\hat{B} = \hat{G}$

c) $\hat{E} - \hat{I} = 180^\circ$

d) $\hat{G} \square 180^\circ \square \hat{A} \square \hat{I}$

e) $180^\circ \square \hat{A} \square \hat{H} \square \hat{F}$

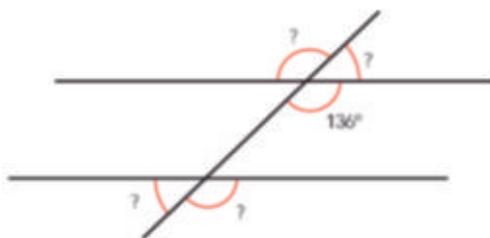
f) $\hat{C} \square \hat{D} \square \hat{E} \square$

d) $G = 180^\circ - A - I$

e) $180^\circ = \hat{A} - \hat{H} + \hat{F}$

f) $\hat{C} - \hat{D} = \hat{E}$

77. Calcula la medida de los ángulos desconocidos en esta figura.



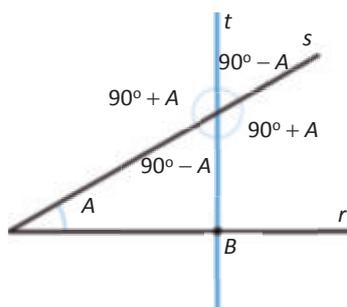
De izquierda a derecha y de arriba abajo: 136° , 44° , 44° y 136° .

78. Dibuja en tu cuaderno el ángulo \hat{A} .



Traza la perpendicular t a la recta r desde el punto B .

¿Cuánto medirán los cuatro ángulos que forma la recta t con la recta s ?



79. Expresa en minutos las medidas de estos ángulos.

a) $\hat{A} = 38^\circ$ b) $\hat{B} = 5\,100''$ c) $\hat{C} = 127^\circ$

a) $38 \cdot 60 = 2\,280'$

b) $5\,100 : 60 = 85'$

c) $127 \cdot 60 = 7\,620'$

80. Expresa en segundos estas medidas de ángulos.

a) $\hat{A} = 92^\circ$ b) $\hat{B} = 135^\circ$ c) $\hat{C} = 68^\circ 4'$

a) $92 \cdot 60 \cdot 60 = 331\,200''$

b) $135 \cdot 60 \cdot 60 = 486\,000''$

c) $4 \cdot 60 = 240''$

81. Expresa en grados estas medidas de ángulos.

a) $\hat{A} = 54\,000''$ b) $\hat{B} = 420'$ c) $\hat{C} = 180' 30''$

a) $54\,000 : 60 : 60 = 15^\circ$

b) $420 : 60 = 7^\circ$

c) $30 : 60 : 60 = 0,008\bar{3}^\circ$

82. Transforma en minutos estas medidas de tiempo.

a) 3 h b) 32400 s c) 85 h d) 72000 s

a) $3 \cdot 60 = 180$ min

c) $85 \cdot 60 = 5\,100$ min

b) $32\,400 : 60 = 540$ min

d) $72\,000 : 60 = 1\,200$ min

84. Expresa estas medidas de tiempo en segundos.

a) 94 min b) 3,5 h c) 21 h 14 min

a) $94 \cdot 60 = 5\,640$ s

b) $3,5 \cdot 60 \cdot 60 = 12\,600$ s

c) $21 \cdot 60 + 14 = 1\,274$ min = $1\,274 \cdot 60 = 76\,440$ s

85. Expresa en segundos.

a) $2^\circ 3' 40''$ c) 3 h 15 min 25 s

b) $20^\circ 25' 30''$ d) 9 h 17 min 43 s

a) $2 \cdot 60 \cdot 60 + 3 \cdot 60 + 40 = 7\,420$ s

c) $3 \cdot 60 \cdot 60 + 15 \cdot 60 + 25 = 11\,725$ s

b) $20 \cdot 60 \cdot 60 + 25 \cdot 60 + 30 = 73\,530$ s

d) $9 \cdot 60 \cdot 60 + 17 \cdot 60 + 43 = 33\,463$ s

87. Expresa, en grados, minutos y segundos, un ángulo de amplitud $8\,000''$.

$$\begin{array}{r} 8\,000 \overline{) 60} \\ 200 \quad 133 \\ \underline{200} \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \overline{) 60} \\ 13 \quad 2 \end{array}$$

$8\,000'' = 2^\circ 13' 20''$

88. Expresa en grados, minutos y segundos, o en horas, minutos y segundos, según corresponda.

- a) 8213" c) 465" e) 12000 s
 b) 7365" d) 15784 s f) 5678 s

$$\begin{array}{r} \text{a) } 8213 \overline{)60} \\ 221 \quad 136 \\ \underline{413} \\ 53 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 136 \overline{)60} \\ 16 \quad 2 \end{array}$$

$$8213'' = 2^\circ 16' 53''$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 7365 \overline{)60} \\ 136 \quad 122 \\ \underline{165} \\ 45 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 122 \overline{)60} \\ 02 \quad 2 \end{array}$$

$$7365'' = 2^\circ 2' 45''$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 465 \overline{)60} \\ 45 \quad 7 \end{array}$$

$$465'' = 7' 45''$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 15784 \overline{)60} \\ 375 \quad 263 \\ \underline{184} \\ 04 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 263 \overline{)60} \\ 23 \quad 4 \end{array}$$

$$15784 \text{ s} = 4 \text{ h } 23 \text{ min } 4 \text{ s}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 12000 \overline{)60} \\ 000 \quad 200 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \overline{)60} \\ 20 \quad 3 \end{array}$$

$$12000 \text{ s} = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } 5678 \overline{)60} \\ 278 \quad 94 \\ \underline{38} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 94 \overline{)60} \\ 34 \quad 1 \end{array}$$

$$5678 \text{ s} = 1 \text{ h } 34 \text{ min } 38 \text{ s}$$

89. Expresa en forma compleja.

- a) 20953 s c) 402,25 min
 b) 9,57 días d) 10,5 semanas

$$\text{a) } 20953 \text{ s} = 5 \text{ h } 49 \text{ min } 13 \text{ s}$$

$$\text{b) } 9,57 \text{ días} = 229 \text{ h } 40 \text{ min } 48 \text{ s}$$

$$\text{c) } 402,25 \text{ min} = 6 \text{ h } 42 \text{ min } 15 \text{ s}$$

$$\text{d) } 10,5 \text{ semanas} = 1 \text{ 764 h}$$

90. Completa en tu cuaderno la tabla.

Ángulos	Grados	Minutos	Segundos
$310,36^\circ$	310	21	36
$164880''$	45	48	0
$3379,7'$	56	19	42

91. Realiza las siguientes sumas de ángulos.

a) $34^\circ 15' 23'' + 46^\circ 5' 12''$

$$\begin{array}{r} 34^\circ 15' 23'' \\ + 46^\circ 5' 12'' \\ \hline 80^\circ 20' 35'' \end{array}$$

b) $49^\circ 43'' + 68^\circ 35' 38''$

$$\begin{array}{r} 49^\circ 43'' \\ + 68^\circ 35' 38'' \\ \hline 117^\circ 35' 81'' \rightarrow 117^\circ 36' 21'' \end{array}$$

c) $84^\circ 54' + 46^\circ 14''$

$$\begin{array}{r} 84^\circ 54' \\ + 46^\circ 14'' \\ \hline 130^\circ 54' 14'' \end{array}$$

d) $72' 28'' + 6^\circ 47' 2''$

$$\begin{array}{r} 72' 28'' \\ + 6^\circ 47' 2'' \\ \hline 6^\circ 119' 30'' \rightarrow 7^\circ 59' 30'' \end{array}$$

e) $123^\circ 32' 45'' + 45^\circ 8''$

$$\begin{array}{r} 123^\circ 32' 45'' \\ + 45^\circ 8'' \\ \hline 168^\circ 32' 53'' \end{array}$$

f) $54^\circ 7' + 36' 4''$

$$\begin{array}{r} 54^\circ 7' \\ + 36' 4'' \\ \hline 54^\circ 43' 4'' \end{array}$$

92. Realiza las siguientes restas de ángulos.

a) $35^\circ 17' 22'' - 26^\circ 5' 12''$

$$\begin{array}{r} 35^\circ 17' 22'' \\ - 26^\circ 5' 12'' \\ \hline 9^\circ 12' 10'' \end{array}$$

b) $89^\circ 16' 3'' - 8^\circ 38''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 16' 3'' \\ - 8^\circ 38'' \\ \hline 81^\circ 15' 25'' \end{array}$$

c) $61^\circ 34'' - 7^\circ 14'$

$$\begin{array}{r} 60^\circ 60' 34'' \\ - 7^\circ 14' \\ \hline 53^\circ 46' 34'' \end{array}$$

d) $95^\circ 22' - 47^\circ 52' 43''$

$$\begin{array}{r} 94^\circ 61' 60'' \\ - 47^\circ 52' 43'' \\ \hline 47^\circ 9' 17'' \end{array}$$

e) $63^\circ 32' 45'' - 46^\circ 8''$

$$\begin{array}{r} 63^\circ 32' 45'' \\ - 46^\circ 8'' \\ \hline 17^\circ 32' 37'' \end{array}$$

f) $55^\circ 72' 28'' - 6^\circ 47' 52''$

$$\begin{array}{r} 55^\circ 71' 88'' \\ - 6^\circ 47' 52'' \\ \hline 49^\circ 24' 36'' \end{array}$$

93. Halla el complementario y el suplementario de los siguientes ángulos.

- a) $56^\circ 4' 26''$ e) $39' 7''$
 b) $14^\circ 43' 8''$ f) 75°
 c) $39^\circ 24''$ g) $53^\circ 41' 2''$
 d) $88^\circ 45'$ h) $54' 3''$

a) Complementario: $33^\circ 55' 34''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 56^\circ 4' 26'' \\ \hline 33^\circ 55' 34'' \end{array}$$

Suplementario: $123^\circ 55' 34''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 56^\circ 4' 26'' \\ \hline 123^\circ 55' 34'' \end{array}$$

b) Complementario: $75^\circ 16' 52''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 14^\circ 43' 8'' \\ \hline 75^\circ 16' 52'' \end{array}$$

Suplementario: $165^\circ 16' 52''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 14^\circ 43' 8'' \\ \hline 165^\circ 16' 52'' \end{array}$$

c) Complementario: $50^\circ 59' 36''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 39^\circ 24'' \\ \hline 50^\circ 59' 36'' \end{array}$$

Suplementario: $140^\circ 59' 36''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 39^\circ 24'' \\ \hline 140^\circ 59' 36'' \end{array}$$

d) Complementario: $1^\circ 15'$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 88^\circ 45' \\ \hline 1^\circ 15' \end{array}$$

Suplementario: $91^\circ 15'$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 60' \\ - 88^\circ 45' \\ \hline 91^\circ 15' \end{array}$$

e) Complementario: $89^\circ 20' 53''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 39' 7'' \\ \hline 89^\circ 20' 53'' \end{array}$$

Suplementario: $179^\circ 20' 53''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 39' 7'' \\ \hline 179^\circ 20' 53'' \end{array}$$

f) Complementario: $90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

Suplementario: $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

g) Complementario: $36^\circ 18' 58''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 53^\circ 41' 2'' \\ \hline 36^\circ 18' 58'' \end{array}$$

Suplementario: $126^\circ 18' 58''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 53^\circ 41' 2'' \\ \hline 126^\circ 18' 58'' \end{array}$$

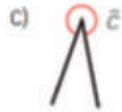
h) Complementario: $89^\circ 5' 57''$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 54' 3'' \\ \hline 89^\circ 5' 57'' \end{array}$$

Suplementario: $179^\circ 5' 57''$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 54' 3'' \\ \hline 179^\circ 5' 57'' \end{array}$$

94. Utiliza el transportador para medir estos ángulos.



a) $360 - 90 = 270^\circ$

b) $360 - 110 = 250^\circ$

c) $360 - 30 = 330^\circ$

d) $360 - 45 = 315^\circ$

96. Considera los ángulos $\hat{A} = 26^\circ 38' 19''$ y $\hat{B} = 14^\circ 11' 35''$. Determina las amplitudes de los siguientes ángulos.

a) $\hat{A} + \hat{B}$

c) $2\hat{A} + \hat{B}$

b) $\hat{A} - \hat{B}$

d) $3\hat{A} - 2\hat{B}$

a) $\hat{A} + \hat{B} = 40^\circ 49' 54''$

$$26^\circ 38' 19''$$

$$+ 14^\circ 11' 35''$$

$$\hline 40^\circ 49' 54''$$

b) $\hat{A} - \hat{B} = 12^\circ 26' 44''$

$$26^\circ 37' 79''$$

$$- 14^\circ 11' 35''$$

$$\hline 12^\circ 26' 44''$$

c) $2\hat{A} = 2 \cdot (26^\circ 37' 79'') = 52^\circ 74' 158'' = 52^\circ 76' 38'' = 53^\circ 16' 38''$

$$53^\circ 16' 38''$$

$$+ 14^\circ 11' 35''$$

$$\hline 67^\circ 27' 73''$$

$$2\hat{A} + \hat{B} = 67^\circ 27' 73'' = 67^\circ 28' 13''$$

d) $2\hat{B} = 2 \cdot (14^\circ 11' 35'') = 28^\circ 22' 70'' = 28^\circ 23' 10''$

$$3\hat{A} = 3 \cdot (26^\circ 38' 19'') = 78^\circ 114' 57'' = 78^\circ 54' 37''$$

$$78^\circ 54' 37''$$

$$- 28^\circ 23' 10''$$

$$\hline 50^\circ 31' 27''$$

$$3\hat{A} - 2\hat{B} = 50^\circ 31' 27''$$

97. Determina la medida de estos dos ángulos, y resuelve las operaciones que se indican.



- a) $\hat{A} + \hat{B}$ b) $\hat{B} - \hat{A}$ c) $3 \cdot \hat{A}$ d) $2 \cdot \hat{B}$

$$A = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 270^\circ$$

$$\text{a) } 90 + 270 = 360^\circ$$

$$\text{c) } 3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$$

$$\text{b) } 27 - 90 = 180^\circ$$

$$\text{d) } 2 \cdot 270^\circ = 540^\circ$$

98. Considera los ángulos $\hat{A} = 63^\circ 15' 47''$ y $\hat{B} = 74^\circ 18' 16''$. Determina las amplitudes de los siguientes ángulos.

- a) Complementario de $\hat{B} - \hat{A}$
 b) Suplementario de $\hat{A} + \hat{B}$
 c) Suplementario de $\hat{B} - \hat{A}$
 d) Complementario de $3\hat{A} - 2\hat{B}$
 e) Suplementario de $2\hat{B} - \hat{A}$

$$\text{a) } \hat{B} - A = 11^\circ 2' 29''$$

$$\begin{array}{r} 74^\circ 18' 16'' \\ - 63^\circ 15' 47'' \\ \hline 11^\circ 2' 29'' \end{array}$$

$$\text{Complementario de } \hat{B} - A = 78^\circ 57' 31''$$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 11^\circ 2' 29'' \\ \hline 78^\circ 57' 31'' \end{array}$$

$$\text{b) } A - \hat{B} = 137^\circ 33' 63'' = 137^\circ 34' 3''$$

$$\begin{array}{r} 63^\circ 15' 47'' \\ + 74^\circ 18' 16'' \\ \hline 137^\circ 33' 63'' \end{array}$$

$$\text{Suplementario de } A - \hat{B} = 42^\circ 25' 57''$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 137^\circ 34' 3'' \\ \hline 42^\circ 25' 57'' \end{array}$$

$$\text{c) } \hat{B} - A = 11^\circ 2' 29''$$

$$\text{Suplementario de } \hat{B} - A = 168^\circ 57' 31''$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 11^\circ 2' 29'' \\ \hline 168^\circ 57' 31'' \end{array}$$

$$d) 3 \cdot A = 3 \cdot (63^\circ 15' 47'') = 189^\circ 45' 141'' = 189^\circ 47' 21''$$

$$3A - 2\dot{B} = 41^\circ 10' 49''$$

$$\begin{array}{r} 189^\circ 47' 21'' \\ - 148^\circ 36' 32'' \\ \hline 41^\circ 10' 49'' \end{array}$$

$$\text{Complementario de } 3A - 2\dot{B} = 48^\circ 49' 11''$$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 41^\circ 10' 49'' \\ \hline 48^\circ 49' 11'' \end{array}$$

$$e) 2 \cdot \dot{B} = 148^\circ 36' 32''$$

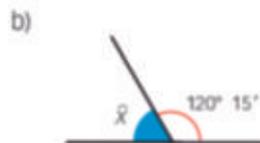
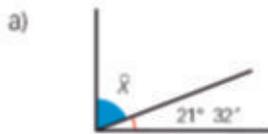
$$2\dot{B} - A = 85^\circ 20' 45''$$

$$\begin{array}{r} 148^\circ 36' 32'' \\ - 63^\circ 15' 47'' \\ \hline 85^\circ 20' 45'' \end{array}$$

$$\text{Suplementario de } 2\dot{B} - A = 94^\circ 39' 15''$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ - 85^\circ 20' 45'' \\ \hline 94^\circ 39' 15'' \end{array}$$

99. Calcula la amplitud del ángulo \hat{X} en cada figura.



a) X es el complementario del ángulo dado $\rightarrow X = 68^\circ 28'$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 21^\circ 32' \\ \hline 68^\circ 28' \end{array}$$

b) X es el suplementario del ángulo dado $\rightarrow X = 59^\circ 45'$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 60' \\ - 120^\circ 15' \\ \hline 59^\circ 45' \end{array}$$

100. Calcula la amplitud del ángulo de una porción de pizza que está dividida en:

- a) 6 porciones.
- b) 8 porciones.
- c) 10 porciones.
- d) 12 porciones.



- a) $360^\circ : 6 = 60^\circ$
- b) $360^\circ : 8 = 45^\circ$
- c) $360^\circ : 10 = 36^\circ$
- d) $360^\circ : 12 = 30^\circ$

101. Tres amigos, Marcos, Roberto y Ricardo, se están comiendo un pastel:

- Marcos se ha comido un trozo equivalente a $35^\circ 10'$.
- Roberto se ha comido $40^\circ 30'$.
- Ricardo se ha comido $50^\circ 40'$.

- a) ¿Cuánto mide el ángulo del trozo de pastel que se han comido entre los tres?
- b) ¿Cuánto mide el trozo del círculo que queda?



- a) $35^\circ 10' + 40^\circ 30' + 50^\circ 40' = 125^\circ 80' = 126^\circ 20'$
- b) $359^\circ 60'$

$$\begin{array}{r} - 126^\circ 20' \\ \hline 233^\circ 40' \end{array}$$

El trozo que queda tiene una amplitud de $233^\circ 40'$.

102. Los rayos del Sol entran por la mañana en la habitación de Luis y dan en la pared con una determinada inclinación. A las 7 de la mañana de un día de verano, ese ángulo es de $22^\circ 14'$. Cada hora que pasa, el ángulo de inclinación aumenta en $2^\circ 10' 20''$.

- a) ¿Qué ángulo tendrá a las 8 de la mañana?
- b) ¿Y a las 9 de la mañana?
- c) ¿Y a la una del mediodía?

- a) Ha transcurrido una hora.
 $22^\circ 14' + 2^\circ 10' 20'' = 24^\circ 24' 20''$
 El ángulo de inclinación a las 8 de la mañana es de $24^\circ 24' 20''$.
- b) Han transcurrido dos horas.
 $22^\circ 14' + 2 \cdot (2^\circ 10' 20'') = 22^\circ 14' + 4^\circ 20' 40'' = 26^\circ 34' 40''$
 El ángulo de inclinación a las 9 de la mañana es de $26^\circ 34' 40''$.
- c) Han transcurrido seis horas.
 $22^\circ 14' + 6 \cdot (2^\circ 10' 20'') = 22^\circ 14' + 12^\circ 60' 120'' = 22^\circ 14' + 13^\circ 2' = 35^\circ 16'$

103. Calcula el valor exacto de los ángulos que forman la aguja horaria y la aguja del minuterero de un reloj a las siguientes horas.

- Las tres de la tarde.
- Las tres y diez minutos.
- Las tres y media.
- Las cuatro menos cuarto.
- Las cinco y cuarto.
- Las seis en punto.



Minuterero

$$\begin{array}{l} 60 \text{ min} \rightarrow 360^\circ \\ 1 \text{ min} \rightarrow x \end{array}$$

$x = 6^\circ \rightarrow$ La aguja del minuterero recorre 6° cada minuto.

Horaria

$$\begin{array}{l} 12 \cdot 60 \text{ min} \rightarrow 360^\circ \\ 1 \text{ min} \rightarrow x \end{array}$$

$x = 0,5^\circ \rightarrow$ La aguja horaria recorre $0,5^\circ$ cada minuto.

a) $\text{Ángulo} = 90^\circ ((3 \cdot 60) \cdot 0,5 = 90^\circ)$

b) Minuterero: $10 \cdot 6^\circ = 60^\circ$ Horaria: $(3 \cdot 60 + 10) \cdot 0,5^\circ = 95^\circ$ \rightarrow $\text{Ángulo} = 95^\circ - 60^\circ = 35^\circ$

c) Minuterero: $30 \cdot 6^\circ = 180^\circ$ Horaria: $(3 \cdot 60 + 30) \cdot 0,5^\circ = 105^\circ$ \rightarrow $\text{Ángulo} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

d) Minuterero: $45 \cdot 6^\circ = 270^\circ$ Horaria: $(3 \cdot 60 + 45) \cdot 0,5^\circ = 112,5^\circ$ \rightarrow $\text{Ángulo} = 270^\circ - 112,5^\circ = 157,5^\circ$

e) Minuterero: $15 \cdot 6^\circ = 90^\circ$ Horaria: $(5 \cdot 60 + 15) \cdot 0,5^\circ = 157,5^\circ$ \rightarrow $\text{Ángulo} = 157,5^\circ - 90^\circ = 67,5^\circ$

f) $\text{Ángulo} = 180^\circ$

104. Mariano tarda 20 minutos en ir desde su casa al instituto. ¿Cuánto tiempo emplea a la semana en ir de su casa al instituto considerando la ida y la vuelta?

En ir y volver tarda $20 \text{ min} + 20 \text{ min} = 40 \text{ min}$ al día

Va al instituto 5 días a la semana (de lunes a viernes): $40 \cdot 5 = 200 \text{ min} = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$

Mariano emplea $3 \text{ h } 20 \text{ min}$ a la semana en ir y volver al instituto.

105. Una fotocopiadora funcionó 8 h 15 min 12 s el lunes; 3 h 40 min el martes, y 8 h 15 min 40 s el miércoles.

- ¿Cuánto tiempo estuvo funcionando en total?
- ¿Cuánto tiempo funcionó el miércoles más que el martes?

a) $8 \text{ h } 15 \text{ min } 12 \text{ s}$

$+ 3 \text{ h } 40 \text{ min}$

$8 \text{ h } 15 \text{ min } 40 \text{ s}$

$19 \text{ h } 70 \text{ min } 52 \text{ s}$

La fotocopiadora estuvo funcionando los tres días $19 \text{ h } 70 \text{ min } 52 \text{ s} = 20 \text{ h } 10 \text{ min } 52 \text{ s}$.

b) $7 \text{ h } 75 \text{ min } 40 \text{ s}$

$$\begin{array}{r} - 3 \text{ h } 40 \text{ min} \\ \hline 4 \text{ h } 35 \text{ min } 40 \text{ s} \end{array}$$

El miércoles estuvo funcionando la fotocopiadora 4 h 35 min 40 s más que el martes.

106. Marcos se conectó a Internet desde las 8 h 25 min hasta las 10 h 15 min 12 s. Calcula el tiempo total que estuvo conectado.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ h } 15 \text{ min } 12 \text{ s} \\ - 8 \text{ h } 25 \text{ min} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ h } 75 \text{ min } 12 \text{ s} \\ - 8 \text{ h } 25 \text{ min} \\ \hline 1 \text{ h } 50 \text{ min } 12 \text{ s} \end{array}$$

Marcos ha estado conectado 1 h 50 min 12 s.

107. En una carrera solidaria los tiempos en llegar a la meta de los tres primeros corredores han sido: 25 minutos 34 segundos, 26 minutos 2 segundos y 26 minutos 11 segundos.



- a) ¿Cuánto tiempo separa al primer corredor de los otros dos corredores?
 b) Si el corredor que ha llegado en cuarta posición lo ha hecho 56 segundos después del tercero, ¿a cuánto tiempo ha llegado del primero?
 c) El último corredor ha llegado a meta con un tiempo de 34 minutos 45 segundos. ¿Cuánto tiempo separa al primero del último?

a)	$26 \text{ min } 2 \text{ s}$	$25 \text{ min } 62 \text{ s}$
	$- 25 \text{ min } 34 \text{ s}$	$- 25 \text{ min } 34 \text{ s}$
	<hr/>	<hr/>
	$26 \text{ min } 11 \text{ s}$	$25 \text{ min } 71 \text{ s}$
	$- 25 \text{ min } 34 \text{ s}$	$- 25 \text{ min } 34 \text{ s}$
	<hr/>	<hr/>
	$9 \text{ min } 11 \text{ s}$	$0 \text{ min } 37 \text{ s}$

El segundo corredor ha llegado 28 s después del primero y el tercer corredor 37 s después del primero.

b) $37 \text{ s} + 56 \text{ s} = 93 \text{ s} = 1 \text{ min } 33 \text{ s}$

El cuarto corredor ha llegado 1 min 33 s después del primero.

c) $34 \text{ min } 45 \text{ s}$
 $- 25 \text{ min } 34 \text{ s}$

 $9 \text{ min } 11 \text{ s}$

El primero ha llegado 9 min 11 s antes a meta que el último.

108. Lola trabajó el lunes durante 8 h 40 min 25 s. Como tiene exceso horario, ha decidido trabajar media hora menos los restantes días de esa semana.

a) ¿Cuánto trabajará cada uno de los otros días?

b) Suponiendo que su jornada laboral es de lunes a viernes, ¿cuánto tiempo trabajará en total esta semana?

a) $8 \text{ h } 40 \text{ min } 25 \text{ s} - 30 \text{ min} = 8 \text{ h } 10 \text{ min } 25 \text{ s}$

b) $8 \text{ h } 40 \text{ min } 25 \text{ s} + 4 \cdot (8 \text{ h } 10 \text{ min } 25 \text{ s}) = 8 \text{ h } 40 \text{ min } 25 \text{ s} + 32 \text{ h } 40 \text{ min } 100 \text{ s} = 40 \text{ h } 80 \text{ min } 125 \text{ s} = 40 \text{ h } 82 \text{ min } 5 \text{ s} = 41 \text{ h } 22 \text{ min } 5 \text{ s}$

109. Anabel, para ir al trabajo, coge el tren de cercanías. Desde su casa hasta el trabajo hay dos estaciones; hasta la primera suele tardar 32 min 54 s, y hasta la segunda, 44 min 27 s. Hoy, debido a una avería en las vías, el tren se ha retrasado. En llegar a la primera estación ha tardado 19 min 40 s más de lo habitual y hasta la segunda se ha retrasado 26 min 32 s.

a) ¿Cuánto ha tardado Anabel en llegar a su trabajo?

b) Si en la vuelta no ha tenido retrasos, ¿cuánto tiempo ha invertido hoy en los dos trayectos?

a) Hasta la primera estación ha tardado: $32 \text{ min } 54 \text{ s} + 19 \text{ min } 40 \text{ s} = 51 \text{ min } 94 \text{ s} = 52 \text{ min } 34 \text{ s}$

Hasta la segunda estación ha tardado: $44 \text{ min } 27 \text{ s} + 26 \text{ min } 32 \text{ s} = 70 \text{ min } 59 \text{ s} = 1 \text{ h } 10 \text{ min } 59 \text{ s}$

$52 \text{ min } 34 \text{ s} + 1 \text{ h } 10 \text{ min } 59 \text{ s} = 1 \text{ h } 62 \text{ min } 93 \text{ s} = 2 \text{ h } 3 \text{ min } 33 \text{ s}$

Anabel ha tardado 2 h 3 min 33 s en llegar al trabajo.

b) En volver ha tardado: $32 \text{ min } 54 \text{ s} + 44 \text{ min } 27 \text{ s} = 76 \text{ min } 81 \text{ s} = 1 \text{ h } 17 \text{ min } 21 \text{ s}$

$2 \text{ h } 3 \text{ min } 33 \text{ s} + 1 \text{ h } 17 \text{ min } 21 \text{ s} = 3 \text{ h } 20 \text{ min } 54 \text{ s}$

Anabel ha invertido 3 h 20 min 54 s en los dos trayectos.

110. Una máquina de reciclaje de aluminio puede trabajar de manera ininterrumpida durante 4 h 50 min 30 s, parando después 1 h 50 min. ¿Cuánto tiempo tardará la máquina en hacer tres turnos de trabajo y descanso?

$3 \cdot (4 \text{ h } 50 \text{ min } 30 \text{ s}) + 3 \cdot (1 \text{ h } 50 \text{ min}) = 12 \text{ h } 150 \text{ min } 90 \text{ s} + 3 \text{ h } 150 \text{ min} = 15 \text{ h } 300 \text{ min } 90 \text{ s} = 20 \text{ h } 1 \text{ min } 30 \text{ s}$

La máquina tarda en hacer tres turnos (con sus descansos) 20 h 1 min 30 s.

111. En una fábrica de muebles se fabrican sillas y sillones. Los trabajadores cobran 12,50 € por cada silla terminada y 22,50 € por cada sillón. En fabricar una silla tardan 1 h 20 min, y en fabricar un sillón, 2 h 15 min. Si la jornada laboral es de 8 horas diarias, ¿qué es más rentable, fabricar solo sillas o solo sillones?

Una jornada de 8 h equivale a 480 min.

En hacer una silla se tarda 1 h 20 min = 80 min, y en hacer un sillón, 2 h 15 min = 135 min.

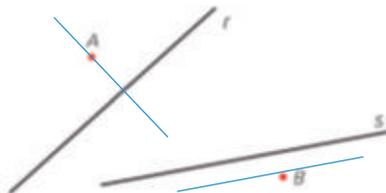
En 8 h se pueden hacer $480 : 80 = 6$ sillas → Se obtiene $6 \cdot 12,50 = 75$ €.

En 8 h se pueden hacer $480 : 135 = 3,5$ sillones (3 completos) → Se obtiene $3 \cdot 22,5 = 67,5$ €.

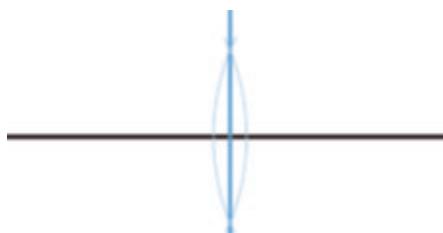
Es más rentable fabricar solo sillas.

DEBES SABER HACER

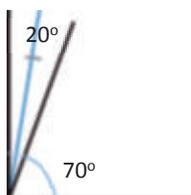
1. Copia estas rectas y estos puntos en tu cuaderno. Después traza una perpendicular a r que pase por A , y una paralela a s pasando por B .



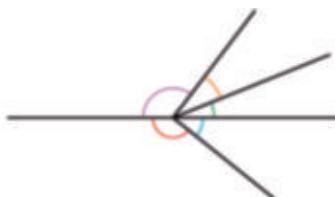
2. Dibuja un segmento de 5,8 cm y traza su mediatriz.



3. Dibuja un ángulo de 70° y su ángulo complementario. Traza la bisectriz del complementario.



4. Señala en la figura un par de ángulos consecutivos y un par de ángulos adyacentes.



Respuesta abierta. Por ejemplo:

Consecutivos: morado y rojo.

Adyacentes: rojo y azul.

5. Realiza los siguientes cálculos.

a) $53^\circ 32' 45'' + 45^\circ 39' 8''$

$$\begin{array}{r} 53^\circ 32' 45'' \\ + 45^\circ 39' 8'' \\ \hline 98^\circ 71' 53'' \rightarrow 99^\circ 11' 53'' \end{array}$$

b) $87^\circ 41' 25'' - 25^\circ 59' 48''$

$$\begin{array}{r} 87^\circ 41' 25'' \\ - 25^\circ 59' 48'' \\ \hline 61^\circ 41' 37'' \end{array}$$

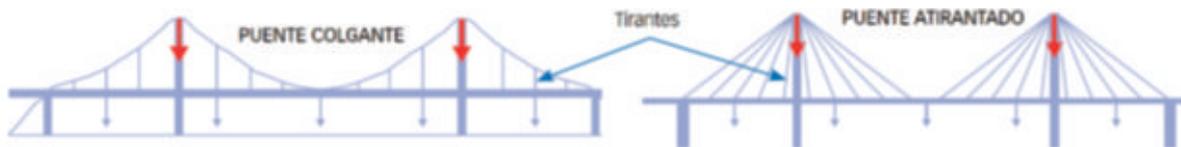
6. Un autobús parte de su estación a las 9 h 26 min y llega a la estación de destino a las 13 h 14 min. ¿Cuánto dura el trayecto?

$$\begin{array}{r} 13 \text{ h } 14 \text{ min} \\ - 9 \text{ h } 26 \text{ min} \\ \hline 3 \text{ h } 48 \text{ min} \end{array}$$

El trayecto dura 3 h 48 min.

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

112. Los puentes colgantes atravesaron una edad de oro en Europa durante la primera mitad del siglo XIX, llegando a su máximo esplendor con el puente de Menai, finalizado en 1826. Este puente une la isla de Anglesey con Bangor (Gales), y es considerado el primer puente colgante moderno y sigue en servicio hoy en día.



Mario está de vacaciones y le llama su amigo Javier justo en el momento en que está asomado a un puente. Su amigo le pregunta por las vacaciones y se produce esta conversación:

MARIO: ¿Y dónde estás ahora?

JAVIER: No te lo vas a creer, en un puente colgante, como los que estudiamos en la clase de Tecnología.

MARIO: ¿Y de qué tipo es? ¿Atirantado o colgante?

JAVIER: Ni idea, no me acuerdo de la diferencia.

- a) Si Mario solo se fija en la posición relativa de los tirantes, ¿cuál es la de cada uno de los tipos de puente?
- b) Para medir la distancia del puente, Mario cuenta los pasos que hay entre un tirante y el siguiente, y le sale que son 23 pasos. Si cada paso de Mario abarca 125 centímetros, ¿cuánto mide el puente si ha contado que de cada torre salen 7 tirantes y tiene tres torres?

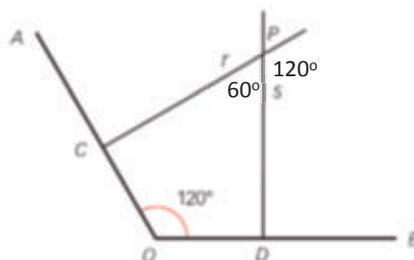
a) Si los tirantes son paralelos, es un puente colgante, y si los tirantes son secantes, es un puente atirantado.

b) $7 \cdot 3 = 21$ tirantes tiene el puente. Entre cada dos tirantes hay una distancia de $23 \cdot 125 = 2875$ cm.

$20 \cdot 2875 = 57500$ cm = 575 metros mide el puente.

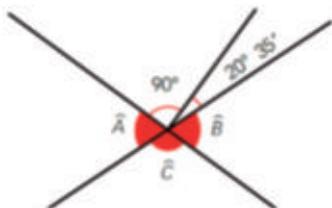
FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

113. Observa el dibujo; utilizando el transportador, se dibujó un ángulo \widehat{AOB} de 120° . Después, se señaló un punto C , en el lado OA , y un punto D , en el lado OB . Se trazó la recta r , perpendicular al lado OA por el punto C , y la recta s , perpendicular al lado OB por el punto D . Se llamó P al punto de corte de las rectas r y s . ¿Cuánto mide el ángulo \widehat{CPD} ?



$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

114. Halla el valor de cada uno de los ángulos de esta figura:

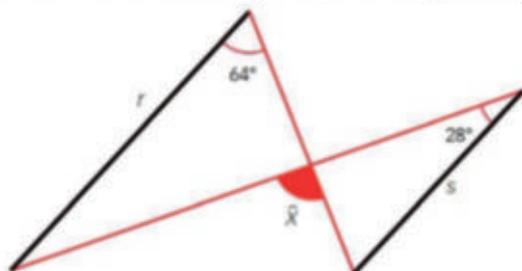


$$C = 90^\circ + 20^\circ 35' = 110^\circ 35'$$

$$A = \hat{B} = 180^\circ - C = 69^\circ 25'$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 60' \\ - 110^\circ 35' \\ \hline 69^\circ 25' \end{array}$$

115. Calcula \hat{X} sabiendo que las rectas r y s son paralelas.



$$A = 28^\circ \quad \hat{B} = 180^\circ - (64^\circ + 28^\circ) = 88^\circ$$

Por ser adyacentes \hat{B} y $X \rightarrow X = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$

PRUEBAS PISA

- 116. Elena, Rosa, Alberto y Pedro se apuntan como equipo a un campeonato de *minikarts*. En el campeonato se eligen las dos mejores vueltas que hace cada uno. En la tabla están esos tiempos.**

	N.º de vuelta	Tiempo
Elena	12	1 min 02,2 s
	16	1 min 01,7 s
Rosa	14	1 min 01,6 s
	19	1 min 01,3 s
Alberto	20	1 min 00,3 s
	21	59,6 s
Pedro	18	1 min 01,1 s
	22	59,8 s

En este campeonato hay diversas clasificaciones; calcula el tiempo con el que compiten ellos para cada una de las siguientes clasificaciones.

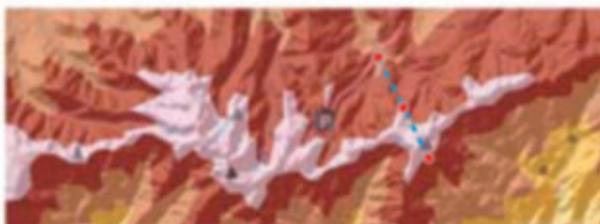
- a) La suma de los cuatro mejores tiempos de los miembros del equipo.
 b) La menor diferencia entre el mejor tiempo y el peor del equipo.
- a) $1 \text{ min } 1,7 \text{ s} + 1 \text{ min } 1,3 \text{ s} + 59,6 \text{ s} + 59,8 \text{ s} = 2 \text{ min } 122,4 \text{ s} = 4 \text{ min } 2,4 \text{ s}$
 b) Mejor: $59,6 \text{ s}$ Peor: $1 \text{ min } 2,2 \text{ s} = 62,2 \text{ s} \rightarrow 62,2 \text{ s} - 59,6 \text{ s} = 2,6 \text{ s}$

- 117. Tres amigos van de excursión al campo. En un punto deciden separarse tomando cada uno una dirección. Para poder comunicarse bien con los *walkis* que llevan es mejor que caminen a la misma velocidad y mantengan la misma distancia entre ellos.**

- a) Dibuja en tu cuaderno la dirección que debe llevar el tercer amigo.



- b) Pasado un rato, dos amigos se paran pero el tercero decide avanzar. Traza la dirección que debe seguir.



- a) El tercer amigo debe caminar por la bisectriz del ángulo que forman.
 b) Debe seguir por puntos de la mediatriz del segmento que une a los dos amigos que se pararon.

