MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 11. Cuadriláteros y otros polígonos

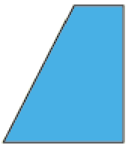
Unidad 11. Cuadriláteros y otros polígonos

PÁGINA 182

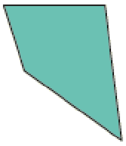
1 CUADRILÁTEROS: CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES

1. Clasifica los siguientes cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados:

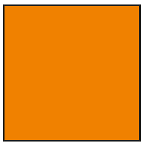
a.



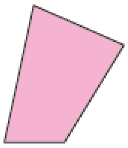
b.



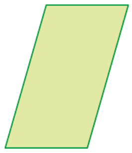
c.



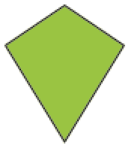
d.



e.



f.



a. Trapecio rectángulo.

b. Trapezoide.

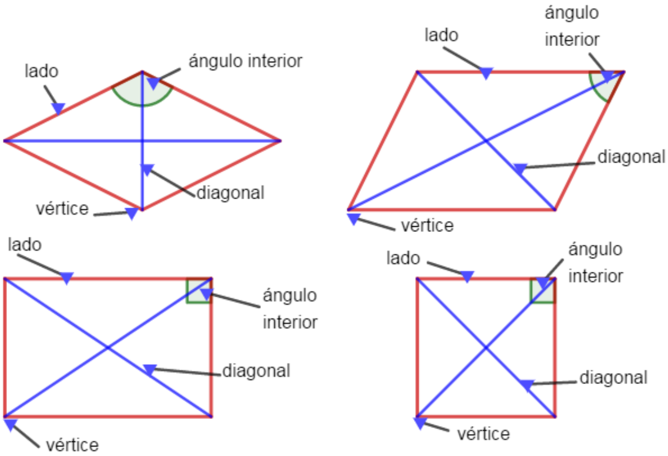
c. Cuadrado.

d. Trapezoide.

e. Romboide.

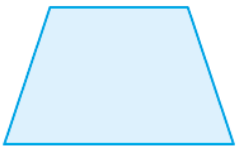
f. Rombo.

2. Dibuja los cuatro tipos de paralelogramos que hay y señala sus elementos: lados, vértices, ángulos y diagonales.



3. Indica el nombre de los siguientes cuadriláteros:

a.



b.

c.

d.

e.

a. Trapecio isósceles.

b. Romboide.

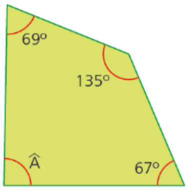
c. Rectángulo.

d. Trapecio escaleno.

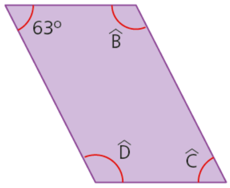
e. Cuadrado.

4. Halla el valor de todos los ángulos en cada una de estas figuras:

a.



b.



a. A = 360º – (69 + 135 + 67) = 89

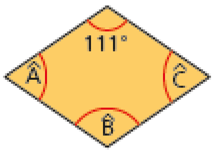
b. C = 63º. B = D = 180 – 63 = 117º

5*. Indica las diferencias entre un rombo y un cuadrado.

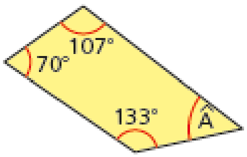
Ambos tienen los lados iguales, pero el cuadrado tiene sus cuatro ángulos rectos, mientras que el rombo tiene los ángulos iguales dos a dos.

6*. Halla el valor de los ángulos que falten en cada figura:

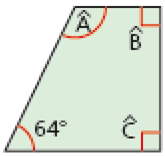
a.



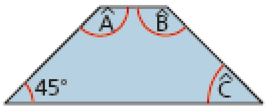
c.



b.



d.



a. B = 111º, por ser opuesto al de 111º.

Los ángulos A y B son suplementarios, por tanto:

111° + A = 180° ⇒ A = 69º

El ángulo C mide lo mismo que el ángulo A por ser opuestos:

A = C = 69º

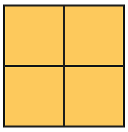
b. B = C = 90º; A = 360 – (90º + 90º + 64º) = 116º

c. A = 360º – (133º + 70º + 107º) = 50º

d. C = 45º, A = B = 135º

PÁGINA 183

7*. ¿Cuántos paralelogramos aprecias en esta figura?



Cuatro cuadrados pequeños, dos rectángulos horizontales, dos rectángulos verticales, un cuadrado grande (todo el dibujo).

8*. Indica el nombre del polígono que cumple las siguientes condiciones:

a. Es un cuadrilátero, tiene cuatro lados iguales, y dos de sus ángulos miden 110°.

b. Tiene cuatro lados, de los cuales solamente dos son paralelos, y dos ángulos rectos.

c. Es un paralelogramo y no es un polígono regular, pero sus cuatro lados son iguales.

a. Rombo.

b. Trapecio rectángulo.

c. Rombo.

9*. Considerando los paralelogramos: el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el romboide, indica cuáles de ellos cumplen las siguientes propiedades:

a. Tienen todos sus lados iguales.

b. Tienen todos sus ángulos iguales.

c. Tienen sus diagonales iguales.

d. Tienen sus diagonales perpendiculares.

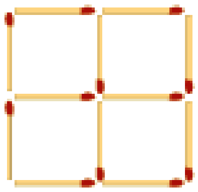
a. El cuadrado y el rombo.

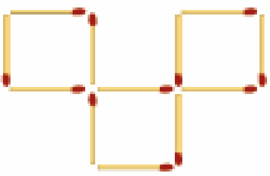
b. El cuadrado y el rectángulo.

c. El cuadrado y el rectángulo.

d. El cuadrado, el rectángulo, el rombo y el romboide.

10. Pon a prueba tu ingenio y consigue dejar únicamente tres cuadrados moviendo tan solo tres cerillas.**





2 PERÍMETRO Y ÁREA DE LOS CUADRILÁTEROS

11. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

a. Un rombo de 11 m de lado.

b. Un rectángulo cuyos lados miden 7 cm y 12 cm.

c. Un cuadrado de 5 cm de lado.

El perímetro de cualquier polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados.

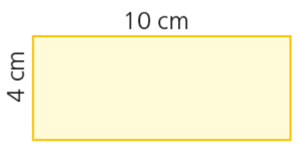
a. $P = 11 \cdot 4 = 44$ m

b. $P = 7 + 12 + 7 + 12 = 38$ cm

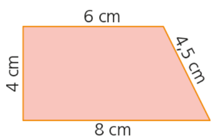
c. $P = n \cdot l \Rightarrow P = 5 \cdot 4 = 20$ cm

12. Halla el perímetro de las siguientes figuras con sus dimensiones en cm:

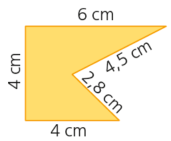
a.



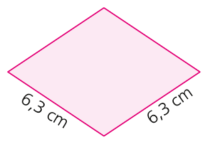
b.



c.



d.



a. $P = (4 + 10) \cdot 2 = 28$ cm.

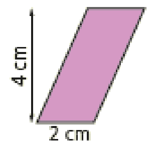
b. $P = 4 + 6 + 4,5 + 8 = 22,5$ cm.

c. $P = 4 + 6 + 4,5 + 2,8 + 4 = 21,3$ cm.

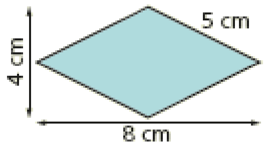
d. $P = 4 \cdot 6,3 = 25,2$ cm.

13. Determina el área de estas figuras:

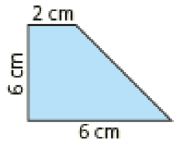
a.



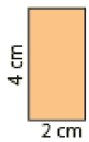
b.



c.



d.



a. $A_{\text{romboide}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 8 \text{ cm}^2$

b. $A_{\text{rombo}} = \dfrac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A_{\text{rombo}} = \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16 \Rightarrow A_{\text{rombo}} = 16 \text{ cm}^2$

c. $A_{\text{trapecio}} = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = \dfrac{6 + 2 \ \cdot 6}{2} = 24 \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = 24 \text{ cm}^2$

d. $A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 8 \text{ cm}^2$

14*. Calcula el área de las siguientes figuras:

a. Un romboide de 10 cm de base y de 8 cm de altura.

b. Un cuadrado de 12 cm de lado.

c. Un rectángulo cuyos lados miden 15 cm y 9 cm.

a. $A_{\text{romboide}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 10 \cdot 8 = 80 \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 80 \text{ cm}^2$

b. $A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 12^2 = 144 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 144 \text{ cm}^2$

c. $A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 15 \cdot 9 = 135 \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 135 \text{ cm}^2$

15*. Halla el área de un cuadrado cuyo perímetro mide 60 cm.

$P = 60 = 4 \cdot l \Rightarrow l = 15$ cm

A = $15^2 = 225$ cm^2

16*. Calcula el perímetro de un cuadrado que tiene un área de 169 cm^2.

$A = 169 = l^2 \Rightarrow l = 13$ cm

$P = 4 \cdot 13 = 52$ cm

17*. Una piscina rectangular cuyas dimensiones son 8 m x 4 m se quiere cubrir en invierno con una lona de forma que exceda 1 m por cada borde de la piscina para poder anclarla al suelo. ¿Qué dimensiones tendrá la lona?

$A = (1 + 4 + 1) \cdot (1 + 8 + 1) = 60$ m^2

18*. Se quiere pintar una pared en forma rectangular con unas dimensiones de 9 m x 2,5 m. Si en la pared hay un hueco de una ventana en forma de rombo cuyas diagonales miden 100 cm x 70 cm, ¿cuánta superficie se tiene que pintar?

$A = 9 \cdot 2{,}5 = 22{,}5$ m^2.$\Rightarrow$ $A = \dfrac{1 \cdot 0{,}7}{2} = 0{,}35 \text{ m}^2$

$A = 22{,}5 - 0{,}35 = 22{,}15$ m^2

19*. ¿Cuánto mide la diagonal menor de un rombo si su área es de 48 cm^2 y su diagonal mayor mide 12 cm?

$$A = 48 = \frac{12 \cdot d}{2} \Rightarrow d = 8 \text{ cm}$$

20*. Averigua el perímetro de un rectángulo que tiene una diagonal de 13 cm y uno de cuyos lados mide 8 cm.

$13^2 = 8^2 + x^2 \Rightarrow x = 10{,}25$ cm

21*. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras dibujadas en una trama de cuadrados de 1 cm de lado:

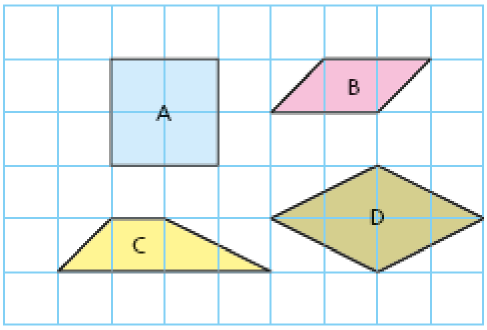


Figura A.

$A = 2^2 = 4 \Rightarrow A = 4\ \text{cm}^2$

$P = 4 \cdot 2 = 8 \Rightarrow P = 8\ \text{cm}$

Figura B.

$A = 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow A = 2\ \text{cm}^2$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la longitud del lado oblicuo:

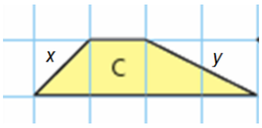
$l^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow l^2 = 2 \Rightarrow l = 1{,}41\ \text{cm}$

$P = 1{,}41 + 1{,}41 + 2 + 2 = 6{,}82\ \text{cm}$

Figura C.

$$A = \frac{B + b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{4 + 1 \cdot 1}{2} = 2{,}5 \Rightarrow A = 2{,}5\ \text{cm}^2$$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la longitud de los lados oblicuos:



$$x = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1{,}41 \Rightarrow x = 1{,}41\ \text{cm}$$

$$y = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2{,}24 \Rightarrow y = 2{,}24\ \text{cm}$$

$P = 1{,}41 + 2{,}24 + 4 + 1 = 8{,}65\ \text{cm}$

Figura D.

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \Rightarrow A = 4\ \text{cm}^2$$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la longitud del lado:

$l^2 = 2^2 + 1^2 \Rightarrow l^2 = 5;\ l = 2{,}24\ \text{cm}$

$P = 4 \cdot 2{,}24 = 8{,}96\ \text{cm}$

PÁGINA 184

22*. Halla el área y el perímetro de los siguientes cuadriláteros:

a. Un cuadrado de 7 m de lado.

b. Un rectángulo de 15 m y 9 m de lado.

c. Un romboide de 11 m de base, 8 m de lado y 6 m de altura.

d. Un rombo cuyas diagonales miden, respectivamente, 30 dm y 20 dm.

e. Un trapecio isósceles cuyas bases miden 150 cm y 11 dm, respectivamente, y que tiene 4 dm de altura.

a. $A = 7^2 = 49$ m^2. $P = 4 \cdot 7 = 28$ m.

b. $A = 15 \cdot 9 = 135$ m^2. $P = 2 \cdot (15 + 9) = 48$ m.

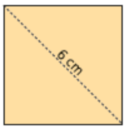
c. $A = 11 \cdot 6 = 66$ m^2. $P = 2 \cdot (11 + 8) = 38$ m.

d. $A = \frac{30 \cdot 20}{2} = 300 \text{ dm}^2$. $l^2 = 15^2 + 10^2 \Rightarrow l = 18{,}03$ dm $\Rightarrow P = 4 \cdot 18{,}03 = 72{,}11$ dm.

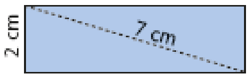
e. $A = \frac{15+11}{2} \cdot 4 = 52 \text{ dm}^2$. $l^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow l = 3{,}47$ dm $\Rightarrow P = 15 + 11 + 2 \cdot 3{,}47 = 32{,}93$ dm.

23*. Halla el área de estas figuras:

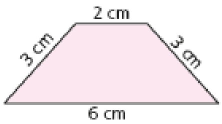
a.



c.



b.



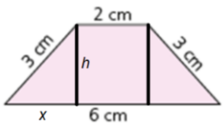
d.

a. Se aplica el teorema de Pitágoras para averiguar el lado del cuadrado:

$6^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 36 = 2 \cdot l^2$; $l^2 = \frac{36}{2} = 18 \Rightarrow l = \sqrt{18} = 4{,}24 \Rightarrow l = 4{,}24$ cm

$A = l^2 \Rightarrow A = 4{,}24^2 = 18$ cm^2

b. Se traza las alturas y se averigua el valor de *x:*



$$x = \frac{6-2}{2} = 2$$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura del trapecio:

$$h = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} = 2{,}24$$

El área es:

$$A = \frac{B+b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6+2 \cdot 2{,}24}{2} = 8{,}96 \Rightarrow A = 8{,}96 \text{ cm}^2$$

c. Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la base del rectángulo:

$7^2 = b^2 + 2^2 \Rightarrow 49 = b^2 + 4 \Rightarrow 49 - 4 = b^2 \Rightarrow 45 = b^2 \Rightarrow b = 6{,}71$

$A = b \cdot h \Rightarrow A = 6{,}71 \cdot 2 = 13{,}42 \Rightarrow A = 13{,}42 \text{ cm}^2$

d. Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la mitad de la diagonal mayor del rombo:

$6^2 = x^2 + 4^2 \Rightarrow 36 = x^2 + 16 \Rightarrow 36 - 16 = x^2 \Rightarrow 20 = x^2 \Rightarrow x = 4{,}47 \text{ cm}$

La diagonal mayor es el doble del valor de x. Por tanto, $D = 8{,}94$ cm:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A = \frac{8 \cdot 8{,}94}{2} = 35{,}76 \Rightarrow A = 35{,}76 \text{ cm}^2$$

24*. Una pizarra tiene 1,50 m de alto y 2,20 m de largo. Si se coloca en la pared de una clase que mide 7 m de largo por 2,60 m de alto, ¿qué superficie queda libre en la pared?

$A_{pizarra} = b \cdot h = 1{,}50 \cdot 2{,}20 = 3{,}3 \text{ m}^2$

$A_{clase} = b \cdot h = 7 \cdot 2{,}60 = 18{,}2 \text{ m}^2$

$A_{libre} = A_{clase} - A_{pizarra} = 18{,}2 - 3{,}3 = 14{,}90 \text{ m}^2$

25*. El tamaño de una pantalla de ordenador es la medida de su diagonal, que se suele dar en pulgadas. Si un monitor de forma cuadrada tiene 22 pulgadas, lo que equivale a 55,88 cm, ¿cuál es la superficie de la pantalla?

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el lado del cuadrado:

$$55{,}88^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 3\,122{,}57 = 2 \cdot l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{3\,122{,}57}{2}} = \sqrt{1\,561{,}29} = 39{,}51 \Rightarrow l = 39{,}51 \text{ cm}$$

$A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 39{,}51^2 = 1\,561{,}04 \text{ cm}^2$

26*. Irene quiere construir una cometa con forma de rombo. En sus diagonales va a colocar como armazón unas varillas de 50 cm y 80 cm de longitud, respectivamente. Si utiliza 1 m² de tela para construir la cometa:

a. ¿Qué superficie de tela empleará?

b. ¿Cuánta le sobrará?

a. $A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A = \frac{80 \cdot 50}{2} = 2\,000 \Rightarrow A = 2\,000 \text{ cm}^2 = 0{,}2 \text{ m}^2$

b. $1 - 0{,}2 = 0{,}8 \text{ m}^2$

Por tanto, le sobrará 0,8 m²

27*. Moly es un perro muy alegre y cariñoso y le encanta hacer ejercicio. Todos los días recorre a toda velocidad el borde de una parcela rectangular que tiene el doble de largo que de ancho y cuya diagonal mide 20 m. Ayer 13 de diciembre hizo este trayecto dos veces, ¿puedes indicar qué distancia recorrió?

$$20^2 = x^2 + (2x)^2 \Rightarrow x = \frac{400}{5} = 80 \text{ m}$$

$P = 2 \cdot (80 + 160) = 480$ m

Recorrió = 2 · 480 = 960 m.

28*. El lado de un cuadrado y de un rombo miden exactamente lo mismo, 8 cm. Además, una de las diagonales del rombo es el doble que la otra:

a. ¿Cuál tiene mayor perímetro?

b. ¿Cuál tiene mayor área?

a. $P_c = 4 \cdot 8 = 32$ cm $= P_r$. Tienen el mismo perímetro.

b. $A_c = 8^2 = 64$ cm^2

$8^2 = 4x^2 + x^2 \Rightarrow x = 3{,}58$ cm

Las diagonales miden 7,16 cm y 14,31 cm.

$$A_r = \frac{7{,}16 \cdot 14{,}31}{2} = 51{,}23 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área del cuadrado es mayor.

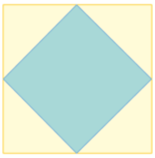
29*. Averigua las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 36 cm, si la longitud de uno de sus lados es el doble que la del otro.

El perímetro de un rectángulo es la suma de sus lados.

$P_{\text{rectángulo}} = 2 \cdot x + 2 \cdot 2x \Rightarrow 36 = 2x + 4x \Rightarrow 36 = 6x;\ x = \frac{36}{6} = 6$

Un lado 6 cm el otro el doble: 12 cm

30*. Sobre un paño de tela en forma cuadrada de 16 dm de lado se recorta otro cuadrado de forma que los vértices del nuevo cuadrado se sitúan en el punto medio del cuadrado inicial; ¿cuánta tela queda una vez recortado el cuadrado?



Visualmente se aprecia que el cuadrado cortado es la mitad del inicial, por tanto, quedará $\frac{16^2}{2} = 128 \text{ dm}^2$ de tela.

Comprobémoslo numéricamente:

$x^2 = 8^2 + 8^2 \Rightarrow x = 11{,}31$ dm.

$A = 11{,}31^2 = 128$ dm$^2 \Rightarrow A' = 16^2 = 256$ dm^2

Tela = 256 – 128 = 128 dm^2.

31. ¿Cuántas baldosas de 25 cm de lado se necesita para recubrir una cocina cuyas dimensiones son 8 m × 3 m?**

Se averigua el área de la cocina:

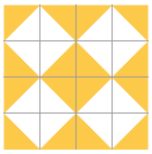
$A = 8 \cdot 3 = 24$ m$^2 = 240\,000$ cm^2

El área de cada baldosa es: $25^2 = 625$ cm^2. Por tanto, el número de baldosas que necesitará es:

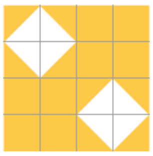
240 000 : 625 = 384 baldosas.

32. Halla el área de las zonas sombreadas, sabiendo que el lado de cada uno de los cuatro cuadrados mide 8 cm.**

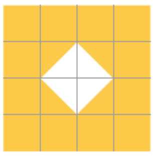
a.



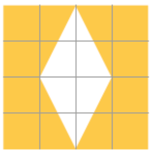
b.



c.



d.



El área del cuadrado grande es 64 cm^2, y de cada cuadrado pequeño es: 4 cm^2. Por tanto:

a. $A = 64 – 32 = 32$ cm^2

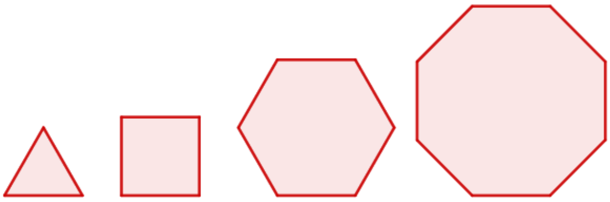
b. $A = 64 – 16 = 48$ cm^2

c. $A = 64 – 8 = 56$ cm^2

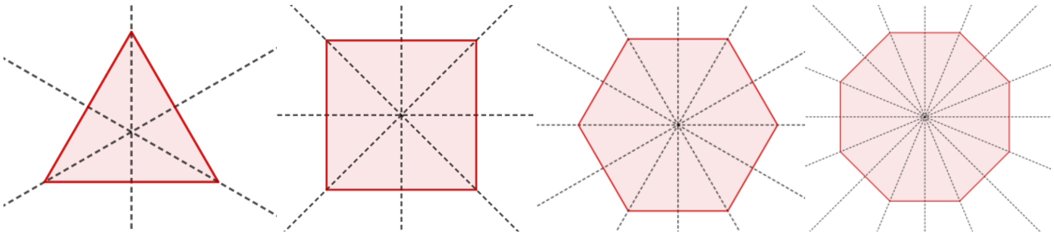
d. $A = 64 – 16 = 48$ cm^2

3 CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES Y EJES DE SIMETRÍA

33. Dibuja en tu cuaderno los polígonos regulares de tres, cuatro, seis y ocho lados.



34*. Traza los ejes de simetría de los polígonos dibujados en la actividad anterior e indica el número de ejes de cada uno.



35*. Copia en tu cuaderno estas letras y traza los ejes de simetría que tiene cada una de ellas:

a.

c.

b.

d.

a.

c.

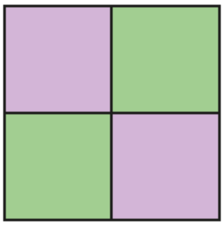
b.

d.

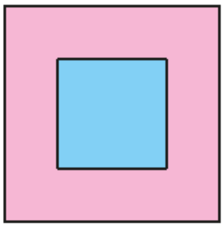
PÁGINA 185

36*. Utiliza el libro de espejos para encontrar el eje o ejes de simetría de cada figura.

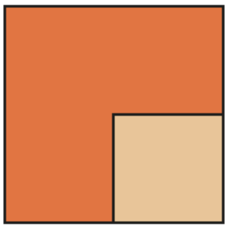
a.



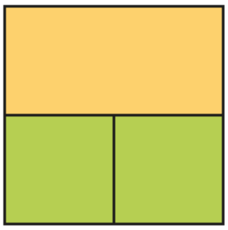
c.



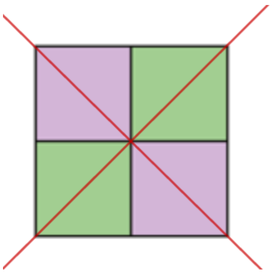
b.



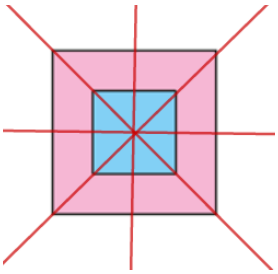
d.



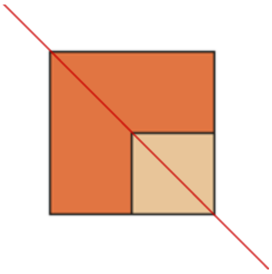
a.



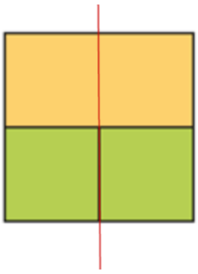
c.



b.



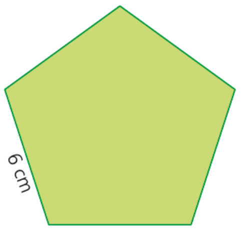
d.



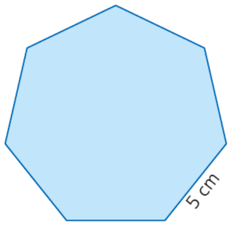
4 PERÍMETRO Y ÁREA DE LOS POLÍGONOS REGULARES

37. Halla el perímetro de estos polígonos regulares:

a.



b.

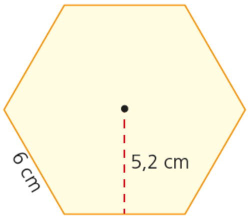


a. $P = 5 \cdot 6 = 30$ cm

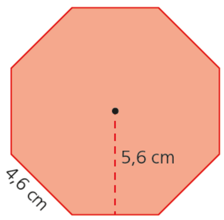
b. $P = 7 \cdot 5 = 35$ cm

38. Determina el área y el perímetro de estos polígonos regulares:

a.



b.

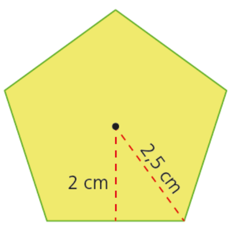


a. $A = \dfrac{P \cdot ap}{2} = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$. P = 6 · 6 = 36 cm.

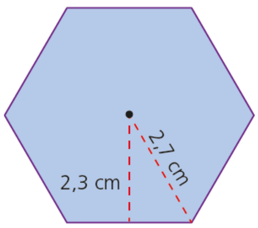
b. $A = \dfrac{P \cdot ap}{2} = \dfrac{8 \cdot 4{,}6 \cdot 5{,}6}{2} = 103{,}04 \text{ cm}^2$. P = 8 · 4,6 = 36,8 cm.

39*. Averigua el perímetro y el área de estos polígonos regulares:

a.



b.



a. Usamos el teorema de Pitágoras para calcular el valor del lado:

$2{,}5^2 = 2^2 + x^2 = x = 1{,}5$ cm. El lado es el doble de este valor: 2 · 1,5 = 3 cm

$A = \dfrac{P \cdot ap}{2} = \dfrac{5 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 15 \text{ cm}^2$. P = 5 · 3 = 15 cm.

b. Usamos el teorema de Pitágoras para calcular el valor del lado:

$2{,}7^2 = 2{,}3^2 + x^2 = x = 1{,}41$ cm. El lado es el doble de este valor: 2 · 1,41 = 2,83 cm

$A = \dfrac{P \cdot ap}{2} = \dfrac{6 \cdot 2{,}83 \cdot 2{,}3}{2} = 19{,}52 \text{ cm}^2$. P = 6 · 2,83 = 16,97 cm.

40*. Calcula el perímetro y el área de estos polígonos regulares:

a. Un octógono de 4,07 cm de lado y 5 cm de apotema.

b. Un eneágono de 5,82 dm de lado y 8 dm de apotema.

c. Un decágono de 7,15 m de lado y 11 m de apotema.

d. Un endecágono de 5,28 cm de lado y 9 cm de apotema.

a. $A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{8 \cdot 4{,}07 \cdot 5}{2} = 81{,}4\ \text{cm}^2$. P = 8 · 4,07 = 32,56 cm.

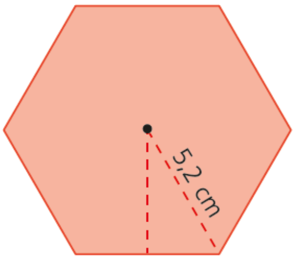
b. $A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{9 \cdot 5{,}82 \cdot 8}{2} = 209{,}52\ \text{dm}^2$. P = 9 · 5,82 = 52,38 dm.

c. $A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{10 \cdot 7{,}15 \cdot 11}{2} = 393{,}25\ \text{m}^2$. P = 10 · 7,15 = 71,5 m.

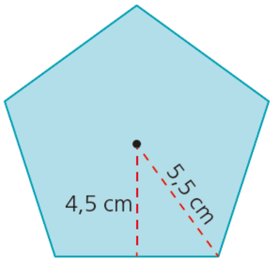
d. $A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{11 \cdot 5{,}28 \cdot 9}{2} = 261{,}36\ \text{cm}^2$. P = 11 · 5,28 = 58,08 cm.

41*. Halla el perímetro y el área de estos polígonos regulares:

a.



b.



a. En un hexágono regular el lado mide lo mismo que el radio, en este caso 5,2 cm. Usamos el teorema de Pitágoras para calcular el valor de la apotema:

$5{,}2^2 = 2{,}6^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 4{,}5$ cm.

$A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 5{,}2 \cdot 4{,}5}{2} = 70{,}2\ \text{cm}^2$. P = 6 · 5,2 = 31,2 cm.

b. Usamos el teorema de Pitágoras para calcular el valor del lado:

$5{,}5^2 = 4{,}5^2 + x^2 \Rightarrow x = 3{,}16$ cm. El lado es el doble de este valor: 2 · 3,16 = 6,32 cm

$A = \frac{P \cdot ap}{2} = \frac{5 \cdot 6{,}32 \cdot 4{,}5}{2} = 71{,}1\ \text{cm}^2$. P = 5 · 6,32 = 31,6 cm.

42*. Abril quiere elaborar una cometa; para ello, dispone de una lámina plastificada rectangular cuyas dimensiones son 150 cm y 80 cm. Se dispone a cortar un rombo de la lámina que tenga su misma altura y anchura.

a. ¿Cuál es el área de la cometa?

b. ¿Qué superficie de lámina sobrará?

c. Si quiere adornar la cometa pegando una cinta a lo largo de todo su borde, ¿cuál será la longitud de la cinta?

a. $A_{\text{rombo}} = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{150 \cdot 80}{2} = 6\,000 \text{ cm}^2$

b. $A_{\text{rectángulo}} = 150 \cdot 80 = 12\,000 \text{ cm}^2$

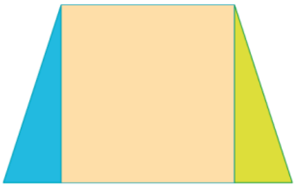
12 000 – 6 000 = 6 000 cm^2 sobrará de lámina.

c. Con el teorema de Pitágoras calculamos el lado del rombo:

$h^2 = 40^2 + 75^2 \Rightarrow h = 85$

P = 4 · 85 = 340 cm de cinta.

43*. Unos amigos se han construido una bandera en la que incluyen la imagen de un trapecio isósceles como el de la figura.



Si el trapecio tiene unas bases de 50 cm y 30 cm, respectivamente, y una altura de 25 cm:

a. Halla el área que está pintada de cada color.

b. Calcula el perímetro de cada una de estas zonas.

a. La zona azul es un triángulo rectángulo cuyos catetos son 10 cm y 25 cm respectivamente, por lo que su área es de:

$A_{\text{t. azul}} = \dfrac{10 \cdot 25}{2} = 125 \text{ cm}^2$

La zona amarilla es un rectángulo cuyos lados miden 25 cm y 30 cm, su área es:

$A_{\text{rectángulo}} = 30 \cdot 25 = 750 \text{ cm}^2$

La zona verde es un triángulo igual que el azul, por lo que su área es igual.

$A_{\text{t. verde}} = A_{\text{t. azul}} = 125 \text{ cm}^2$

b. Usamos el teorema de Pitágoras para calcula la hipotenusa de uno de los triángulos, el otro tiene el mismo valor.

$h^2 = 25^2 + 10^2 \Rightarrow h = 26{,}9$ cm

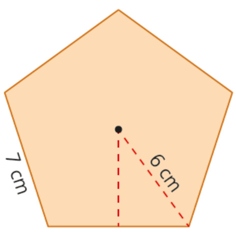
$P_{\text{t. azul}} = 26{,}9 + 25 + 10 = 61{,}9$ cm

$P_{\text{rectángulo}} = 30 \cdot 2 + 25 \cdot 2 = 60 + 50 = 110$ cm

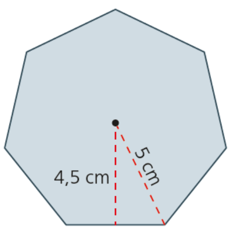
$P_{\text{t. verde}} = 26{,}9 + 25 + 10 = 61{,}9$ cm

44*. Averigua el área de las siguientes figuras, con sus dimensiones en centímetros:

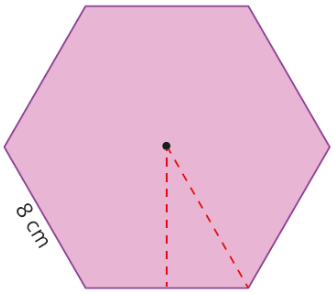
a.



c.



b.



a. $6^2 = 3{,}5^2 + ap^2 \Rightarrow$ apotema = 4,87. $A = \dfrac{5 \cdot 7 \cdot 4{,}87}{2} = 85{,}22\ \text{cm}^2$.

b. $5^2 = 4{,}5^2 + x^2 \Rightarrow x = 2{,}18 \Rightarrow$ lado = 4,36. $A = \dfrac{7 \cdot 4{,}36 \cdot 4{,}5}{2} = 68{,}67\ \text{cm}^2$.

c. En un hexágono el lado y el radio son iguales.

$8^2 = 4^2 + ap^2 \Rightarrow$ apotema = 6,93. $A = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32\ \text{cm}^2$.

PÁGINA 186

45*. En un papel continuo disponible en bobinas de 1,80 m de ancho se van a dibujar cuadrados de 30 cm de lado.

a. Si se han dibujado 72 cuadrados, sin desperdiciar nada de espacio, ¿qué longitud de papel continuo se ha usado?

b. ¿Qué superficie de papel se ha empleado para dibujar todos los cuadrados?

c. Y si se quisieran dibujar 72 rectángulos de unas dimensiones de 60 cm y 30 cm, ¿qué longitud de papel se utilizaría?

a. Sin desperdiciar papel se pueden dibujar 6 cuadrados en todo el ancho del papel, como son 72 cuadrado en total, se dibujan 12 filas de cuadrados.

Por ello, $12 \cdot 30 = 360$ cm es la longitud de papel empleado.

b. La superficie es $3{,}60 \cdot 1{,}80 = 6{,}48\ \text{m}^2$.

c. Considerando el lado de 30 cm, se pueden seguir dibujando 6 rectángulos en todo el ancho del papel, como son 72 rectángulos en total, se siguen dibujando 12 filas.

Por ello, $12 \cdot 60 = 720$ cm es la longitud de papel empleado.

Considerando el problema invirtiendo los datos no varía la solución.

46*. ¿Cuánto valdrá el área de un dodecágono regular de 6,76 dm de apotema y 7 dm de radio?

Primero calculamos el valor del lado:

$7^2 = 6{,}76^2 + x^2 \Rightarrow x = 1{,}82 \Rightarrow$ lado = 3,64 dm

$$A = \frac{12 \cdot 3{,}64 \cdot 6{,}76}{2} = 147{,}42\ \text{cm}^2$$

47*. Halla el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 12 cm de lado.

$P = 3 \cdot 12 = 36$ cm

$12^2 = 6^2 + \text{alt}^2 \Rightarrow \text{alt} = 10{,}39$ cm

$$A = \frac{12 \cdot 10{,}39}{2} = 62{,}35\ \text{cm}^2$$

48*. Calcula el perímetro y el área de los siguientes polígonos regulares:

a. Un dodecágono de 3,11 cm de lado y 6 cm de radio.

b. Un eneágono de 15 cm de radio y 14,1 cm de apotema.

a. $6^2 = 1{,}555^2 + \text{ap}^2 \Rightarrow$ apotema = 5,79 cm.

$$A = \frac{12 \cdot 3{,}11 \cdot 5{,}79}{2} = 108{,}13\ \text{cm}^2 .\ P = 12 \cdot 3{,}11 = 37{,}32\ \text{cm}.$$

b. $15^2 = 14{,}1^2 + x^2 \Rightarrow x = 5{,}117 \Rightarrow$ lado = 10,23 cm

$$A = \frac{9 \cdot 10{,}23 \cdot 14{,}1}{2} = 649{,}43\ \text{cm}^2 .\ P = 9 \cdot 10{,}23 = 92{,}07\ \text{cm}.$$

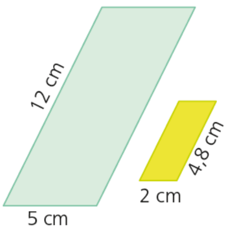
5 SEMEJANZA DE POLÍGONOS

49. Dado un rectángulo con unas dimensiones de 12 cm x 8 cm, halla las dimensiones de un nuevo rectángulo semejante cuya razón de semejanza sea r = 3.

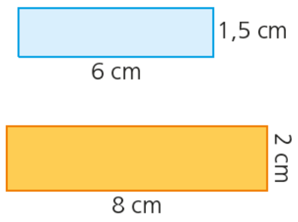
Las dimensiones del nuevo rectángulo son 36 cm x 24 cm.

50. Determina la razón de semejanza en estas figuras:

a.



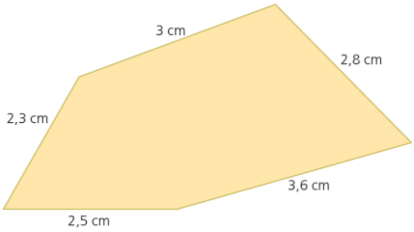
b.



a. $r = 2{,}5$

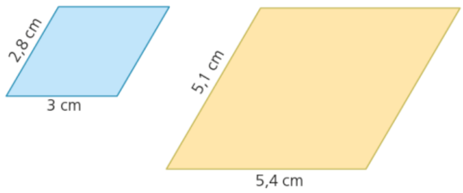
b. $r = 0{,}75$

51. Halla la longitud de los lados del polígono semejante a este con una razón de semejanza r = 2,5.



$3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm $\Rightarrow 2{,}3 \cdot 2{,}5 = 5{,}75$ cm $\Rightarrow 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25$ cm $\Rightarrow 3{,}6 \cdot 2{,}5 = 9$ cm $\Rightarrow 2{,}8 \cdot 2{,}5 = 7$ cm

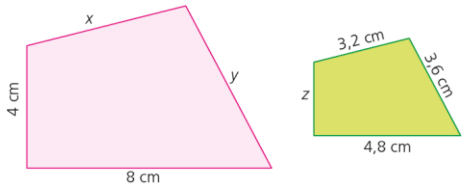
52. **Averigua la razón de semejanza entre estos dos polígonos semejantes:**



La razón de semejanza es r = 1,8 pues:

5,1 : 2,8 = 1,8; 5,4 : 3 = 1,8

53. **Halla la longitud de los lados desconocidos para que ambas figuras sean semejantes.**



La razón de semejanza es r = 4,8 : 8 = 0,6.

x = 3,2 : 0,6 = 5,3 cm

y = 3,6 : 0,6 = 6 cm

z = 4 · 0,6 = 2,4 cm

54. **Las medidas de los lados de un triángulo son 8 cm, 10 cm y 15 cm y las de otro triángulo semejante a él son 11,2 cm, 14 cm y 21 cm.**

a. **Halla la razón de semejanza de ambos cuadriláteros.**

b. **Calcula el perímetro de cada uno.**

c. **Establece la razón de semejanza entre los perímetros de los triángulos. ¿Cómo son esta razón y la razón de sus lados?**

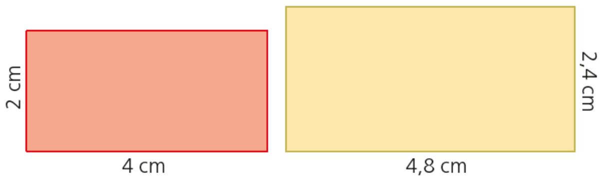
a. La razón de semejanza es r = 1,4 pues:

11,2 : 8 = 1,4; 14 : 10 = 1,4; 21 : 15 = 1,4

b. P = 8 + 10 + 15 = 33 cm ⇒ P' = 11,2 + 14 + 21 = 46,2 cm

c. r' = 46,2 : 33 = 1,4. Es la misma razón de semejanza.

55*. **Los rectángulos de la imagen son semejantes, como puedes comprobar fácilmente:**



a. **Determina la razón de semejanza de ambos rectángulos.**

b. **Halla el área de cada uno de ellos.**

c. **Calcula la razón de semejanza entre las áreas. ¿Cómo son esta razón y la razón de sus lados?**

a. La razón de semejanza es r = 1,2 pues:

4,8 : 4 = 1,2; 2,4 : 2 = 1,2

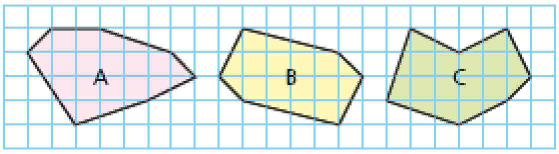
b. $A = 4 \cdot 2 = 8$ cm^2 $\Rightarrow$ $A' = 4,8 \cdot 2,4 = 11,52$ cm^2

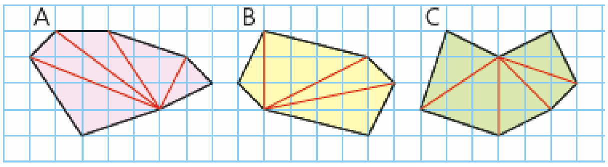
c. La razón de las áreas es: r' = 11,52 : 8 = 1,44.

Resulta ser el cuadrado de la razón de los lados $\Rightarrow$ r' : r = 1,44 : 1,2 = 1,2.

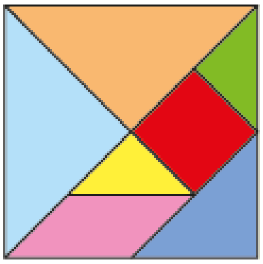
6 CÁLCULO DEL ÁREA DE UNA FIGURA PLANA POR DESCOMPOSICIÓN

56*. Copia estos polígonos en tu cuaderno y descomponlos en triángulos. Para ello, traza desde un vértice todas sus diagonales.





57*. El tangram es un juego muy ingenioso en el que puedes crear multitud de figuras uniendo los 7 tans, que es el nombre que recibe cada una de sus piezas.



Utilizad un tangram para responder a estas preguntas:

a. ¿Qué tipo de polígono es cada tan?

b. ¿Cuál es el área de cada uno de los tans, si el lado del cuadrado completo mide 12 cm?

c. Construid una figura con los siete tans y hallad su perímetro y su área.

a. Triángulo rectángulo isósceles: naranja, azul claro, violeta, verde y amarillo. Romboide y cuadrado.

b. $A_{\text{cuadrado completo}} = 12 \cdot 12 = 144$ cm^2

$A_{\text{triángulos naranja}} + A_{\text{azul claro}} = 72$ cm^2, por ser la mitad del tangram. Cada uno tiene un área de 36 cm^2.

$A_{\text{triángulo violeta}} = 18$ cm^2, por ser la mitad del triángulo naranja.

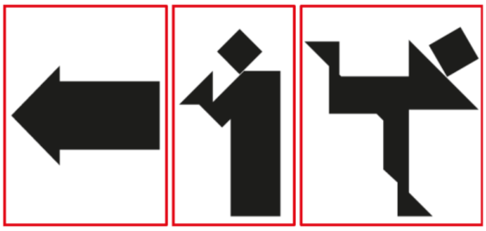
$A_{\text{triángulos amarillo y verde}} = 9$ cm^2 cada uno, por ser la mitad del triángulo violeta.

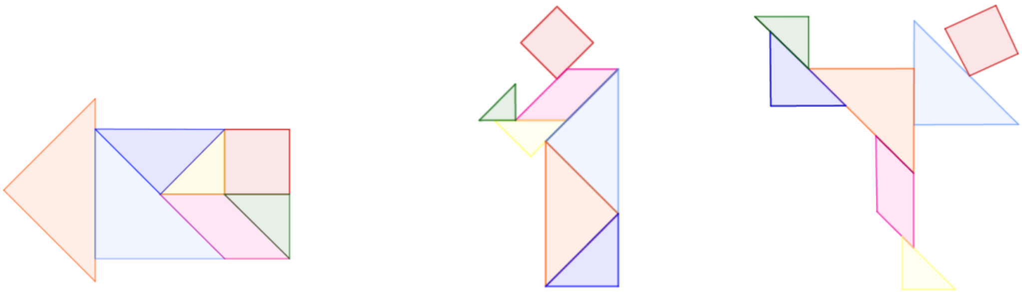
$A_{\text{cuadrado}} = 18$ cm^2, por ser el doble del triángulo amarillo.

$A_{\text{romboide}} = 18$ cm^2, por ser el doble del triángulo amarillo.

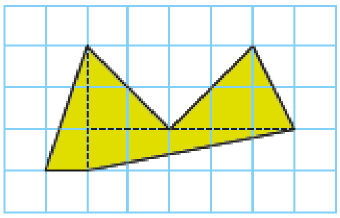
c. Respuesta abierta.

58*. Construye las siguientes figuras utilizando todas las piezas del tangram:

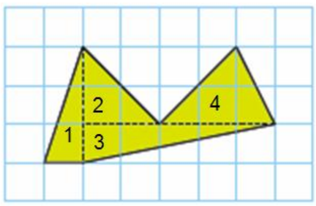




59*. Halla el área de esta figura teniendo en cuenta la descomposición indicada y que la trama está formada por cuadrados cuyo lado es la unidad:



El área total es la suma de las áreas en las que se descompone la figura:



$$A_1 = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2};\ A_2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2;\ A_3 = \frac{1 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2};\ A_4 = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$A_{\text{total}} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + 2 + 3 = 9\ \text{u}^2$$

60*. Copia en tu cuaderno estas figuras dibujadas en una trama cuadrada de 1 cm de lado y calcula sus áreas descomponiéndolas en polígonos más sencillos:

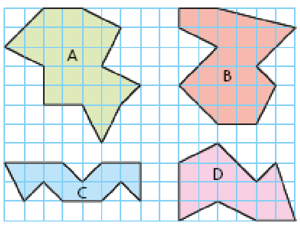
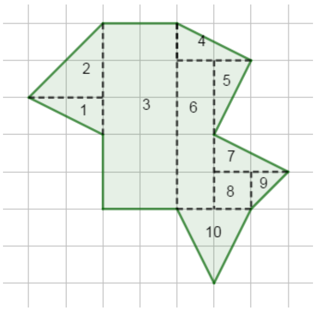


Figura A:



$$A_1 = A_4 = A_5 = A_7 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = A_1 = A_4 = A_5 = A_7 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = b \cdot h \Rightarrow A_3 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_6 = b \cdot h \Rightarrow A_3 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ cm}^2$$

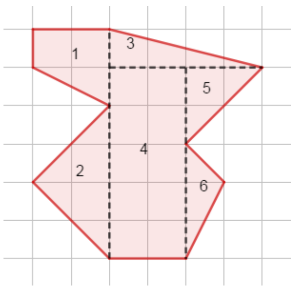
$$A_8 = l \cdot l \Rightarrow A_8 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ cm}^2$$

$$A_9 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_9 = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

$$A_{10} = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_{10} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 1 + 2 + 10 + 1 + 1 + 4 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + 2 = 23{,}5 \text{ cm}^2$$

Figura B:



$$A_1 = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{(2 + 1) \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_3 = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

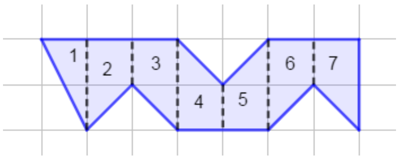
$$A_4 = b \cdot h \Rightarrow A_4 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_5 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_5 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_6 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_6 = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 3 + 4 + 2 + 10 + 2 + 1{,}5 = 22{,}5 \text{ cm}^2$$

Figura C:

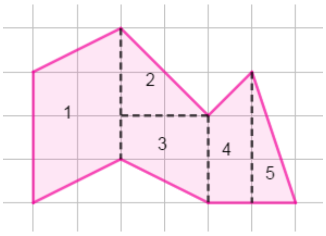


$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = \frac{(2+1) \cdot 1}{2} = 1{,}5 \text{ cm}^2$$

A_{total} = 1 + 1,5 · 6 = 10 cm^2

Figura D:



$$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

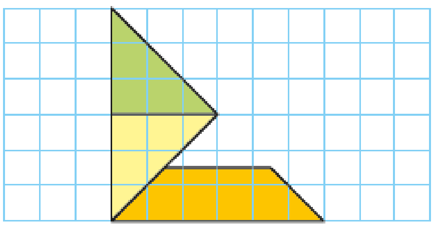
$$A_3 = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_3 = \frac{(2+1) \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

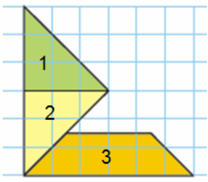
$$A_4 = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_4 = \frac{(3+2) \cdot 1}{2} = 2{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_5 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_5 = \frac{1 \cdot 3}{2} = 1{,}5 \text{ cm}^2$$

A_{total} = 6 + 2 + 3 + 2,5 + 1,5 = 15 cm^2

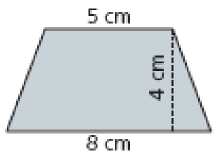
61*. Determina el área de la siguiente figura si la trama cuadrada mide 1 cm de lado:





$$A_1 = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2};\ A_2 = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2};\ A_3 = \frac{(6+3) \cdot 1{,}5}{2} = \frac{13{,}5}{2};\ A_{total} = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \frac{13{,}5}{2} = 15{,}75 \text{ u}^2$$

62*. Calcula para la siguiente figura:

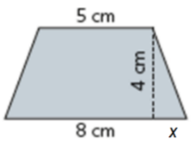


a. Su perímetro.

b. El área del trapecio descomponiéndolo en un rectángulo y dos triángulos rectángulos.

c. El área del trapecio descomponiéndolo en un triángulo y un paralelogramo.

d. Su área aplicando la expresión de la superficie de un trapecio.



a.

Se averigua el valor de *x:*

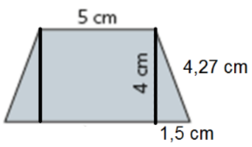
$x + 5 + x + = 8 \Rightarrow 2x = 8 - 5 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1{,}5$ cm el cateto pequeño del triángulo rectángulo.

Se aplica el teorema de Pitágoras para averiguar la hipotenusa del triángulo rectángulo:

$a^2 = 4^2 + 1{,}5^2 \Rightarrow a^2 = 16 + 2{,}25 \Rightarrow a^2 = 18{,}25 \Rightarrow a = 4{,}27$ cm

$P = 8 + 5 + 4{,}27 + 4{,}27 = 21{,}54$ cm

b. El área del trapecio descomponiéndolo en dos triángulos rectángulos y un rectángulo.

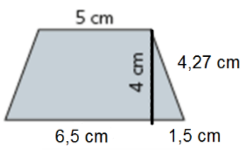


$A_{\text{triángulo}} = \frac{1{,}5 \cdot 4}{2} = 3\ \text{cm}^2$

$A_{\text{rectángulo}} = 5 \cdot 4 = 20\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = 20 + 3 + 3 = 26\ \text{cm}^2$

c. El área del trapecio descomponiéndolo en un triángulo y un paralelogramo.



$A_{\text{triángulo}} = \frac{1{,}5 \cdot 4}{2} = 3\ \text{cm}^2$

$A_{\text{paralelogramo}} = \frac{6{,}5 + 5\ \cdot 4}{2} = 23\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = 23 + 3 = 26\ \text{cm}^2$

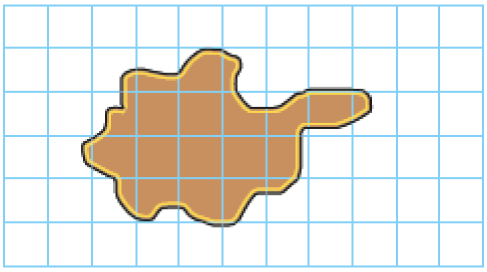
d. Su área aplicando la expresión de la superficie de un trapecio.

$A_{\text{total}} = \frac{8 + 5\ \cdot 4}{2} = 26\ \text{cm}^2$

63*. Dibuja en tu cuaderno el contorno de tu mano, aproxima la figura resultante a un polígono y descomponlo para hacer un cálculo estimativo de su área.

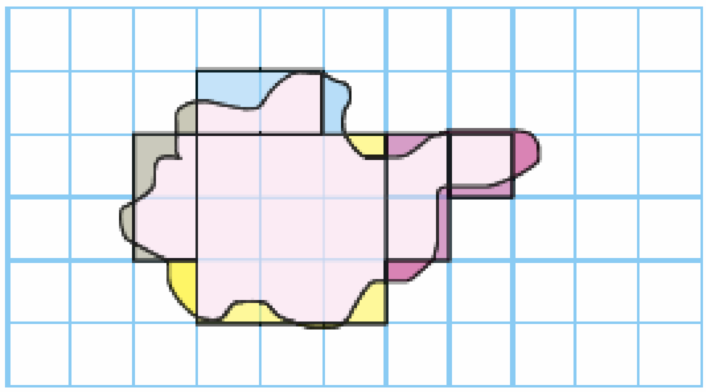
Respuesta abierta.

64. Andrés se ha manchado la camisa con aceite. Su padre le ha pedido que la lave y que, además, calcule el área de la mancha.**



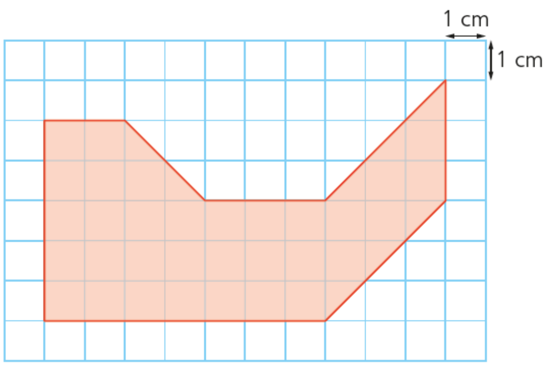
Copia la figura en tu cuaderno. Después, descomponla lo más ajustadamente posible en polígonos para, finalmente, realizar un cálculo aproximado de su área sumando las áreas de dichos polígonos.

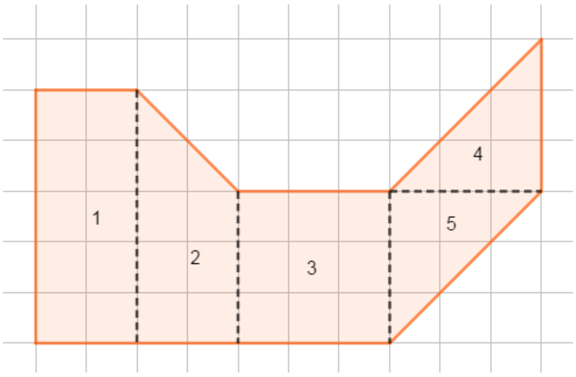
Se puede descomponer de esta forma, en la que el área que queda fuera se compensa con otra que queda dentro y no es de la figura:



Un área aproximada es 16 u^2.

65. Halla el área de esta figura:





$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 2 \cdot 5 = 10\ \text{cm}^2$

$A_2 = \dfrac{(B+b)\cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \dfrac{(5+3)\cdot 2}{2} = 8\ \text{cm}^2$

$A_3 = l \cdot l \Rightarrow A_3 = 3 \cdot 3 = 9\ \text{cm}^2$

$A_4 = A_5 = \dfrac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_4 = A_5 = \dfrac{3 \cdot 3}{2} = 4{,}5\ \text{cm}^2$

$A_{total} = 10 + 8 + 9 + 4{,}5 + 4{,}5 = 36\ \text{cm}^2$