

MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 3. Divisibilidad en los números naturales

Unidad 3. Divisibilidad en los números naturales

PÁGINA 48

1 MÚLTIPLOS Y DIVISORES

1. Escribe los cinco primeros múltiplos de los siguientes números:

a. 12 c. 33 e. 61 g. 40

b. 8 d. 13 f. 45 h. 85

a. $\dot{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$

e. $\dot{61} = \{61, 122, 183, 244, 305, \dots\}$

b. $\dot{8} = \{8, 16, 24, 32, 40, \dots\}$

f. $\dot{45} = \{45, 90, 135, 180, 225, \dots\}$

c. $\dot{33} = \{33, 66, 99, 132, 165, \dots\}$

g. $\dot{40} = \{40, 80, 120, 160, 200, \dots\}$

d. $\dot{13} = \{13, 26, 39, 52, 65, \dots\}$

h. $\dot{85} = \{85, 170, 255, 340, 425, \dots\}$

2. Halla los múltiplos comprendidos entre 100 y 200 de los números siguientes:

a. 15 c. 25 e. 42 g. 33

b. 11 d. 60 f. 45 h. 28

a. Se multiplica el número 15 desde el 7 hasta el 13.

105, 120, 135, 150, 165, 180, 195.

b. Se multiplica el número 11 desde el 10 hasta el 18.

110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198.

c. Se multiplica el número 25 desde el 5 hasta el 7.

125, 150, 175.

d. Se multiplica el número 60 por 2 y por 3.

120, 180.

e. Se multiplica el número 42 por 3 y por 4.

126, 168.

f. Se multiplica el número 45 por 3

135, 180.

g. Se multiplica el número 33 desde el 4 hasta el 6.

132, 165, 198.

h. Se multiplica el número 28 desde el 4 hasta el 7.

3. Escribe todos los divisores de estos números:

a. 36 c. 120 e. 50 g. 72

b. 65 d. 110 f. 48 h. 19

- a. $D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
- b. $D(65) = \{1, 5, 13, 65\}$
- c. $D(120) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120\}$
- d. $D(110) = \{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$
- e. $D(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$
- f. $D(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$
- g. $D(72) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$
- h. $D(19) = \{1, 19\}$

4. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes frases, añadiendo las palabras *múltiplo* o *divisor* o sus plurales:

- a. 125 es múltiplo de 5.
- b. 7 es divisor de 49 y de 14.
- c. 240 es múltiplo de 30.
- d. 6 y 4 son divisores de 900.

5. Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas.

- a. 4 es múltiplo de 10.
 - b. 13 es divisor de 39.
 - c. 7 es múltiplo de 21.
 - d. 12 es divisor de 112.
- a. Falso porque la división $10 : 4$ no es exacta, además 4 es menor que 10.
 - b. Verdadero, porque $39 : 13 = 3$.
 - c. Falso, 21 es múltiplo de 7 y 7 es divisor de 21.
 - d. Falso, porque la división $112 : 12$ no es exacta.

6. Dados dos números múltiplos de 3, indica si también es múltiplo de 3 su:

- a. Suma.
- b. Resta.
- c. Multiplicación.
- d. División.

Ilustra con ejemplos todas tus respuestas.

- a. Es múltiplo de 3.
Por ejemplo, 6 y 15 son múltiplos de 3 y su suma, $6 + 15 = 21$, es múltiplo de 3.
- b. También es múltiplo de 3.
Por ejemplo, 6 y 15 son múltiplos de 3 y su resta, $15 - 6 = 9$, es múltiplo de 3.
- c. Es múltiplo de 3.
Por ejemplo, 9 y 12; $9 \cdot 12 = 108$ es múltiplo de 3.
- d. Hay casos que sí es múltiplo de 3 y otros que no.
Por ejemplo, $12 : 3 = 4$, no es múltiplo de 3; pero $9 : 3 = 3$ sí es múltiplo de 3.

7. Comprueba si en estos pares de números existe relación de divisibilidad:

- | | | |
|---------------------|--------------------|-------------------|
| a. 600 y 250 | c. 23 y 115 | e. 87 y 29 |
| b. 46 y 230 | d. 846 y 18 | f. 45 y 72 |

- a. No, ya que 600 no es múltiplo de 250, ni 250 es divisor de 600.
 b. Sí, ya que 46 es divisor de 230 y 230 es múltiplo de 46.
 c. Sí, porque 115 es múltiplo de 23 y 23 es divisor de 115.
 d. Sí, porque 846 es múltiplo de 18 y 18 es divisor de 846.
 e. Sí, porque 87 es múltiplo de 29 y 29 es divisor de 87.
 f. No, porque ni 72 es múltiplo de 45, ni 45 es divisor de 72.

8. Indica qué afirmaciones son correctas y rectifica las que no lo sean.

- a. Un número siempre es mayor que cualquiera que sus múltiplos.**
b. Los divisores de un número pueden ser mayores o menores que dicho número.
c. Todos los números tienen al menos dos divisores.
d. Si un número es divisor de otro, el resto de la división también lo es.
e. El 1 es divisor de cualquier número.
- a. Falso, un número siempre es menor o igual que sus múltiplos.
 b. Falso, los divisores de un número son menores o iguales.
 c. Falso, todos los números menos el 1, que solo tiene 1 divisor, él mismo.
 d. Falso, si un número es divisor de otro, el resto de la división es 0.
 e. Verdadero.

PÁGINA 49**9. Indica si los siguientes números son múltiplos o divisores de 36 y/o de 24:**

- | | | | |
|--------------|---------------|---------------|--------------|
| a. 72 | c. 144 | e. 8 | g. 24 |
| b. 4 | d. 6 | f. 120 | h. 3 |

Múltiplos de 36: $72 = 36 \cdot 2$; $144 = 36 \cdot 4$

Múltiplos de 24: $72 = 24 \cdot 3$; $144 = 24 \cdot 6$; $24 = 24 \cdot 1$; $120 = 24 \cdot 5$

Divisores de 36: $4, 36 : 4 = 9$; $6, 36 : 6 = 6$; $3, 36 : 3 = 12$

Divisores de 24: $8, 24 : 8 = 3$; $4, 24 : 4 = 6$; $3, 24 : 3 = 8$; $24, 24 : 24 = 1$; $6, 24 : 6 = 4$

2 NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. CRITERIO DE DIVISIBILIDAD**10. Determina si los números propuestos son compuestos o primos. Si son compuestos, halla sus divisores:**

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| a. 53 | c. 224 | e. 57 | g. 101 |
| b. 561 | d. 233 | f. 419 | h. 91 |

Números primos: 53, 233, 419, 101

Números compuestos:

$561 \rightarrow D(561) = \{1, 3, 11, 17, 33, 51, 187, 561\}$

$224 \rightarrow D(224) = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 32, 56, 112, 224\}$

$57 \rightarrow D(57) = \{1, 3, 19, 57\}$

$91 \rightarrow D(91) = \{1, 7, 13, 91\}$

11. Representa, en una tabla, si los números 284, 2 475, 93, 243, 462 y 230 son divisibles entre 2, 3, 5, 6, 9, 10, 11 y/o 15.

a. Todos los números divisibles entre 3 ¿lo son también entre 9?

b. Todos los números divisibles entre 9 ¿lo son también entre 3?

c. Busca un criterio de divisibilidad para los números que sean divisibles entre 6.

d. Busca un criterio de divisibilidad para los números divisibles entre 15.

Divisible por...	284	2 475	93	243	462	230
2	Sí	No	No	No	Sí	Sí
3	No	Sí	Sí	Sí	Sí	No
5	No	Sí	No	No	No	Sí
6	No	No	No	No	Sí	No
9	No	Sí	No	Sí	No	No
10	No	No	No	No	No	Sí
11	No	Sí	No	No	Sí	No
15	No	Sí	No	No	No	No

a. No, 93 es divisible entre 3 pero no entre 9.

b. Sí, ya que 3 es divisor de 9.

c. Un número es divisible entre 6 si lo es entre 2 y 3 a la vez. Es decir, si es divisible entre 3 y acaba en 0 o cifra par.

d. Un número es divisible entre 15 si lo es entre 3 y 5 a la vez. Es decir, es divisible entre 3 y acaba en 0 o 5.

12. Halla el valor de R para que los siguientes números sean divisibles:

a. Por 6: **4 65R** **2 67R** **8R2**

b. Por 11: **4R5** **5 31R** **9 38R**

c. Por 15: **22 35A** **1 72B** **36D**

a. **4 65R** \rightarrow 4 650, 4 656 **2 67R** \rightarrow 2 670, 2 676 **8R2** \rightarrow 822, 852, 882

b. **4R5** \rightarrow 495 **5 31R** \rightarrow 5 313 **9 38R** \rightarrow 9 383

c. **22 35A** \rightarrow 22 350 **1 72B** \rightarrow 1 725 **36D** \rightarrow 360

17*. Dos números amigos, a y b , son dos números positivos tales que la suma de los divisores de uno de ellos, sin contar con él mismo, da como resultado el otro número, y viceversa. Comprueba si las siguientes parejas de números son números amigos:

a. 840 y 930

d. 2 050 y 3 540

b. 1 184 y 1 210

e. 2 620 y 2 924

c. 250 y 350

f. 220 y 284

a. $D(930) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30, 31, 62, 93, 155, 186, 310, 465, 930\}$

La suma de sus divisores, menos el 930, es $1\ 375 \neq 840$, con lo que no son números amigos.

b. $D(1\ 184) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 37, 74, 148, 296, 592, 1\ 184\}$

$D(1\ 210) = \{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110, 121, 242, 605, 1\ 210\}$

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 37 + 74 + 148 + 296 + 592 = 1\ 210$

$1 + 2 + 5 + 10 + 11 + 22 + 55 + 110 + 121 + 242 + 605 = 1\ 184$

1 184 y 1 210 son números amigos.

c. $D(250) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250\}$

$D(350) = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 25, 35, 50, 70, 175, 350\}$

$1 + 2 + 5 + 10 + 25 + 50 + 125 = 218$

$1 + 2 + 5 + 7 + 10 + 14 + 25 + 35 + 50 + 70 + 175 = 394$

250 y 350 no son números amigos.

d. $D(2\ 050) = \{1, 2, 5, 10, 25, 41, 50, 82, 205, 410, 1\ 025, 2\ 050\}$

$1 + 2 + 5 + 10 + 25 + 41 + 50 + 82 + 205 + 410 + 1\ 025 = 1\ 856 \neq 3\ 540$

2 050 y 3 540 no son números amigos.

e. $D(2\ 620) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 131, 262, 524, 655, 1\ 310, 2\ 620\}$

$D(2\ 924) = \{1, 2, 4, 17, 34, 43, 68, 86, 172, 731, 1\ 462, 2\ 924\}$

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20 + 131 + 262 + 524 + 655 + 1\ 310 = 2\ 924$

$1 + 2 + 4 + 17 + 34 + 43 + 68 + 86 + 172 + 731 + 1\ 462 = 2\ 620$

2 620 y 2 924 son números amigos.

f. $D(220) = \{1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220\}$

$D(284) = \{1, 2, 4, 71, 142, 284\}$

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$

$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$

220 y 284 son números amigos.

3 DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE UN NÚMERO

18. Descompón mentalmente en factores primos los siguientes números:

a. 17

d. 810

g. 80 000

b. 60

e. 1 200

h. 110 000

c. 250

f. 5 000

i. 36 000 000

a. 17

d. $2 \cdot 3^4 \cdot 5$

g. $2^7 \cdot 5^4$

b. $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

e. $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$

h. $2^4 \cdot 5^4 \cdot 11$

c. $2 \cdot 5^3$

f. $2^3 \cdot 5^4$

i. $2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

19. Descompón factorialmente estos números:

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a. 1 03 | d. 5 985 | g. 11 340 |
| b. 7 912 | e. 2 325 | h. 15 840 |
| c. 4 680 | f. 4 725 | i. 12 936 |
| a. $17 \cdot 61$ | d. $3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ | g. $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$ |
| b. $2^3 \cdot 23 \cdot 43$ | e. $3 \cdot 5^2 \cdot 31$ | h. $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ |
| c. $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$ | f. $3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ | i. $2^3 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11$ |

20. Indica a qué números pertenecen estas descomposiciones factoriales:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a. $3^3 \cdot 5 \cdot 7^2$ | d. $2^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ |
| b. $2^2 \cdot 13$ | e. $2^4 \cdot 23$ |
| c. $2^3 \cdot 3 \cdot 11$ | f. $7 \cdot 11 \cdot 19$ |
| a. 6 615 | d. 2 800 |
| b. 52 | e. 368 |
| c. 264 | f. 1 463 |

21. La descomposición factorial de un número es $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$. ¿Cuál sería su descomposición factorial si...

- a. ... se multiplica por 30? $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
- b. ... se multiplica por 14? $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
- c. ... se divide por 24? $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
- d. ... se divide por 15? $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
- a. $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
- b. $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
- c. $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
- d. $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$

22. Encuentra el valor de las letras para que las siguientes descomposiciones factoriales sean correctas:

- a. $2^2 \cdot 5 \cdot A^B = 180$
- b. $3^3 \cdot 7^A \cdot B = 14\ 553$
- c. $A^B \cdot 7 \cdot C^D = 105\ 875$
- d. $2^A \cdot B^3 \cdot 7 = 28\ 000$
- e. $2^A \cdot 3^2 \cdot 5^B = 900\ 000$
- f. $A^2 \cdot B \cdot C^3 \cdot D^E = 29\ 400$
- g. $A^4 \cdot 3^2 \cdot B = 108\ 045$
- h. $A^B \cdot C^D \cdot E = 2\ 475$

- a. $180 = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \Rightarrow A = 3, B = 2$
 b. $14\ 553 = 3^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \Rightarrow A = 2, B = 11$
 c. $105\ 875 = 5^3 \cdot 7 \cdot 11^2 \Rightarrow A = 5, B = 3, C = 11, D = 2$
 d. $28\ 000 = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 7 \Rightarrow A = B = 5$
 e. $900\ 000 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^5 \Rightarrow A = B = 5$
 f. $29\ 400 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \Rightarrow A = 5, B = 3, C = E = 2, D = 7$
 g. $108\ 045 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7^4 \Rightarrow A = 7, B = 5$
 h. $2\ 475 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 \Rightarrow A = 3, B = D = 2, C = 5, E = 11$

23. Indica qué errores se han cometido en las siguientes descomposiciones:

- a. $4\ 900 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$
 b. $2\ 250 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^4$
 c. $12\ 500 = 2^3 \cdot 5^4$
 d. $28\ 980 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 23$
 e. $78\ 408 = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 11 \cdot 13$
 f. $55\ 125 = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3$
 a. $4\ 900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
 b. $2\ 250 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$
 c. $12\ 500 = 2^2 \cdot 5^5$
 d. $28\ 980 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23$
 e. $78\ 408 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 11^2$
 f. $55\ 125 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2$

PÁGINA 50

24. Copia estas descomposiciones factoriales en tu cuaderno y complétalas:

a.
$$\begin{array}{r|l} 1\ 710 & 2 \\ \square\square\square & \square \\ \square\square\square & 3 \\ 95 & \square \\ \square\square & \square\square \\ 1 & \square \end{array} \Rightarrow 1\ 710 = \square \cdot \square^{\square} \cdot \square \cdot \square\square$$

b.
$$\begin{array}{r|l} \square\square\square\square & 2 \\ 4\ 356 & \square \\ \square\square\square\square & \square \\ 1\ 089 & \square \\ \square\square\square & \square \\ 121 & \square\square \\ 11 & \square\square \\ 1 & \square \end{array} \Rightarrow \square\square\square\square = 2^{\square} \cdot \square^{\square} \cdot \square\square^2$$

c.

							2
							2
14 700							
245							5
1							

$\Rightarrow \square\square\square\square\square = 2^{\square} \cdot \square \cdot \square^{\square} \cdot \square^2$

a.

					2
					3
1 710					
95					5
1					

$\Rightarrow 1710 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19$

b.

					2
					2
8 712					
4 356					2
1 089					3
3 63					3
121					11
11					11
1					

$\Rightarrow 8712 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11^2$

c.

						2	
						2	
5 880 0							
14 700							2
7 350							2
3 675							3
1 225							5
245							5
49							7
7							7
1							

$\Rightarrow 58800 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

4-5 MÁXIMO COMÚN DIVISOR // MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

25. Halla todos los divisores de los siguientes números y calcula, posteriormente, su máximo común divisor:

- a. 30 y 20 b. 72 y 18 c. 25 y 80 d. 36 y 100

a. $D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$; $D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

m.c.d. (30, 20) = 10

b. $D(72) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$; $D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

m.c.d. (72, 18) = 18

$$c. D(25) = \{1, 5, 25\}; D(80) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80\}$$

$$m.c.d.(25, 80) = 5$$

$$d. D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}; D(100) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

$$m.c.d.(36, 100) = 4$$

26. Calcula el máximo común divisor de los números de la actividad anterior, utilizando su descomposición factorial y comprueba que los resultados de ambos ejercicios coinciden.

$$a. 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \text{ y } 20 = 2^2 \cdot 5 \Rightarrow m.c.d.(30, 20) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$b. 72 = 2^3 \cdot 3^2 \text{ y } 18 = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow m.c.d.(72, 18) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$c. 25 = 5^2 \text{ y } 80 = 2^4 \cdot 5 \Rightarrow m.c.d.(25, 80) = 5$$

$$d. 36 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ y } 100 = 2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow m.c.d.(36, 100) = 2^2 = 4$$

Se comprueba que ambas actividades coinciden.

27. Realiza la descomposición factorial de los siguientes números y calcula su máximo común divisor:

a. 300 y 120

b. 650 y 180

c. 125 y 700

d. 350 y 294

e. 150 y 160

$$a. 300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2; 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$m.c.d.(300, 120) = 60$$

$$b. 650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13; 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$m.c.d.(650, 180) = 10$$

$$c. 125 = 5^3; 700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$m.c.d.(125, 700) = 25$$

$$d. 350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7; 294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$$

$$m.c.d.(350, 294) = 14$$

$$e. 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2; 160 = 2^5 \cdot 5$$

$$m.c.d.(150, 160) = 10$$

f. 198, 132 y 330

g. 170, 190 y 250

h. 150, 270 y 320

i. 1 000, 250 y 125

j. 360, 30 y 180

$$f. 198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11; 132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11; 330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$m.c.d.(198, 132, 330) = 66$$

$$g. 170 = 2 \cdot 5 \cdot 17; 190 = 2 \cdot 5 \cdot 19; 250 = 2 \cdot 5^3$$

$$m.c.d.(170, 190, 250) = 10$$

$$h. 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2; 270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5; 320 = 2^6 \cdot 5$$

$$m.c.d.(150, 270, 320) = 10$$

$$i. 1\,000 = 2^3 \cdot 5^3; 250 = 2 \cdot 5^3; 125 = 5^3$$

$$m.c.d.(1\,000, 250, 125) = 125$$

$$j. 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5; 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$m.c.d.(360, 30, 180) = 30$$

28. Los números que no tienen divisores comunes se denominan primos entre sí. Al no tener divisores comunes, su máximo común divisor es 1, ya que este número es divisor de todos los demás.

35 y 12 son primos entre sí.

$$\bullet D(35) = \{1, 5, 7, 35\}$$

$$\bullet D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$m.c.d.(35, 12) = 1$$

Descompón factorialmente los siguientes números e indica si son primos entre sí:

a. 65 y 64

b. 150 y 143

c. 38 y 74

$$a. 65 = 5 \cdot 13; 64 = 2^6$$

m.c.d. (65, 64) = 1 \Rightarrow Sí son primos entre sí.

$$b. 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2; 143 = 11 \cdot 13$$

m.c.d. (150, 143) = 1 \Rightarrow Sí son primos entre sí.

$$c. 38 = 2 \cdot 19; 74 = 2 \cdot 37$$

m.c.d. (38, 74) = 2 \Rightarrow No son primos entre sí.

d. 81 y 200

e. 95 y 76

f. 92 y 161

$$d. 81 = 3^4; 200 = 2^3 \cdot 5^2$$

m.c.d. (81, 200) = 1 \Rightarrow Sí son primos entre sí.

$$e. 95 = 5 \cdot 19; 76 = 2^2 \cdot 19$$

m.c.d. (95, 76) = 19 \Rightarrow No son primos entre sí.

$$f. 92 = 2^2 \cdot 23; 161 = 7 \cdot 23$$

m.c.d. (92, 161) = 23 \Rightarrow No son primos entre sí.

29. Escribe los primeros múltiplos de los siguientes números hasta encontrar su mínimo común múltiplo:

a. 45 y 30

c. 42 y 56

b. 24 y 36

d. 25 y 75

$$a. \dot{4}5 = 45, 90, \dots; \dot{3}0 = 30, 60, 90, \dots; \text{m.c.m.}(45, 30) = 90$$

$$b. \dot{2}4 = 24, 48, 72, \dots; \dot{3}6 = 36, 72, \dots; \text{m.c.m.}(24, 36) = 72$$

$$c. \dot{4}2 = 42, 84, 126, 168, \dots; \dot{5}6 = 56, 112, 168, \dots; \text{m.c.m.}(42, 56) = 168$$

$$d. \dot{2}5 = 25, 50, 75, \dots; \dot{7}5 = 75, 150, \dots; \text{m.c.m.}(25, 75) = 75$$

30. Calcula el mínimo común múltiplo de los números de la actividad anterior utilizando su descomposición factorial y comprueba que los resultados de ambas actividades coinciden.

a. 45 y 30

$$45 = 3^2 \cdot 5; 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(45, 30) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$$

b. 24 y 36

$$24 = 2^3 \cdot 3; 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{m.c.m.}(24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

c. 42 y 56

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7; 56 = 2^3 \cdot 7$$

$$\text{m.c.m.}(42, 56) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

d. 25 y 75

$$25 = 5^2; 75 = 3 \cdot 5^2$$

$$\text{m.c.m.}(25, 75) = 3 \cdot 5^2 = 75$$

Se comprueba que ambas actividades coinciden.

31. Realiza la descomposición factorial de los números siguientes y calcula su mínimo común múltiplo:

a. 60 y 80

f. 52, 78 y 39

b. 35 y 85

g. 90, 108 y 450

c. 81 y 54

h. 126, 504 y 252

d. 121 y 55

i. 330, 110 y 132

e. 34 y 85

j. 180, 120 y 90

a. $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $80 = 2^4 \cdot 5$

m.c.m. (60, 80) = 240

b. $35 = 5 \cdot 7$; $85 = 5 \cdot 17$

m.c.m. (35, 85) = 595

c. $81 = 3^4$; $54 = 2 \cdot 3^3$

m.c.m. (81, 54) = 162

d. $121 = 11^2$; $55 = 5 \cdot 11$

m.c.m. (121, 55) = 605

e. $34 = 2 \cdot 17$; $85 = 5 \cdot 17$

m.c.m. (34, 85) = 170

f. $52 = 2^2 \cdot 13$; $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$; $39 = 3 \cdot 13$

m.c.m. (52, 78, 39) = 156

g. $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $108 = 2^2 \cdot 3^3$; $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

m.c.m. (90, 108, 450) = 2 700

h. $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$; $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$; $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

m.c.m. (126, 504, 252) = 504

i. $330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$; $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$; $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$

m.c.m. (330, 110, 132) = 660

j. $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

m.c.m. (180, 120, 90) = 360

32. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de estos pares de números:

45 y 90	15 y 105
---------	----------

$45 = 3^2 \cdot 5$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

m.c.d. (45, 90) = $3^2 \cdot 5 = 45$

m.c.m. (45, 90) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

$15 = 3 \cdot 5$; $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.d. (15, 105) = $3 \cdot 5 = 15$

m.c.m. (15, 105) = $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

a. ¿Qué tienen en común cada par de números?

b. Enuncia la regla explicando qué ocurre con el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo para este tipo de números.

a. Todas estas parejas tienen una relación de divisibilidad.

b. Cuando un número es múltiplo de otro, el máximo común divisor es el menor de ellos y el mínimo común múltiplo es el mayor.

PÁGINA 51

33*. Una propiedad de los números naturales es que el resultado de multiplicar dos cualesquiera de ellos coincide con el de la multiplicación de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo:

$a \cdot b = \text{m.c.d.}(a, b) \cdot \text{m.c.m.}(a, b)$

Comprueba dicha propiedad para los siguientes números:

a. 35 y 30

a. m.c.d. (35, 30) = 5

m.c.m. (35, 30) = 210

m.c.d. \cdot m.c.m. = $5 \cdot 210 = 1\ 050$; $35 \cdot 30 = 1\ 050$

b. m.c.d. (12, 96) = 12

m.c.m. (12, 96) = 96

m.c.d. \cdot m.c.m. = $12 \cdot 96 = 1\ 152$

c. 80 y 100

c. m.c.d. (80, 100) = 20

m.c.m. (80, 100) = 400

m.c.d. \cdot m.c.m. = $20 \cdot 400 = 8\ 000$; $80 \cdot 100 = 8\ 000$

c. m.c.d. (64, 27) = 1

m.c.m. (64, 27) = 1 728

m.c.d. \cdot m.c.m. = $1\ 728$; $64 \cdot 27 = 1\ 728$

34.** Halla los números que cumplen las siguientes condiciones, teniendo en cuenta la propiedad de la actividad anterior:

a. $m.c.d. (a, 6) = 2$ y $m.c.m. (a, 6) = 24$

b. $m.c.d. (5, b) = 1$ y $m.c.m. (5, b) = 35$

c. $m.c.d. (c, 120) = 24$ y $m.c.m. (c, 120) = 240$

d. $m.c.d. (150, d) = 75$ y $m.c.m. (150, d) = 450$

a. $a \cdot 6 = 2 \cdot 24 = 48$; $a = 8$

b. $5 \cdot b = 1 \cdot 35$; $b = 7$

c. $c \cdot 120 = 24 \cdot 240 = 5\,760$; $c = 48$

d. $150 \cdot d = 75 \cdot 450 = 33\,750$; $d = 225$

35.** Encuentra el valor de las letras para que estas descomposiciones sean correctas:

a. $\left. \begin{array}{l} a = 2^4 \cdot 3^A \cdot 7^B \\ b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.d. (a, b) = 2^C \cdot D^2 \cdot E$

b. $\left. \begin{array}{l} a = 3 \cdot 5^4 \cdot A \\ b = 11^2 \cdot 5^C \cdot B^2 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.d. (a, b) = 3 \cdot 5^3 \cdot D$

c. $\left. \begin{array}{l} a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ b = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^A \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.m. (a, b) = 2^B \cdot 3^C \cdot D^2$

d. $\left. \begin{array}{l} a = 5^A \cdot 3^2 \cdot 11 \\ b = B \cdot 2^2 \cdot 3^3 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.m. (a, b) = C^2 \cdot 3^3 \cdot D^3 \cdot 7 \cdot F$

a. $\left. \begin{array}{l} a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \\ b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.d. (a, b) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

b. $\left. \begin{array}{l} a = 3 \cdot 5^4 \cdot 11 \\ b = 11^2 \cdot 5^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.d. (a, b) = 3 \cdot 5^3 \cdot 11$

c. $\left. \begin{array}{l} a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\ b = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.m. (a, b) = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2$

d. $\left. \begin{array}{l} a = 5^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \\ b = 7 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \end{array} \right\} \Rightarrow m.c.m. (a, b) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11$

Aplicaciones de la divisibilidad

36*. Una máquina que fabrica bolsas de papel elabora 450 unidades por minuto.

a. ¿Cuántas bolsas fabricará en 15 minutos?

b. ¿Y en una jornada de 8 horas?

c. ¿Qué tienen en común los números 450 y 15?

- a. $450 \cdot 15 = 6\,750$ bolsas
- b. $8 \text{ horas} = 8 \cdot 60 = 480$ minutos
 $450 \cdot 480 = 216\,000$ bolsas
- c. 450 y 15 tienen una relación de divisibilidad.

37*. Cintia tiene 120 rotuladores y quiere repartirlos entre varios estuches.

a. ¿De cuántas maneras puede colocar los rotuladores en cada estuche si estos tienen una capacidad máxima de 50 unidades y Cintia quiere meter más de diez en cada uno?

b. ¿Cuántos estuches necesitaría para cada combinación y cuántos rotuladores tendría cada estuche?

a. Hallamos los divisores de 120. Tenemos que coger las combinaciones en las que haya entre 10 y 50 rotuladores en cada estuche.

$$D(120) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120\}$$

Entonces habría 6 formas de colocarlas.

b. Las formas serían:

- 10 estuches con 12 rotuladores.
- 8 estuches con 15 rotuladores.
- 6 estuches con 20 rotuladores.
- 5 estuches con 24 rotuladores.
- 4 estuches con 30 rotuladores.
- 3 estuches con 40 rotuladores.

38*. Si una máquina pone tres clavos por segundo, ¿cuántos segundos habrán pasado si ha colocado 135 clavos? ¿Qué tienen en común el número 3 y el 135?

$$135 : 3 = 45 \text{ segundos habrán pasado.}$$

El 135 es múltiplo de 3, y 3 es divisor de 135.

39*. Un club de baloncesto local cuenta con un número determinado de jóvenes apuntados en las diferentes categorías. Dicho número es múltiplo de 2, de 3 y de 13 y está comprendido entre 150 y 200.

a. ¿Cuántos jugadores hay en el club?

b. ¿Y si el número de jóvenes apuntados estuviera entre 200 y 300?

c. ¿Y entre 300 y 350?

a. Calculamos el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 13:

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 13) = 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78$$

Se hallan los múltiplos de 78:

$$\{78, 156, 234, 312, 390, 468, \dots\}$$

El múltiplo comprendido entre 150 y 200 es 156.

Hay 156 jugadores.

b. El múltiplo comprendido entre 200 y 300 es 234.

Habría 234 jugadores.

c. El múltiplo comprendido entre 300 y 350 es 312.

Habría 312 jugadores.

40*. Juan Carlos tiene su hucha llena de monedas. El número de monedas ahorradas es múltiplo de 2, de 5 y de 7 y tiene más de 300 y menos de 400.

a. ¿Cuántas monedas tiene ahorradas Juan Carlos?

b. Si Juan Carlos solo ha metido en la hucha monedas de 50 cts., de 1 € y de 2 €, ¿cuál es la mayor cantidad de dinero que puede tener ahorrado?

c. ¿Y la menor?

d. Según lo anterior, ¿entre qué márgenes se encuentra el dinero ahorrado por Juan Carlos?

a. Calculamos el mínimo común múltiplo de 2, 5 y 7:

$$\text{m.c.m. } (2, 5, 7) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$$

Se hallan los múltiplos de 70:

{70, 140, 210, 280, 350, 420, ...}

El múltiplo comprendido entre 300 y 400 es 350.

Hay 350 monedas.

b. La mayor cantidad de dinero es si todas las monedas fueran de 2 € y tendría $350 \cdot 2 = 700$ €

c. La menor cantidad es si todas las monedas fueran de 50 céntimos, por lo que tendría $350 \cdot 50 = 17\,500$ céntimos, que son $17\,500 : 100 = 175$ €

d. Con lo cual, tiene entre 175 y 700 €.

41*. Daniel tiene una colección de 50 muñecos de Playmobil®.

a. ¿De cuántas maneras puede colocarlos en filas sin que sobre ninguno?

b. ¿Cuántas filas y muñecos por fila habría en cada distinta formación?

a. Hallamos los divisores de 50:

$$D(50) = \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}$$

Entonces habría 6 formas de colocarlas.

b. Las formas serían:

- 1 fila de 50 muñecos.

- 2 filas de 25 muñecos.

- 5 filas de 10 muñecos.

- 10 filas de 5 muñecos.

- 25 filas de 2 muñecos.

- 50 filas de 1 muñeco.

42*. En una exposición canina se presentan 500 perros de la raza pastor alemán.

a. ¿De cuántas maneras pueden formar en filas de más de 30 perros sin que sobre ninguno?

b. ¿Cuántas filas y perros por fila hay en cada distinta formación?

a. Hallamos los divisores de 500:

$$D(500) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, \underline{50}, \underline{100}, \underline{125}, \underline{250}, \underline{500}\}$$

Entonces habría 5 maneras de presentarlos de más de 30 perros por fila.

b. Las formaciones serían:

- 1 fila de 500 perros.
- 2 filas de 250 perros.
- 4 filas de 125 perros.
- 5 filas de 100 perros.
- 10 filas de 50 perros.

PÁGINA 52

43*. Patricia tiene 144 cuentas de colores y quiere hacer pulseras iguales con ellas de manera que cada una tenga más de 20 cuentas y menos de 50.

a. ¿Cuántas pulseras puede realizar de modo que se cumplan esas condiciones?

b. ¿Cuántas cuentas tendría cada pulsera?

a. Hallamos los divisores de 144:

$$D(144) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144\}$$

Puede realizar 6 pulseras, 4 pulseras o 3 pulseras según el número de cuentas que se usen en cada pulsera.

b. Si realizara 6 pulseras tendrán 24 cuentas, si realiza 4 pulseras tendrán 36 cuentas y si hace 3 pulseras tendrán 48 cuentas cada una.

44*. Un restaurante tiene que acomodar en mesas a los invitados de dos bodas. En una de ellas habrá 250 comensales, y en la otra, 170. Las mesas de las dos bodas tienen que ser iguales y, además, lo más grandes posible.

a. ¿Cuántos invitados habrá en cada una de las mesas?

b. ¿Cuántas mesas se necesitarán en cada boda?

a. $250 = 2 \cdot 5^3$; $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$

m.c.d. $(250, 170) = 2 \cdot 5 = 10$

En cada mesa habrá 10 invitados.

b. $250 : 10 = 25$

$170 : 10 = 17$

Para la primera boda se necesitarán 25 mesas, y para la segunda 17 mesas.

45*. Álex va a casa de sus abuelos cada dos semanas, y Emilio, cada tres semanas. Si acaban de ir los dos esta semana, ¿cuántas semanas tienen que transcurrir para que vuelvan a coincidir?

$$2 = 2; 3 = 3$$

$$\text{m.c.m. } (2, 3) = 3 \cdot 2 = 6$$

Tienen que transcurrir seis semanas para que vuelvan a coincidir.

46*. El ayuntamiento quiere pavimentar el suelo de un parque con losetas cuadradas. La base de dicho parque es un rectángulo de 60 m de largo por 33 m de ancho. Se tiene previsto utilizar losetas del mayor tamaño posible.

a. ¿Cuántos centímetros medirá el lado de cada loseta?

b. ¿Cuántas losetas serán necesarias?

$$\text{a. } 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5; 33 = 3 \cdot 11$$

$$\text{m.c.d. } (60, 33) = 3$$

El lado de cada loseta es de 3 m.

$$\text{b. Área del parque es } = 60 \cdot 33 = 1\,980 \text{ m}^2$$

Cada loseta tiene un área de $3^2 = 9 \text{ m}^2$.

$$1\,980 : 9 = 220$$

Necesitará 220 losetas.

47*. En una parada de autobús coinciden cuatro vehículos: el autobús 1 pasa por esa parada cada 15 min; el autobús 2, cada 20 min; el autobús 3, cada 25 min, y el autobús 4, cada 10 min. Si son las 07:00 h y acaban de coincidir los cuatro, ¿a qué hora volverán a coincidir?

$$15 = 5 \cdot 3; 20 = 5 \cdot 2^2; 25 = 5^2; 10 = 5 \cdot 2$$

$$\text{m.c.m. } (15, 20, 25, 10) = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 300$$

Coincidirán cada 300 minutos (5 horas), por lo que coincidirán a las 12:00 h.

48*. Un agricultor tiene previsto embalar sus naranjas y sus limones en cajas de igual peso. Tiene 4 235 kg de naranjas y 2 625 kg de limones y quiere que las cajas sean lo más grandes posible.

a. ¿Cuántos kilos habrá en cada caja?

b. ¿Cuántas cajas necesitará para colocar las naranjas? ¿Y para colocar los limones?

$$\text{a. } 4\,235 = 5 \cdot 7 \cdot 11^2; 2\,625 = 3 \cdot 5^3 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d. } (4\,235, 2\,625) = 5 \cdot 7 = 35$$

Habrán 35 kg en cada caja.

$$\text{b. } 4\,235 : 35 = 121; 2\,625 : 35 = 75$$

Necesita 121 cajas para las naranjas y 75 cajas para los limones.

49*. Enrique va al gimnasio cada dos días, Eva va cada tres y Manuel, cada cuatro.

a. ¿Cada cuántos días coinciden todos en el gimnasio?

b. Si hoy es 28 de julio y los tres se han encontrado en el gimnasio, ¿qué día volverán a coincidir?

c. Si se incorpora al grupo Luisa, que solo puede ir cada cinco días, y hoy han coincidido todos, ¿cuándo volverán a coincidir?

$$\text{a. m.c.m. } (2, 3, 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Coinciden cada 12 días.

b. Volverán a coincidir el 9 de agosto.

$$\text{c. m.c.m. } (2, 3, 4, 5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Volverán a coincidir en 60 días (aproximadamente 2 meses).

50*. En una pastelería quieren repartir los *croissants* y las magdalenas en cajas iguales. Tienen 1 500 *croissants* y 650 magdalenas

a. ¿Cuál ha de ser el mayor tamaño posible de las cajas?

b. ¿Cuántas cajas habrá de *croissants* y de magdalenas?

$$\text{a. } 1\,500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3; 650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13$$

$$\text{m.c.d. } (1\,500, 650) = 2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50$$

Cada caja tendrá 50 magdalenas o 50 *croissants*.

$$\text{b. } 1\,500 : 50 = 30; 650 : 50 = 13$$

Habrà 30 cajas de *croissants* y 13 cajas de magdalenas.

51*. Según su color, las luces de una discoteca se ponen a parpadear en momentos diferentes, mientras que el resto del tiempo permanecen fijas. De este modo, las luces rojas parpadean cada 18 segundos; las azules, cada 26 segundos, y las amarillas, cada minuto. ¿Cada cuánto tiempo coinciden parpadeando las tres luces?

Rojas 18 s, azules 26 s, amarillas 1 min = 60 s

$$18 = 2 \cdot 3^2, 26 = 2 \cdot 13, 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m. } (18, 26, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 = 2\,340 \text{ s}$$

$$2\,340 : 60 = 39 \text{ min}$$

Coinciden cada 39 minutos.

52*. Félix quiere preparar bolsas con el mismo número de caramelos y que sean lo más grandes posible para repartirlas luego entre sus amigos. Tiene 350 caramelos de naranja y 400 de limón.

a. ¿Cuántos caramelos habrá en cada bolsa?

b. ¿Cuántas bolsas habrá de cada sabor?

$$\text{a. } 350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7; 400 = 2^4 \cdot 5^2$$

$$\text{m.c.d. } (350, 400) = 2 \cdot 5^2 = 50$$

En cada bolsa habrá 50 caramelos.

$$\text{b. } 350 : 50 = 7; 400 : 50 = 8$$

Habrà 7 bolsas de caramelos de naranja y 8 bolsas de caramelos de limón.

53*. Antonio quiere ir a todas las reuniones que se hacen en su empresa, que está en funcionamiento de lunes a domingo. El departamento de *Marketing* se reúne todos los días; el de *Contabilidad*, cada viernes; el de *Planificación*, cada tres días, y el de *Recursos Humanos*, cada 15 días. Este viernes Antonio ha podido ir a todas las reuniones. ¿Cuándo volverá a asistir a todas las reuniones en un mismo día?

$$7 = 7; 5 = 5; 3 = 3; 15 = 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m. } (7, 5, 3, 15) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

Volverá a asistir dentro de 105 días, dentro de tres meses y medio.

PÁGINA 53

54*. Miguel quiere repartir su ropa en los cajones de su armario de modo que haya el mismo número de prendas en cada cajón y que dicho número de prendas sea el máximo posible sin que sobre ninguna. Miguel tiene seis jerséis, 24 camisetas, 18 camisas y 12 pantalones.

a. ¿Cuántas prendas tendrá que haber en cada cajón?

b. ¿Cuántos cajones habrá de cada tipo de prenda?

c. Si su armario tiene seis cajones, ¿qué dos tipos de prendas deberán ir colgadas por no tener cajones suficientes?

$$a. 6 = 2 \cdot 3, 24 = 2^3 \cdot 3, 18 = 2 \cdot 3^2, 12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.d. } (6, 24, 18, 12) = 2 \cdot 3 = 6$$

Tendrá que haber 6 prendas.

b. De jerséis habrá 1 cajón, de camisetas 4 cajones, de camisas 3 cajones y de pantalones 2 cajones.

c. Las camisas y los jerséis deben ir colgados.

55*. En una joyería hay una pared decorada con relojes de cuco. Uno de los relojes toca cada 15 minutos; otro, cada media hora; otro, cada hora, y un último reloj, cada cuatro horas.

a. ¿Cada cuánto tiempo coinciden todos los relojes?

b. Si a las 00:00 h han asomado los cucos de los cuatro relojes, ¿a qué hora volverán a coincidir?

c. ¿Cuántas veces coincidirán en un día?

d. ¿Y en una semana?

a. Uno cada 15 min, otro cada media hora = 30 min, otro cada hora = 60 min.

$$\text{Otro cada 4 h} = 4 \cdot 60 = 240 \text{ min}$$

$$15 = 3 \cdot 5, 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5, 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5, 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m. } (15, 30, 60, 240) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240 \text{ min}$$

Coinciden cada 4 horas.

b. Volverán a coincidir a las 4 de la madrugada.

c. $24 : 4 = 6$ veces al día.

d. $6 \cdot 7 = 42$ veces a la semana.

56.** Ramón quiere coger el tren para ir a su pueblo y dispone de tres tipos de trenes que le llevan a su destino. Él desea elegir de los tres, el menos concurrido. Uno de ellos sale cada tres cuartos de hora; otro, cada hora y media, y otro, cada dos horas. Dichos trenes salen juntos cada día a las 8:00, y el último tren sale a las 20:00 h.

a. ¿Cada cuánto tiempo coinciden los tres trenes para que Ramón elija uno de ellos?

b. ¿Cuántas veces coinciden los trenes en el día?

c. ¿Cuántas veces sale al día cada tipo de tren?

a. Uno cada tres cuartos de hora = 45 min, otro cada hora y media = 90 min, y otro cada dos horas = 120 min.

$$45 = 3^2 \cdot 5, 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5, 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m. } (45, 90, 120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

Coinciden cada 6 horas.

b. De 8:00 a 20:00 son 12 horas.

$$12 : 6 = 2 \text{ veces al día.}$$

c. $12 \cdot 60 = 720$ min en un día.

$$720 : 45 = 16 \text{ veces sale al día.}$$

$$720 : 90 = 8 \text{ veces al día.}$$

$$720 : 120 = 6 \text{ veces al día.}$$

57.** En una fábrica de zapatos se quieren llenar palés lo máximo posible con cajas de distintos zapatos según la talla y sin que sobren cajas de zapatos, de modo que todos los palés tengan el mismo número de cajas. Hay en existencias 1 500 zapatos de la talla 36, 2 400 de la talla 37, 4 200 de la talla 38, 3 200 de la talla 39 y 1 800 de la talla 40.

a. ¿Cuántas cajas de zapatos entrarían en cada palé?

b. ¿Cuántos palés se necesitan para cada talla de zapatos? ¿Y en total?

c. Si se quiere completar un contenedor en el que entran 150 palés de cajas de zapatos, ¿cuántas cajas de zapatos de la talla 41 se podrían almacenar?

a. Los zapatos se almacenan por parejas luego cada caja tendrá 2 zapatos por lo que habría que trabajar con la mitad del número de zapatos para trabajar con las cajas de cada talla.

$$750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3, 1\ 200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2, 2\ 100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7, 1\ 600 = 2^6 \cdot 5^2, 900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$\text{m.c.d. } (750, 1\ 200, 2\ 100, 1\ 600, 900) = 2 \cdot 5^2 = 50 \text{ cajas en cada palé.}$$

$$\text{b. } 750 : 50 = 15 \text{ palés de la talla 36.}$$

$$1\ 200 : 50 = 24 \text{ palés de la talla 37.}$$

$$2\ 100 : 50 = 42 \text{ palés de la talla 38.}$$

$$1\ 600 : 50 = 32 \text{ palés de la talla 39.}$$

$$900 : 50 = 18 \text{ palés de la talla 40.}$$

$$\text{c. } 150 \cdot 50 = 7\ 500 \text{ cajas de la talla 41.}$$

58.** La dueña de una bombonería ha elaborado 2 400 bombones de trufa, 1 500 de chocolate blanco, 1 800 de coco y de chocolate negro 6 000 y quiere preparar, para cada variedad, cajitas con el mismo número de unidades y que sean lo más grandes posible.

a. ¿Cuántos bombones habrá en cada caja?

b. ¿Cuántas cajas habrá de cada variedad?

c. A continuación, quiere distribuir los bombones que hay dentro de cada caja en cajitas iguales más pequeñas que contengan más de cinco piezas y menos de 20. ¿Cómo podrá repartir los bombones? Indica el número de cajas que saldrían y las piezas que contendría cada una.

$$a. 2\ 400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$1\ 800 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$1\ 500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$$

$$6\ 000 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^3$$

m.c.d. (2 400, 1 500, 1 800, 6 000) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$ bombones en cada caja.

b. $2\ 400 : 300 = 8$ cajas de trufa

$1\ 500 : 300 = 5$ cajas de chocolate blanco

$1\ 800 : 300 = 6$ cajas de coco

$6\ 000 : 300 = 20$ cajas de chocolate negro

c. Hallamos los divisores de 300 y elegimos las combinaciones entre 5 y 20 bombones:

$D(300) = \{1, 2, 3, 4, 5, \underline{6}, \underline{10}, \underline{12}, \underline{15}, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300\}$

De este modo, las distintas combinaciones serían:

- 50 cajas de 6 bombones.
- 30 cajas de 10 bombones.
- 25 cajas de 12 bombones.
- 20 cajas de 15 bombones.

59.** Yaiza quiere decorar su habitación con 30 fotos de su viaje a Egipto y 45 fotos de su viaje a Irlanda.

a. ¿De cuántas formas puede colocar las fotos en filas iguales?

b. ¿Y si quiere poner más de diez fotos en cada fila pero menos de 30? Si al final decidiera no colocar sus fotos en la pared, sino guardarlas en sobres iguales lo más grande posible para regalárselos a sus amigos:

c. ¿Cuántas fotos debería guardar en cada sobre?

d. ¿Cuántos sobres habría de Egipto y cuántos de Irlanda?

e. ¿Cuántos amigos recibirán dicho regalo?

$$a. 30 + 45 = 75$$

$$D(75) = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$$

Las puede colocar de 6 formas:

- 1 fila con 75 fotos.
- 3 filas con 25 fotos cada fila.
- 5 filas con 15 fotos cada fila.
- 15 filas con 5 fotos cada fila.
- 25 filas con 3 fotos cada fila.
- 75 filas con 1 foto cada fila.

b. De 2 formas:

- 3 filas con 25 fotos cada fila.

- 5 filas con 15 fotos cada fila.

c. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $45 = 3^2 \cdot 5$

m.c.d. (30, 45) = $3 \cdot 5 = 15$ fotos en cada sobre

d. $30 : 15 = 2$ sobres de fotos de Egipto.

$45 : 15 = 3$ sobres de fotos de Irlanda.

e. $2 + 3 = 5$ sobres, con lo que se los puede regalar a 5 amigos.