MATEMÁTICAS
2.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 8. Funciones. Características

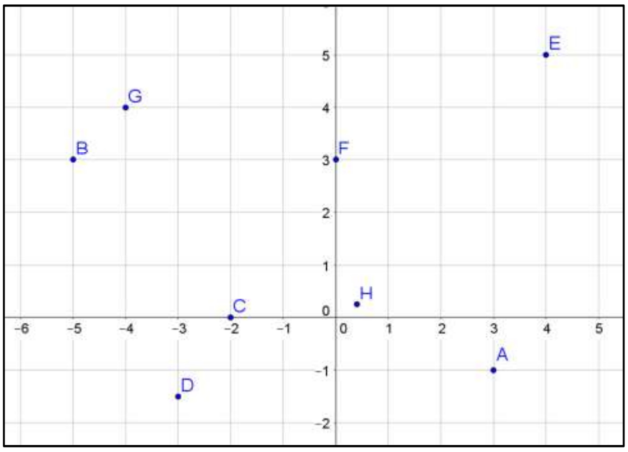
Unidad 8. Funciones. Características

SOLUCIONES PÁG. 155

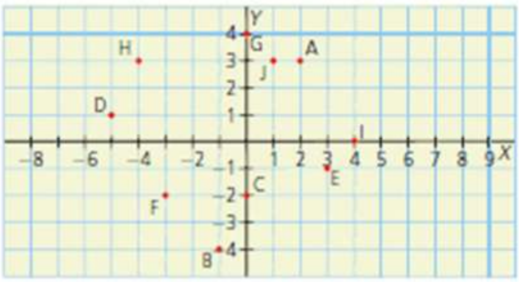
1. Representa estos puntos en unos ejes de coordenadas:

a. (3 , –1) **c. (–2 , 0)** **e. (4 , 5)** **g. (–4 , 4)**

b. (–5 , 3) **d.** $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$ **f. (0 , 3)** **h.** $\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{4}\right)$



2. Determina las coordenadas de los puntos que aparecen en los siguientes ejes de coordenadas:



A (2 , 3); B (–1 , –4); C (0 , –2); D (–5 , 1); E (3 , –1); F (–3 , –2); G (0 , 4); H (–4 , 3); I (4 , 0); J (1 , 3)

3. Indica cuáles de las siguientes relaciones son funciones:

a. La hora del día y la temperatura.
Sí es función porque a cada valor de la variable *x* le corresponde único valor de la variable *y*.

b. La edad de una persona y su estatura.
No es función porque a cada valor de la variable *x* le corresponde varios valores de la variable *y*.

c. La duración de una llamada y su precio.
Sí es función porque a cada valor de la variable *x* le corresponde único valor de la variable *y*.

4. El kilogramo de lentejas cuesta 1,25 €. ¿Es una función la relación entre el número de kilogramos de lentejas y el precio? En caso afirmativo, determina:

Sí es una función, porque a cada valor de la variable *x* le corresponde único valor de la variable *y*.

a. La variable dependiente e independiente.

La variable independiente, *x,* es el número de kilos de lentejas y la variable dependiente, *y,* es el precio.

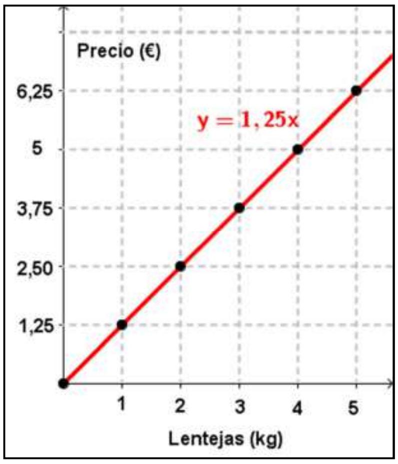
b. La expresión algebraica que representa la función.

$y = 1{,}25x$

c. Una tabla de valores.

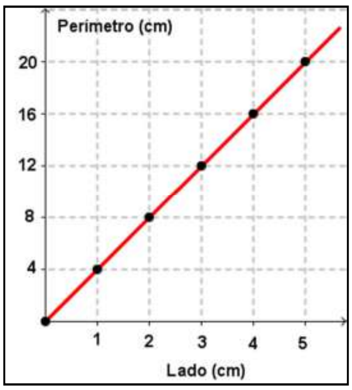
Lentejas (kg)	1	2	3	4	5
Precio (€)	1,25	2,50	3,75	5	6,25

d. Su gráfica.



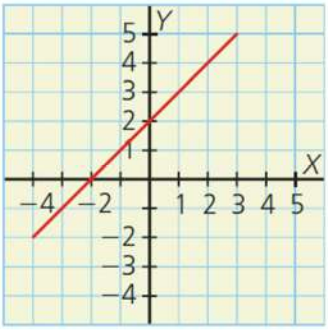
5. Haz una tabla de valores y la gráfica para la función que relaciona el lado de un cuadrado y su perímetro.

Lado (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro (cm)	4	8	12	16	20



SOLUCIONES PÁG. 157

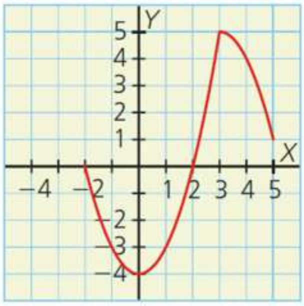
6. **Halla el dominio, el recorrido, los puntos de corte con los ejes y el signo de estas funciones:**
a.



D = [–4 , 3] y R = [–2 , 5]
Puntos de corte con los ejes:
- Con el eje *X:* (–2 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 2)

Signo:
- Positiva: (–2 , 3)
- Negativa: (–4 , –2)
- Nula en $x = –2$

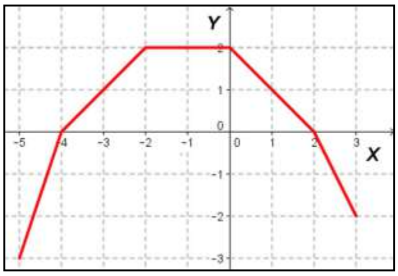
b.



D = [–2 , 5] y R = [–4 , 5]
Puntos de corte con los ejes:
- Con el eje *X:* (–2 , 0) y (2, 0)
- Con el eje *Y:* (0 , –4)

Signo:
- Positiva: (2 , 5)
- Negativa: (–2 , 2)
- Nula en $x = –2$ y en $x = 2$

7. **Dibuja una función con dominio [–5, 3], cuyos puntos de corte con los ejes sean (0 , 2), (– 4 , 0) y (2 , 0); y que sea positiva en (–4 , 2) y negativa en [–5 , –4) y (2 , 3].**
Respuesta abierta. Por ejemplo:



8. **La función $y = x^2 + 4$ no tiene puntos de corte con el eje *X*. Explica por qué. ¿Qué signo tiene la función?**
Los puntos de corte con el eje *X* son de la forma (x , 0). Al igualar la función a cero, $y = 0$, la ecuación $0 = x^2 + 4$ no tiene solución. La función es toda positiva.

9. **Actividad resuelta.**

10. Halla los puntos de corte con los ejes coordenados de las siguientes funciones:

a. $\boldsymbol{y = x - 4}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = x - 4 \Rightarrow x = 4$
  El punto de corte con el eje *X* es (4 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 4 = -4$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , –4)

b. $\boldsymbol{y = 3x + 12}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = 3x + 12 \Rightarrow x = -4$
  El punto de corte con el eje *X* es (–4 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 + 12 = 12$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 12)

c. $\boldsymbol{y = x^2 - 5x + 6}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 5x + 6 \rightarrow$ Se resuelve la ecuación de 2.º grado:
  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \left\} \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{array} \right\}$$
  Los puntos de corte con el eje *X* son (2 , 0) y (3 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 0 + 6 = 6$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 6)

d. $\boldsymbol{y = x^2 - 1}$

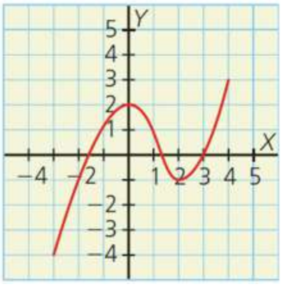
- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 6 \rightarrow$ Se resuelve la ecuación de 2.º grado:
  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm 2}{2} \left\} \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array} \right\}$$
  Los puntos de corte con el eje *X* son (–1 , 0) y (1 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 1 = -1$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , –1)

SOLUCIONES PÁG. 159

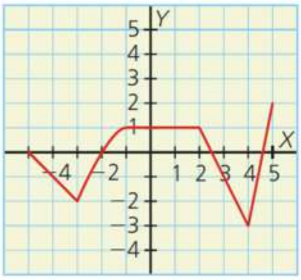
11. Estudia el crecimiento de las siguientes funciones:

a.



- Creciente en (–3 , 0) y (2 , 4)
- Decreciente en (0 , 2)

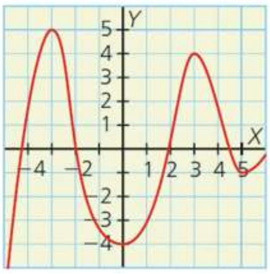
b.



- Creciente en (–3 , –1) y (4 , 5)
- Decreciente en (–5 , –3) y (2 , 4)
- Constante en (–1 , 2)

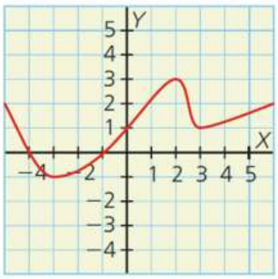
12. Indica los máximos y mínimos de estas funciones:

a.



- Máximos: (–3 , 5) y (3 , 4)
- Máximo absoluto: (–3 , 5),
- Mínimos: (0 , –4) y (5 , –1)

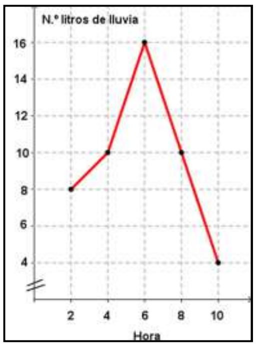
b.



- Máximo: (2 , 3)
- Mínimos: (–3 , –1) y (3 , 1)
- Mínimo absoluto: (–3 , –1)

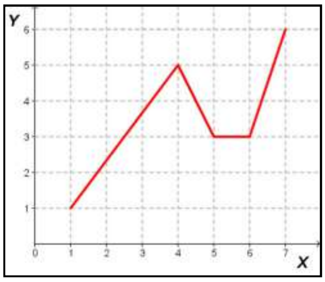
13. Representa gráficamente los siguientes datos de la tabla de valores. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y sus mínimos. ¿En qué punto se alcanza el máximo absoluto?

Hora del día	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**
N.º de litros de lluvia	**8**	**10**	**16**	**10**	**4**



- Creciente: (2 , 6)
- Decreciente: (6 , 10)
- Máximo: (6 , 16)
- Máximo absoluto: (6 , 16)

14. Dibuja una función que sea creciente en (1 , 4) y (6 , 7), decreciente en (4 , 5) y constante en (5 , 6). ¿Tiene algún máximo? ¿Y algún mínimo?
Respuesta abierta. Por ejemplo:



Tiene un máximo en (4 , 5), pero no tiene mínimo.

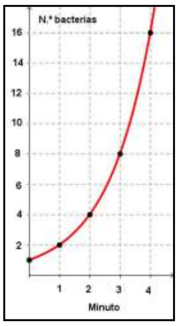
15. Las bacterias se reproducen por bipartición, es decir, dividiéndose en dos.

a. Si se dividen cada minuto, elabora una tabla de valores que relacione el número de bacterias y el tiempo, y, a partir de ella, determina su expresión algebraica.

Tiempo (min)	0	1	2	3	4
N.º bacterias	1	2	4	8	16

Su expresión algebraica es $y = 2^x$

b. Representa gráficamente los datos. ¿Es una función creciente o decreciente? ¿Tiene máximo absoluto?



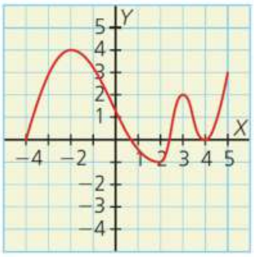
Es una función creciente, sin máximo absoluto.

16. ¿Existe alguna función continua que sea creciente en (–2 , 4) y decreciente en (4 , 6) y tenga su mínimo absoluto en *x* = 4? Justifica tu respuesta.

No existe ninguna función, pues en *x* = 4 debería tener un máximo y no un mínimo.

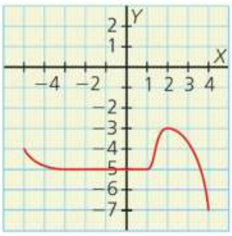
17. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos de las siguientes funciones:

a.



- Creciente en (–4 , –2), (2 , 3) y (4 , 5)
- Decreciente en (–2 , 2) y (3 , 4)
- Máximos en (–2 , 4) y en (3 , 2)
- Máximo absoluto en (–2 , 4)
- Mínimos en (2 , –1) y en (4 , 0)
- Mínimo absoluto en (2 , –1)

b.

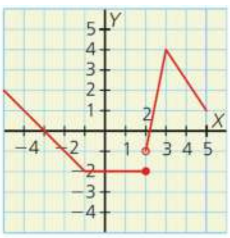


- Creciente en (1 , 2)
- Decreciente en (–5 ; –3,5) y (2 , 4)
- Constante en (–3,5 ; 1)
- Máximo absoluto en (2 , –3)

SOLUCIONES PÁG. 161

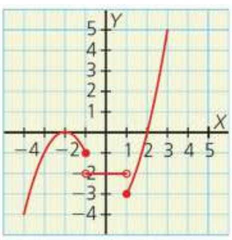
18. Indica si las siguientes funciones son continuas. En el caso de que no lo sean, di cuáles son sus puntos de discontinuidad.

a.



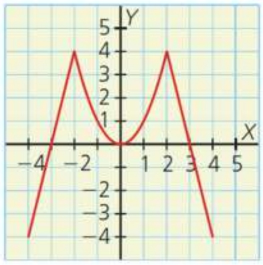
Función discontinua en *x* = 2

b.



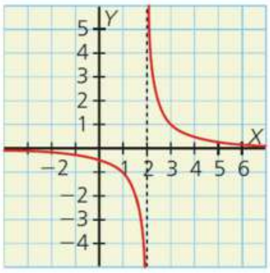
Función discontinua en *x* = –1 y en *x* = 1

c.



Función continua

d.

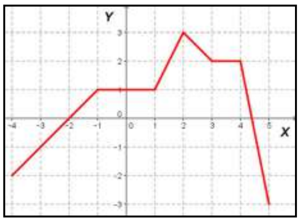


Función discontinua en $x = 2$

19. Dibuja una función que tenga estas características:

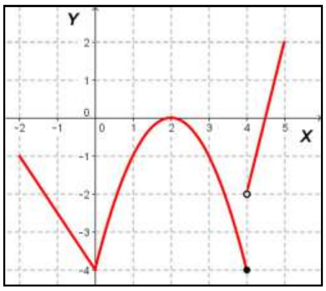
a. Su dominio es [–4 , 5] y es continua.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



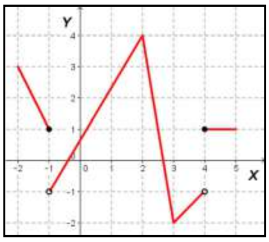
b. Su dominio es [–2 , 5] y es discontinua en $x = 4$.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

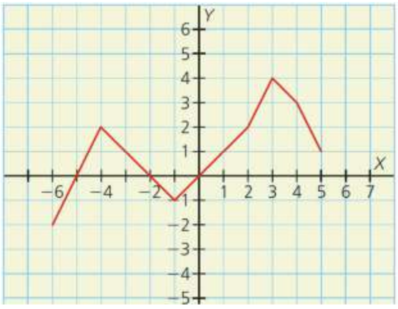


c. Es discontinua en *x* = –1 y en *x* = 4 y tiene el máximo absoluto en (2 , 4) y el mínimo absoluto en (3 , –2).

Respuesta abierta. Por ejemplo:



20. Halla para la función propuesta:



a. El dominio y el recorrido.

D = [–6 , 5] y R = [–2 , 4]

b. Los puntos de corte con los ejes.

- Con el eje *X:* (–5 , 0), (–2 , 0) y (0 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 0)

c. El signo.

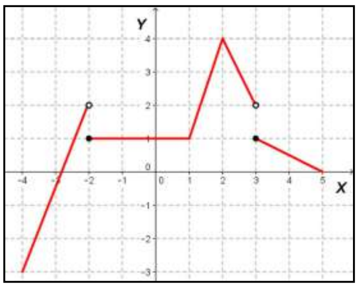
- Positiva: [–5 , –2) y (0 , 5]
- Negativa: [–6 , –5) y (–2 , 0)
- Nula en *x* = –5, *x* = –2 y en *x* = 0

d. Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos.

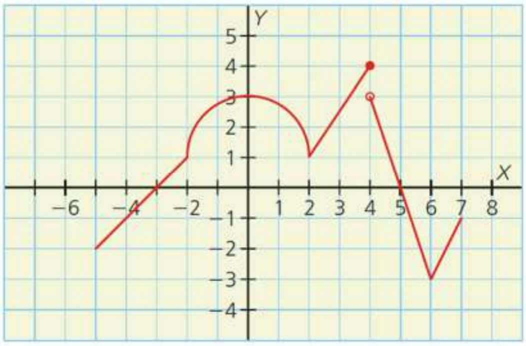
- Creciente: (–6 , –4) y (–1 , 3)
- Decreciente: (–4 , –1) y (3 , 5)

21. Representa gráficamente una función cuyo dominio sea [–4 , 5], que tenga por el recorrido [–3 , 4] y sea discontinua en *x* = –2 y en *x* = 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



22. Determina para la función propuesta:



a. Los puntos de corte con los ejes.

- Con el eje *X:* (–3 , 0) y (5 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 3)

b. El crecimiento de la función y sus extremos.

- Creciente: (–5 , 0), (2 , 4) y (6 , 7)
- Decreciente: (0 , 2) y (4 , 6)

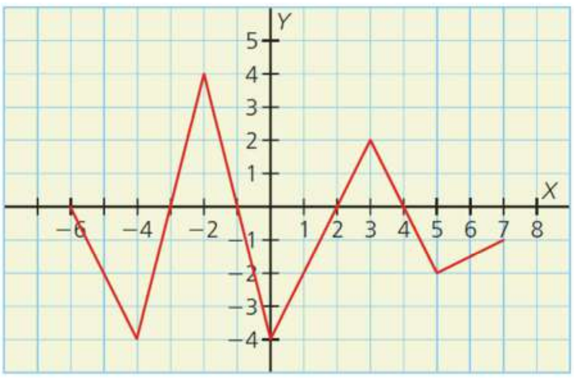
Extremos:

- Máximo: (0 , 3)
- Mínimos: (2 , 1) y (6 , –3)
- Mínimo absoluto: (6 , –3)

c. Sus puntos de discontinuidad.

Es discontinua en $x = 4$

23. Halla para la función propuesta:



a. El dominio y el recorrido.

D = [–6 , 7] y R = [–4 , 4]

b. Los puntos de corte con los ejes y el signo.

- Con el eje *X:* (–6 , 0), (–3 , 0), (–1 , 0), (2 , 0) y (4 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , –4)

c. Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

- Creciente: (–4 , –2), (0 , 3) y (5 , 7)
- Decreciente: (–6 , –4), (–2 , 0) y (3 , 5)

d. **Los máximos y mínimos.**

- Máximos: (–2 , 4) y (3 , 2)
- Máximo absoluto: (–2 , 4)
- Mínimos: (–4 , –4), (0 , –4) y (5 , –2)
- Mínimos absolutos: (–4 , –4), (0 , –4)

24. Realizad en grupos un estudio sobre la longitud de la sombra que proyecta un edificio de la 10 de la mañana hasta las 8 de la tarde. Construid una tabla de valores y representad la función. A partir de la gráfica, determinad:

a. **El dominio y el recorrido.**

b. **Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.**

c. **El máximo y el mínimo absolutos.**

d. **El signo.**

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 163

25. Óscar ha ido hoy al instituto en bicicleta. La siguiente gráfica muestra la velocidad que llevó durante el trayecto.

a. **¿Cuánto tardó en llegar al instituto?**

Tardó 8 minutos.

b. **¿Cuántas veces circuló a 12 km/h?**

En tres ocasiones circuló a 12 km/h.

c. **¿Qué velocidad llevaba pasado 1 min? ¿Y a los 5 min?**

Circulaba a 9 km/h en ambos momentos.

d. **¿Cuál fue la velocidad máxima que alcanzó? ¿En qué momento del trayecto lo hizo?**

La velocidad máxima fue 18 km/h y se alcanzó a los 6 min.

e. **Durante el trayecto tuvo que parar en un semáforo. ¿Cuánto tiempo duró la parada? ¿Cuántos minutos llevaba circulando cuando paró?**

Paró 1 min en el semáforo. Llevaba 3 min circulando.

f. **Indica en qué intervalos de tiempo creció y decreció la velocidad.**

Crece: (0 , 2) y (4, 6), decrece: (2 , 3) y (6 , 8)

26. La evolución del precio medio del litro de gasóleo en España en los últimos seis años viene descrita en la siguiente gráfica:

a. ¿Qué precio tenía el gasóleo en el año 2013?

Tenía un precio de 1,30 €.

b. ¿Cuándo se pagó el litro de gasóleo a 1,25 €?

En 2011 y 2014.

c. ¿Qué año se alcanzó el precio más elevado? ¿Y el más bajo? ¿Cuáles fueron esos precios?

El precio más alto se alcanzó en 2012 y fue de 1,35 €. El precio más bajo se produjo en 2010 y fue de 1 €.

d. Señala los periodos de tiempo en los que se produjo una subida y una bajada del precio del gasóleo.

Subió en el periodo: (2010, 2012) y bajó en: (2012, 2015).

27. La siguiente gráfica muestra el número de ventas de dos de los modelos que comercializa una compañía de automóviles a lo largo de los últimos ocho años.

a. ¿De cuál de los dos modelos se vendió más unidades en el último año? Indica el número de vehículos vendidos.

El modelo A, del que se vendieron 45 000 coches.

b. ¿Cuántos coches se vendieron de ambos modelos en el año 2012?

Se vendieron 30 000 coches.

c. **¿En qué año se vendieron más vehículos de ambos modelos? Indica el número de coches que se vendieron ese año.**

Modelo A: en 2008 y se vendieron 55 000 coches.

Modelo B: en 2008, 2010 y 2015 y se vendieron 40 000 coches.

d. **¿Cuál de los dos modelos mantuvo el mismo número de ventas durante dos años consecutivos?**

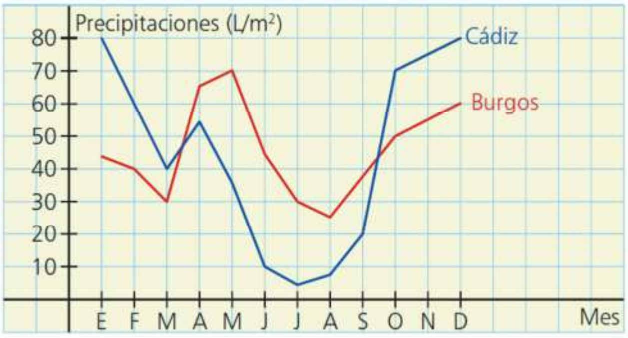
El modelo B.

e. **Describe cómo han variado las ventas de los dos modelos a lo largo de los últimos ocho años.**

Modelo A: en 2008 fue el año de más ventas y a partir de ahí, las ventas bajaron hasta alcanzar su mínimo en 2013, para volver a subir hasta el 2015.

Modelo B: entre 2008 y 2009 bajaron las ventas, de 2009 a 2010 subieron hasta alcanzar el máximo del 2010, para volver a bajar hasta 2011. De 2011 a 2012 se mantuvieron constantes las ventas y a partir de ahí, volvieron a subir.

28. La siguiente gráfica muestra las precipitaciones de las ciudades de Burgos y Cádiz a lo largo de un año.



a. **¿En qué mes llueve más en ambas localidades? ¿Y menos? ¿Cuántos litros caen durante esos meses?**

En Cádiz: en enero y diciembre con 80 L/m^2. En burgos: en mayo con 70 L/m^2.

b. **¿Cuál de las dos ciudades alcanza las precipitaciones máximas? ¿Y las mínimas?**

Las máximas y mínimas precipitaciones se alcanzan en Cádiz.

c. **Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las precipitaciones de ambas ciudades.**

- En Cádiz:
  Crece: de marzo a abril y de julio a diciembre.
  Decrece: de enero a marzo y de abril a julio.
- En Burgos:
  Crece: de marzo a mayo y de agosto a diciembre.
  Decrece: de enero a marzo y de mayo a agosto.

d. ¿En qué mes es la diferencia de precipitaciones de las dos ciudades más amplia? ¿Cuál es esa diferencia?

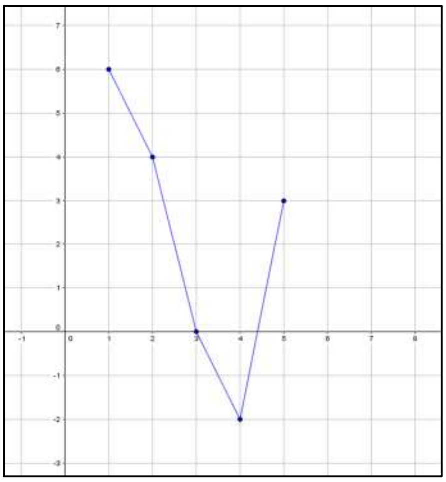
La máxima diferencia entre las precipitaciones de las dos ciudades se produjo en enero y fue de 45 L/m^2.

SOLUCIONES PÁGINA 164

1. Representa las funciones definidas a partir de las siguientes tablas de valores utilizando GeoGebra:

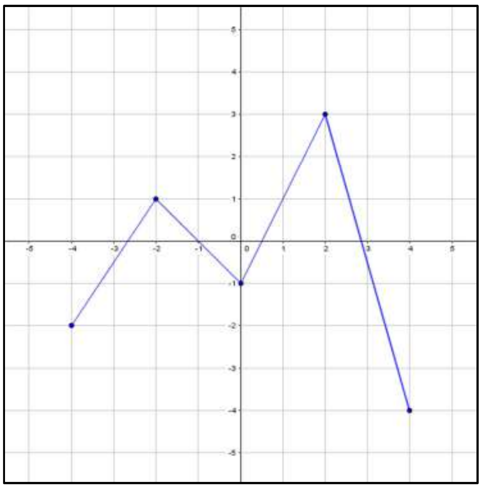
a.

x	1	2	3	4	5
y	6	4	0	–2	3



b.

x	–4	–2	0	2	4
y	–2	1	–1	3	–4



SOLUCIONES PÁG. 165

1. **¿Cómo se llaman las dos variables que están relacionas en una función?**

   Variable independiente y variable dependiente.

2. **¿Se pueden representar todas las funciones mediante una expresión algebraica?**

   No siempre.

3. **¿Es siempre posible unir los puntos de una gráfica? Justifica tu respuesta y pon un ejemplo.**

   No siempre. Por ejemplo, si la función relaciona el número de bolígrafos, *x*, y su precio, *y*, no se pueden unir los puntos pues la variable *x*, número de bolígrafos, no es continua ya que no se pueden comprar 1,5 bolígrafos.

4. **Define dominio y recorrido de una función.**

   El dominio de una función es el conjunto de valores que toma la variable independiente, *x,* y se representa por D. El recorrido de una función es el conjunto de valores que toma la variable dependiente, *y,* y se representa por R.

5. **Si A y B son dos puntos de corte con el eje *X* y el eje *Y*, respectivamente, ¿cuáles son sus coordenadas?**

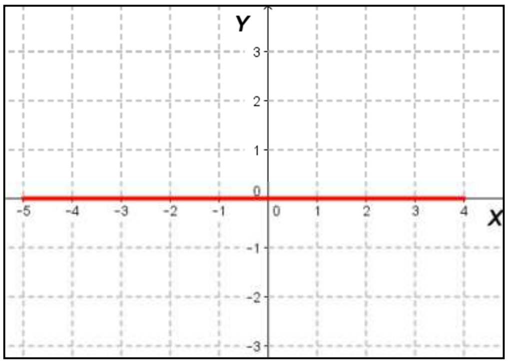
   A (*x* , 0), B (0 , *y*)

6. **¿Cuántos puntos de corte con el eje *X* puede tener una función? ¿Y con el eje *Y*?**

   Con el eje *X* puede tener cualquier número de puntos de corte, pero con el eje *Y* solo puede tener uno.

7. **¿Puede una función ser siempre nula? En caso afirmativo, dibuja su gráfica.**

   Sí, la recta que coincide con el eje *X*.



8. **¿Cómo se llaman los puntos donde la función pasa de ser creciente a decreciente? ¿Y de decreciente a creciente?**

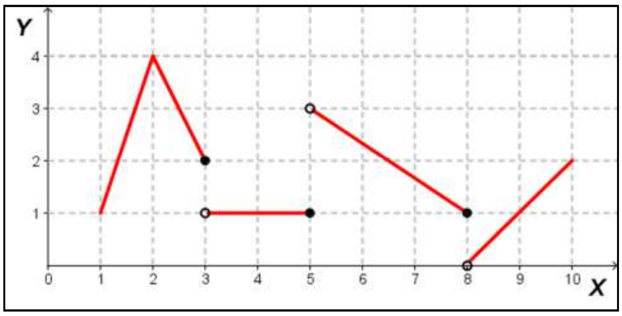
   Máximos y mínimos, respectivamente.

9. ¿Cuántos mínimos y máximos puede tener una función? ¿Y mínimos y máximos absolutos?

Una función puede tener cualquier número de máximos y mínimos. También de máximos y mínimos absolutos.

10. ¿Es posible que una función tenga tres puntos de discontinuidad? En caso afirmativo, dibuja una función que lo cumpla.

Sí. Respuesta abierta. Por ejemplo:

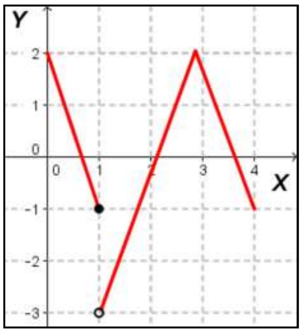


11. ¿Puede una función creciente no cortar al eje *X*? En caso afirmativo, ¿cuál es el signo de la función?

Sí puede. Será una función positiva.

12. ¿Existe alguna función que sea discontinua en $x = 1$ cuyo dominio sea [0 , 4]? Si la hay, represéntala.

Sí. Respuesta abierta. Por ejemplo:



13. ¿Puede pasar una función por los puntos (1 , 3) y (1 , –3)? Justifica tu respuesta, y, en caso afirmativo, represéntala.

No puede pasar por esos dos puntos, pues un valor de x, $x = 1$, tendría asociados dos valores de y, $y_1 = 3$ e $y_2 = -3$, y entonces no sería una función.

14. ¿Puede una función ser nula en $x = 2$ y tener un máximo en el punto (2 , 5)? Justifica tu respuesta.

No puede, pues si la función es nula en $x = 2$, es porque pasa por el punto (2 , 0), luego no puede pasar por el punto (2 , 5) pues no sería una función.

15. Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes hacer un documento de PowerPoint, usar Glogster...

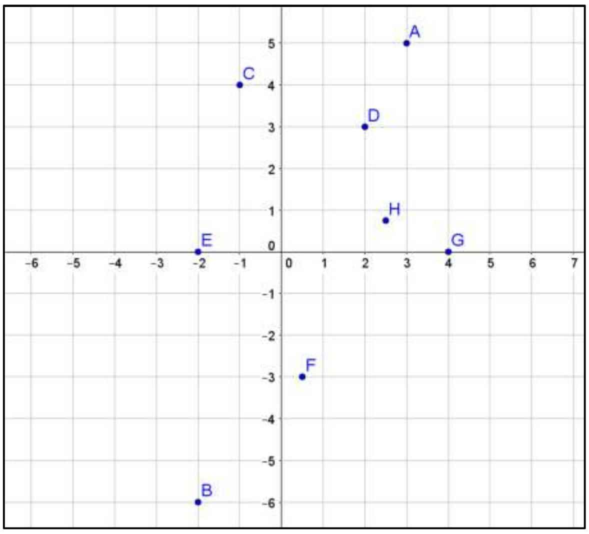
Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 166 – REPASO FINAL

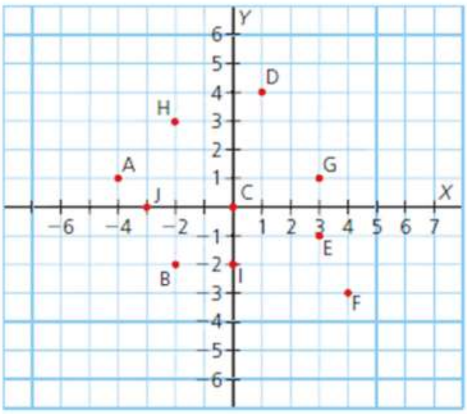
FUNCIÓN. VARIABLE DEPENDIENTE E INDEPENDIENTE

1. Representa en unos ejes de coordenadas cartesianas estos puntos. Compruébalo con GeoGebra.

A (3 , 5)	**C (–1 , 4)**	**E (–2 , 0)**	**G (4 , 0)**
B (–2 , –6)	**D (2 , 3)**	**F** $\left(\frac{1}{2},-3\right)$	**H** $\left(\frac{5}{2},\frac{3}{4}\right)$



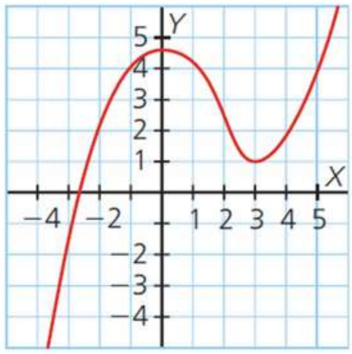
2. Determina los puntos que están representados en el siguiente sistema de coordenadas:



A (–4 , 1)	F (4 , –3)
B (–2 , –2)	G (3 , 1)
C (0 , 0)	H (–2 , 3)
D (1 , 4)	I (0 , –2)
E (3 , –1)	J (–3 , 0)

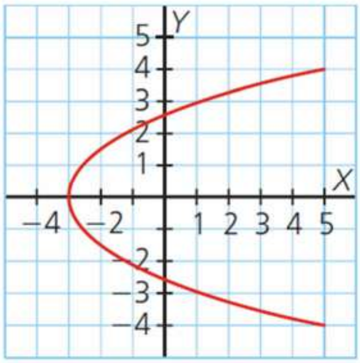
3. Indica si estas gráficas corresponden a funciones:

a.



Sí es función porque a cada valor de la variable *x* le corresponde único valor de la variable *y*.

b.



No es función porque hay valores de la variable *x* que le corresponde dos valores de la variable *y*.

4. Averigua si la siguiente tabla de valores se corresponde a una función. Justifica tu respuesta.

x	**–3**	**–1**	**1**	**1**	**3**
y	**4**	**–2**	**0**	**3**	**5**

No se corresponde con una función, pues para el valor $x = 1$, le corresponden dos valores de *y*, $y_1 = 0$ e $y_2 = 3$.

5. Una papelería vende cuadernos a 1,50 € la unidad. ¿Es una función la relación entre el número de cuadernos y el precio? En caso afirmativo, determina:

Sí es una función la relación entre el número de cuadernos y el precio.

a. Las variables dependiente e independiente.

La variable independiente es el número de cuadernos y la variable dependiente, el precio.

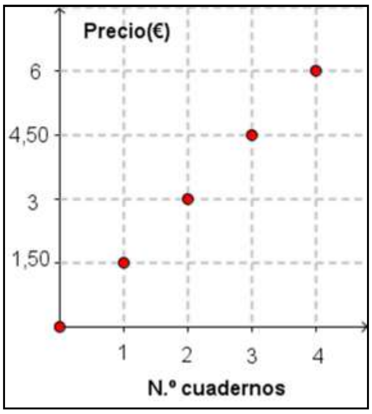
b. La expresión algebraica que representa la función.

$y = 1{,}50x$

c. Una tabla de valores.

N.º de cuadernos	1	2	3	4
Precio (€)	1,50	3	4,50	6

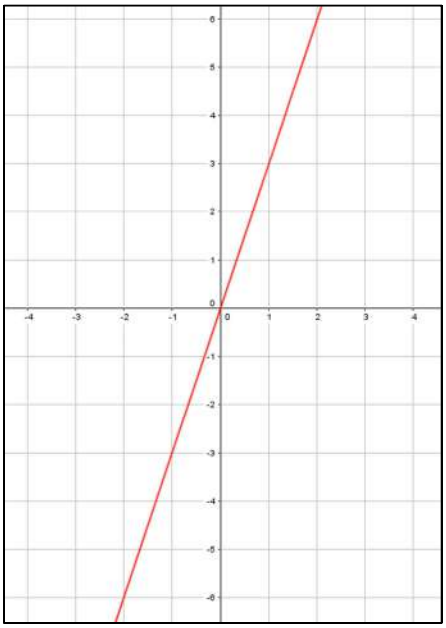
d. Su gráfica. ¿Se pueden unir los puntos? Justifícalo.



No se pueden unir los puntos, pues no se pueden comprar medios cuadernos.

6. Encuentra una expresión algebraica para la siguiente tabla de valores. Represéntala usando GeoGebra.

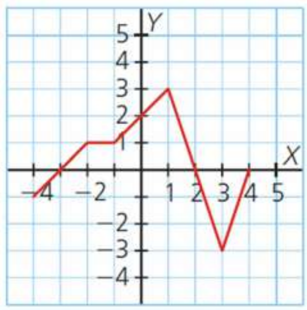
x	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**
y	**–6**	**–3**	**0**	**3**	**6**



CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES

7. Determina para las siguientes gráficas, su dominio y recorrido, sus puntos de corte con los ejes y su signo:

a.



D = [–4 , 4] y R = [–3 , 3]

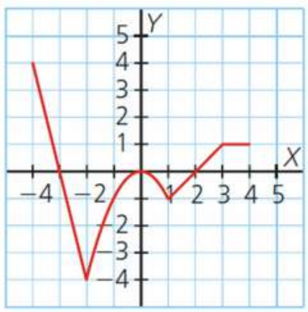
Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje *X:* (–3 , 0), (2, 0) y (4 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 2)

Signo:

- Positiva: (–3 , 2)
- Negativa: [–4 , –3) y (2 , 4)
- Nula en $x = -3$, $x = 2$ y en $x = 4$

b.



D = [–4 , 4] y R = [–4 , 4]

Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje *X:* (–3 , 0), (0 , 0) y (2 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 0)

Signo:

- Positiva: [–4 , –3) y (2 , 4]
- Negativa: (–3 , 0) y (0 , 2)
- Nula en $x = -3$, $x = 0$ y en $x = 2$

8. Determina, sin representarlos, los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a. $\boldsymbol{y = 4x}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = 4x \Rightarrow x = 0$
  El punto de corte con el eje *X* es (0 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 4 \cdot 0 = 0$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 0)

b. $\boldsymbol{y = \frac{2x}{3}}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{2x}{3} \Rightarrow x = 0$
  El punto de corte con el eje *X* es (0 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 0}{3} \Rightarrow y = 0 \, y = 4 \cdot 0 = 0$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 0)

c. $\boldsymbol{y = -3x + 1}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = -3 \cdot x + 1 \Rightarrow x = \dfrac{1}{3}$
  El punto de corte con el eje *X* es $\left(\dfrac{1}{3}, 0\right)$

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = -3 \cdot 0 + 1 = 1$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 1)

d. $\boldsymbol{y = \dfrac{x-1}{4}}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = \dfrac{x-1}{4} \Rightarrow x = 1$
  El punto de corte con el eje *X* es (1 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{0-1}{4} \Rightarrow y = -\dfrac{1}{4} y = 4 \cdot 0 = 0$
  El punto de corte con el eje *Y* es $\left(0, -\dfrac{1}{4}\right)$

e. $\boldsymbol{y = x^2 - 9}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 9 \rightarrow$ Se resuelve la ecuación de 2.º grado:
  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{0 \pm 6}{2} \left\} \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{array} \right\}$$
  Los puntos de corte con el eje *X* son (–3 , 0) y (3 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 9 = -9$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , –9)

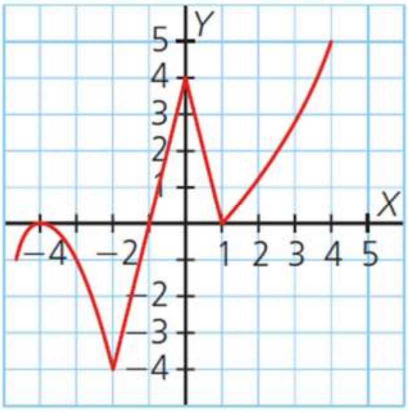
f. $\boldsymbol{y = x^2 + 2x + 1}$

- Con el eje *X:* se iguala a cero la variable *y*.
  $y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow$ Se resuelve la ecuación de 2.º grado:
  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 0}{2} \right\} x = -1$$
  El punto de corte con el eje *X* es (–3 , 0)

- Con el eje *Y:* se iguala a cero la variable *x*.
  $x = 0 \Rightarrow y = 0 + 0 + 1 = 1$
  El punto de corte con el eje *Y* es (0 , 1)

9. Determina el dominio, el recorrido, los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos para estas funciones.

a.



D = [–4,5 ; 4] y R = [–4 , 5]

Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje *X:* (–4 , 0), (–1 , 0) y (1 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 4)

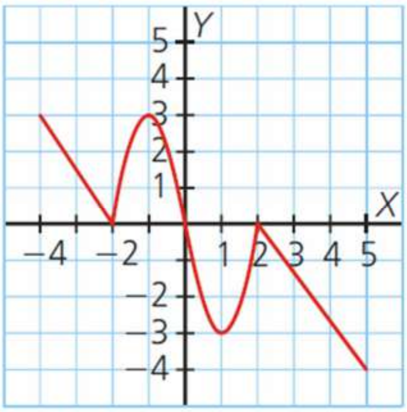
Crecimiento:

- Creciente: (–4,5 ; –4), (–2 , 0) y (1 , 4)
- Decreciente: (–4 , –2) y (0 , 1)

Extremos:

- Máximos: (–4 , 0) y (0 , 4)
- Mínimos: (–2 , –4) y (1 , 0)
- Mínimo absoluto: (–2 , –4)

b.



D = [–4 , 5] y R = [–4 , 3]

Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje *X:* (–2 , 0), (0 , 0) y (2 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , 0)

Crecimiento:

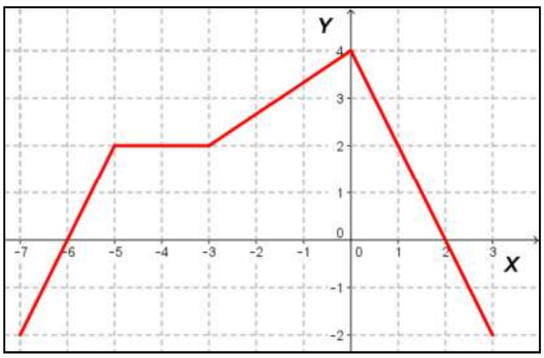
- Creciente: (–2 , –1) y (1 , 2)
- Decreciente: (–4 , –2), (–1 , 1) y (2 , 5)

Extremos:

- Máximos: (–1 , 3) y (2 , 0)
- Mínimos: (–2 , 0) y (1 , –3)

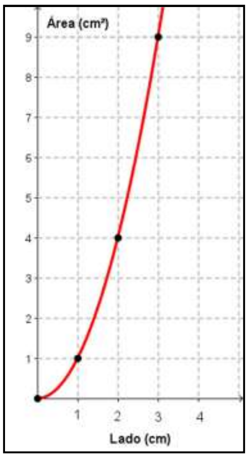
10. Representa la gráfica de una función cuyo dominio es [–7 , 3] y cuyo recorrido es [–2 , 4], que tiene como puntos de corte (–6 , 0), (0 , 4) y (2 , 0) y que es creciente en (–7 , –5) y (–3 , 0), decreciente en (0 , 3) y constante en (–5 , –3).

Respuesta abierta. Por ejemplo:



11. Construye una tabla de valores para la función que asocia el lado de un cuadrado con su área y, a partir de ella, dibuja la gráfica de la función. Determina el recorrido y los intervalos de crecimiento y decrecimiento. ¿Es continua? Justifica tu respuesta.

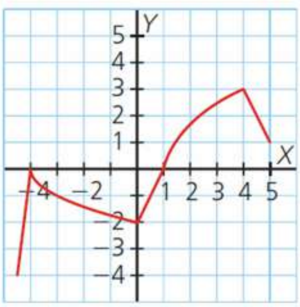
Lado (cm)	1	2	3	4
Área (cm^2)	1	4	9	16



- R = [0 , +∞)
- Es toda creciente.
- Sí es continua, pues el lado de un cuadrado puede tomar cualquier valor, incluidos los decimales.

SOLUCIONES PÁG. 167

12. Indica si las siguientes funciones son continuas. Si lo son, halla el dominio y el recorrido, los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos y el signo de la función. En caso de que sean discontinuas, indica sus puntos de discontinuidad.
a.



Es una función continua.

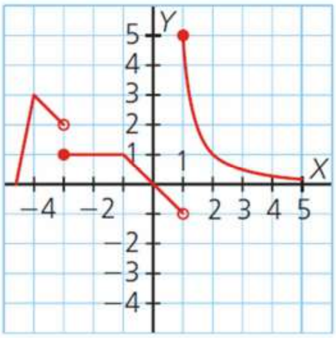
D = [–4,5 ; 5] y R = [–4 , 3]
Puntos de corte con los ejes:
- Con el eje *X:* (–4 , 0) y (1 , 0)
- Con el eje *Y:* (0 , –2)

Crecimiento:
- Creciente: (–4,5; –4) y (0 , 4)
- Decreciente: (–4 , 0) y (4 , 5)

Extremos:
- Máximos: (–4 , 0) y (4 , 3)
- Máximo absoluto: (4 , 3)
- Mínimo: (0 , –2)

Signo:
- Positiva: (1 , 5]
- Negativa: [–4,5; –4) y (–4 , 1)
- Nula en x = –4, y en x = 1

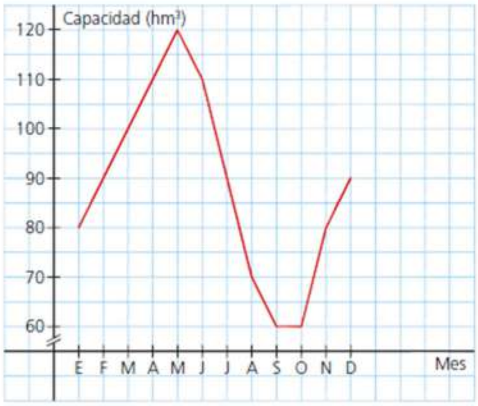
b.



Es discontinua en $x = -3$ y $x = 1$.

INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS DE GRÁFICAS

13. La siguiente gráfica muestra el agua embalsada en el pantano de San Juan a lo largo de un año:



a. ¿Cuántos hectómetros cúbicos había al principio del año?

Había 80 hm^3.

b. ¿En qué meses se alcanzaron los 110 hm^3 embalsados?

Se alcanzaron en abril y junio.

c. ¿Cuándo se alcanzó la mayor capacidad de agua embalsada? ¿Cuál fue?

Se alcanzó en mayo y fue de 120 hm^3.

d. ¿En qué meses el agua embalsada se mantuvo constante? ¿Cuántos hectómetros cúbicos había embalsados?

Entre septiembre y octubre con 60 hm^3 embalsados.

e. Indica en qué periodos de tiempo la capacidad de agua embalsada creció y decreció.

Creció entre enero y mayo, y entre octubre y diciembre. Decreció entre mayo y septiembre.

f. Describe brevemente la gráfica.

De enero a mayo al agua embalsada aumentó hasta alcanzar su valor máximo, para comenzar a descender hasta el mes de septiembre, donde se mantuvo hasta octubre en su valor mínimo, para empezar a aumentar hasta diciembre.

14. Visita esta página de Internet y realiza las actividades propuestas para repasar los conceptos de la unidad:

http://conteni2.educarex.es/mats/11807/contenido

Respuesta abierta.

EVALUACIÓN

1. Indica cuáles de las siguientes magnitudes no están relacionadas mediante una función:

a. La capacidad de una piscina y el tiempo de vaciado.

b. La distancia recorrida y la gasolina consumida.

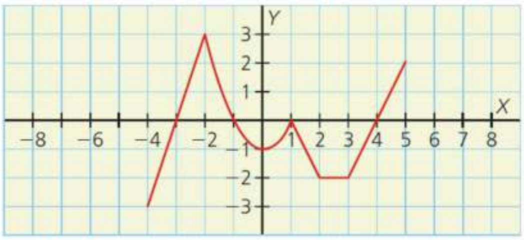
c. La edad de una persona y el número de hijos que tiene.

d. El número de llamadas y el importe de la factura.

2. ¿Cuál es el punto de corte con el eje *X* de la función $y = 3x - 6$?
a. (2 , 0) **b. (0 , –6)** **c. (–6 , 0)** **d. (0 , 2)**

Se iguala la variable y a cero:
$y = 3x - 6 \Rightarrow 0 = 3x - 6 \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 2$

3. Observa la siguiente gráfica. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?



a. Tiene D = [–3 , 3] y R = [–4 , 5].

b. Es discontinua.

c. Sus puntos de corte con los ejes son (–3 , 0), (–1 , 0), (1 , 0) y (4 , 0).

d. Es creciente en (–4 , –2), (0 , 1) y (3 , 5).

4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el signo de la gráfica anterior no es cierta?

a. Es positiva en (–3 , –1) y (4 , 5).

b. Es negativa en (–4 , –3) y (–1 , 4).

c. Es negativa en (–4 , –3), (–1 , 1) y en (1 , 4).

d. Es nula en $x = -3$, $x = -1$, $x = 1$ y en $x = 4$.

5. La gráfica de la actividad 3 tiene:

a. El mínimo absoluto en (–4 , –3).

b. Dos máximos en (–2 , 3) y (5 , 2).

c. Un mínimo en (2 , –2).

d. Un máximo absoluto en (–2 , 3).