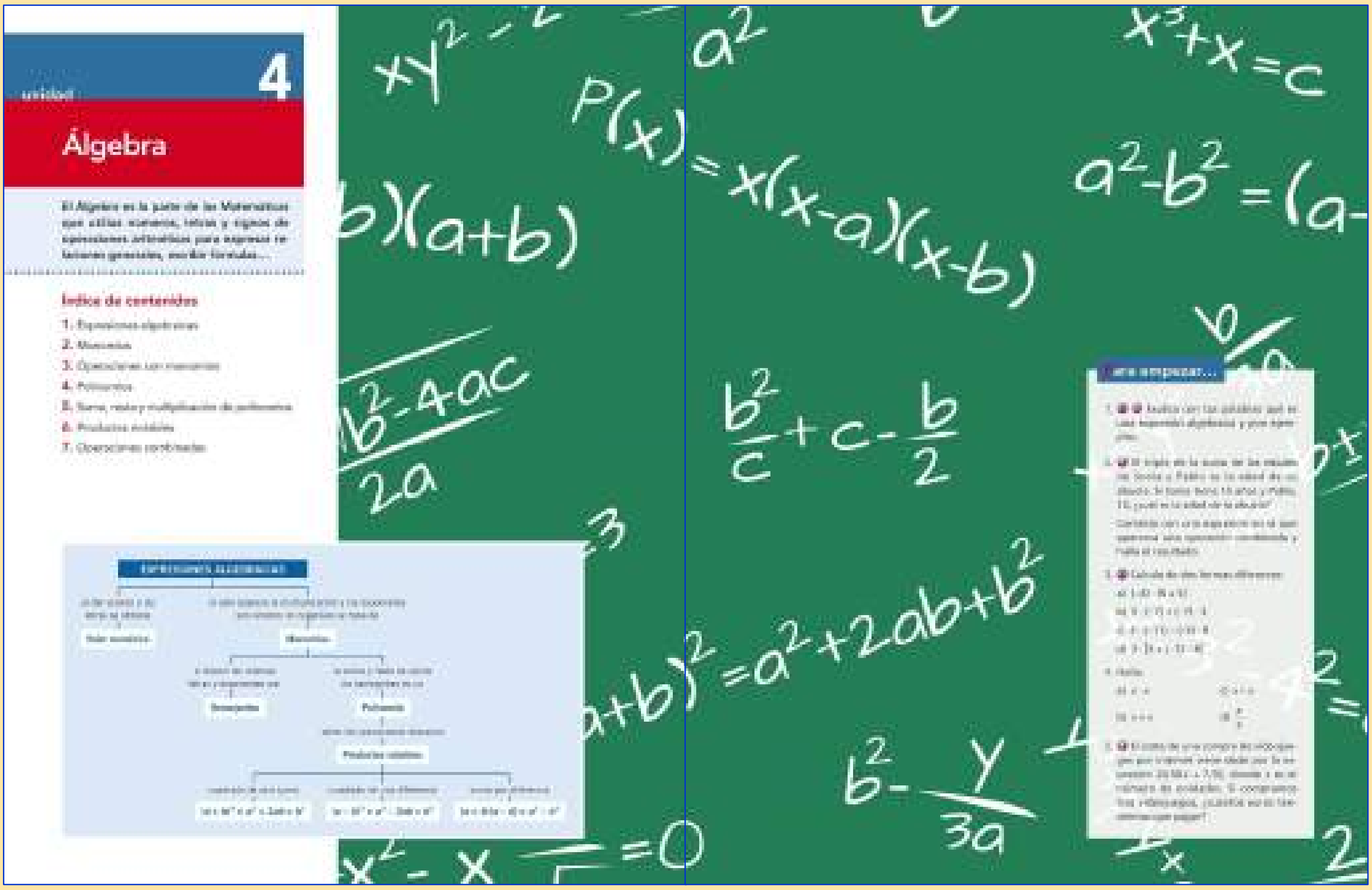


INICIAMOS EL TEMA

¿Qué vamos a aprender?

■ El objetivo de esta unidad didáctica es repasar y ampliar el estudio de las expresiones algebraicas.

Para introducir a los alumnos en el nuevo tema, les pediremos que observen la imagen e iniciaremos un pequeño debate en torno a esta cuestión:

– *¿Qué entiendes por álgebra?*

A continuación leeremos el texto introductorio y les formularemos estas preguntas, que nos servirán para empezar a aclarar conceptos:

– *¿Cómo se distingue una expresión numérica de una expresión algebraica?*

– *¿Qué representan las letras de una expresión algebraica?*

Continuaremos leyendo el índice de contenidos y el esquema de la unidad que establece la relación entre esos contenidos. Destacaremos la utilidad del álgebra en el día a día comentando entre todos:

– *¿Has utilizado expresiones algebraicas alguna vez en situaciones de la vida cotidiana?*

– *¿Cómo calculamos el precio de las manzanas dependiendo de los kilos que compremos?*

Empezamos la unidad

■ En esta sección se plantean una serie de actividades para comprender y empezar a practicar los conceptos que se desarrollarán a lo largo de la unidad. La finalidad de cada una de estas actividades es:

– La actividad 1 introduce el concepto de expresión algebraica.

– La actividad 2 evidencia la utilidad del álgebra en situaciones comunes y pone en práctica la resolución de problemas mediante expresiones algebraicas.

– En la actividad 3 se revisan las reglas de prioridad al operar, las propiedades de las operaciones y la simplificación, que aplicaremos también a las expresiones algebraicas.

– La actividad 4 introduce las expresiones algebraicas que incluyen letras.

– En la actividad 5 se pone de manifiesto el valor numérico de las expresiones algebraicas.

■ Finalmente, pediremos al alumnado que resuelva estas actividades por parejas con el fin de averiguar el nivel de conocimientos del que parten y, en consecuencia los contenidos en que debemos profundizar.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Act. 1* Expresar de forma escrita los conocimientos adquiridos en cursos anteriores al resolver la actividad.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1 a 5.* Propiciar el conocimiento de las propias potencialidades y carencias en el tema que comienza por medio de la realización de estas actividades iniciales.

■ *Acts. 1 y 3.* Saber transformar la información sobre álgebra, recopilada en cursos anteriores en conocimiento propio.

■ *Esquema*. Visualizar y desarrollar la capacidad de comprender e integrar información sintetizada en un esquema.

COMPETENCIAS SOCIALES Y CÍVICAS

■ *Texto.* Valorar el álgebra como una parte imprescindible de las Matemáticas que nos permitirá aplicaciones muy amplias.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Acts. 2 y 5.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos previos que se tienen sobre álgebra para resolver la actividad.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para iniciar la unidad sobre el álgebra y revisar los conceptos asimilados en cursos anteriores, proponemos entrar en el siguiente enlace:

http://www.tiching.com/743435

La página web ofrece diversas propuestas interactivas que permiten repasar definiciones y comprobar el nivel del que parte cada alumno.

Les propondremos que realicen unas cinco actividades: sopa de letras con definiciones, con palabras clave o completar frases explicativas.

Como docentes, les pediremos que las resuelvan sin consultar Internet ni tampoco del libro. Es interesante que los alumnos y alumnas repitan la actividad si no han acertado en el resultado.

Como se trata de actividades autocorrectivas, aportan un plus pedagógico ya que el alumnado podrá reconocer individualmente su nivel, al verificar si las soluciones son correctas.

Educamos en valores

Precisión, orden y claridad en la presentación

■ La sociedad de la información se construye a partir de una ingente cantidad de datos que deben expresaser con claridad y rigor. Las matemáticas proporcionan muchas herramientas que facilitan el tratamiento de la información.

■ En esta guía se hace referencia a la necesidad de presentar la información con rigor y claridad. Algunas de las actividades que contribuyen a conseguir este objetivo:

– Las reglas de representación de las expresiones, como se indica en la página 76, contribuyen a mejorar la claridad de la información presentada.
– Los métodos de simplificación, como el comentado en las notas de la página 77, mejoran la claridad de las expresiones y reducen el número de errores.
– La expresión de los polinomios en su forma ordenada, como en la actividad 18 de la página 82, es necesaria para realizar determinadas operaciones como la división.

Libro Digital

■ *Actividades autocorrectivas* que el alumnado podrá resolver individualmente y comprobar si las soluciones son correctas. *Actividades abiertas* que el alumnado podrá solucionar y el profesor o profesora posteriormente corregirá.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 75

Para empezar…

1. Una expresión algebraica es un conjunto de números y de símbolos ligados entre sí por los signos de las operaciones del álgebra y que no contiene más funciones que aquellas que pueden calcularse con las operaciones del álgebra (suma, multiplicación y sus inversas)

Ejemplos

$5 + 3$

$(-4) \cdot (6 + 5)$

2. El enunciado nos dice que el triple de las edades de Sonia (S) y Pablo (P) es igual a la edad de la abuela (A), por lo que nos queda la siguiente expresión:

$3 \cdot (S + P) = A$

Si Sonia tiene 15 años ($S = 15$) y Pablo tiene 13 años ($P = 13$), sustituimos en la expresión y obtenemos la edad de la abuela:

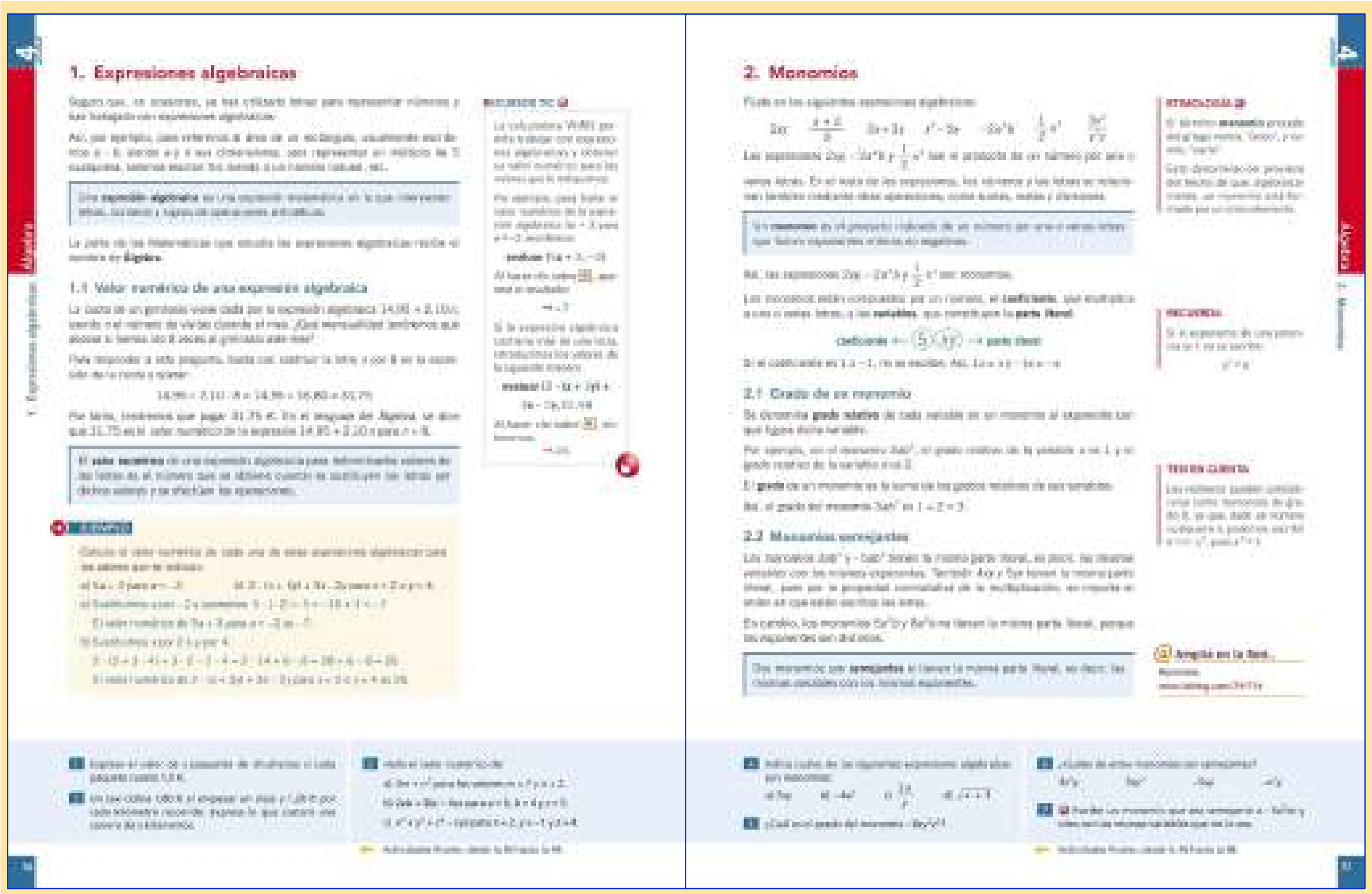
$3 \cdot (15 + 13) = A$

$3 \cdot 28 = A$

$A = 84$

La edad de la abuela es 84 años.

(Continúa en la página 4-28 de la guía)


1. Expresiones algebraicas

1.1 Valor numérico de una expresión algebraica

2. Monomios

2.1 Grado de un monomio

2.2 Monomios semejantes

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS / 2. MONOMIOS

■ El objetivo básico de esta sección consiste en identificar las expresiones algebraicas distinguiéndolas de las expresiones numéricas.

Leeremos la introducción y la definición del recuadro y formularemos estas preguntas al alumnado:

– *¿De qué consta una expresión algebraica además de números y letras?*
– *¿Puede una expresión algebraica no tener letras?*

Los alumnos resolverán ahora los ejercicios 1 y 2.

1.1 Valor numérico de una expresión algebraica

■ Leeremos este apartado, comprobando detenidamente en los ejemplos el procedimiento a seguir indicado en el recuadro coloreado.

– *¿Qué se obtiene al sustituir las letras por sus valores en una expresión algebraica?*
– *¿Cuántas variables hay en el ejemplo a)?*
– *¿Cuántos valores necesitamos conocer para calcular el valor numérico de la expresión del ejemplo b)?*

Pediremos a continuación a los alumnos que contesten a la actividad 3 y compararemos los resultados obtenidos.

Por último les indicaremos cómo utilizar la calculadora online WIRIS del apartado *Recursos TIC* cuando trabajemos expresiones algebraicas.

■ La siguiente sección tiene como finalidad repasar y completar los conceptos básicos sobre monomios, introducidos en cursos anteriores.

Leeremos la introducción, la definición y los elementos del monomio y preguntaremos al alumnado:

– *¿Puede incluir un monomio sumas o restas?*
– *¿Cuál es la parte literal del monomio* $3x^2 5y^3$ *?*

A continuación los alumnos leerán el apunte *Recuerda* y como curiosidad la *Etimología* del término *monomio*.

2.1 Grado de un monomio

■ Los alumnos leerán ahora este apartado, donde mediante ejemplos introduciremos el concepto de grado.

Completaremos este apartado con el apunte del margen *Ten en cuenta.*

2.2 Monomios semejantes

■ Leeremos a continuación el siguiente apartado y razonaremos si los siguientes monomios son o no semejantes:

– *¿Son semejantes 3ab y 7ba? ¿Y 7a y 7b?*

Los alumnos pueden afianzar y poner en práctica los conceptos expuestos accediendo al recurso *@Amplía…* y a continuación realizando las actividades propuestas.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Etimología.* Usar el vocabulario adecuado y aprender el orígen etimológico de las palabras clave sobre el tema.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, que permite trabajar con expresiones algebraicas.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 1 a 3.* Aplicar los conceptos algebraicos de forma repetitiva para mejorar la eficacia de resolución.

■ *Acts. 4 a 6.* Aplicar los nuevos conceptos sobre monomios para resolver las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 7.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones sin precipitarse en la obtención del resultado.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 1 servirá para practicar la búsqueda del valor numérico de una expresión algebraica.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para repasar las expresiones algebraicas y los monomios, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/743436

En la siguiente página web se encuentra un dosier dentro del proyecto Descartes, dónde se incluyen escenas interactivas en las que se muestran la interpretación de las expresiones algebraicas.

Les pediremos que practiquen en ellas y que luego respondan:

- *¿Cómo distinguiremos una expresión numérica de una algebraica?*
- *¿Qué ha de tener una expresión algebraica además de números y letras?*
- *¿Podrías escribir algunos ejemplos de estas expresiones en la vida real?*
- *¿Cuántos elementos debe tener un monomio? ¿Pueden contener signos los monomios?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 76

1. La x representa el número de paquetes de chucherías y 1,5 € lo que cuesta cada paqueta. Se representa con la siguiente expresión.

1,5x

2. La expresión para un taxi que cobra 1,80 € al empezar el viaje y 1,20 € por cada kilómetro es:

1,8 + 1,2x

3. Sustituimos los valores numéricos en las expresiones dadas.

a) $3 \cdot 7 + 2^2 = 21 + 4 = 25$

b) $2 \cdot 6 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 48 + 60 - 120 = -12$

c) $2^2 + (-1)^2 + 4^2 - 2 \cdot (-1) \cdot 4 = 4 + 1 + 16 + 8 = 29$

Pág. 77

4. Las expresiones algebraicas son monomios el *a* y el *b*. En el *c*, es una división de dos monomios, y en el *d*, la variable *x* está en una raíz cuadrada.

5. El grado del monomio es la suma de los exponentes de la parte literaria que lo componen, por lo que se tiene:

1 + 3 + 2 = 6.

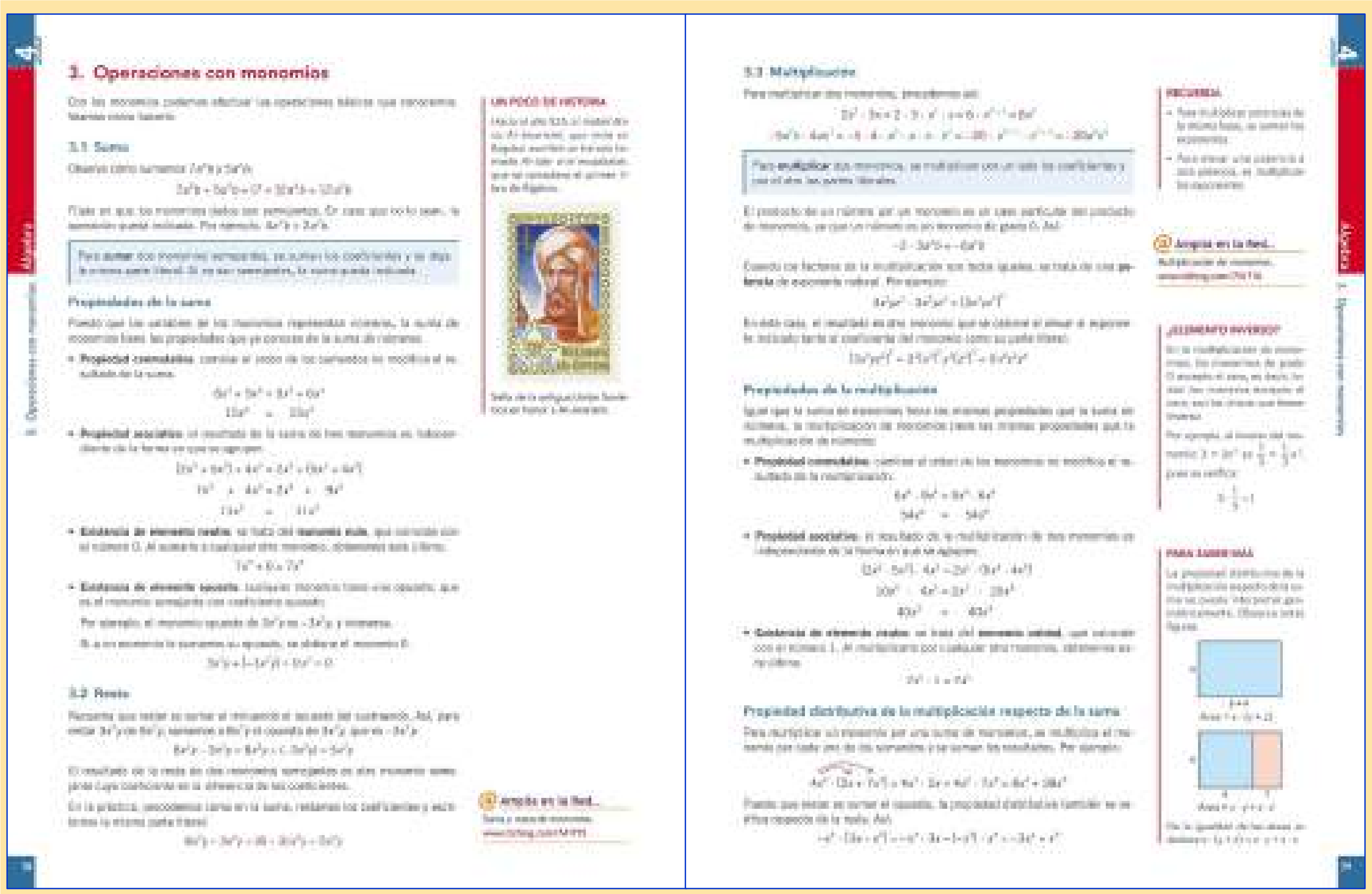
6. Son semejantes el $3x^2y$ y el $-x^2y$, porque en las dos expresiones las *x* y las *y* tienen los mismos exponentes.

7. Actividad personal.

Los polinomios semejantes al dado son los que tienen a^2bc como parte literal.

Ejemplo: a^2bc

Uno con las mismas variables pero que no sea semejante sería abc^2.



3. Operaciones con monomios

3.1 Suma

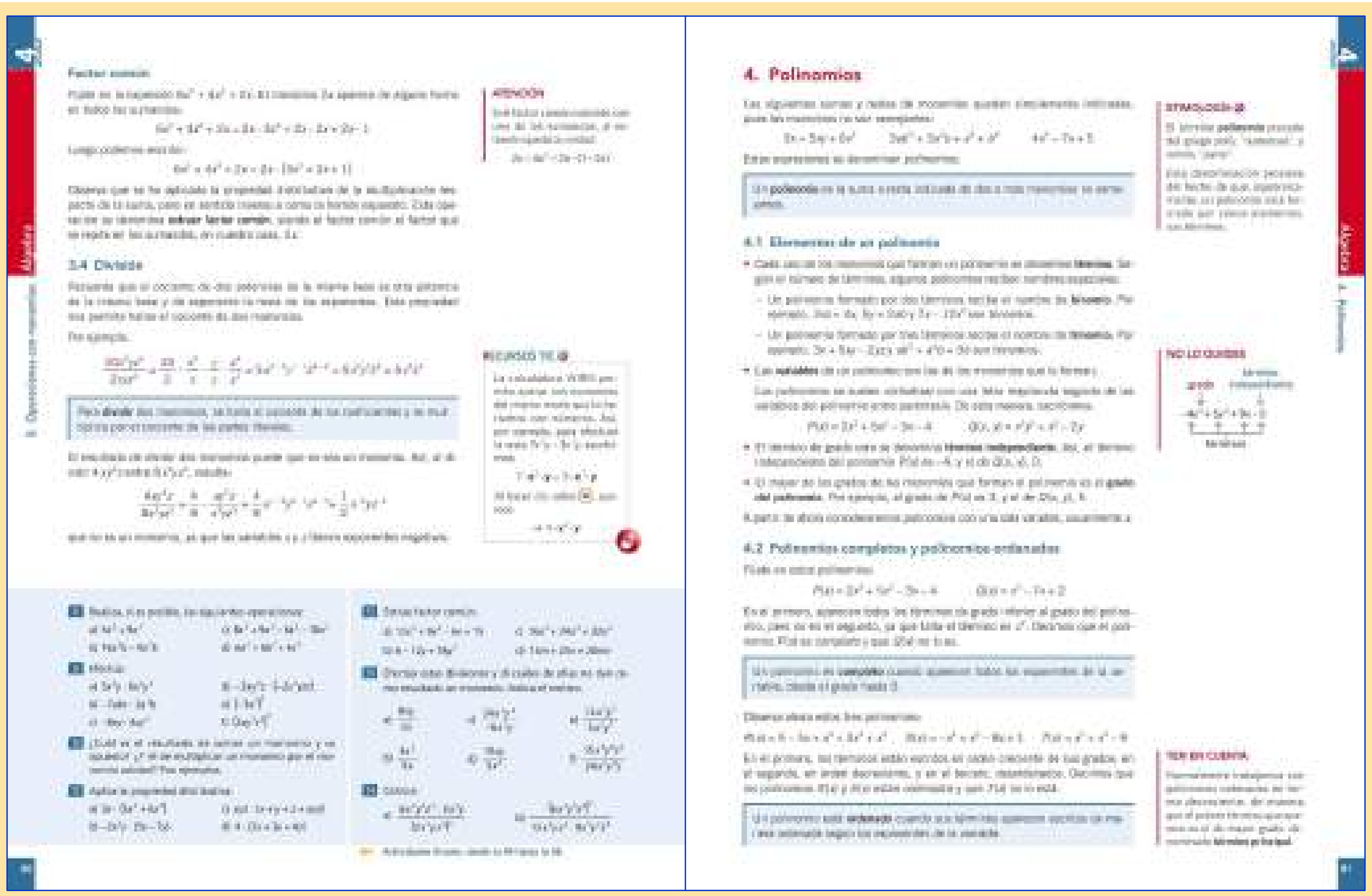
Propiedades de la suma

3.2 Resta

3.3 Multiplicación

Propiedades de la multiplicación

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma



Factor común

3.4 División

4. Polinomios

4.1 Elementos de un polinomio

4.2 Polinomios completos y polinomios ordenados

3.1 Suma

■ El objetivo básico de la primera sección consiste en aprender a operar con monomios aplicando una serie de propiedades.

A modo de preámbulo, el alumnado puede leer el texto del margen *Un poco de historia.* Luego podemos preguntar:

– *¿En qué cultura situarías el origen del álgebra?*

■ A continuación, leeremos el apartado referente a la suma de monomios y plantearemos este cuestionario a los alumnos para destacar los contenidos más importantes:

– *¿Qué parte de los monomios semejantes se suma?*
– *¿Qué parte permanece inalterada?*
– *¿Se pueden sumar* $3x^2y^3 + 3x^3y^2$*?*

Al acabar, prestaremos atención a las propiedades de la suma, que comprobaremos con los ejemplos propuestos en el libro:

– *¿Cuál es el opuesto de* $3b^4$*?*
– *¿Cuál es el resultado de sumar dos monomios opuestos?*

3.2 Resta

■ Tras estudiar la suma de monomios, trabajaremos en el la resta, introduciéndola como una transformación de la suma. Leeremos el texto y los ejemplos y plantearemos al alumnado estas cuestiones:

– *¿Cumple la resta la propiedad conmutativa?*
– *¿Cómo tienen que ser los monomios para restarlos?*

Los alumnos practicarán la suma y resta de monomios entrando en el recurso *Tiching* 741715.

3.3 Multiplicación

■ En primer lugar, repasaremos en la nota *Recuerda* las reglas para multiplicar potencias, cuyo dominio es fundamental para poder avanzar con los monomios.

A continuación, leeremos el texto y observaremos los ejemplos y casos particulares presentados:

– *Al elevar un monomio al cuadrado, ¿qué parte del monomio queda elevada a dicha potencia?*

Posteriormente, estudiaremos las propiedades de la multiplicación apoyándonos en múltiples ejemplos del libro. Preguntaremos:

– *En la propiedad distributiva ¿por qué valor multiplicaremos cada monomio dentro del paréntesis?*

Completaremos la exposición de las propiedades con los dos apuntes del margen: *Para saber más* y *¿Elemento inverso?*

– *¿Cuál es el inverso de* $7x^3$*?*

Finalmente, los alumnos accederán al recurso *Tiching* indicado, donde pondrán en práctica estos conceptos.

(Continúa en la página 4-30 de la guía)

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Etimología.* Usar el vocabulario adecuado y aprender el orígen etimológico de las palabras clave.

COMPETENCIA DIGITAL

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de la calculadora WIRIS, que nos permite operar con monomios como si fueran números.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 8, 9, 11 y 12.* Aplicar el proceso aprendido para operar con monomios y mejorar la eficacia de resolución.

■ *Acts. 13 y 14.* Aplicar los nuevos conocimientos adquiridos sobre división de monomios a situaciones parecidas.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 10.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos sobre monomios.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 4 servirá como práctica a la extracció de factor común en polinomios.

✓ La actividad de ampliación 2 consolidará el método de división de monomios y polinomios.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 80

8. El resultado de las operaciones es:

a) $5x^3 + 9x^3 = 14x^3$

b) $16a^2b – 9a^2b = 7a^2b$

c) $8x^2 + 9\,x^2 – 6x^2 – 10\,x^2 = x^2$

d) $6\,(a^2 + b^2 + c^2)$

9. Los resultados son:

a) $5x^2y \cdot 65x^2y^2 = 30x^4y^3$

b) $–7abc \cdot 2a^2b = –14a^3b^2c$

c) $–8xy \cdot 4xy^3 = 32x^2y^4$

d) $6xy^2z \cdot (–2x^3yzt) = – 12x^4y^3z^2t$

e) $(–3x^2)^3 = –27x^6$

f) $(4xy^2z^3)^2 = 16x^2y^4z^6$

10. Actividad personal.

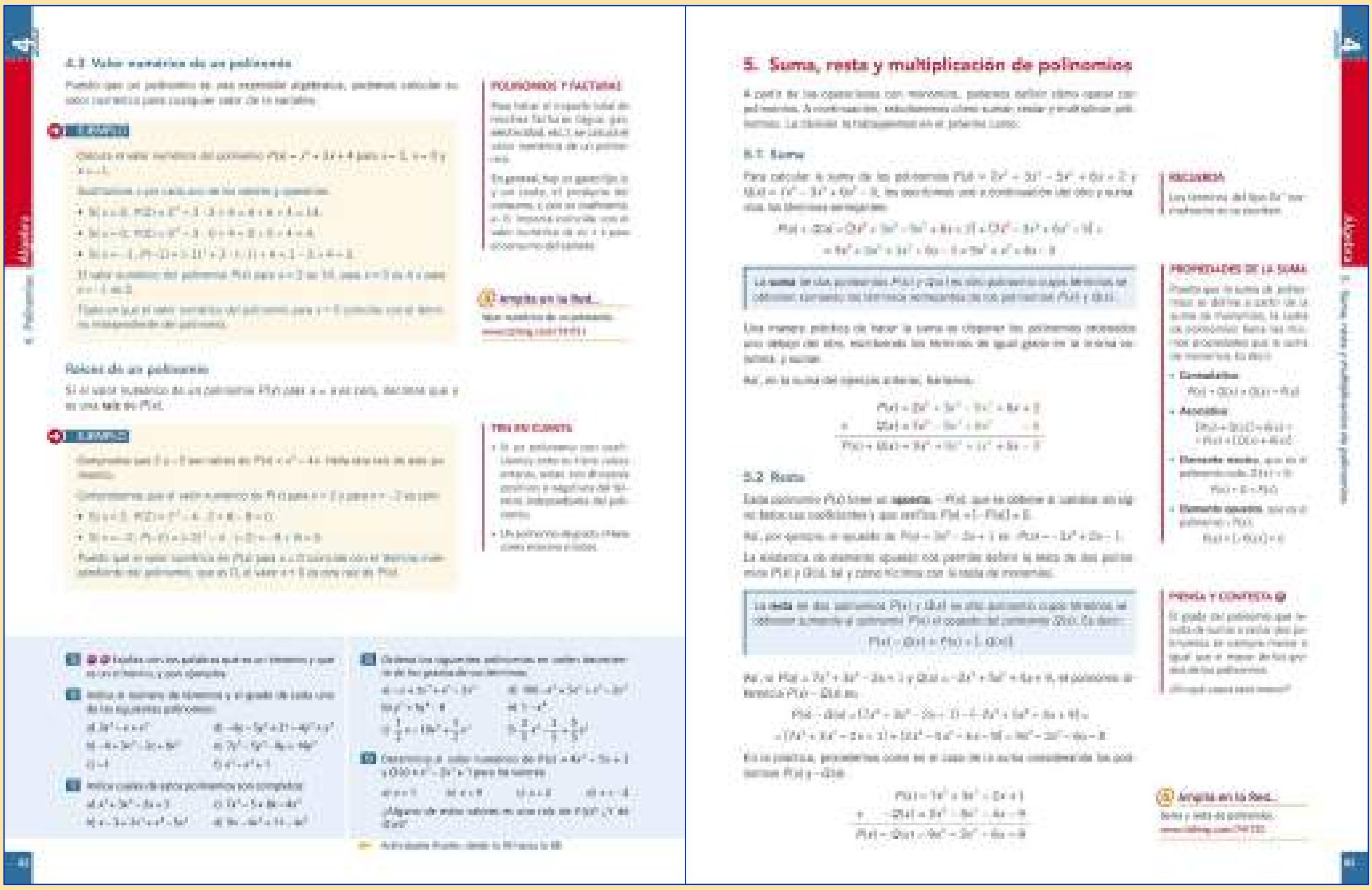
$m(x) + [–m(x)] = 0$

$1 \cdot m(x) = m(x)$

11. Al aplicar la propiedad distributiva obtenemos:

a) $3x \cdot (5x^2 + 6x^3) = 3x \cdot 5x^2 + 3x \cdot 6x^3 = 15x^3 + 18x^4$

(Continúa en la página 4-28 de la guía)



4. POLINOMIOS (CONT.) / 5. SUMA, RESTA Y…

4.3 Valor numérico de un polinomio

■ Para empezar, el alumnado leerá este apartado y comprobará las operaciones que se realizan en el ejemplo propuesto.

– *¿Qué significa la expresión P(2)?*

En el epígrafe *Polinomios y facturas* observaremos una aplicación de los polinomios en la vida cotidiana.

A continuación, los alumnos pueden practicar estos cálculos accediendo al recurso *@Amplía en la Red.*

Leeremos ahora el siguiente subapartado prestando atención al ejemplo de cálculo de raíces de un polinomio:

– *¿Qué debe cumplir el polinomio para que 0 sea raíz?*

– *¿Qué valor numérico tiene un polinomio al sustituir la variable por una de sus raíces?*

Por último destacaremos la importancia de las observaciones indicadas en el apunte *Ten en cuenta:*

– *¿Cuáles serían las posibles raíces de* $x^2 - 4$*?*

Después los alumnos pueden contestar a la actividad 19.

5 Suma, resta y multiplicación de polinomios

■ Tras leer el apartado sobre la suma de polinomios plantearemos estas cuestiones al alumnado:

– *¿Qué términos de dos polinomios pueden sumarse?*

– *¿Cómo es el grado del polinomio resultante?*

Es importante prestar atención a la regla que se indica en el margen, bajo el título *Recuerda.*

Leeremos en el lateral las *Propiedades de la suma* de polinomios, derivadas de las de los monomios:

– *¿Existen elemento neutro y opuesto de la suma y la resta de polinomios? ¿Cuáles son?*

■ El siguiente apartado permite ampliar el procedimiento anterior para resolver restas de polinomios. Lo leeremos y lanzaremos las preguntas:

– *¿Qué se hace con los monomios del polinomio sustraendo?*

– *¿Cómo se disponen los términos del polinomio para facilitar el cálculo?*

Leeremos ahora el planteamiento expresado en *Piensa y contesta,* y fomentaremos la participación del alumnado para resolver el interrogante que se propone.

Para finalizar, comprobaremos si los alumnos han asimilado correctamente los conceptos, revisando la teoría y los ejercicios planteados en el recurso *Tiching.*

Completaremos estos ejercicios con las actividades 20 a 23 propuestas en el libro en la página 84.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Act. 15.* Expresar por escrito argumentos propios, utilizando correctamente el léxico sobre el tema.

APRENDER A APRENDER

- *Act. 15.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades y transformar la información en conocimiento propio.
- *Acts. 16 a 19.* Reconocer y asimilar los conceptos y las propiedades de las operaciones con polinomios y ser capaz de reproducirlos.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Piensa y contesta.* Trabajar la autonomía reflexionando con prudencia a la hora de tomar decisiones.
- *Act. 19.* Identificar las posibles estrategias y respuestas, tomando decisiones de manera racional.

APRENDER A APRENDER

- *@Amplía en la Red...* Utilizar recursos de Internet para calcular el valor numérico de polinomios.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de refuerzo 2 resultará útil para practicar la identificación del grado de monomios y polinomios.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para seguir trabajando en clase los polinomios, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/743438

El proyecto Descartes ed@d ofrece diferentes recursos didácticos sobre monomios y polinomios. En esta web podremos encontrar un resumen con las principales características y propiedades.

Mediante ventanas interactivas, los alumnos pueden practicar los diferentes conceptos estudiados en los diferentes apartados.

Propondremos al alumnado realizar los ejercicios de autoevaluación para tener una perspectiva de los conocimientos adquiridos. La web incluye también la posibilidad de enviar los resultados al tutor e imprimir la información de la página.

A modo de ampliación, les pediremos que lean el apartado *Para saber más* y que respondan:

- *¿Recuerdas cuáles son las obras más editadas de la historia?*
- *¿Qué nombre recibió la máquina precursora de los ordenadores modernos?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 82

15. Actividad personal.

Un binomio es un polinomio de dos términos.

Ejemplo: $2x + 1$

Un trinomio es un polinomio de tres términos.

Ejemplo: $5x^2 + 6x - 7$

16. Las respuestas son:

a) 3 términos, grado 3.
b) 4 términos, grado 3.
c) 1 término, grado 0.
d) 5 términos, grado 4.
e) 4 términos, grado 4.
f) 3 términos, grado 3

17. Las respuestas son las siguientes:

a) Incompleto
b) Completo
c) Completo
d) Completo

18. Al ordenar de forma decreciente obtenemos:

a) $x^5 + 3x^3 - 2x^2 - x$
b) $5y^6 + y^3 - 8$
c) $-10x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$
d) $x^5 - x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 100$
e) $-x^8 + 1$
f) $\frac{3}{5}x^5 + \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{5}$

19. Los valores numéricos para cada uno de los valores son:

a) $P(1) = 4 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 2 = 4 - 5 + 2 = 1$
$Q(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$

b) $P(0) = 4 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 2 = 2$
$Q(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 1 = 1$

c) $P(2) = 4 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 2 = 16 - 10 + 2 = 8$
$Q(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 1 = 8 - 8 + 1 = 1$

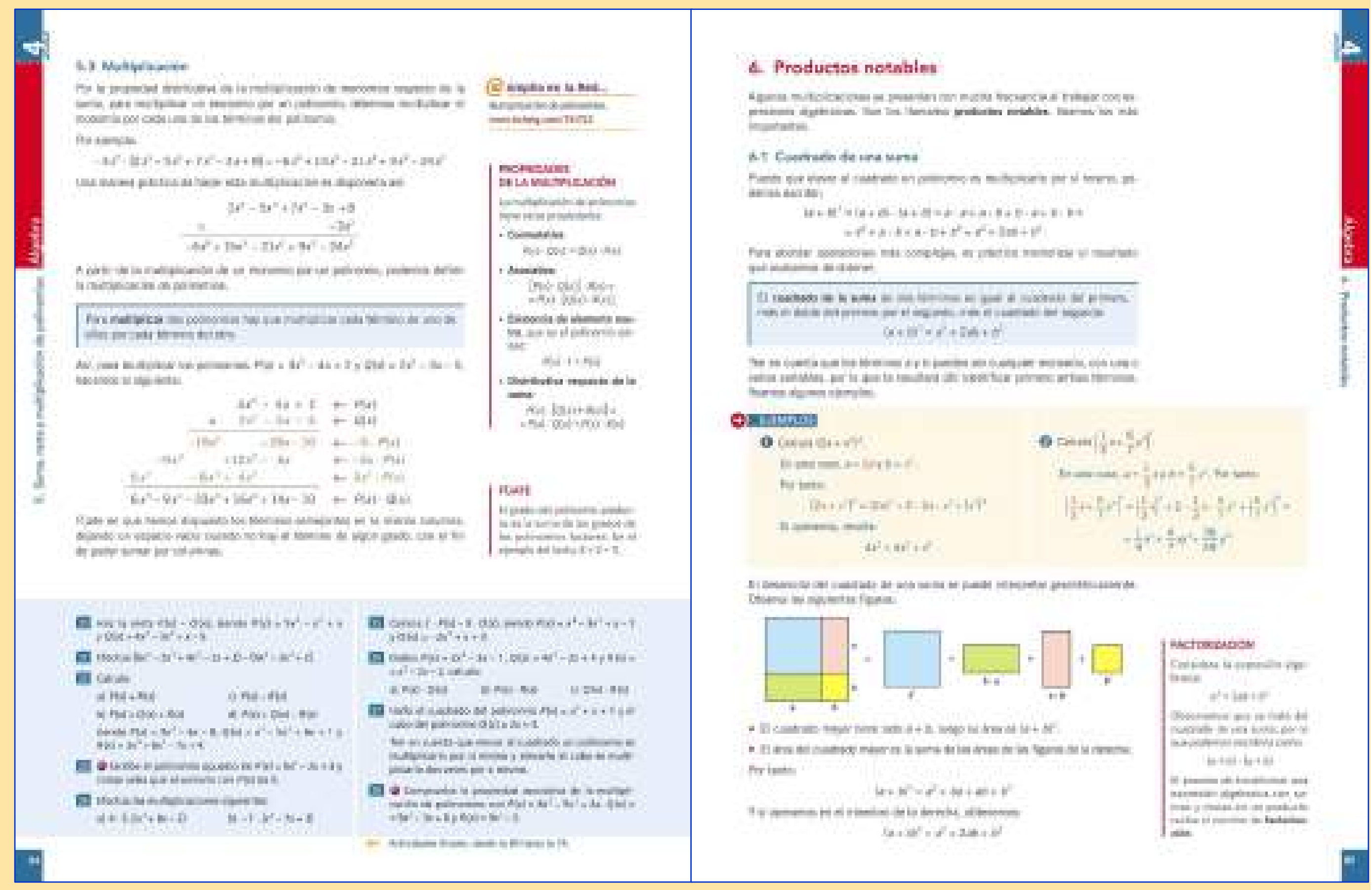
d) $P(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 2 = 16 + 10 + 2 = 28$
$Q(-2) = (-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 + 1 = -8 - 8 + 1 = -15$

Ninguno de los valores es raíz de $P(x)$.

$x = 1$ es raíz de $Q(x)$.

Piensa y contesta

El grado del polinomio resultante será menor cuando el monomio de mayor grado sea igual en los dos polinomios en el caso de la resta u opuestos en el caso de la suma.



5. SUMA… (CONT.) / 6. PRODUCTOS NOTABLES

5.3 Multiplicación

- El objetivo de este apartado es deducir la multiplicación de polinomios, a partir del producto de un polinomio por un monomio. Leeremos la primera parte del apartado observando el ejemplo y preguntaremos:

– *¿Qué grado tiene el polinomio producto obtenido?*

Proseguiremos con la lectura del apartado, trabajando el procedimiento de multiplicación con otro ejemplo. La respuesta al grado del polinomio producto, la obtendremos en la anotación del margen *Fíjate.* Luego preguntaremos:

– *¿Cómo se colocan los polinomios que se multiplican para facilitar el producto?*

– *¿Y los términos que vamos obteniendo al multiplicar?*

– *¿Cuál será el grado del producto de $x^2 - 2x + 4$ por $3x^5 + x^3 - 8$?*

- Trabajaremos a continuación las *Propiedades de la multiplicación* de polinomios, prestando atención al documento del margen.

– *¿Coinciden con las propiedades de los monomios?*

– *¿Qué propiedad hemos aplicado en el procedimiento estudiado para multiplicar polinomios?*

Ahora practicaremos la multiplicación accediendo al recurso *@Amplía en la Red.*

Por último pediremos al alumnado que resuelvan las actividades 24 a 28 propuestas en el libro.

6.1 Cuadrado de una suma

- En la sección sobre productos notables trabajaremos ciertas operaciones con expresiones algebraicas, que por su frecuencia es importante que memoricemos.

- Empezaremos leyendo el apartado referente al cuadrado de una suma. Analizaremos los ejemplos, preguntando a los alumnos:

– *¿Cómo obtenemos el monomio* $-10x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$*?*

A partir de lo anterior podemos deducir el proceso inverso, lo que se conoce como *Factorización*, como se explica en la nota del margen. Propondremos el ejercicio:

– *Factoriza el polinomio: $16 + 8x + x^2$.*

Indicaremos al alumnado la importancia de identificar estos productos notables a la hora de simplificar expresiones.

Por último, comprobaremos, con ayuda de la geometría, la deducción del primer producto notable. Seguiremos atentamente el procedimiento indicado, demostrando la veracidad de la fórmula.

Para ampliar los contenidos, los alumnos pueden acceder al recurso *Tiching 741724* de la página 87.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Acts. 27 y 28.* Leer, comprender e interpretar los enunciados procesando correctamente los datos.

APRENDER A APRENDER

- *Acts. 20, 21 y 24 a 26.* Identificar y manejar las posibles respuestas, tomando decisiones de manera racional.
- *Acts. 23 y 28.* Trabajar la aplicación de las propiedades de las operaciones con polinomios, tomando decisiones de manera racional.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Act. 20*. Poner en práctica los conocimientos adquiridos sobre las raíces, extrayendo conclusiones y siendo perseverante en la resolución.
- *Act. 27.* Reflexionar antes de resolver las actividades y tomar decisiones de forma razonada, aplicando las estrategias aprendidas de manera sistemática.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

- ✓ La actividad de refuerzo 3 servirá para practicar las operaciones con monomios y polinomios introduciendo poco a poco el uso de productos notables.
- ✓ La actividad de refuerzo 5 resultará conveniente para practicar la suma y la multiplicación de polinomios.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para trabajar en clase los productos notables, proponemos entrar en este enlace del Proyecto Gauss:

http://www.tiching.com/743440

Esta página ofrece diversas propuestas para trabajar los productos notables.

En primer lugar, encontraramos una breve explicación teórica.

Seguidamente, se proponen una serie de actividades interactivas dónde se trabajan las equivalencias geométricas de las operaciones.

Estas actividades son una buena propuesta para que el alumnado no sólo memorice la fórmula algebraica, sino que también la deduzca. A continuación, corregiremos conjuntamente las actividades en clase, para ver cómo han seguido el proceso.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pag. 84

20. Con los polinomios dados:

$P(x) = 5x^3 – x^2 + x$

$Q(x) = 4x^3 – 3x^2 + x – 5$

Realizamos la resta para obtener:

$P(x) – Q(x) = x^3 + 2x^2 + 5$

21. La solución es:

$(6x^4 – 2x^3 + 4x^2 – 2x + 3) – (4x^4 – 3x^3 + 2) =$

$= 2x^4 + x^3 + 4x^2 – 2x + 1$

22. Con los polinomios dados obtenemos:

a) $3x^3 + 15x^2 – 13x – 4$

b) $x^4 + 3x^3 + 10x^2 – 7x – 3$

c) $–3x^3 + 3x^2 + x – 12$

d) $x^4 – 3x^3 – 2x^2 + 7x – 11$

23. Al hacer el polinomio opuesto obtenemos:

$–P(x) = –5x^2 + 2x – 3$

Que al restarse con P(x) original resulta:

$P(x) + (–P(x)) = (5 – 5)x^2 + (–2 + 2)x – (3 – 3) = 0$

24. Los resultados son:

a) $4 \cdot (–2x^3 + 8x – 5) = –8x^3 + 32x – 20$

b) $- 7 \cdot (x^2 – 7x + 3) = –7x^2 + 49x – 21$

25. Calculamos primero por separado los polinomios:

$2\,P(x) = 2x^4 – 6x^2 + 2x – 2$

$3\,Q(x) = –6x^3 + 3x + 9$

Finalmente

$2\,P(x) – 3\,Q(x) = 2x^4 + 6x^3 – 6x^2 – x – 11$

26. Dados los polinomios

$P(x) = 2x^2 – 3x – 1$

$Q(x)= 4x^2 – 2x + 4$

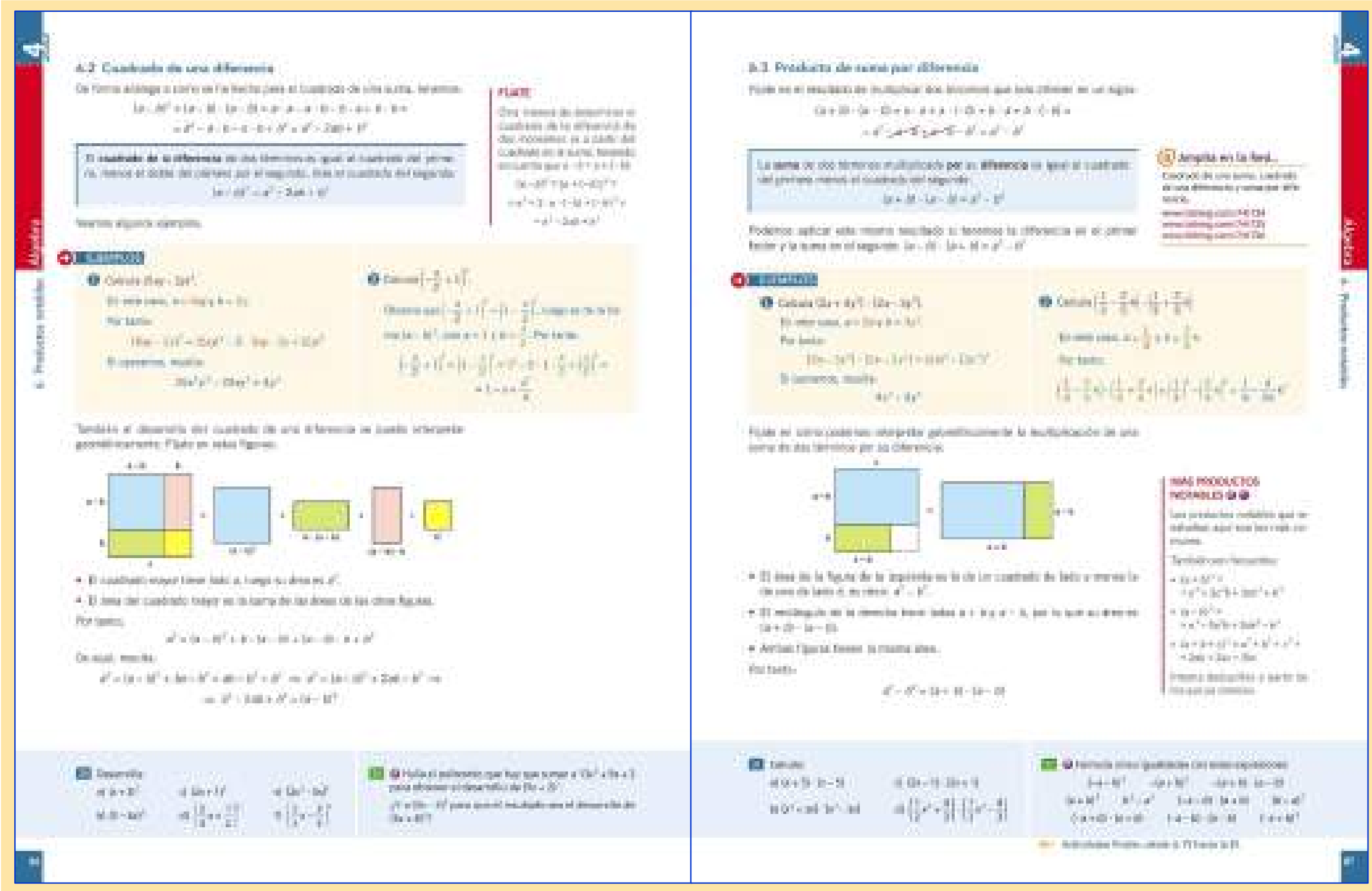
$R(x) = x^2 – 2x – 2$

Resulta:

a) $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 2x^2 & – 3x & – 1 \\
 & & 4x^2 & – 2x & + 4 \\
\hline
 & & 8x^2 & – 12x & – 4 \\
 & –4x^3 & + 6x^2 & + 2x & \\
8x^4 & – 12x^3 & – 4x^2 & & \\
\hline
8x^4 & – 16x^3 & + 10x^2 & – 10x & – 4
\end{array}$$

(Continúa en la página 4-28 de la guía)



6. PRODUCTOS NOTABLES (CONTINUACIÓN)

6.2 Cuadrado de una diferencia

■ Los dos apartados que siguen, utilizan la misma metodología para exponer otros dos productos notables que los alumnos deberán memorizar.

■ Primero, leeremos el apartado referente al cuadraro de una diferencia, observandos el desarrollo seguido para llegar a la fórmula y la definición del recuadro. A continuación nos fijaremos en los ejemplos y preguntaremos:

– *¿Cuántos monomios tiene el polinomio resultado del cuadrado de una diferencia?*

– *¿Cómo obtenemos el término –x en el segundo ejemplo?*

Leeremos ahora la nota *Fíjate*, que nos presenta otra manera de enfocar el cuadrado de la diferencia.

Como en el caso del cuadrado de la suma, veremos ahora la equivalencia geométrica del cuadrado de la diferencia y al acabar lanzaremos la pregunta:

– *¿Por qué los dos rectángulos tienen áreas iguales?*

■ Los alumnos ampliarán el contenido de este apartado consultando el *Tiching 741725.*

Por último pediremos al alumnado que resuelva las actividades propuestas, comprobando el grado de asimilación de conceptos.

6.3 Producto de suma por diferencia

■ Comenzaremos la lectura de este apartado con la deducción de la fórmula de la suma de dos términos por su diferencia.

A continuación, pondremos en práctica lo enunciado en el recuadro coloreado, a través de dos ejemplos resueltos. Después formularemos al alumnado las siguientes preguntas:

– *¿Cuántos términos tiene el polinomio resultado de la suma por diferencia?*

– *¿Cómo factorizarías el polinomio $16x^2 - y^2$ aplicando la fórmula anterior?*

De nuevo, verificaremos la expresión de la suma por diferencia a través del cálculo de áreas de varios rectángulos.

Los alumnos pueden practicar ahora este último producto notable accediendo al recurso *Tiching 741526.*

Propondremos después al alumnado el reto sugerido en el epígrafe *Más productos notables,* trabajando por parejas y estimulando la cooperación entre compañeros.

Para finalizar esta sección, los alumnos realizarán las actividades planteadas, donde relacionarán los productos notables estudiados intentando memorizarlos.

COMPETENCIAS CLAVE

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

■ *Acts. 30 y 32.* Comprender e interpretar los enunciados de las actividades en los que se incluyen términos específicos sobre operaciones con polinomios.

APRENDER A APRENDER

■ *Acts. 29 y 31.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades a situaciones parecidas, transformando la información en conocimiento propio.

■ *Acts. 30 y 32.* Buscar una coherencia global de sus conocimientos al ejecutar las actividades.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

■ *Act. 30.* Aplicando los conocimientos sobre productos notables de polinomios en la resolución de actividades.

■ *Act. 32.* Analizar el enunciado, seleccionar una estrategia, valorar las posibles respuestas y tomar decisiones con criterio propio para resolver la actividad.

RECURSOS DIDÁCTICOS DE LA GUÍA

✓ La actividad de ampliación 1 consolidará el uso de los productos notables en la división de polinomios

✓ La actividad de ampliación 3 servirá para comprobar si el alumnado identifica productos notables en expresiones a simplificar.

RECURSOS DIDÁCTICOS

Navegamos por Tiching

– Para seguir trabajando en clase los productos notables, proponemos entrar en este enlace:

http://www.tiching.com/743490

En el apartado de indentidades notables, en primer lugar se les ofrece una breve explicación de cada producto y un ejemplo sencillo.

A continuación deberán acceder a los ejercicios interactivos, en los cuales se les propone que escojan la opción correcta. Si se encuentran con errores, se les facilita que vuelvan a repasar la teoría.

Estas actividades son una forma entretenida de mecanizar el uso de estos productos.

Al acabar, comentaremos en clase las dificultades que los alumnos han encontrado, así como la puntuación obtenida, que reflejará el nivel de errores.También les preguntaremos:

- *¿Qué clase de polinomio se obtiene al hacer el cuadrado de una suma?*
- *¿Cómo se expresa $a^2 – b^2$ en forma de producto de suma por diferencia?*

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 86

29. Los resultados son los siguientes:

a) $x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

b) $3^2 – 2 \cdot 3 \cdot 4x + (4x)^2 = 9 – 24x + 16x^2$

c) $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d) $\left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2\cdot\frac{2}{3}x\cdot\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$

e) $(2x^2)^2 – 2 \cdot 2x^2 \cdot 5x + (5x)^2 = 4x^4 – 20x^3 + 25x^2$

f) $\left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 2\cdot\frac{2}{3}x\cdot\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{9}{25}$

30. El resultado es:

$(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

El polinomio es:

$25x^2 + 20x + 4 – (13x^2 + 9x + 2) = 12x^2 + 11x + 2.$

Por otra parte, como:

$(3x – 4)^2 = 9x^2 – 24x + 16$

$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$

El segundo polinomio que buscamos es:

$9x^2 + 24x + 16 – (9x^2 – 24x + 16) = 48x.$

Pág. 87

31. Aplicando las fórmulas de los productos notables

a) $(x)^2 - (5)^2 = x^2 - 25$

b) $(x^2)^2 - (3x)^2 = x^4 - 9x^2$

c) $(2x)^2 - (1)^2 = 4x^2 - 1$

d) $\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{16}{9}$

32. Las 5 igualdades son:

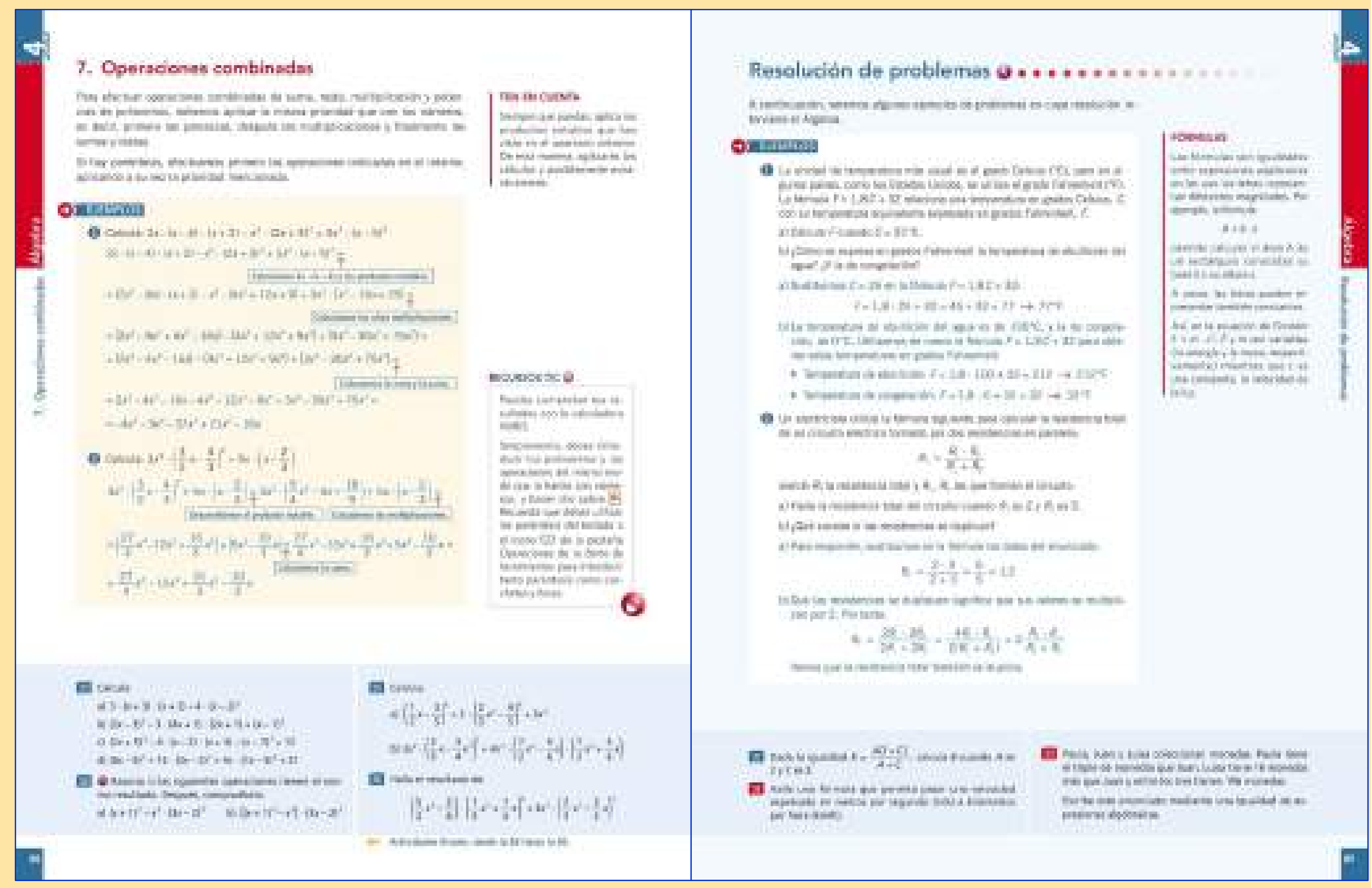
$(-a-b)^2 = (a+b)^2$

$(b-a)^2 = (-a+b)^2$

$b^2 - a^2 = -(a+b)(a-b)$

$-(a+b)^2 = (-a-b)(a+b)$

$(-a+b)\cdot(a+b) = (-a-b)\cdot(a-b)$



7. OPERACIONES COMBINADAS / RESOLUCIÓN...

7. Operaciones combinadas

■ El objetivo de esta sección es revisar las reglas de prioridad de las operaciones estudiadas anteriormente, aplicadas a las expresiones algebraicas.

Haremos hincapié en la búsqueda de productos notables en las expresiones, como se indica en la nota *Ten en cuenta,* lo que simplificará mucho las operaciones.

Observaremos el primer ejemplo y preguntaremos:

– *¿Identificas en el primer ejemplo algún producto notable? Indícalo.*

– *¿Qué operación realizarías a continuación? ¿Por qué?*

Abordaremos ahora el segundo ejemplo, planteando estas cuestiones al alumnado:

– *¿Qué operarías en primer lugar? ¿Por qué?*

– *Después de multiplicar, ¿podemos realizar la suma de esos polinomios resultantes?*

Por último, fomentaremos el uso de la nuevas tecnologías entre los alumnos,leyendo las instrucciones *Recursos TIC* a la hora de trabajar con la calculadora online WIRIS.

Ahora los alumnos pueden practicar la metodología con los ejercicios propuestos en el libro.

Resolución de problemas

■ En esta sección se analiza la resolución de problemas, adaptando el método general presentado en temas anteriores a las particularidades de las situaciones en que se aplica el álgebra.

En primer lugar los alumnos leerán la nota *Fórmulas:*

– *¿Qué es una fórmula? Pon un ejemplo.*

– *¿Qué pueden representar las letras que aparecen en una fórmula?*

– *¿Es una fórmula la expresión para calcular el área de un rectángulo* $A = b \cdot h$ *?*

– *¿Cuál es la fórmula para obtener un número par?*

A continuación, observaremos los ejemplos propuestos, comentándolos entre todos:

– *¿En qué unidad están expresados los datos y en qué unidad nos piden expresarlos en el primer ejemplo?*

– *En el apartado b) del segundo ejemplo, ¿es necesario calcular el valor numérico? Razona tu respuesta.*

Destacaremos la importancia de identificar los datos del problema y las unidades de cada magnitud.

Por último, pediremos a los alumnos que resuelvan las actividades propuestas, donde pondrán a prueba su destreza en la resolución de problemas.

Competencias clave

Comunicación lingüística

■ *Act. 34*. Desarrollar la capacidad de expresar por escrito un enunciado, utilizando correctamente el léxico.

Competencia digital

■ *Recursos TIC.* Trabajar el uso habitual y correcto de los recursos tecnológicos disponibles, como la calculadora WIRIS, con la que se pueden comprobar los resultados de las operaciones.

Aprender a aprender

■ *Acts. 33, 35 y 36.* Aplicar los nuevos conocimientos y capacidades para resolver los ejercicios propuestos.

■ *Act. 34.* Saber transformar la información recopilada y construir sus propias estrategias para aplicarlas en la resolución de los problemas y saber razonarlo.

Sentido de iniciativa i espíritu emprendedor

■ *Resolución de problemas*. Observar el planteamiento y resolución de problemas, identificando las estrategias utilizadas y el orden de las operaciones.

Recursos didácticos

Navegamos por Tiching

– Proponemos ampliar el cálculo de polinomios con el fin de reforzar los conceptos explicados en el apartado sobre operaciones combinadas. Para ello, entraremos en la página:

http://www.tiching.com/743441

En este recurso encontramos diferentes propuestas de actividades.

Los alumnos escogerán el apartado correspondiente en el que encontrarán 15 ejercicios y podrán comprobar la solución, pero no el proceso.

Como docentes, nos servirá para verificar cómo desarrollan el ejercicio nuestros alumnos, y a su vez ellos verán por sí mismos dónde pueden cometer errores.

A continuación, les preguntaremos a nuestros alumnos y alumnas:

- *¿Cuál es la prioridad a seguir en las operaciones combinadas?*
- *¿Sabrías decir exactamente el orden de las operaciones?*

Soluciones de las actividades

Pág. 88

33. Calculamos las siguientes expresiones aplicando productos notables y propiedades de multiplicación.

a) $3\cdot(x+3)(x+2)-4\cdot(x-2)^2=$

$=3\cdot(x^2+5x+6)-4\cdot(x^2-4x+4)=$

$=3x^2+15x+18-4x^2+16x-16=-x^2+31x+2$

b) $(2x-3)^2-3\cdot(4x+1)(2x+1)+(x-1)^2=$

$=(4x^2-12x+9)-3\cdot(8x^2+6x+1)+(x^2-2x+1)=$

$=4x^2-12x+9-24x^2-18x-3+x^2-2x+1=$

$=-19x^2-32x+7$

c) $(2x+5)^2-4\cdot(x-2)(x+3)-(x-7)^2+12=$

$=(4x^2+20x+25)-4\cdot(x^2-x-6)-(x^2-14x+49)+$

$+12=4x^2+20x+25-4x^2+4x+24-x^2+14x+49+$

$+12=-x^2+38x+110$

d) $(8x-9)^2+16\cdot(3x-5)^2+4x\cdot(7x-9)^2+27=$

$=(64x^2-144x+81)+16\cdot(9x^2-30x+25)+$

$+4x(49x^2-126x+81)+27=64x^2-144x+81+$

$+144x^2-480x+400+196x^3-504x^2+$

$+324x+27=196x^3-296x^2-300x+508$

34. No tienen el mismo resultado, porque en la a) existe un producto que debe resolverse primero, mientras que en la b) se debe resolver primero el corchete que el producto.

a) $(x+1)^2-x^2\cdot(3x-2)^2=(x^2+2x+1)-$

$-x^2\cdot(9x^2-12x+4)=x^2+2x+1-9x^4+12x^3-4x^2=$

$=-9x^4+12x^3-3x^2+2x+1$

b) $[(x+1)^2-x^2]\cdot(3x-2)^2$

$=[x^2+2x+1-x^2]\cdot(9x^2-12x+4)$

$=[2x+1]\cdot(9x^2-12x+4)$

$=18x^3-24x^2+8x+9x^2-12x+4$

$=18x^3-15x^2-4x+4$

35. Los resultados son:

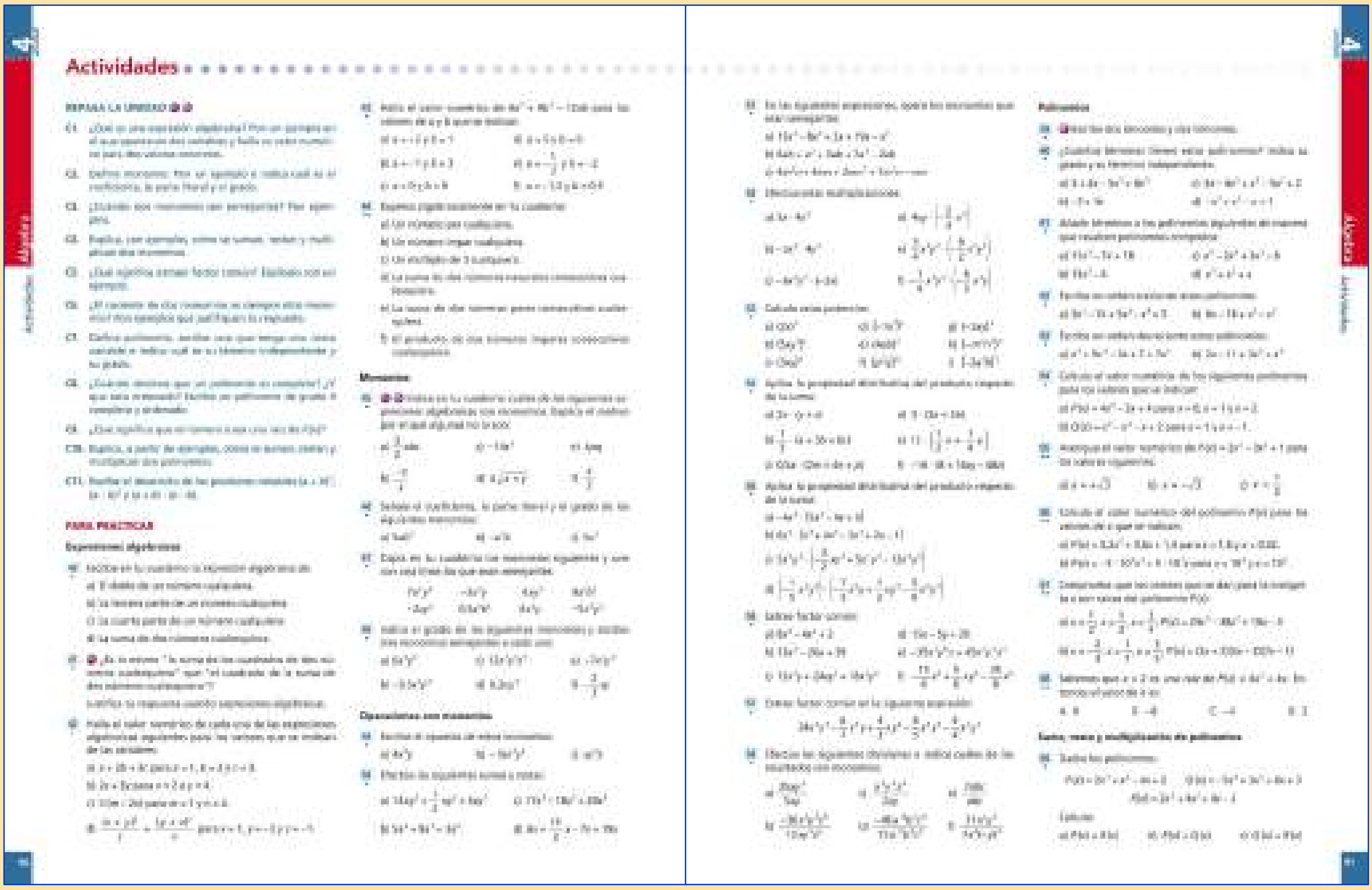
a) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{5}\right)^2-3\cdot\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{5}\right)^2+3x^2=$

$=\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{5}x+\frac{9}{25}\right)-3\cdot\left(\frac{4}{9}x^4-\frac{16}{15}x^2+\frac{16}{25}\right)+3x^2$

$=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{5}x+\frac{9}{25}-\frac{4}{3}x^4+\frac{16}{5}x^2-\frac{48}{25}+3x^2$

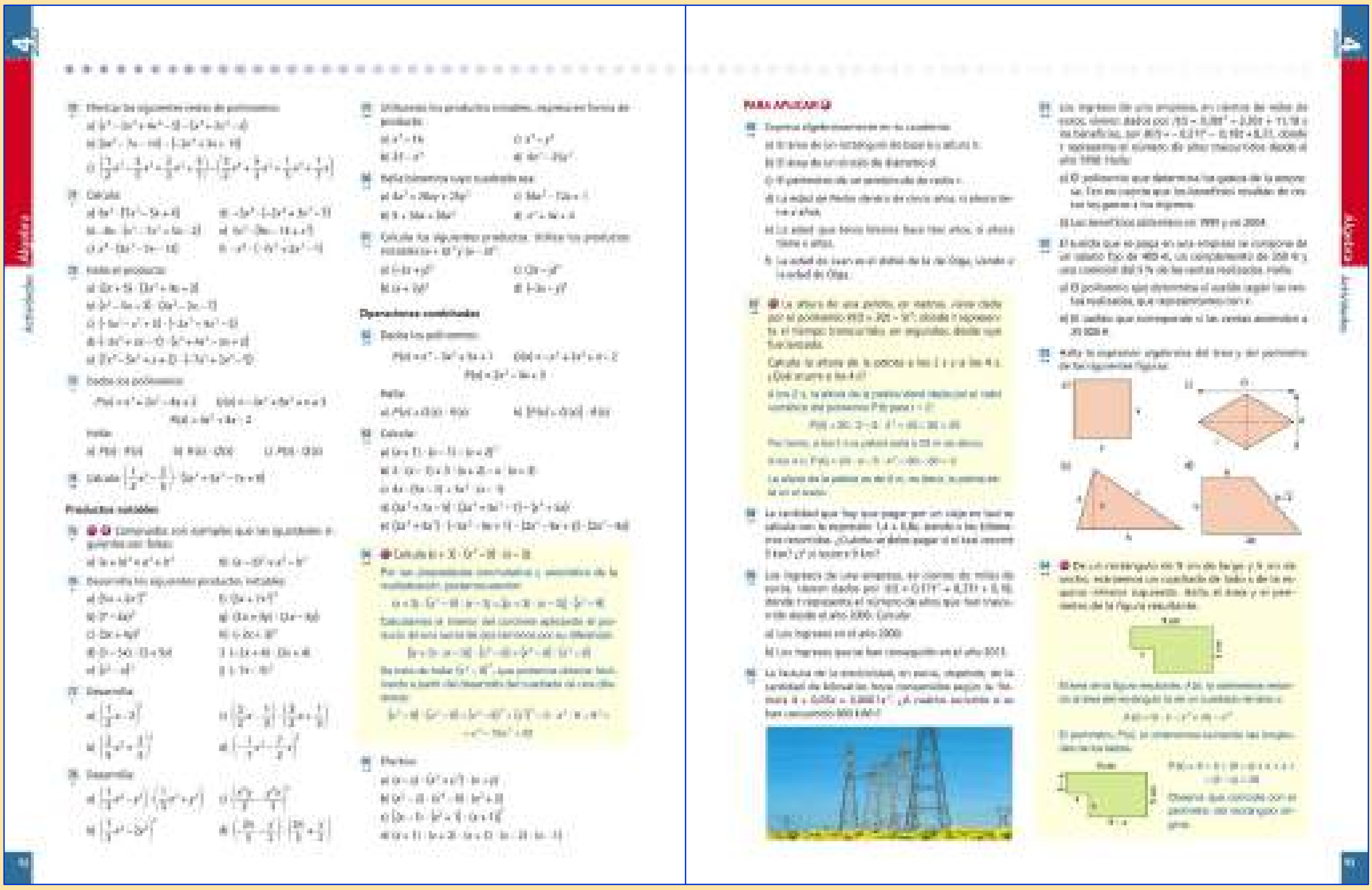
$=-\frac{4}{3}x^4+\frac{84}{5}x^2-\frac{39}{25}$

(Continúa en la página 4-29 de la guía)

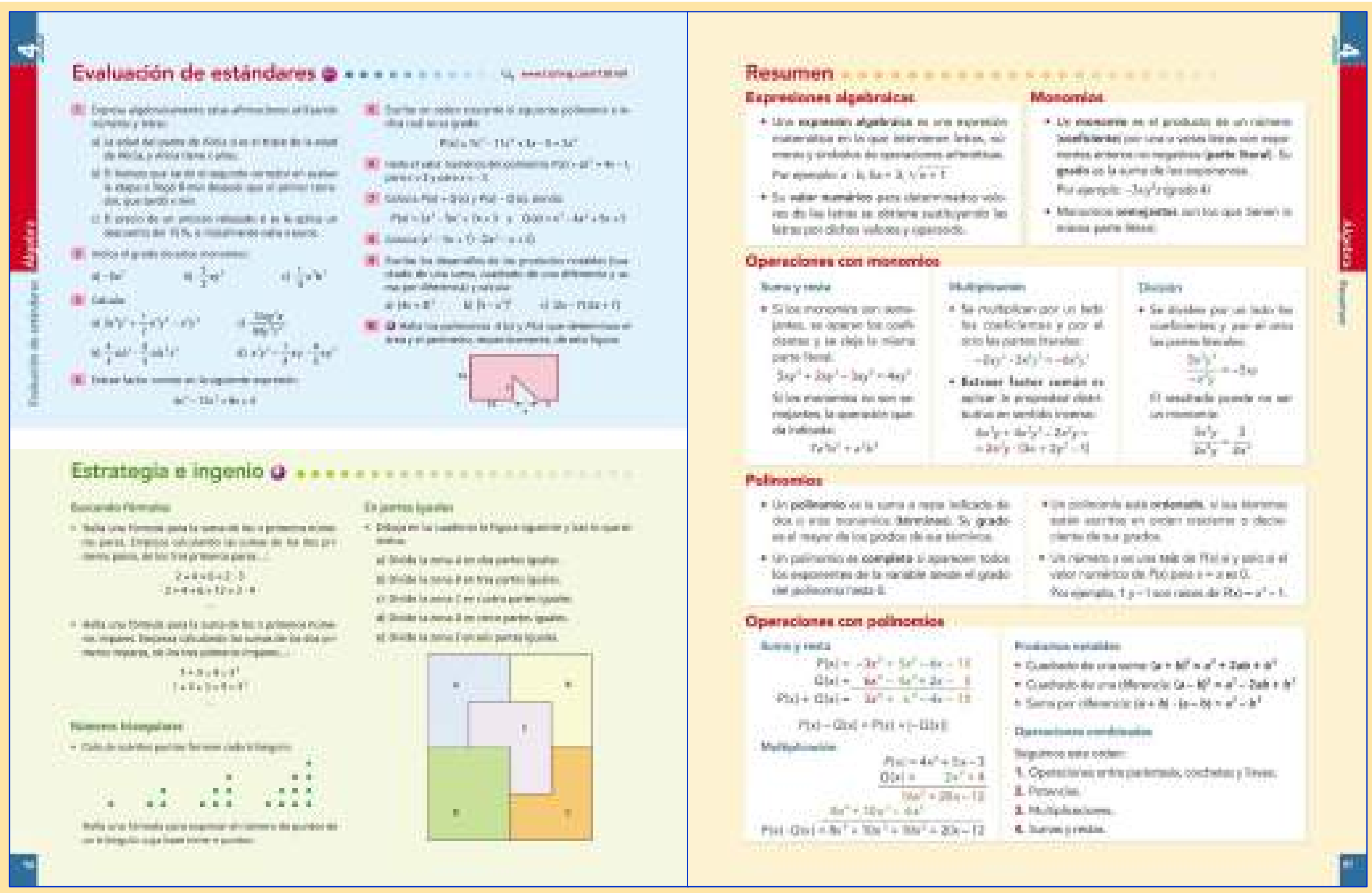

Actividades

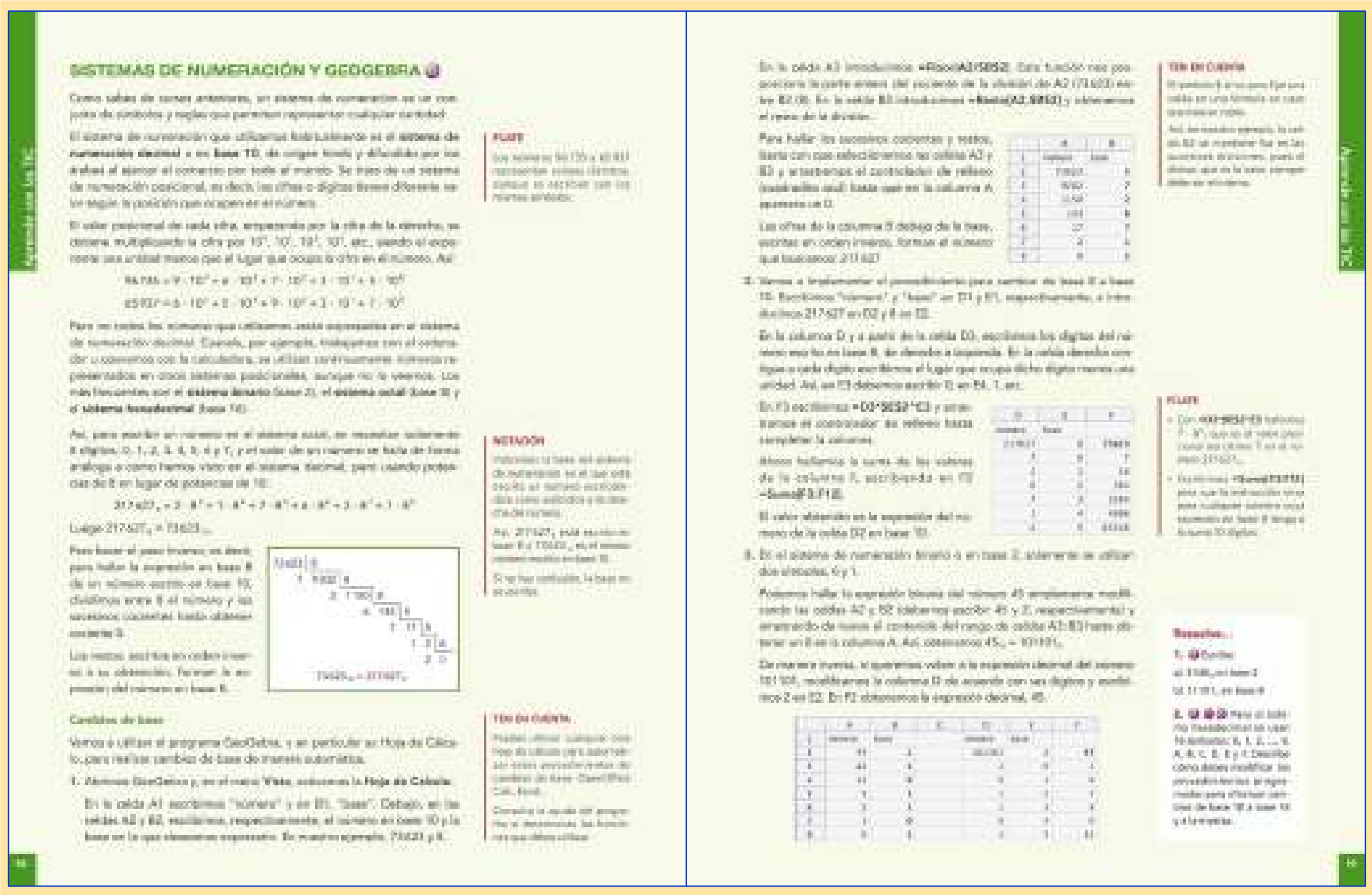
REPASA LA UNIDAD

PARA PRACTICAR


PARA APLICAR


Desarrolla tus competencias
GENIOS MATEMÁTICOS
PARA AMPLIAR
CÁLCULO MENTAL


Evaluación de estándares
Estrategia e ingenio
Resumen
Expresiones algebraicas
Monomios
Operaciones con monomios
Polinomios
Operaciones con polinomios


SISTEMAS DE NUMERACIÓN Y GEOGEBRA

ACTIVIDADES FINALES

■ La sección *Actividades* pretende afianzar los conceptos introducidos a lo largo de la unidad didáctica, tanto desde un punto de vista teórico como práctico. Los ejercicios van incrementando su nivel de dificultad para potenciar las aptitudes individuales de cada alumno.

■ La finalidad de la sección *Desarrolla…* consiste en impulsar las capacidades transversales del alumnado, mediante un caso práctico de aplicación de los métodos matemáticos presentados en esta unidad. El ejercicio requiere iniciativa, visión espacial y destreza con las nuevas tecnologías.

■ La *Evaluación…* establece, a través de una serie de actividades, el contenido básico que los alumnos deben ser capaces de interpretar. Proporciona al alumnado una referencia del nivel alcanzado y de los conceptos que conviene que refuercen.

■ *Estrategia e ingenio* persigue motivar a los alumnos a pensar y utilizar su imaginación para resolver casos prácticos planteados en forma de juego, en los que tendrán que experimentar y buscar nuevos métodos.

■ Por último, la sección *Resumen* recopila de forma esquemática los principales contenidos del tema, para que los alumnos puedan revisarlos fácilmente y, a su vez, relacionar los conceptos estudiados con sus propiedades y aplicaciones.

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES

Pág. 90

C1. Actividad personal. A modo de ejemplo: una expresión algebraica es una expresión matemática en la que intervienen letras, números y signos de operaciones aritméticas.

Ejemplo: $5a + 3b$ para $a = 1$ y $b = 2$

Calculamos: $5 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 5 + 6 = 11$

C2. Actividad personal. A modo de ejemplo: un monomio es el producto indicado de un número por una o varias letras que tienen exponentes enteros no negativos.

$5xy$ es un ejemplo de monomio donde 5 es el coeficiente y xy es la variable que constituye la parte literal.

C3. Respuesta personal. A modo de ejemplo: dos monomios son semejantes si tienen la misma parte literal, es decir, las mismas variables con los mismos exponentes:

$3a\,b^2$ y $-5ab^2$; son monomios semejantes.

C4. Respuesta personal. A modo de ejemplo

Suma o resta de monomios: Si los monomios son semejantes, se operan los coeficientes y se deja la misma parte literal: $5xy^3 + 2xy^3 = 7xy^3$.

Si los monomios no son semejantes la operación queda indicada: $5xy^3 + 2x^4y^5$.

COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA

- *Repasa la unidad*. Expresar e interpretar de forma oral y escrita los conocimientos adquiridos a lo largo de esta unidad usando el vocabulario incorporado y adecuado a los contenidos dados.
- *Act. 2 Pág. 99.* Buscar, recopilar y procesar la información más desta-cable del tema: definiciones, usos y propiedades de mo-nomios y polinomios, así como de las operaciones.
- *Act. 45.* Expresar por escrito argumentos propios de manera adecuada a la resolución de las actividades.

APRENDER A APRENDER

- *Repasa la unidad, Act.2 Pág. 99.* Saber transformar la información vista en el tema en conocimiento propio, y ser consciente de las propias capacidades y carencias.
- *Acts. 41, 45, 75, 87, 94, 97, 100, 101 y 105.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles, aplicando los nuevos conocimientos adquiridos.
- *Acts. 84 y 102.* Observar la resolución de una actividad, identificando las estrategias utilizadas, buscando una coherencia global al ejecutar el plan de resolución de la actividad.
- *Cálculo mental.* Aprender estrategias y técnicas de cálculo mental, adquiriendo confianza.
- *Desarrolla tus competencias.* Identificar y manejar la diversidad de respuestas posibles.
- *Evaluación de estándares*. Ser consciente de las propias capacidades en el tema del álgebra.

SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR

- *Para aplicar, Acts. 1 y 2 Pág. 121.* Establecer relaciones entre los datos de los problemas, planificar su resolución y buscar soluciones, aplicando los conocimientos sobre álgebra trabajados en este tema.
- *Acts. 59, 75, 98, 99 y 105.* Afrontar una situación problemática aplicando los conocimientos adquiridos a lo largo del tema, mostrando criterio propio.
- *Cálculo mental y Desarrolla tus competencias*. Buscar las soluciones de forma creativa e imaginativa, mostrando motivación y autonomía en la toma de decisiones.
- *Evaluación de estándares, act. 10. Estrategia e ingenio.* Aplicar los conocimientos sobre álgebra, buscar soluciones a los problemas que se plantean y evaluar las acciones realizadas.

COMPETENCIA DIGITAL

- *Desarrolla tus competencias, Aprende con las TIC.* Buscar, analizar, seleccionar y manejar información utilizando los recursos disponibles en Internet.

Multiplicación de monomios: Se multiplican por un lado los coeficientes y por el otro se suman los exponentes de las partes literales: $-2xy^2 \cdot 3x^2y^5 = -6x^3y^7$.

C5. Respuesta personal. A modo de ejemplo: extraer el factor común es aplicar la propiedad distributiva en sentido inverso:

$6xy^2 + 4x^2y^3 - 6x^2y^4 = 2xy^2 \cdot (3x + 2xy - 3xy^2)$

C6. Respuesta personal. A modo de ejemplo: el cociente de dos monomios puede no ser un monomio:

$$\frac{3x^3y}{2x^5y} = \frac{3}{2x^2}$$

C7. Respuesta personal. A modo de ejemplo: un polinomio es la suma o resta indicada de dos o más monomios no semejantes.

Ejemplo: $4x^2 - 7x + 5$

Término independiente: 5

Grado del polinomio: 2

C8. Respuesta personal. A modo de ejemplo: un polinomio es completo cuando aparecen todos los exponentes de la variable, desde el grado hasta 0.

Un polinomio está ordenado cuando sus términos aparecen escritos de manera ordenada según los exponentes de la variable.

Ejemplo: $x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x + 5$

C9. Un número *a* es una raíz de *P(x)* si y solo si el valor numérico de *P(x)* para $x = a$ es 0.

C10. Respuesta personal. A modo de ejemplo:

$P(x) = 5x^2 - 6x - 10$

$Q(x) = -4x^2 + 2x - 8$

Suma y resta de polinomios

$P(x) + Q(x) = x^2 - 4x - 18$

Multiplicación de polinomios

$$\begin{array}{rrrrrl}
 & & P(x) = & 4x^2 & +5x & -3 \\
 & & Q(x) = & 2x^2 & & +4 \\
\hline
 & & & 16x^2 & +20x & -12 \\
8x^4 & +10x^3 & -4x^2 & & & \\
\hline
8x^4 & +10x^3 & +10x^2 & & +20x & -12
\end{array}$$

C11. Desarrollamos los productos notables:

$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 =$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 =$

$= a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$

40. Expresiones algebraicas para cada uno de los casos son:

a) $2x$ b) $x / 3$ c) $x / 4$ d) $x + y$

41. No es lo mismo, porque: la suma de los cuadrados de dos números es: $x^2 + y^2$.

El cuadrado de la suma de nos números cualesquiera es: $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$.

42. Sustituyendo los valores indicados obtenemos:

a) $1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 1 + 4 + 9 = 14$

b) $2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$

c) $3 (1 – 2 \cdot 4) = 3 \cdot (–7) = –21$

d) $\frac{(1-3)^2}{-1}+\frac{(-3-1)^2}{1}=\frac{(-2)^2}{-1}+\frac{(-4)^2}{1}=-4+16=12$

43. Los valores numéricos para cada caso son:

a) $4\cdot(–2)2 + 9\cdot(1)2 = 49$

b) $4\cdot(–1)^2 + 9\cdot(3)^2 = 121$

c) $4\cdot(0)^2 + 9\cdot(0)^2 = 0$

d) $4\cdot(5)^2 + 9\cdot(0)^2 =100$

e) $4\left(-\frac{1}{2}\right)+9(-2)^2=16$

f) $4\cdot(–1{,}2)^2 + 9\cdot(0{,}5)^2 = 15{,}21$

44. Expresiones algebraicas para cada caso son:

a) $2n$ d) $n + (n + 1) = 2n + 1$

b) $2n + 1$ e) $2n + (2n + 2) = 4n + 2$

c) $3n$ f) $(2n + 1) (2n + 3) = 4n^2 + 8n + 3$

45. Las respuestas son:

a) Monomio.

b) No es un monomio porque contiene una letra con exponente negativo.

c) Monomio.

d) No es monomio porque contiene la suma de dos monomios.

e), f) Monomio.

46. En cada caso las partes son:

a) *Coef.* → 5 *Parte lit.* → ab^2 *Grado* → 1 + 2 = 3

b) *Coef.*→ –1 *Parte lit* →a^3b *Grado* → 3 + 1 = 4

c) *Coef.*→ 5 *Parte lit.* → x^5 *Grado* → 5.

47. Las siguientes parejas son de monomios semejantes:

$7x^2y^2, –5x^2y^2$ $–3x^2y, 6x^2y$

$–2xy^2, 4xy^2$ $0{,}5a^2b^2, 9a^2b^2$

48. Las soluciones son:

a) Grado: 3 + 2 = 5
$– 6x^3y^2; x^3y^2; 5x^3y^2$

b) Grado: 2 + 3 = 5
$– x^2y^3; –1{,}5x^2y^3; x^2y^3$

c) Grado: 2 + 3 + 4 = 9
$6x^2y^3z^4; –2x^2y^3z^4; x^2y^3z^4$

d) Grado: 1 + 3 = 4
$–0{,}2xy^3; xy^3; 10 xy^3$

e) Grado: 2 + 3 = 5
$7x^2y^3; –5x^2y^3; x^2y^3$

f) Grado: 1 + 1 = 2
$2xy; 3xy; –xy$

49. Los opuestos de los monomios:

a) $–4x^3y$ b) $16x^2y^2$ c) $–xy^2z$

50. Efectuamos las siguientes operaciones de monomios:

a) $14xy^2+\frac{1}{2}xy^2+3xy^2=\frac{35}{2}xy^2$

b) $5a^2 + 9a^2 + 3a^2 = 17a^2$

c) $17x^3 – 18x^3 + 29x^3 = – x^3$

d) $6x+\frac{15}{2}x-7x+19x=\frac{51}{2}x$

Pág. 91

51. Sumar o restar los monomios que sean semejantes:

a) $6x^2 + 21x$

b) $7ab + 8a^2$

c) $11m^2n + 2mn^2 + 3mn$

52. Efectuamos las siguientes multiplicaciones:

a) $20x^3$ d) $\frac{8}{3}x^4y$

b) $–12x^3y^3$; e) $\frac{27}{8}x^8y^{11}$

c) $12x^5y^2$ f) $\frac{3}{10}x^8y^5$

53. Las potencias son las siguientes:

a) $8x^3$ d) $49x^4$ g) $–27x^3y^3$

b) $25x^2y^6$ e) $16a^2b^2$ h) $–m^6n^9$

c) $27x^3y^3$ f) p^8q^4 i) $–8x^6b^3$

54. Aplicamos de la propiedad distributiva para obtener:

a) $2xy + 2xz$ d) $15a + 10b$

b) $\frac{a}{3}+b+2c$ e) $6x + 3y$

c) $am + 2an + 0{,}5ap$ f) $–128 – 256xy + 768z$

55. Aplicamos la propiedad distributiva de la suma:

a) $– 20x^5 + 16x^3 – 20x^2$

b) $6x^7 + 24x^6 – 18x^5 + 12 x^4 – 6 x^3$

c) $-\frac{15}{3}x^3y^5+25x^9y^6-60x^6y^8$

d) $\frac{7}{15}x^8y^3-\frac{1}{10}x^4y^7+\frac{1}{10}x^6y^4$

56. Extraemos el factor común:

a) $2 (4x^4 – 2x^2 + 1)$.

b) $13 (a^2 – 2a + 3)$.

c) $6xy (2x + 4y + 3xy)$.

d) $5 (3x – y + 4)$.

e) $5x^2y^6z (–7x + 9yz^2)$

f) $\frac{5}{2}x\left(-\frac{3}{2}x^4+\frac{1}{3}y^4-\frac{7}{4}x\right)$

57. Extraemos el factor común en la siguiente expresión:

$$xy\left(24xy^2-\frac{6}{7}x^2+\frac{4}{3}y-\frac{8}{5}x^3y^4-\frac{9}{4}xy^6\right)$$

58. Las soluciones son:

a) $5y^2$ → monomio

b) $\frac{-3y^2z^3}{x^2}$ → no es un monomio

c) $\frac{xy^2z^4}{2}$ → monomio

d) $\frac{-2ac^3}{3b^2}$ → no es un monomio

e) 7 → monomio

f) $\frac{-3x^2}{y^4}$ → no es un monomio

59. Actividad personal. A modo de ejemplo:

Binomios:	Trinomios:
$4x^4-2x^2$	$2x+4y+3xy$
a^2-2a	$3x-y+4$

60. Las partes son las siguientes en casa caso:

a) 4 términos	grado 3	término ind. 3
b) 2 términos	grado 1	término ind. –3
c) 5 términos	grado 4	término ind. 2
d) 4 términos	grado 5	término ind. 1

61. Actividad personal. A modo de ejemplo:

a) Falta el término de grado 2.
$11x^3+x^2-7x+18$

b) Falta el de grado 1.
$13x^2+x-6$

c) Falta el de grado 1.
$x^4-2x^3+3x^2+x-6$

d) Falta el término independiente.
x^3+x^2+x+1

62. Ordenamos los polinomios de forma creciente:

a) $5-7x+3x^2+5x^3-x^4$

b) $-18+6x-x^2+x^3$

63. Ordenamos los polinomios de forma decreciente:

a) $9x^4+x^3+7x^2-3x+7$

b) $x^3+3x^2+2x-11$

64. Las soluciones son:

a) $x=0 \rightarrow 4\cdot 0^2-3\cdot 0+4=4.$
$x=1 \rightarrow 4\cdot 1^2-3\cdot 1+4=4-3+4=5$
$x=2 \rightarrow 4\cdot 2^2-3\cdot 2+4=16-6+4=14$

b) $x=1 \rightarrow 1^3-1^2-1+2=1-1-1+2=1$
$x=-1 \rightarrow (-1)^3-(-1)^2-(-1)+2=-1-1+1+2=1$

65. Calculamos el valor numérico del polinomio para los valores de las variables definidos:

a) $P\left(+\sqrt{3}\right)=2\left(+\sqrt{3}\right)^2-3\left(+\sqrt{3}\right)^4+1=2\cdot 3-3\cdot 9+1=-20$

b) $P\left(-\sqrt{3}\right)=2\left(-\sqrt{3}\right)^2-3\left(-\sqrt{3}\right)^4+1=2\cdot 3-3\cdot 9+1=-20$

c) $P\left(+\frac{1}{2}\right)=2\left(+\frac{1}{2}\right)^2-3\left(+\frac{1}{2}\right)^4+1=2\cdot\frac{1}{4}-3\cdot\frac{1}{16}+1=$
$=\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+1=\frac{21}{16}$

66. Calculamos los valores numéricos del polinomio para cada uno de los casos:

a) $x=1{,}6 \rightarrow 0{,}2\cdot 1{,}6^2+0{,}6\cdot 1{,}6+1{,}4=2{,}87$
$x=0{,}02 \rightarrow 0{,}2\cdot 0{,}02^2+0{,}6\cdot 0{,}02+1{,}4=1{,}41$

b) $x=10^9 \rightarrow -3\cdot 10^5\cdot 10^{27}+5\cdot 10^7\cdot 10^9=-3\cdot 10^{32}$
$x=10^4 \rightarrow -3\cdot 10^5\cdot 10^{12}+5\cdot 10^7\cdot 10^4=-3\cdot 10^{17}$

67. Comprobamos las raíces del polinomio:

a) $x=\frac{1}{2} \rightarrow P(x)=24\left(\frac{1}{2}\right)^3-38\left(\frac{1}{2}\right)^2+19\cdot\frac{1}{2}-3=0$

$x=\frac{1}{3} \rightarrow P(x)=24\left(\frac{1}{3}\right)^3-38\left(\frac{1}{3}\right)^2+19\cdot\frac{1}{3}-3=0$

$x=\frac{3}{4}$

$P(x)=24\left(\frac{3}{4}\right)^3-38\left(\frac{3}{4}\right)^2+19\cdot\frac{3}{4}-3=0$

b) $x=-\frac{2}{3}$

$P(x)=\left(3\frac{-2}{3}+2\right)\cdot\left(5\frac{-2}{3}-3\right)\cdot\left(7\frac{-2}{3}-1\right)=0$

$x=\frac{1}{7}$

$P(x)=\left(3\frac{1}{7}+2\right)\cdot\left(5\frac{1}{7}-3\right)\cdot\left(7\frac{1}{7}-1\right)=0$

$x=\frac{3}{5}$

$P(x)=\left(3\frac{3}{5}+2\right)\cdot\left(5\frac{3}{5}-3\right)\cdot\left(7\frac{3}{5}-1\right)=0$

68. Conociendo que *x=2* es raíz de polinomio:

$P(x)=4x^2+kx$

El valor de k se obtiene sustituyendo en el polinomio la raíz e igualando a 0.

$4\cdot(2)^2+k2=0$

$k=-8$

Suma, resta y multiplicación de polinomios

69. Calculamos las sumas de los polinomios:

$P(x)=2x^3+x^2-4x+2$

$Q(x)=-5x^3+3x^2+6x+3$

$R(x)=2x^3+4x^2+4x-2$

a) $P(x)+R(x)=4x^3+5x^2$

b) $P(x) + Q(x) = -3x^3 + 4x^2 + 2x + 5$

c) $Q(x) + R(x) = -3x^3 + 7x^2 + 10x + 1$.

Pág. 92

70. Efectuamos las siguientes restas de polinomios:

a) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 5$

b) $6x^2 - 10x - 29$.

c) $\frac{1}{2}x^7 - \frac{3}{2}x^6 - \frac{34}{15}x^5 + \frac{7}{15}x^3 - \frac{1}{7}x + \frac{5}{7}$

71. Calculamos los siguientes productos:

a) $42x^4 - 30x^3 + 24x^2$

b) $-8x^4 + 56x^3 - 40x^2 + 16x$;

c) $3x^7 - 7x^5 - 13x^4$

d) $6x^9 - 9x^6 + 21x^4$

e) $45x^4 - 90x^3 + 5x^5$.

f) $7x^{10} - 2x^8 + x^3$

73. Realizamos el producto:

a)
$$\begin{array}{r}
x^3 + 2x^2 - 4x + 2 \\
4x^2 + 4x - 2 \\
\hline
-2x^3 - 4x^2 + 8x - 4 \\
4x^4 + 8x^3 - 16x^2 + 8x \quad \\
4x^5 + 8x^4 - 16x^3 + 8x^2 \qquad\quad \\
\hline
4x^5 + 12x^4 - 10x^3 - 12x^2 + 16x - 4
\end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r}
x^3 + 2x^2 - 4x + 2 \\
-3x^3 + 8x^2 + x + 3 \\
\hline
3x^3 + 6x^2 - 12x + 6 \\
x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x \quad \\
8x^5 + 16x^4 - 32x^3 + 16x^2 \qquad\quad \\
-3x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 6x^3 \qquad\qquad\quad \\
\hline
-3x^6 + 2x^5 + 29x^4 - 33x^3 + 18x^2 - 10x + 6
\end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r}
4x^2 + 4x - 2 \\
-3x^3 + 8x^2 + x + 3 \\
\hline
12x^2 + 12x - 6 \\
4x^3 + 4x^2 - 2x \quad \\
32x^4 + 32x^3 - 16x^2 \qquad\quad \\
-12x^5 - 12x^4 + 6x^3 \qquad\qquad\quad \\
\hline
-12x^5 + 20x^4 + 42x^3 \qquad + 10x - 6
\end{array}$$

74. Calculamos el siguiente producto:

$$\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}\right)\cdot\left(3x^3 + 5x^2 - 7x + 9\right)$$

$$= \frac{1}{3}x^2\cdot\left(3x^3 + 5x^2 - 7x + 9\right) - \frac{2}{5}\cdot\left(3x^3 + 5x^2 - 7x + 9\right)$$

$$= \left(x^5 + \frac{5}{3}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 3x^2\right)$$

$$+\left(-\frac{6}{5}x^3 - 2x^2 + \frac{14}{5}x - \frac{18}{5}\right)$$

$$= x^5 + \frac{5}{3}x^4 - \frac{53}{15}x^3 + x^2 + \frac{14}{5}x - \frac{18}{5}$$

75. Comprobamos que las siguientes afirmaciones son falsas con ejemplos

a) $(7 + 4x)^2 = 7^2 + (4x)^2$
$49 + 56x + 16x^2 = 49 + 16x^2$
La afirmación es falsa

b) $(7 - 4x)^2 = 7^2 - (4x)^2$
$49 - 56x + 16x^2 = 49 - 16x^2$
La afirmación es falsa

76. Calculamos los siguientes productos notables, aplicando las fórmulas:

a) $(5x + 2x^2)^2 = 25x^2 + 20x^3 + 4x^4$

b) $(7 - 4x)^2 = 49 - 56x + 16x^2$

c) $(3x + 4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$

d) $(3 - 5x)(3 + 5x) = 9 - 25x^2$

e) $(x^2 - x)^2 = x^4 - 2x^3 + x^2$

f) $(3x + 7x^2)^2 = 9x^2 + 42x^3 + 49x^4$

g) $(2x + 3y)(2x - 3y) = 4x^2 - 9y^2$

h) $(-2x + 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

i) $(-2x + 4)(2x + 4) = 16 - 4x^2$

j) $(-7x - 5)^2 = 49x^2 + 70x + 25$

77. Las soluciones son:

a) $\left(\frac{1}{2}x - 2\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 4 + 2x$

b) $\left(\frac{2}{5}x^2 + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4}{25}x^4 + \frac{3}{5}x^2 + \frac{9}{16}$

c) $\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{1}{9}\right)$

d) $\left(-\frac{1}{7}x^2 - \frac{7}{2}x\right)^2 = \frac{1}{49}x^4 + x^3 + \frac{49}{4}x^2$

78. Calculamos los siguientes productos notables aplicando las fórmulas:

a) $\left(\frac{1}{3}x^2 - y^2\right)\cdot\left(\frac{1}{3}x^2 + y^2\right) = \frac{1}{9}x^4 - y^4$

b) $\left(\frac{1}{3}x^2 - 2y^3\right)^2 = \frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{3}x^2y^3 + 4y^6$

c) $\left(\frac{x^2y}{2} - \frac{y^2x}{3}\right)^2 = \frac{x^4y^2}{4} - \frac{x^3y^3}{3} + \frac{x^2y^4}{9}$

d) $\left(-\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}y\right)\cdot\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}y\right)$

$$= -\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}y\right)^2 = -\frac{4}{25}x^2 - \frac{2}{5}xy - \frac{1}{4}y^2$$

79. Utilizamos los productos notables para simplificar las expresiones en forma de productos:

a) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)\cdot(x - 4)$

b) $25 - x^4 = 5^2 - (x^2)^2 = (5 + x^2)\cdot(5 - x^2)$

c) $x^2 - y^2 = (x + y)\cdot(x - y)$

d) $4x^2 - 25y^2 = (2x)^2 - (5y)^2 = (2x + 5y)\cdot(2x - 5y)$

80. Las soluciones son:

a) $4x^2 + 20xy + 25y^2 == (2x)^2 + 2·2x·5y + (5y)^2 =$
$= (2x + 5y)^2$

b) $9 + 36x + 36x^2 = 3^2 + 2·3·6x + (6x)^2 = (3 + 6x)^2$

c) $36x^2 – 12x +1 = (6x)^2 – 2·6x·1 + 1^2 = (6x – 1)^2$

d) $x^2 +4x + 4 = (x +2)^2$

81. Calculamos los productos notables:

a) $(-3x + y)^2 = (-3x)^2 + 2·- 3x·y + (y)^2= 9x^2 - 6xy + y^2$

b) $(x + 3y)^2 = x^2+ 2·x·3y + (3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$

c) $(3x – y)^2 = (3x)^2 – 2·3x·y + y^2 = 9x^2 – 6xy + y^2$

d) $(-3x – y)^2 = (- 3x)^2 + 2·- 3x· -y + (-y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$

82. Resolvemos las siguientes operaciones:

a) P(x) + Q(x)·R(x)
$(x^4 – 3x^2 + 5x + 1) + (– x^3 + 2x^2 + x – 2)·(2x^2 – 4x + 3) = (x^4 – 3x^2 + 5x + 1) + (– 2x^5 + 4x^4 – 3x^3) +(4x^4 – 8x^3 + 6x^2) + (2x^3 – 4x^2 +3x) + (– 4x^2 + 8x – 6) =$
$= – 2x^5 + 9x^4 – 9x^3 – 5x^2 +16x – 5$

b) [P(x) + Q(x)]·R(x)
$[(x^4 – 3x^2 + 5x + 1) + (– x^3 + 2x^2 + x – 2)]·(2x^2 – 4x + 3) = (x^4 – x^3 – x^2 + 6x – 1)· (2x^2 – 4x + 3) = (2x^6 – 4x^5 + 3x^4) + (– 2x^5 + 4x^4 – 3x^3) + (– 2x^4 + 4x^3 – 3x^2) + (12x^3 – 24x^2 + 18x) + (– 2x^2 + 4x – 3) =$
$= 2x^6 – 6x^5 + 5x^4 + 13x^3 – 29x^2 + 22x – 3$

83. Calculamos las siguientes operaciones:

a) $(x + 1) (x – 1) – (x + 2)^2 == (x^2 – 1) – (x^2 + 2x + 4) =$
$= – 2x – 5$

b) $2(x – 1) + 3(x + 2) – x(x + 3) = (2x – 2) + (3x + 6) + (– x^2 – 3x) = – x^2 + 2x + 4$

c) $4x(5x – 2) + 3x^2(x – 1) = (20x^2 – 8x) + (3x^3 – 3x^2) =$
$= 3x^3 + 17x^2 – 8x$

d) $(3x^2 + 7x – 5) (2x^3 + 3x^2 – 7) – (x^4 + 5x) = (6x^5 + 9x^4 – 21x^2) + (14x^4 + 21x^3 – 49x) + (– 10x^3 – 15x^2 + 35) = 6x^5 + 23x^4 + 11x^3 – 36x^2 – 49x + 35$

e) $(2x^5 + 3x^2) (– 5x^2 – 9x + 1) – (2x^2 – 9x + 3) (2x^5 – 8x) = [(– 10x^7 – 18x^6 + 2x^5) + (– 15x^4 – 27x^3 + 3x^2)] – [(4x^7 – 16x^3) + (– 18x^6 + 72x^2) + (6x^5 – 24x)] = (– 10x^7 – 18x^6 + 2x^5 – 15x^4 – 27x^3 + 3x^2) – (4x^7 – 18x^6 + 6x^5 – 16x^3 + 72x^2 – 24x) =$
$= – 14x^7 – 4x^5 – 15x^4 – 11x^3 – 69x^2 + 24x$

84. Actividad resuelta en el libro.

85. Efectuamos los siguientes productos

a) $(x – y) (x^2 + y^2) (x + y) =[(x – y) (x + y)](x^2 + y^2) =$
$= (x^2 – y^2) (x^2 + y^2) = x^4 – y^4$

b) $(x^2 – 2) (x^4 – 4) (x^2 + 2) =[(x^2 – 2) (x^2 + 2)](x^4 – 4) =$
$= (x^4 – 4)(x^4 – 4) = (x^4 – 4)^2 = x^8 – 8x^4 + 16$

c) $[(x – 1) (x^2 + 1) (x + 1)]^2 =[(x – 1) (x + 1)(x^2 + 1)]^2 =$
$= [(x^2 – 1) (x^2 + 1)]^2 = (x^4 – 1)^2 = x^8 – 2x^4 + 1$

d) $(x + 1) (x + 2) (x + 3) (x – 2) (x – 1) =$
$= [(x + 1)(x – 1)][(x + 2) (x – 2)] (x + 3) =$
$=[(x^2 – 1) (x^2 – 4)] (x + 3) = [(x^4 – 4x^2) + (– x^2 + 4)] · (x + 3) = (x^4 – 5x^2 + 4) \quad (x + 3) =$
$= (x^5 + 3x^4) + (– 5x^3 – 15x^2) + (4x + 12)$
$= x^5 + 3x^4 – 5x^3 – 15x^2 + 4x + 12$

86. Expresamos algebraicamente las afirmaciones:

a) $A = b · h$

b) $A = \pi · \left(\frac{d}{2}\right)^2$

c) $P = \pi · r$

d) x + 5, siendo x la edad actual

e) x – 3, siendo x su edad actual

f) 2x, donde x es la edad de Olga

87. Actividad resuelta en el libro.

88. Consideramos el polinomio P(x) = 1,4 + 0,8x, y calculamos sus valores numéricos en x = 5 y en x =9:

P(5) = 1,4 + 0,8·5 = 1,4 + 4 = 5,4

P(9) = 1,4 + 0,8·9 = 1,4 + 7,2 = 8,6

Luego, deberá pagar 5,4 euros en 5 km y 8,6 euros en 9 km

89. Considerando que los ingresos de una empresa vienen dados por:

$I(t) = 0,17·t^2 + 0,27·t + 0,18$

Calculamos:

a) Calculamos el valor numérico del polinomio en t = 0:
I(0) = 0,18. Como son cientos de miles de euros, 0,18·100000 = 18000, y por tanto los ingresos son 18000 euros en el año 2000

b) Calculamos el valor numérico del polinomio en t = 15:
$I(15) = 0,17·15^2 + 0,27·15 + 0,18 = 42,48$. Como son cientos de miles de euros, 42,48·100000 = 4248000, y por tanto los ingresos son 4248000 euros en el año 2015

90. Consideramos el polinomio $F(x) = 4 + 0,05x + 0,0001x^2$ y hallamos el valor numérico en x = 800:
$F(800) = 4 + 0,05·800 + 0,0001·800^2 =$
$= 4 + 40 + 64 = 108$

Luego, la factura asciende a 108 euros

91. Si los ingresos de una empresa vienen dados por:

$I(t) = 0,38·t^2 + 2,95·t + 11,18$

Y los beneficios de esta por la expresión:

$B(t) = - 0,27·t^2 - 0,18·t + 8,27$

Hallamos:

a) Si llamamos G(t) al polinomio de gastos, será B(t) = I(t) – G(t) y por tanto $G(t) = I(t) – B(t) = (0,38t^2 + 2,95t + 11,18) – (– 0,27t^2 – 0,18t + 8,27) = 0,65t^2 + 3,13t + 2,91$

b) Se calcula el valor numérico en t = 2 y en t = 6:
$G(2) = 0,65·2^2 + 3,13·2 + 2,91 = 2,6 + 6,26 + 2,91 = 11, 77$. Como son cientos de miles de euros, 11,77·100000 = 1177000, y por tanto los beneficios son 1177000 euros el segundo año;
$G(6) = 0,65·6^2 + 3,13·6 + 2,91 = 23,4 + 18,78 + 2,91 = 45, 09$. Como son cientos de miles de euros,

45,09·100 000 = 4 509 000, y por tanto los beneficios son 4 509 000 euros el sexto año;

92. Si el sueldo que se paga en la empresa viene dado por un salario fijo de 400 €, un complemento de 350 € y una comisión del 5 %. Hallamos:

a) Si S(x) es el polinomio que determina el sueldo, sumamos las cantidades fijas 400 + 350 = 750 y expresamos el 5 % de x de forma algebraica: $S(x) = 750 + 0{,}05x$

b) Calculamos el valor numérico en x = 25 000: $S(25\,000) = 750 + 0{,}05\cdot 25000 = 750 + 1250 = 2000$. Por tanto el sueldo es de 2000 euros.

93. Si nos piden hallar una expresión algebraica para:

a) Utilizamos la fórmula del área A de un cuadrado: $A = x^2$
Y como el perímetro P es la suma de todos sus lados: $P = 4x$

b) Utilizando la fórmula del área A de un triángulo: $A = \dfrac{b\cdot h}{2}$, y el perímetro: $P = a + b + c$

c) Por la fórmula del área A de un rombo: $A = \dfrac{D\cdot d}{2}$, y el perímetro: $P = 5\cdot 4 = 20$

d) Según el área A de un trapecio: $A = \dfrac{2b+b}{2}\cdot h = \dfrac{3b^2}{2}$, y el perímetro:
$P = b + b + 2b + b\sqrt{2} = (4 + \sqrt{2})b$

94. Actividad resuelta en el libro.

Pág. 94

95. Utilizando la fórmula del área A de un paralelogramo, llamando x a la altura y por tanto a la base 3x, el polinomio será $A(x) = 3x\cdot x = 3x^2$

96. Si vuela 25 minutos sin carga y por cada kilo de carga le restamos 3 minutos, habrá que restarle en total 3x si x son los kilos de carga. Así, el polinomio será $P(x) = 25 - 3x$.

Si tiene 3,7 kilos de carga, calculamos el valor numérico para x = 3,7: $P(3{,}7) = 25 - 3\cdot 3{,}7 = 25 - 11{,}1 = 13{,}9$. Luego, podrá volar 13,9 minutos, es decir, 13 minutos y 54 segundos.

97. Identificamos si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Falso. Por ejemplo si $P(x) = x^2$ y $Q(x) = 3x^2$ son de grado 2, la suma $P(x) + Q(x) = x^2 + 3x^2 = 4x^2$ es de grado 2

b) Falso. Por ejemplo si $P(x) = x^2$ es de grado 2 y $Q(x) = x^3$ es de grado 3, el producto $P(x)\cdot Q(x) = x^2\cdot x^3 = x^5$ es de grado 5

c) Falso. Por ejemplo si $P(x) = x^3 + 2x$ y $Q(x) = x^3 + 3$ son de grado 3, la resta $P(x) - Q(x) = x^3 + 2x - x^3 - 3 = 2x - 3$ es grado 1.

d) Falso. Por ejemplo si $P(x) = 4x^3$ y $Q(x) = 2x^3$ son de grado 3, el cociente $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{4x^3}{2x^3} = 2$ es de grado 0.

98. Determinamos el área y el perímetro de las siguientes figuras:

a) Se trata de un trapecio, por tanto el área vendrá dada por:

$$A(x) = \frac{(2x+3)+(x+3)}{2} = \frac{3x+6}{2}\cdot x = \frac{3}{2}x^2 + 3x$$

Para el perímetro necesitamos obtener el lado l que falta, para ello utilizamos el teorema de Pitágoras en el triángulo donde un cateto es x, y el otro (2x + 3) – (x + 3) = x también:

$l^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow l = \sqrt{2}\,x$. Así, el perímetro es $P(x) = (x + 3) + x + (2x + 3) + \sqrt{2}\,x = 4x + 6 + \sqrt{2}\,x = (4 + \sqrt{2})x + 6$

b) El área es la diferencia entre el rectángulo grande y el rectángulo pequeño:

$A(x) = [4x\cdot(3x + 1)] - [(2x + 3)\cdot x] =$
$= (12x^2 + 4x) - (2x^2 + 3x) = 10x^2 + x$

El perímetro es la suma de los perímetros de ambos rectángulos:

$P(x) = [2(3x + 1) + 2\cdot 4x] + [2x + 2(2x + 3)] =$
$= 6x + 2 + 8x + 2x + 4x + 6 = 20x + 8$

c) Se trata del área de una corona circular:

$$A(x) = \pi\left[\left(\frac{2r+8}{2}\right)^2 - r^2\right]$$
$$= \pi\left[(r+4)^2 - r^2\right] = \pi\left[r^2 + 8r + 16 - r^2\right]$$
$$= \pi\cdot(8r+16) = 8\pi\cdot(r+2)$$

El perímetro es la suma de los perímetros de ambas circunferencias:

$P(x) = 2\pi(r + 4) + 2\pi r = 2\pi r + 8\pi + 2\pi r = 4\pi(r + 2)$

d) El área está formada por un cuarto de círculo y un cuadrado, al que se le quita un cuarto de círculo más pequeño:

$$A(x) = \frac{1}{4}\pi x^2 + x^2 - \frac{1}{4}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 =$$
$$= \left(\frac{\pi}{4}+1\right)\cdot x^2 - \frac{\pi}{16}x^2 = \left(\frac{3\pi+16}{16}\right)\cdot x^2$$

El perímetro será:

$$P(x) = x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + x + \frac{1}{4}2\pi x + \frac{1}{4}2\pi\frac{x}{2} =$$
$$= 3x + \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}x = \left(\frac{12+3\pi}{4}\right)\cdot x$$

99. La figura se puede descomponer en un cuadrado de lado x + 4, un rectángulo de dimensiones 3, (4x + 2), y otro rectángulo de dimensiones (x + 2), (x + 3). Por tanto el área será:

$A(x) = (x+4)^2 + 3\cdot(4x + 2) + (x + 2)\cdot(x + 3) =$

$= x^2 + 8x + 16 + 12x + 6 + x^2 + 3x + 2x + 6 =$

$= 2x^2 + 25x + 28$

El perímetro:

$P(x) = (4x + 2) + (x + 5) + (x + 3) + (x + 2) + (2x – 5) + (x + 4) + (x + 4) + (x + 7) = 12x + 17$

100. Lo resaltado representa el error en la igualdad:

a) $(– a – b)^2 = a^2 \mathbf{+ 2ab} + b^2$

b) $(a^2 – b^2)^2 = a^4 \mathbf{– 2a^2b^2} + b^4$

c) $(a – b + c)^2 = (a – b + c)\ (a – b + c) = a^2 + b^2 + c^2 – 2(\mathbf{–ac} + ab + bc)$

101. Dos números consecutivos son de la forma x, x+1. Por tanto, la diferencia de sus cuadrados:

$(x + 1)^2 – x^2 = (x^2 + 2x + 1) – x^2 = 2x + 1$

102. Actividad resuelta en el libro.

103. Efectuamos los siguientes productos:

a) $(5x + 5)^2(5x – 5)^2 = [(5x + 5)(5x – 5)]^2 =$

$= [(5x)^2 – 5^2]^2 = (25x^2 – 25)^2 =$

$= (25x^2)^2 – 2·25x^2·25 + 25^2 = 625x^4 – 1250x^2 + 625$

b) $(a – b + c)(a + b + c) = [(a + c) – b][(a + c) + b] =$

$= (a + c)^2 – b^2 = a^2 + 2ac + c^2 – b^2$

c) $(2x^4 – 3x^2)^2(2x^4 +3x^2)^2 = [(2x^4 – 3x^2)(2x^4 + 3x^2)]^2 =$

$= [(2x^4)^2 – (3x^2)^2]^2 = (4x^8 – 9x^4)^2 =$

$= (4x^8)^2 – 2·4x^8·9x^4 + (9x^4)^2 = 16x^{16} – 72x^{12} + 81x^8$

d) $(x + 1)^2(x – 1)^2(x^2 + 1) = [(x + 1)(x – 1)]^2(x^2 + 1) =$

$= (x^2 – 1)^2(x^2 + 1) = (x^2 – 1)[(x^2 – 1)\ (x^2 + 1)] =$

$= (x^2 – 1)(x^4 – 1) = x^6 – x^4 – x^2 + 1$

104. Calculamos:

a) $$\left[\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{3}{2}y\right)\left(-\frac{2}{3}x^2-\frac{3}{2}y\right)\right]^2 =$$

$$=\left[\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{3}{2}y\right)\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}y\right)\right]^2 = \left(\frac{4}{9}x^4-\frac{9}{4}y^2\right)^2 =$$

$$=\frac{16}{81}x^8-2x^4y^2+\frac{81}{16}y^4$$

b) $$\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x^2y+\frac{1}{3}y^2\right)\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x^2y+\frac{1}{3}y^2\right)=$$

$$=\left[\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}y^2\right)-\frac{2}{3}x^2y\right]\left[\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}y^2\right)+\frac{2}{3}x^2y\right]=$$

$$=\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}y^2\right)^2-\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^2 =$$

$$=\frac{1}{9}x^4+\frac{1}{3}x^2y^2+\frac{1}{9}y^4-\frac{4}{9}x^4y^2$$

c) $$\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$=\left[\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)\right]\left[\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)\right]-$$

$$-\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)^2-$$

$$-\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$=\frac{1}{4}x^2-2\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}\right)=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x^4-3x^2-$$

$$-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}x^4+\frac{13}{4}x^2-\frac{9}{2}$$

105. Un número impar es de la forma 2x + 1, y el siguiente impar 2x + 1 + 2 = 2x + 3, por tanto:

$(2x + 1)·(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1 = 4x^2 + 8x + 4 = (2x + 2)^2$, que es un cuadrado.

Ejemplo: $5·7 + 1 =35 + 1 = 36 = 6^2$

106. Calculamos las siguientes expresiones:

a) (120 – 1) (120 + 1) = 14 400 – 1 = 14 399

b) (1 100 – 1) (1100 + 1) = 1 210 000 – 1 = 1 209 999

c) $10\ 000^2$ – (10 000 + 1) (10 000 – 1) =

$= 10\ 000^2 – 10\ 000^2 + 1 = 1$

d) $239\ 654^2$ – (239 654 – 10) (239 654 + 10) =

$= 239\ 654^2 – 239\ 654^2 + 100 = 100$

Pág. 95

1. Consideramos el triángulo rectángulo cuyos catetos miden ambos x, de manera que el lado (L) del cuadrado coincide con su hipotenusa, y aplicamos el teorema de Pitágoras: $L^2 = x^2 + x^2$

Despejamos L: $L^2 = 2x^2 \Rightarrow L = \sqrt{2}x$

2. El área de la zona coloreada se obtiene restando al área del círculo mayor, de radio x, el área del cuadrado mayor de lado $L = \sqrt{2}x$:

Área del círculo mayor: $A_1 = \pi·x^2$

Área del cuadrado mayor: $A_2 = L^2 = 2x^2$

Área de la zona coloreada:

$A = A_1 – A_2 = \pi·x^2 – 2x^2 = (\pi – 2) \cdot x^2$

3. El radio del círculo menor coincide con la mitad del lado L del cuadrado mayor: $\frac{\sqrt{2}x}{2}$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo de catetos $\frac{\sqrt{2}x}{2}$, cuya hipotenusa coincide con el lado (l) del cuadrado menor:

$$l^2 = \left(\frac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2$$

Despejamos:

$$l: l^2 = 2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2 = 2\cdot\frac{2x^2}{4} = x^2 \Rightarrow 1 = x$$

Por tanto, el lado del cuadrado menor, donde se colocará la foto, mide x.

4. La zona azul del marco se obtiene sumando a la zona coloreada exterior (calculada en la actividad 2), la zona azul central.

La zona azul central se obtiene restando al área del círculo menor, de radio $\frac{\sqrt{2}x}{2}$, el área del cuadrado menor, de lado x:

Área del círculo menor:

$$A_1 = \pi\left(\frac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2 = \frac{\pi 2x^2}{4} = \frac{\pi x^2}{2}$$

Área del cuadrado menor: $A_2 = x^2$

Área de la zona azul central:

$$A = A_1 - A_2 = \frac{\pi x^2}{2} - x^2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\cdot x^2$$

Finalmente, obtenemos la zona azul del marco:

$$(\pi - 2)\cdot x^2 + \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\cdot x^2 = 3\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\cdot x^2$$

5. El radio x del círculo mayor del marco coincide con el lado x del cuadrado menor donde se colocará la fotografía (actividad 3), por tanto el radio tiene 9 cm.

Para hallar el área azul del marco sustituimos en la fórmula x = 9:

$$A = 3\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\cdot 9^2 = 3\cdot 81\cdot\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = 243\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\text{cm}^2$$

6. Primero calculamos (de forma aproximada) el área de la zona azul del marco con $\pi = 3{,}14$:

$$A = 3\cdot\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)x^2 = 3\cdot\left(\frac{3{,}14}{2} - 1\right)x^2 = 1{,}71x^2$$

Si para una superficie de 20 cm x 20 cm = 400 cm^2 se necesitan 0,03 mL de tinta, mediante proporcionalidad (regla de tres) calculamos la tinta (t) para $1{,}71x^2$ cm^2:

$$t = \frac{0{,}03\cdot 1{,}71x^2}{400} = 0{,}00\,012\,825x^2 \text{ mL}$$

Por tanto, aproximadamente, se necesitan $0{,}00013x^2$ ml de tinta azul (opción B)

7. Si 7,5 ml cuestan 27 euros, mediante proporcionalidad (regla de tres) calculamos el precio (p), en euros, de $0{,}00\,013x^2$ mL:

$$p = \frac{27\cdot 0{,}00013x^2}{7{,}5} = 0{,}000468x^2 \text{ euros}$$

8. El coste total es la suma del precio de la tinta de todos los marcos, y el precio de las cartulinas (9,15 euros)

Según la actividad 7, imprimir un marco cuesta en tinta $0{,}000\,468x^2$ euros. Como queremos imprimir 150 marcos, la tinta costará:

$150 \cdot 0{,}000\,468x^2 = 0{,}07x^2$ euros

Así, el coste de imprimir todos los marcos es $0{,}07x^2$ + + 9,15 euros (opción A)

Pág. 96

1. Expresamos algebraicamente las siguientes expresiones utilizando números y letras:

a) 3x, siendo x la edad de Alicia.

b) x + 8, siendo x los minutos que tardó el primer corredor.

c) 0,85x, siendo x el precio sin rebajar (si se descuenta un 15 % se paga un 85 %)

2. Indicamos el grado del monomio:

a) $-5a^3$ tiene grado 3.

b) $\frac{5}{3}xy^5$ tiene grado 6.

c) $\frac{5}{3}a^2b^3$ tiene grado 5.

3. Calculamos:

a) $3x^3y^2 + \frac{1}{2}x^3y^2 - x^3y^2 = \left(3 + \frac{1}{2} - 1\right)x^3y^2 = \frac{5}{2}x^3y^2$

b) $\frac{4}{3}ab^2\cdot\frac{6}{5}ab^3c^2 = \frac{8}{5}a^2b^5c^2$

c) $\frac{12xy^4z}{60y^3z^2} = \frac{1}{5}xyz^{-1}$

d) $x^2y^4 - \frac{1}{2}xy\cdot\frac{4}{3}xy^3 = x^2y^4 - \frac{2}{3}x^2y^4 = \frac{1}{3}x^2y^4$

4. Extraemos factor común:

$4\cdot(x^4 - 3x^3 + 2x + 1)$

5. El polinomio ordenado en forma creciente es:

$P(x) = -5 + 3x + 7x^2 - 11x^3 + 2x^4$, y tiene grado 4

6. Evaluamos el polinomio en los diferentes valores de x:

$x = 2$; $P(2) = 2\cdot 2^2 + 4\cdot 2 - 1 = 8 + 8 - 1 = 15$

$x = -3$; $P(-3) = 2\cdot(-3)^2 + 4\cdot(-3) - 1 =$

$= 18 - 12 - 1 = 5$

7. Para los polinomios dados, calculamos:

$P(x) + Q(x) = (2x^3 - 5x^2 + 7x + 3) + (x^3 - 4x^2 + 5x + 5) =$

$= 3x^3 - 9x^2 + 12x + 8$

$P(x) - Q(x) = (2x^3 - 5x^2 + 7x + 3) - (x^3 - 4x^2 + 5x + 5) =$
$= (2x^3 - 5x^2 + 7x + 3) + (-x^3 + 4x^2 - 5x - 5) =$

$= x^3 - x^2 + 2x - 2$

8. $(x^2 - 5x + 7)\cdot(2x^2 - x + 5) = x^2\cdot(2x^2 - x + 5) - 5x\cdot$ $\cdot(2x^2 - x + 5) + 7\cdot(2x^2 - x + 5) = (2x^4 - x^3 + 5x^2) +$ $+ (-10x^3 + 5x^2 - 25x) + (14x^2 - 7x + 35) =$

$= 2x^4 - 11x^3 + 24x^2 - 32x + 35$

9. a) $(4x + 3)^2 = (4x)^2 + 2\cdot 4x\cdot 3 + 3^2 = 16x^2 + 24x + 9$

b) $(5 - x^2)^2 = 5^2 - 2\cdot 5\cdot x^2 + (x^2)^2 = 25 - 10x^2 + x^4$

c) $(2x - 7)(2x + 7) = (2x)^2 - 7^2 = 4x^2 - 49$

10. El área se puede obtener restando al área de un rectángulo el área de un triángulo:

Área del rectángulo: $A_1 = 4x \cdot 2x = 8x^2$

Área del triángulo: $A_2 = \dfrac{x \cdot x}{2} = \dfrac{x^2}{2}$

Área de la figura:

$A(x) = A_1 - A_2 = 8x^2 - \dfrac{x^2}{2} = \left(8 - \dfrac{1}{2}\right) \cdot x^2 = \dfrac{15}{2}x^2$

Para el perímetro, suma de todos sus lados, necesitamos calcular la hipotenusa h del triángulo utilizando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow h = \sqrt{2}x$

Perímetro de la figura: $P(x) = 4x + 2x + 2x + x + \sqrt{2}x + x + 2x = 12x + \sqrt{2}x = (12 + \sqrt{2})x$

Estrategia e ingenio

Buscando fórmulas

La última simplificación no es correcta pues al cumplirse que a + b = c, tenemos que a + b – c = 0 y sólo puede simplificarse un factor cuando es diferente de 0.

De hecho, 3 (a + b – c) = 2 (a + b – c) es, en este caso, otra forma de escribir 0 = 0, igualdad de la que no podemos deducir que 3 = 2.

$2 + 4 = 6 = 2 \cdot 3$ $\qquad$ $2 + 4 + 6 = 12 = 3 \cdot 4$

$2 + 4 + 6 + 8 = 20 = 4 \cdot 5$ ...

La suma de los *n* primeros pares es S(n) = n (n + 1).

$1 + 3 = 4 = 2^2$ $\qquad$ $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$ $\qquad$ ....

La suma de los *n* primeros impares es $S(n) = n^2$.

Números triangulares

En este orden: 1 punto, 3 puntos, 6 puntos y 10 puntos.

A cada triángulo de base *n* se le añaden *n* + 1 puntos para construir el de base *n* + 1. Por lo tanto, el número de puntos del triángulo de base *n* es la suma de los primeros *n* números naturales, es decir, n (n + 1) / 2.

Página 99

1. Los cambios de base son los siguientes:

a) $3 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 1\,888$

1888 | 2
0 944 | 2
0 472 | 2
0 236 | 2
0 118 | 2
0 59 | 2
1 29 | 2
1 14 | 2
0 7 | 2
1 3 | 2
1 1

Obtenemos: $1\,1101\,100\,000_2$

b) $2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 29$

29 | 8
5 3

Obtenemos: 53_8

2. Para pasar de base 10 a base 16, de manera análoga a como lo haríamos para pasar a base 8 o base 2, dividiremos nuestro número en base 10 entre 16 e iremos dividiendo el cociente de la división anterior hasta obtener un 0 en el cociente. El número que buscamos será el formado por los restos de cada división, tal y como lo hacíamos con otros cambios de base.

Para volver a la base decimal igual que con las otras bases, multiplicaremos por potencias de 16.

SOLUCIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 4-3 de la guía)

3. Calcula de dos formas diferentes:

a) $(-4)\cdot(6+5) = -24-20 = -44$
$(-4)\cdot(11) = -44$

b) $5\cdot(-7) + (-7)\cdot 3 = -35-21 = -56$
$(-7)\cdot(5+3) = (-7)\cdot(8) = -56$

c) $2\cdot(-11) - (-2)\cdot 9 = -22+18 = -4$
$2\cdot(-11+9) = 2\cdot(-2) = -4$

d) $3\cdot[5+(-7)-8] = 3\cdot[5-7-8] = 3\cdot(-10) = -30$
$15-21-24 = -30$

4. Las soluciones son:

a) $x\cdot x = x^2$

b) $x - x = 0$

c) $x + x = 2\cdot x$

d) $\frac{x}{x} = 1$

5. La expresión representa la compra de videojuegos por Internet: $24{,}50\cdot x + 7{,}50$

Donde x representa el número de unidades. Si se compran tres videojuegos, se tiene:

$24{,}50\cdot 3 + 7{,}50 = 73{,}50 + 7{,}50 = 81$

(Viene de la página 4-7 de la guía)

b) $-2x^2y\cdot(5x-7y) = -2x^2y\cdot 5x - 2x^2y\cdot(-7y)$
$= -10x^3y + 14x^2y^2$.

c) $xyz\cdot(x+y+z+xyz)$
$= xyz\cdot x + xyz\cdot y + xyz\cdot z + xyz\cdot xyz$
$= x^2yz + xy^2z + xyz^2 + x^2y^2z^2$

d) $4\cdot(2x+3y+4z) = 4\cdot 2x + 4\cdot 3y + 4\cdot 4z$
$= 8x + 12y + 16z$

12. Al extraer el factor común obtenemos:

a) $3\,(4x^3 + 3x^2 - 2x + 5)$

b) $6\,(1 - 2y + 3y^2)$

c) $8a^2\,(6 + 3a)$

d) $5\,(3m + 5n + 4mn)$

13. Las soluciones son:

a) $\frac{8xy}{2x} = 4y$

Es un monomio.

b) $\frac{3x^3}{9x} = \frac{x^2}{3}$

Es un monomio.

c) $\frac{24x^3y^4}{-6x^2y} = -4xy^3$

Es un monomio

d) $\frac{10xy}{5x^2} = \frac{2y}{x}$

No es un monomio porque contiene una letra con exponente negativo.

e) $\frac{12x^3y^5}{3x^2y^7} = \frac{4x}{y^2}$

No es un monomio porque contiene una letra con exponente negativo.

f) $\frac{15x^5y^8z^4}{24x^2y^9z} = \frac{5x^3z^3}{8y}$

No es un monomio porque contiene una letra con exponente negativo.

14. Calcula

a) $\frac{6x^2y^4z^3\cdot 3x^3y}{(2x^2yz^3)^2} = \frac{18x^5y^5z^3}{4x^4y^2z^6} = \frac{9xy^3}{2z^3}$

b) $\frac{(6x^3y^4z^5)^3}{12x^2yz^2\cdot 9x^5y^7z^9} = \frac{216x^9y^{12}z^{15}}{108x^7y^8z^{11}} = 2x^2y^4z^4$

(Viene de la página 4-11 de la guía)

b) $P(x)\cdot R(x)$

$$\begin{array}{r}
2x^2 - 3x - 1 \\
x^2 - 2x - 2 \\
\hline
-4x^2 + 6x + 2 \\
-4x^3 + 6x^2 + 2x \quad \\
2x^4 - 3x^3 - x^2 \qquad\quad \\
\hline
2x^4 - 7x^3 + x^2 + 8x + 2
\end{array}$$

c) $Q(x)\cdot R(x)$

$$\begin{array}{r}
4x^2 - 2x + 4 \\
x^2 - 2x - 2 \\
\hline
8x^2 - 4x + 8 \\
-8x^3 + 4x^2 - 8x \quad \\
4x^4 - 2x^3 + 4x^2 \qquad\quad \\
\hline
4x^4 - 10x^3 + 16x^2 - 12x + 8
\end{array}$$

27. Calcular:

$$\begin{array}{r}
x^2 + x + 1 \\
x^2 + x + 1 \\
\hline
x^2 + x + 1 \\
x^3 + x^2 + x \quad \\
x^4 + x^3 + x^2 \qquad\quad \\
\hline
x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1
\end{array}$$

Por lo tanto $[P(x)]^2 = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

$$\begin{array}{r}
2x + 3 \\
2x + 3 \\
\hline
6x + 9 \\
4x^2 + 6x \quad \\
\hline
4x^2 + 12x + 9
\end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 12x + 9 \\ 2x + 3 \\ \hline 12x^2 + 36x + 27 \\ 8x^3 + 24x^2 + 18x \qquad\quad \\ \hline 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 \end{array}$$

Por lo tanto: $(2x + 3)^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$.

28. Comprobamos la propiedad asociativa de:

$P(x) = 8x^3 – 5x^2 + 6x$

Q(x) = 9x3 – 3x +6

R(x) = 9x2 – 5

Donde

$(P(x)·Q(x))·R(x) = P(x)·(Q(x)·R(x))$

Primero calculamos $(P(x)·Q(x))·R(x)$

$$\begin{array}{r} 8x^3 - 5x^2 + 6x \\ 9x^3 - 3x + 6 \\ \hline 48x^3 - 30x^2 + 36x \\ -24x^4 + 15x^3 - 18x^2 \qquad\quad \\ 72x^6 - 45x^5 + 54x^4 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \\ \hline 72x^6 - 45x^5 + 30x^4 + 63x^3 - 48x^2 + 36x \\ 9x^2 - 5 \\ \hline -360x^6 + 225x^5 - 150x^4 - 315x^3 + 240x^2 - 180x \\ 648x^8 - 405x^7 + 270x^6 + 567x^5 - 432x^4 + 324x^3 \qquad\qquad\qquad \\ \hline 648x^8 - 405x^7 - 90x^6 + 792x^5 - 582x^4 + 9x^3 + 240x^2 - 180x \end{array}$$

Ahora calculamos $P(x)·(Q(x)·R(x))$

$$\begin{array}{r} 9x^3 - 3x + 6 \\ 9x^2 - 5 \\ \hline -45x^2 + 15x - 30 \\ 81x^5 \qquad - 27x^3 + 54x^2 \qquad\qquad\quad \\ \hline 81x^5 \qquad - 27x^3 + 9x^2 + 15x - 30 \\ 8x^3 - 5x^2 + 6x \\ \hline 486x^6 \qquad -162x^4 + 54x^3 + 90x^2 - 180x \\ -405x^7 + \qquad 135x^5 - 45x^4 - 75x^3 + 150x^2 \qquad\quad \\ 648x^8 \qquad -216x^6 + 72x^5 + 120x^4 - 240x^3 \qquad\qquad\qquad \\ \hline 648x^8 - 405x^7 - 90x^6 + 792x^5 - 582x^4 + 9x^3 + 240x^2 - 180x \end{array}$$

Se comprueba la propiedad asociativa

(Viene de la página 4-15 de la guía)

$$= \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{9}{25}\right) - 3\left(\frac{4}{9}x^4 - \frac{16}{15}x^2 + \frac{16}{25}\right) + 3x^2 =$$

$$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{9}{25} - \frac{4}{3}x^4 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{48}{25} + 3x^2 =$$

$$= -\frac{4}{3}x^4 + \frac{84}{5}x^2 - \frac{39}{25}$$

b) $$3x^2\left(\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x^3\right)^2 + 4x^2·\left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{5}{6}x\right)·\left(\frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{6}x\right) =$$

$$= 3x^2\left(\frac{4}{25}x^2 - \frac{6}{10}x^4 + \frac{9}{16}x^6\right) +$$

$$+ 4x^2·\left(\frac{49}{4}x^4 - \frac{25}{36}x^2\right) =$$

$$= \frac{12}{25}x^4 - \frac{18}{10}x^6 + \frac{27}{16}x^8 + 49x^6 - \frac{25}{9}x^4 =$$

$$= \frac{27}{16}x^8 + \frac{236}{5}x^6 - \frac{517}{225}x^4$$

36. Hallamos el resultado:

$$\left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{4}\right)·\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x\right)^2 + 3x^3·\left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2}x\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{4}\right)·\left(\frac{1}{9}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{16}x^2\right) +$$

$$+ 3x^3·\left(\frac{4}{9}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{4}x^2\right) =$$

$$= \frac{5}{18}x^7 + \frac{5}{12}x^6 + \frac{5}{32}x^5 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{64}x^2 +$$

$$+ \frac{4}{3}x^7 - 6x^6 + \frac{27}{4}x^5 =$$

$$= \frac{29}{18}x^7 - \frac{67}{12}x^6 + \frac{221}{32}x^5 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{64}x^2$$

Pág. 89

37. Calculamos el valor de B, mediante la igual dada, sustituyendo los valores de A y C

$$B = \frac{2(1+3)}{2+3} = \frac{8}{5}$$

38. Hallamos una formula que permita transformar de metros por segundo (m/s) a kilómetros por hora (km/h). Para ello consideramos que:

1 km tiene 1000 m

3600 s están contenidos en 1 hora

La formula que se obtiene es:

$T = \frac{18}{5}·x$ Donde *x* representa el valor a transformar.

39. x: monedas de Pedro

y: monedas de Juan

z: monedas de Luis

$x = 3y$; $z = y + 16$; $x + y + z = 196$;

$3y + y + y + 16 = 196$; $5y = 180$; $y = 36$

Pedro tiene 108 monedas

Juan tiene 36

Luis tiene 52 monedas.

ORIENTACIONES (CONTINUACIÓN)

(Viene de la página 4-7 de la guía)

■ Empezaremos el apartado sobre factor común leyendo el texto y los ejemplos. Plantearemos a los alumnos estas cuestiones:

– *¿Cuándo podemos sacar factor común?*

– *¿Qué propiedad aplicamos al sacar factor común?*

Leeremos ahora la llamada de *Atención* del margen que destaca uno de los aspectos del procedimiento que suele conducir a errores. Al acabar preguntaremos:

– *¿Cuántos monomios tiene la expresión inicial?*

– *¿Cuántos monomios hay dentro del paréntesis?*

3.4 División

■ A continuación, leeremos el apartado sobre la división, fijándonos en el procedimiento seguido en los ejemplos:

– *¿Por qué desaparece la* y *en el primer ejemplo?*

– *¿Cómo operamos los coeficientes en una división?*

– *¿El resultado de un cociente de monomios es un monomio? Razona tu respuesta.*

Nos fijaremos ahora en la observación de la derecha, donde se explica cómo utilizar la calculadora WIRIS para operar con monomios.

Para terminar, resolveremos las actividades propuestas, que servirán de repaso de todos los métodos operativos estudiados a lo largo de esta sección.

4 Polinomios

■ Esta sección tiene como finalidad el estudio de los polinomios y sus principales características.

Leeremos la introducción y la definición del recuadro, y preguntaremos:

– *¿Un monomio es un polinomio? Razona tu respuesta.*

Nos fijaremos ahora en la nota del margen sobre la *Etimología* del término *Polinomio.*

■ A continuación, leeremos el texto referente a los elementos de un polinonio, que nos permitirá familiarizarnos con la terminología propia de los polinomios. Como resumen podemos consultar la nota *No lo olvides*. Para comprobar que los alumnos han comprendido la explicación, les podemos proponer los ejercicios:

– Describe el polinomio $3x^3 + 5x^2 – 4$

– Pon un ejemplo de un binomio que no tenga término independiente.

■ En el apartado sobre polinomios completos y ordenados, leeremos el texto y preguntaremos:

– *¿Un polinomio de grado 1 puede ser incompleto?*

– *¿Es completo el polinomio* $3x^3 + 5x^2 – x$*?*

Para saber cómo ordenaremos los polinomios en la práctica, leeremos el apunte *Ten en cuenta* del margen.

Los alumnos pueden resolver ahora las actividades 15 a 18 de la página 82.

DIRECCIONES DE INTERNET

TICHING	WEBS
http://www.tiching.com/741715	http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena5/2quincena5_contenidos_2b.htm?utm_source=tiching&utm_medium=referral
http://www.tiching.com/743435	http://www.educaplay.com/es/recursosEducativos.php?bus=algebra&buscar=+&opbus=Actividades
http://www.tiching.com/743436	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Interpretacion_expresiones_algebraicas_d3/indice.htm
http://www.tiching.com/743438	http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_2eso_expresiones_algebraicas/index_2quincena5.htm
http://www.tiching.com/743440	http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/algebra_identidades.htm
http://www.tiching.com/743441	http://www.alfonsogonzalez.es/asignaturas/2_eso/ejercicios_2_eso_propuestos.php
http://www.tiching.com/743490	http://www.vitutor.com/ab/p/polinomios_2.html