

1 FRACCIONES Y DECIMALES

Página 11

Resuelve

- 1 Expresa $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{5}{8}$ al estilo egipcio, como suma de fracciones unitarias.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

- 2 Comprueba que $\frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$ y $\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28}$ son dos formas de poner, al estilo egipcio, un mismo número fraccionario. ¿Cuál es?

Operamos:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{231} = \frac{77 + 21 + 1}{231} = \frac{99}{231} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28} = \frac{7 + 4 + 1}{28} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

- 3 El número $3;8,29,44$ está puesto en forma sexagesimal. Exprésalo como suma de fracciones cuyos denominadores sean potencias de base 60 ($3 + + 8/60 + \dots$) y pásalo a forma decimal. ¿Reconoces este número?

$$3; 8, 29, 44 = 3 + \frac{8}{60} + \frac{29}{60^2} + \frac{44}{60^3} = 3,14159259259$$

Esta es una aproximación del número π .

- 4 ¿Qué números ves en esta tablilla? Los colores de las columnas corresponden a las mismas unidades que las de la tabla de la página anterior.



$$1 \cdot 60^2 + 13 \cdot 60 + 15 = 3600 + 780 + 15 = 4395$$

$$5 + \frac{30}{60} = 5 + 0,5 = 5,5$$

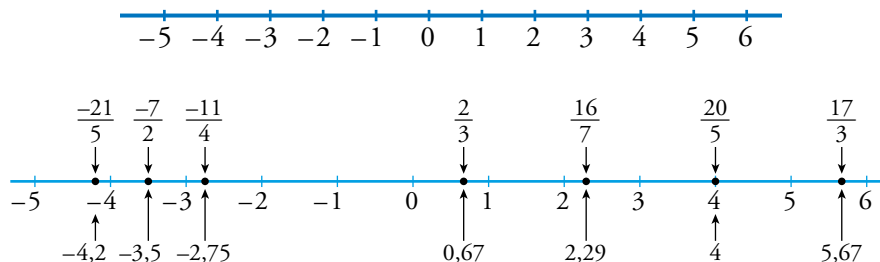
$$1 + \frac{18}{60^2} = 1 + 0,005\dots = 1,005\dots$$

1 ▶ FRACCIONES

Página 12

- 1 Dibuja en tu cuaderno una recta como esta y sitúa sobre ella, de forma aproximada, los siguientes números:

$$\frac{17}{3}, -\frac{11}{4}, \frac{20}{5}, \frac{2}{3}, \frac{16}{7}, -\frac{21}{5}, -\frac{7}{2}$$



- 2 ¿A qué fracciones corresponden estos puntos de la recta?



$$A = \frac{-19}{7}; B = \frac{-5}{4}; C = \frac{2}{3}; D = \frac{3}{2}; E = \frac{14}{6};$$

- 3 Simplifica estas fracciones:

$$\frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{5}{10}, \frac{10}{15}, \frac{-20}{30}, \frac{30}{40}, \frac{-30}{-45}, \frac{40}{-60}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; \frac{10}{15} = \frac{2}{3}; \frac{-20}{30} = \frac{-2}{3}; \frac{30}{40} = \frac{3}{4}; \frac{-30}{-45} = \frac{2}{3}; \frac{40}{-60} = \frac{-2}{3}$$

- 4 Relaciona cada fracción con su correspondiente fracción irreducible:

a) $\frac{6}{18}$ b) $\frac{15}{20}$ I) $\frac{3}{4}$ II) $\frac{-2}{5}$
c) $\frac{-15}{40}$ d) $\frac{14}{-35}$ III) $\frac{1}{3}$ IV) $\frac{-3}{8}$

a) → III); b) → I); c) → IV); d) → II)

5 ¿Verdadero o falso?

- a) $\frac{2}{5} > -\frac{7}{4}$ porque el primero es positivo y el segundo, negativo.
 b) $\frac{7}{3} > \frac{2}{5}$ porque el primero es mayor que 1 y el segundo, menor que 1.
 c) $\frac{8}{3} > \frac{7}{4}$ porque el primero es mayor que 2 y el segundo, menor que 2.
 d) $-\frac{8}{3} > -\frac{7}{4}$ porque el primero es mayor que -2 y el segundo, menor que -2 .

- a) Verdadero.
 b) Verdadero.
 c) Verdadero.

d) Falso. $-\frac{8}{3} < -2$ y $-\frac{7}{4} > -2$. Es decir, $-\frac{8}{3} < -\frac{7}{4}$.

6 Indica si estas fracciones son o no equivalentes simplificando y mediante productos cruzados:

- a) $\frac{12}{20}$ y $\frac{21}{35}$ b) $\frac{36}{102}$ y $\frac{78}{221}$

a) Primero vamos a verlo simplificando. Para ello buscamos sus fracciones irreducibles y comprobamos si coinciden.

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}; \quad \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

Coinciden, luego son equivalentes.

Ahora lo comprobamos mediante los productos cruzados.

$$12 \cdot 35 \stackrel{?}{=} 20 \cdot 21$$

$$420 = 420$$

Coinciden, luego son equivalentes.

b) Primero vamos a verlo simplificando. Para ello buscamos sus fracciones irreducibles y comprobamos si coinciden.

$$\frac{36}{102} = \frac{6}{17}; \quad \frac{78}{221} = \frac{6}{17}$$

Coinciden, luego son equivalentes.

Ahora lo comprobamos mediante los productos cruzados.

$$36 \cdot 221 \stackrel{?}{=} 102 \cdot 78$$

$$7956 = 7956$$

Coinciden, luego son equivalentes.

7 A partir de $\frac{60}{126}$, busca su fracción equivalente...

- a) ... con numerador 20. b) ... con denominador 42.

- a) $\frac{60}{126} = \frac{20}{42}$ b) $\frac{60}{126} = \frac{20}{42}$

8 Ordena de menor a mayor estas fracciones:

$$\frac{7}{12} \quad -\frac{6}{4} \quad \frac{4}{6} \quad -\frac{3}{15} \quad \frac{5}{9} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{13}{18}$$

$$\text{min.c.m. (12, 4, 6, 15, 9, 2, 4, 18) = 180}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{105}{180}; \quad -\frac{6}{4} = \frac{-270}{180}; \quad \frac{4}{6} = \frac{120}{180}; \quad -\frac{3}{15} = \frac{-36}{180};$$

$$\frac{5}{9} = \frac{100}{180}; \quad -\frac{1}{2} = \frac{-90}{180}; \quad \frac{3}{4} = \frac{135}{180}; \quad \frac{13}{18} = \frac{130}{180};$$

$$\text{Por tanto: } \frac{-6}{4} < \frac{-1}{2} < \frac{-3}{15} < \frac{5}{9} < \frac{7}{12} < \frac{4}{6} < \frac{13}{18} < \frac{3}{4}$$

2 ▶ OPERACIONES CON FRACCIONES

Página 14

Cálculo mental

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3}$	b) $1 - \frac{2}{3}$	c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
d) $\frac{7}{5} - 1$	e) $\frac{17}{5} - 3$	f) $\frac{17}{3} - 5$
a) $\frac{3}{3} = 1$	b) $\frac{1}{3}$	c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{2}{5}$	e) $\frac{2}{5}$	f) $\frac{2}{3}$

Cálculo mental

a) $3 \cdot \frac{7}{9}$	b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{8}$	c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{13}$	d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$
e) $\frac{6}{5} : \frac{3}{5}$	f) $\frac{6}{5} : 6$	g) $\frac{6}{5} : \frac{1}{2}$	h) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$
a) $\frac{7}{3}$	b) $\frac{3}{2}$	c) $\frac{6}{13}$	d) $\frac{1}{5}$
e) 2	f) $\frac{1}{5}$	g) $\frac{12}{5}$	h) 2

Efectúa las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

1

a) $\frac{7}{9} + \frac{11}{12}$	b) $6 - \frac{11}{4}$	c) $3 \cdot \frac{4}{5}$
d) $6 : \frac{4}{5}$	e) $\frac{4}{5} : 6$	f) $\frac{4}{5} : \frac{1}{6}$

a) $\frac{7}{9} + \frac{11}{12} = \frac{28}{36} + \frac{33}{36} = \frac{61}{36}$	b) $6 - \frac{11}{4} = \frac{24}{4} - \frac{11}{4} = \frac{13}{4}$
c) $3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$	d) $6 : \frac{4}{5} = 6 \cdot \frac{5}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$
e) $\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$	f) $\frac{4}{5} : \frac{1}{6} = \frac{4}{5} \cdot 6 = \frac{24}{5}$

2

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{6} - \frac{7}{8}\right) : \frac{25}{12}$	b) $\left(\frac{13}{15} - \frac{7}{25}\right) \cdot \left(\frac{9}{22} + \frac{-13}{33}\right)$
---	---

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{6} - \frac{7}{8}\right) : \frac{25}{12} = \left(\frac{18}{24} + \frac{28}{24} - \frac{21}{24}\right) : \frac{25}{12} = \frac{25}{24} : \frac{25}{12} = \frac{25}{24} \cdot \frac{12}{25} = \frac{1}{2}$

b) $\left(\frac{13}{15} - \frac{7}{25}\right) \cdot \left(\frac{9}{22} + \frac{-13}{33}\right) = \left(\frac{65}{75} - \frac{21}{75}\right) \cdot \left(\frac{27}{66} + \frac{-26}{66}\right) = \frac{44}{75} \cdot \frac{1}{66} = \frac{2}{225}$

$$3 \quad \text{a) } \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - 1\right)}{\frac{3}{4} + 1} \qquad \text{b) } \frac{(-3) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)}{(-2) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right)}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - 1\right)}{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{-1}{4}\right)}{\frac{7}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{3}{4} : \frac{7}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\text{b) } \frac{(-3) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)}{(-2) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right)} = \frac{(-3) \cdot \left(\frac{9}{15} - \frac{5}{15}\right)}{(-2) \cdot \left(\frac{20}{15} - \frac{18}{15}\right)} = \frac{(-3) \cdot \frac{4}{15}}{(-2) \cdot \frac{2}{15}} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{4}{15}} = \left(\frac{-4}{5}\right) : \left(\frac{-4}{15}\right) = \left(\frac{-4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-15}{4}\right) = 3$$

$$4 \quad \text{a) } \frac{3 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{15}\right)}{6 + \frac{4}{25} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)} \qquad \text{b) } \frac{\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)}{\left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{4}{3} + 1}$$

$$\text{a) } \frac{3 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{15}\right)}{6 + \frac{4}{25} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)} = \frac{3 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{9}{15} - \frac{2}{15}\right)}{6 + \frac{4}{25} \cdot \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right)} = \frac{3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{15}}{6 + \frac{4}{25} \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)} = \frac{3 - \frac{7}{60}}{6 + \left(\frac{-1}{25}\right)} =$$

$$= \frac{\frac{180}{60} - \frac{7}{60}}{\frac{150}{25} - \frac{1}{25}} = \frac{\frac{173}{60}}{\frac{149}{25}} = \frac{173}{60} : \frac{149}{25} = \frac{173}{60} \cdot \frac{25}{149} = \frac{4325}{8940} = \frac{865}{1788}$$

$$\text{b) } \frac{\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)}{\left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{4}{3} + 1} = \frac{\left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12}\right)}{\left(\frac{7}{12} - \frac{10}{12}\right) \cdot \frac{4}{3} + 1} = \frac{\frac{1}{9} \cdot \left(\frac{-1}{12}\right)}{\left(\frac{-3}{12}\right) \cdot \frac{4}{3} + 1} = \frac{\frac{-1}{108}}{\frac{-1}{3} + 1} = \frac{\frac{-1}{108}}{\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{-1}{108} : \frac{2}{3} = \frac{-1}{108} \cdot \frac{3}{2} = \frac{-3}{216} = \frac{-1}{72}$$

Cálculo mental

1 Halla la parte del total que corresponde a cada fracción:

a) $\frac{1}{2}$ de 520 000 €.

b) $\frac{3}{5}$ de 1 000 000 de personas.

c) $\frac{7}{10}$ de 500 edificios.

a) 260 000 € b) 600 000 personas c) 350 edificios

2 Di, en cada caso, la cantidad total:

a) $\frac{1}{2}$ del total es 350.

b) $\frac{2}{3}$ del total es 400.

c) $\frac{7}{10}$ del total es 350.

a) 700 b) 600 c) 500

Observa

1 Di en cada caso qué fracción falta para completar la unidad:

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{?}{?}$ b) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{?}{?}$ c) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{?}{?}$ d) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{?}{?}$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{1}{8}$

5 Un ciclista ha recorrido los $\frac{5}{9}$ de la etapa de hoy, de 216 km. ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos?

$$\frac{5}{9} \cdot 216 = 120$$

Lleva recorridos 120 km.

6 He sacado del banco 3 900 €, que son los $\frac{3}{11}$ de mis ahorros. ¿A cuánto ascienden mis ahorros?

$$3\,900 \cdot \frac{11}{3} = 14\,300 \text{ € son la totalidad de mis ahorros.}$$

7 De una balsa con 5 250 litros de agua, corresponden $\frac{4}{15}$ a Braulia; $\frac{2}{5}$, a Enrique, y el resto, a Ruperta. Ruperta dedica $\frac{3}{10}$ de su parte a regar tomates, y el resto, a los frutales. ¿Cuánta agua dedica Ruperta a los frutales?

$$1 - \frac{4}{15} - \frac{2}{5} = \frac{15 - 4 - 6}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ de la balsa le corresponde a Ruperta.}$$

$$\text{Ruperta dedica } 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \text{ a los frutales.}$$

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5\,250 = 1\,225 \text{ L de agua dedica a regar frutales.}$$

3 ► NÚMEROS DECIMALES

Página 16

1 Indica qué tipo de número decimal es cada uno de los siguientes:

3,52	$2,\widehat{8}$	$1,\widehat{54}$	$\sqrt{3} = 1,7320508\dots$
2,7	3,5222...	$\pi - 2 = 1,1415926\dots$	
3,52			Decimal exacto.
$2,\widehat{8}$			Decimal periódico puro.
$1,\widehat{54}$			Decimal periódico puro.
$\sqrt{3} = 1,7320508\dots$			Decimal no exacto ni periódico.
2,7			Decimal exacto.
3,5222...			Decimal periódico mixto.
$\pi - 2 = 1,1415926\dots$			Decimal no exacto ni periódico.

2 Ordena de menor a mayor estos números:

$$2,\widehat{5} \quad 2,5 \quad 2,3\widehat{5} \quad 2,505005\dots$$

$$2,3\widehat{5} < 2,5 < 2,505005\dots < 2,\widehat{5}$$

3 Escribe tres números comprendidos entre 2,5 y $2,\widehat{5}$.

Respuesta abierta.

Por ejemplo: $2,5 < 2,51 < 2,52 < 2,5\widehat{2} < 2,\widehat{5}$

4 ¿Verdadero o falso?

a) $\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\widehat{3}$

$\frac{3}{3} = 3 \cdot 0,333\dots = 0,999\dots = 0,\widehat{9}$

Como $\frac{3}{3} = 1$, resulta que $0,\widehat{9} = 1$.

b) $5,\widehat{4} = 5,\widehat{44}$

c) $3,\widehat{72} = 3,7272727\dots = 3,7\widehat{27}$

d) $0,\widehat{3} + 0,\widehat{6} = 1$

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

5 Sin efectuar la división, y atendiendo solo al denominador de la fracción simplificada, di si las siguientes fracciones darán lugar a decimales exactos o decimales periódicos:

a) $\frac{44}{150}$

b) $\frac{42}{150}$

c) $\frac{101}{1024}$

d) $\frac{1001}{500}$

a) $\frac{44}{150} = \frac{22}{75} \rightarrow 75 = 5^2 \cdot 3 \rightarrow$ Decimal periódico, pues en el denominador de la fracción simplificada hay algún factor (el 3) distinto de 2 y 5.

b) $\frac{42}{150} = \frac{7}{25} \rightarrow 25 = 5^2 \rightarrow$ Decimal exacto.

c) $\frac{101}{1024} \rightarrow 1024 = 2^{16} \rightarrow$ Decimal exacto.

d) $\frac{101}{500} \rightarrow 500 = 2^2 \cdot 5^3 \rightarrow$ Decimal exacto.

6 Escribe un valor de k para que la fracción $\frac{84}{k}$ sea:

a) Un número entero.

b) Un decimal exacto.

c) Un decimal periódico.

Respuesta abierta.

Por ejemplo:

a) $k = 2$

b) $k = 168$

c) $k = 11$

7 Expresa en forma de fracción.

- | | | | |
|-----------|---------|-----------|-----------|
| a) 6,2 | b) 0,63 | c) 1,0004 | d) 3,5 |
| e) 0,1 | f) 2,7 | g) 0,23 | h) 41,041 |
| i) 40,028 | j) 5,9 | k) 7,009 | l) 0,99 |

a) $\frac{62}{10} = \frac{31}{5}$

b) $0,63 = \frac{63}{100}$

c) $1,0004 = \frac{10\,004}{10\,000}$

d) $10N - N = 35 - 3 \rightarrow 9N = 32 \rightarrow N = \frac{32}{9}$

e) $10N - N = 1 \rightarrow 9N = 1 \rightarrow N = \frac{1}{9}$

f) $10N - N = 25 \rightarrow 9N = 25 \rightarrow N = \frac{25}{9}$

g) $100N - N = 23 - 0 \rightarrow 99N = 23 \rightarrow N = \frac{23}{99}$

h) $1\,000N - N = 41\,041 - 41 \rightarrow 999N = 41\,000 \rightarrow N = \frac{41\,000}{999}$

i) $1\,000N - N = 40\,028 - 40 \rightarrow 999N = 39\,988 \rightarrow N = \frac{39\,988}{999}$

j) $10N - N = 59 - 5 \rightarrow 9N = 54 \rightarrow N = \frac{54}{9}$

k) $1\,000N - N = 7\,002 \rightarrow N = \frac{7\,002}{999}$

l) $100N - N = 99 \rightarrow 99N = 99 \rightarrow N = \frac{99}{99} = 1$

8 Observamos que $0,208 + 0,791 = 0,999 = 1$.

Compruébalo expresando en forma de fracción cada sumando y efectuando la suma de fracciones.

$$0,208 + 0,791 = \frac{208}{999} + \frac{791}{999} = \frac{999}{999} = 1$$

9 Calcula pasando previamente los decimales a fracciones y operando con ellas.

a) $3,5 + 1,76 - 2,103$ b) $1,3 : 2,16$

a) $3,5 + 1,76 - 2,103 = \frac{32}{9} + \frac{175}{99} - \frac{2\,101}{999} = \frac{35\,375}{10\,989}$

b) $1,3 : 2,16 = \frac{12}{9} : \frac{214}{99} = \frac{66}{107}$

10 Completa el proceso para expresar como fracción el número dado en cada caso:

$$\text{a) } 6,21\overline{7} \left\{ \begin{array}{l} N = 6,21777\dots \\ 100N = 621,77777\dots \\ 1000N = 6217,7777\dots \end{array} \right.$$

$$\text{b) } 0,031\overline{62} \left\{ \begin{array}{l} N = 0,0316262\dots \\ 1000N = 31,626262\dots \\ 100000N = 3162,626262\dots \end{array} \right.$$

$$\text{a) } 1000N - 100N = 6217 - 621 \rightarrow 900N = 5526 \rightarrow N = \frac{5526}{900} = \frac{1399}{225}$$

$$\text{b) } 100000N - 1000N = 3162 - 31 \rightarrow 99000N = 3131 \rightarrow N = \frac{3131}{99000}$$

11 Expresa como fracción los decimales siguientes:

a) $6,2\overline{5}$

b) $0,00\overline{1}$

c) $5,0\overline{18}$

$$\text{a) } 100N - 10N = 625 - 62 \rightarrow 90N = 563 \rightarrow N = \frac{563}{90}$$

$$\text{b) } 1000N - 100N = 1 - 0 \rightarrow 900N = 1 \rightarrow N = \frac{1}{900}$$

$$\text{c) } 1000N - 10N = 5018 - 50 \rightarrow 990N = 4968 \rightarrow N = \frac{4968}{990} = \frac{276}{55}$$

12 ¿Cuáles de los siguientes números son racionales? Ponlos en forma de fracción:

a) $3,51$

b) $5,202002000\dots$

c) $5,0\overline{3}$

d) $0,3212121\dots$

e) $\pi = 3,141592\dots$

f) $7,4\overline{331}$

a) Sí es un número racional.

Fracción: $\frac{351}{100}$

b) No es un número racional, porque no es decimal periódico ni exacto.

c) Sí es un número racional.

Fracción: $\frac{498}{99} = \frac{166}{33}$

d) Sí es un número racional.

Fracción: $\frac{318}{990} = \frac{53}{165}$

e) No es un número racional, porque no es decimal periódico ni exacto.

f) Sí es un número racional.

Fracción: $\frac{74257}{9990}$

13 Comprueba, obteniendo las fracciones correspondientes, que $5,4\overline{8} = 5,4\overline{84}$.

$$\left. \begin{array}{l} 5,4\overline{8} \rightarrow 100N - N = 543 \rightarrow N = \frac{543}{99} \\ 5,4\overline{84} \rightarrow 1000M - 10M = 5430 \rightarrow M = \frac{5430}{990} = \frac{543}{99} \end{array} \right\} 5,4\overline{8} = 5,4\overline{84}$$

4 ► FRACCIONES Y DECIMALES CON LA CALCULADORA

Página 20

1 Introduce en la calculadora las expresiones de la derecha y comprueba que, al pulsar $\frac{\square}{\square}$, se simplifican las fracciones o se obtienen las fracciones correspondientes.

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{12}$

c) $\frac{27}{15}$

d) 3,25

e) 0,27

f) 0,321

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{9}{5}$

d) $\frac{13}{4}$

e) $\frac{27}{100}$

f) $\frac{321}{1000}$

2 Obtén, con la calculadora, las fracciones generatrices de los siguientes números decimales:

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) 2,354 | b) 3,002 | c) 0,0243 | d) 3,701 |
| e) 0,125 | f) 2,09 | g) 0,1233 | h) 1,1 |
| a) $\frac{1177}{500}$ | b) $\frac{1486}{495}$ | c) $\frac{241}{9900}$ | d) $\frac{1832}{495}$ |
| e) $\frac{62}{495}$ | f) $\frac{21}{10}$ | g) $\frac{21}{300}$ | h) $\frac{10}{9}$ |

3 Calcula con ayuda de la calculadora. Pon el resultado como fracción y como número decimal.

$$\frac{\left(\frac{4}{5} + 1\right) : \frac{2}{5}}{\left(\frac{4}{9} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{7}{\frac{8}{3} - 1}}$$

$$= -\frac{135}{154} = -0,8766233$$

4 Haz con la calculadora estas operaciones con fracciones y números decimales. Obtén los resultados en forma de fracción y de número decimal (exacto o periódico).

- | | | | |
|---|--|--|---|
| a) $\frac{5}{4} - \frac{2}{7}$ | b) $\left(\frac{4}{9} + 2\right) \cdot \frac{-3}{5}$ | c) $\left(-3 + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{5}$ | d) $\left(\frac{-2}{5} - \frac{3}{7}\right) - 2$ |
| e) $\frac{2}{7} - \left(\frac{1}{8} + 3\right) : \frac{1}{3}$ | f) $0,218 : \left(2 - \frac{5}{3}\right)$ | g) $\frac{-5}{2} - 3,25$ | h) $\left(\frac{2}{7} - 3,3\right) \cdot \frac{1}{8}$ |

a) $\frac{35-8}{28} = \frac{27}{28} = 0,96428571$

b) $\frac{22}{9} \cdot \frac{-3}{5} = -\frac{22}{15} = -1,4\hat{6}$

c) $\frac{-8}{3} : \frac{2}{5} = \frac{-40}{6} = \frac{-20}{3} = -6,6\hat{6}$

d) $\left(\frac{-29}{35}\right) - 2 = \frac{-99}{35} = -2,8285714$

e) $\frac{2}{7} - \frac{25}{8} : \frac{1}{3} = \frac{2}{7} - \frac{75}{8} = \frac{-509}{56} = -9,089285714$

f) $0,218 : \frac{1}{3} = \frac{218}{999} : \frac{1}{3} = \frac{218}{333} = 0,654$

g) $\frac{-5}{2} - \frac{293}{90} = \frac{-518}{90} = \frac{-259}{45} = -5,7\hat{5}$

h) $\left(\frac{2}{7} - \frac{30}{9}\right) \cdot \frac{1}{8} = \frac{-192}{63} \cdot \frac{1}{8} = \frac{-64}{21} \cdot \frac{1}{8} = -\frac{8}{21} = 0,380952$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Página 22

1. Operaciones con fracciones

Hazlo tú

• Calcula: $\frac{1}{3 + \frac{5}{3 + \frac{1}{2}}}$

$$\frac{1}{3 + \frac{5}{3 + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{3 + \frac{5}{\frac{6+1}{2}}} = \frac{1}{3 + \left(5 : \frac{7}{2}\right)} = \frac{1}{3 + \frac{10}{7}} = \frac{1}{\frac{21+10}{7}} = 1 : \frac{31}{7} = \frac{7}{31}$$

2. Operaciones con fracciones y decimales

Hazlo tú

• Calcula.

$$(4,2\widehat{8} - 0,1\widehat{2})0,3\widehat{1},\widehat{6} + \frac{7}{3} \cdot 0,4$$

$$N = 4,2\widehat{8} \rightarrow 10N = 42,8\widehat{8} \rightarrow 100N = 428,8\widehat{8}$$

$$100N - 10N = 428,8\widehat{8} - 42,8\widehat{8} = 386 \rightarrow 90N = 386 \rightarrow N = \frac{386}{90} = \frac{193}{45}$$

$$N = 0,1\widehat{2} \rightarrow 10N = 1,2\widehat{2} \rightarrow 100N = 12,2\widehat{2}$$

$$100N - 10N = 12,2\widehat{2} - 1,2\widehat{2} = 11 \rightarrow 90N = 11 \rightarrow N = \frac{11}{90}$$

$$0,3\widehat{1} = \frac{1}{3}$$

$$N = 1,6\widehat{6} \rightarrow 10N = 16,6\widehat{6}$$

$$10N - N = 16,6\widehat{6} - 1,6\widehat{6} = 15 \rightarrow 9N = 15 \rightarrow N = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

Ahora operamos:

$$\left(\frac{193}{45} - \frac{11}{90}\right) \cdot \frac{1}{3} : \frac{5}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{375}{90} \cdot \frac{1}{3} : \frac{5}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{25}{18} : \frac{5}{3} + \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{5}{6} + \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$\frac{5}{6} + \frac{14}{15} = \frac{53}{30}$$

3. Calcular el total

Hazlo tú

- De un bidón de aceite se saca primero la mitad, y después, la quinta parte de lo que queda. Si en el bidón aún hay 3 L, ¿cuál es su capacidad?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } x = 3 \rightarrow x = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2}$$

La capacidad del bidón de aceite es de 7,5 litros.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 23

Practica

Fracciones y decimales

1 Simplifica las siguientes fracciones y agrupa las que sean equivalentes:

$$\frac{24}{36} \quad \frac{26}{65} \quad \frac{225}{400} \quad \frac{26}{39} \quad \frac{66}{165} \quad \frac{343}{539}$$

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}; \quad \frac{26}{65} = \frac{2}{5}; \quad \frac{225}{400} = \frac{9}{16}; \quad \frac{26}{39} = \frac{2}{3}; \quad \frac{66}{165} = \frac{2}{5}; \quad \frac{343}{539} = \frac{7}{11}$$

Son equivalentes:

$$\frac{24}{60}; \quad \frac{26}{65}; \quad \frac{66}{165}$$

2 Reduce a común denominador y ordena de menor a mayor.

$$\frac{11}{24} \quad -\frac{7}{4} \quad \frac{3}{8} \quad -\frac{1}{6} \quad \frac{5}{12} \quad -\frac{5}{3}$$

$$\frac{11}{24}, \frac{-42}{24}, \frac{9}{24}, \frac{-4}{24}, \frac{10}{24}, \frac{-40}{24} \rightarrow -\frac{7}{4} < -\frac{5}{3} < -\frac{1}{6} < \frac{3}{8} < \frac{5}{12} < \frac{11}{24}$$

4 Halla, en cada caso, el valor de x :

a) $\frac{x}{18} = \frac{35}{42}$

b) $\frac{32}{x} = \frac{12}{15}$

a) $x = 15$

b) $x = 40$

5 Expresa como suma de un número entero y una fracción, igual que se hace en el ejemplo:

$$\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{15}{8}$ c) $\frac{16}{7}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) $-\frac{7}{3}$

a) $\frac{8}{5} = \frac{5+3}{5} = 1 + \frac{3}{5}$ b) $\frac{15}{8} = \frac{8+7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

c) $\frac{16}{7} = \frac{14+2}{7} = 2 + \frac{2}{7}$ d) $-\frac{3}{2} = \frac{-2-1}{2} = -1 - \frac{1}{2}$

e) $-\frac{7}{3} = \frac{-6-1}{3} = -2 - \frac{1}{3}$

6 Expresa como número decimal cada una de las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{25} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{23}{6} \quad \frac{17}{200} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{233}{990} \quad \frac{13}{22}$$

$$\frac{9}{25} = 0,36; \quad \frac{13}{9} = 1,4\bar{4}; \quad \frac{23}{6} = 3,8\bar{3}; \quad \frac{17}{200} = 0,085$$

$$\frac{5}{7} = 0,7\overline{14285}; \quad \frac{233}{990} = 0,2\overline{35}; \quad \frac{13}{22} = 0,5\overline{90}$$

7 Determina, sin realizar la división, cuáles son decimales exactos y cuáles decimales periódicos.

$$\frac{3}{2} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{7 \cdot 11}{3 \cdot 5^2} \quad \frac{19}{2^2 \cdot 5} \quad \frac{3 \cdot 7^2 \cdot 23}{5 \cdot 7}$$

Decimales exactos $\rightarrow \frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{19}{2^2 \cdot 5}, \frac{3 \cdot 7^2 \cdot 23}{5 \cdot 7}$ Decimales periódicos $\rightarrow \frac{13}{9}, \frac{7 \cdot 11}{3 \cdot 5^2}$

8 Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos o periódicos (intenta dar la respuesta antes de efectuar la división):

$$\frac{4}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{17}{60} \quad \frac{81}{250}$$

Decimales exactos $\rightarrow \frac{2}{5}, \frac{1}{50}, \frac{81}{250}$ Decimales periódicos $\rightarrow \frac{4}{3}, \frac{13}{11}, \frac{17}{60}$

9 Escribe tres números que estén comprendidos entre cada par de decimales:

a) 0,345 y 0,346

b) $2,\widehat{3}$ y 2,4

c) -4,5 y -4,4

a) 0,3451; 0,3452; 0,3456

b) 0,234; 0,235; 0,236

c) -4,45; -4,46; -4,47

10 Ordena de menor a mayor en cada apartado:

a) 3,56; $3,\widehat{56}$; $3,\widehat{5}$; $3,\widehat{56}$

b) -1,32; $-1,\widehat{32}$; $-1,\widehat{32}$; $-1,\widehat{3}$

c) $2,\widehat{3}$; $\frac{8}{3}$; 2,34; $\frac{32}{15}$; $\frac{21}{10}$

a) $3,\widehat{5} < 3,56 < 3,\widehat{56} < 3,\widehat{56}$

b) $-1,\widehat{3} < -1,\widehat{32} < -1,\widehat{32} < -1,32$

c) $\frac{21}{10} < \frac{32}{15} < 2,\widehat{3} < 2,34 < \frac{8}{3}$

11 Expresa en forma de fracción.

a) -1,03

b) $14,\widehat{3}$

c) $-2,\widehat{5}$

d) $0,\widehat{32}$

e) $0,\widehat{012}$

f) $-3,\widehat{15}$

g) $5,\widehat{345}$

h) $9,\widehat{09}$

a) $-\frac{103}{100}$

b) $\frac{129}{9} = \frac{43}{3}$

c) $-\frac{23}{9}$

d) $\frac{29}{90}$

e) $\frac{12}{990} = \frac{2}{165}$

f) $\frac{-312}{99} = \frac{-104}{33}$

g) $\frac{4811}{900}$

h) $\frac{819}{90}$

Operaciones con fracciones

12 Calcula mentalmente:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$

d) $\frac{2}{3}$ de 60

e) $\frac{12}{7} : 3$

f) $\frac{8}{15} \cdot 5$

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{15}$

c) $\frac{3}{2}$

d) 40

e) $\frac{4}{7}$

f) $\frac{8}{3}$

13 Calcula mentalmente:

a) La mitad de $\frac{2}{3}$.

b) La tercera parte de $\frac{12}{7}$.

c) Los dos tercios de un número valen 22. ¿Cuál es el número?

d) Los cinco cuartos de un número valen 35. ¿Cuál es el número?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{4}{7}$

c) 33

d) 28

14 Reduce a una fracción.

a) $\frac{3 + \frac{1}{2}}{7 - \frac{3}{2}}$

b) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{7}{12}}$

c) $\frac{\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}$

a) $\frac{\frac{7}{2}}{\frac{11}{2}} = \frac{7}{11}$

b) $\frac{\frac{-5}{12}}{\frac{3}{12}} = -\frac{5}{3}$

c) $\frac{\frac{21}{40}}{\frac{-3}{10}} = -\frac{7}{4}$

15 Efectúa y simplifica descomponiendo en factores, como en el ejemplo:

$$\frac{15}{21} \cdot \frac{7}{25} = \frac{15 \cdot 7}{21 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36}$

a) $\frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 21} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{6 \cdot 5}{25 \cdot 18} = \frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{1}{15}$

c) $\frac{12 \cdot 35}{7 \cdot 36} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{9 \cdot 20}{16 \cdot 27} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{5}{12}$

e) $\frac{13 \cdot 84}{12 \cdot 65} = \frac{13 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13} = \frac{7}{5}$

f) $\frac{90 \cdot 14}{35 \cdot 36} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 2} = 1$

16 Calcula pasando previamente a fracción.

a) $3,5 + 2,\widehat{3}$

b) $0,1\widehat{2} - 0,2$

c) $1,\widehat{6} - 1,0\widehat{2}$

d) $3,\widehat{42} + 7,\widehat{6}$

Comprueba que las soluciones, dadas en otro orden, son $-\frac{7}{90}$, $\frac{35}{6}$, $\frac{122}{11}$ y $\frac{29}{45}$.

a) $3,5 + 2,\widehat{3} = \frac{35}{10} + \frac{21}{9} = \frac{7}{2} + \frac{7}{3} = \frac{35}{6}$

b) $0,1\widehat{2} - 0,2 = \frac{11}{90} - \frac{2}{10} = \frac{-7}{90}$

c) $1,\widehat{6} - 1,0\widehat{2} = \frac{15}{9} - \frac{92}{90} = \frac{29}{45}$

d) $3,\widehat{42} + 7,\widehat{6} = \frac{339}{99} + \frac{69}{9} = \frac{122}{11}$

17 Opera y expresa cada resultado con una fracción irreducible.

$$a) \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{7}{15} : \left(\frac{4}{5} - 1 + \frac{2}{3}\right)$$

$$b) \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{6}$$

$$c) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right]$$

$$d) -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)$$

$$e) \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3}\right)\right]$$

$$f) 5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$$g) -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$$

Las soluciones son, dadas en otro orden, $11/4$, $-7/30$, -1 , $-26/3$, $17/24$, $-3/4$ y $-1/3$.

$$a) \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{7}{15} : \left(\frac{4}{5} - 1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \left(\frac{-3+2}{3}\right) - \frac{7}{15} : \left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{3}\right) - \frac{7}{15} : \left(\frac{-3+10}{15}\right) =$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{7}{15} : \frac{7}{15} = \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - 1 = \frac{18+5-30}{30} = \frac{-7}{30}$$

$$b) \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{6} = \frac{3+1}{3} - \left(\frac{3+2}{4}\right) \left(\frac{4-3}{12}\right) : \frac{1}{6} = \frac{4}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{12} : \frac{1}{6} = \frac{4}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{5}{8} = \frac{17}{24}$$

$$c) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right] = \frac{9+5}{15} - \left[1 - \left(\frac{3-2}{4}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right] = \frac{14}{15} - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right) =$$

$$= \frac{56-60+15-40+9}{60} = \frac{-20}{60} = \frac{-1}{3}$$

$$d) -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{6} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) = \frac{-16+18-8-18}{24} = \frac{-24}{24} = -1$$

$$e) \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3}\right)\right] = \left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{12}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(\frac{3+5}{3}\right)\right] = \left(\frac{30-10+2}{12}\right) : \left(2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3}\right) =$$

$$= \frac{22}{12} : \left(2 - \frac{8}{6}\right) = \frac{11}{6} : \left(\frac{12-8}{6}\right) = \frac{11}{6} : \frac{4}{6} = \frac{11}{4}$$

$$f) 5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = 5 : \left(\frac{2+4}{4}\right) - 3 : \left(\frac{2-1}{4}\right) = 5 : \frac{6}{4} - 3 : \frac{1}{4} = \frac{20}{6} - 12 = \frac{20-72}{6} = \frac{-52}{6} = \frac{-26}{3}$$

$$g) -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right] = -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17-20}{20}\right) \cdot \left(\frac{1-9}{3}\right)\right] = -\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{-3}{20}\right) \cdot \left(\frac{-8}{3}\right)\right] =$$

$$= -\frac{3}{8} \left(3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{8}{20}\right)\right) = \frac{-3}{8} \left(\frac{60-12-8}{20}\right) = \frac{-3}{8} \cdot \frac{40}{20} = \frac{-12}{16} = \frac{-3}{4}$$

18 Si $m = \frac{1}{3}$ y $n = \frac{-7}{2}$, calcula:

$$\text{a) } \frac{4m + \frac{1}{2}n}{m \cdot n - \frac{m}{n}}$$

$$\text{b) } 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{m - \frac{1}{n}}}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)}{\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right) - \frac{\frac{1}{3}}{\left(\frac{-7}{2}\right)}} = \frac{\frac{4}{3} + \left(\frac{-7}{4}\right)}{-\frac{7}{6} + \frac{2}{21}} = \frac{\frac{16-21}{12}}{\frac{-49+4}{42}} = \frac{\frac{-5}{12}}{\frac{-45}{42}} = \frac{(-5) \cdot 42}{12 \cdot (-45)} = \frac{7}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{\left(\frac{-7}{2}\right)}\right)}} &= 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{2}{7}}} = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{7+6}{21}}} = 1 + \frac{1}{1 - \frac{21}{13}} = 1 + \frac{1}{\frac{13-21}{13}} = \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{-8}{13}} = 1 - \frac{13}{8} = \frac{8-13}{8} = \frac{-5}{8} \end{aligned}$$

19 ¿Verdadero o falso?

$$a) \frac{4}{3} - (0,75 + 0,6) + \frac{13}{12} = 1$$

$$b) \left(\frac{5}{6} + 0,16\right)\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{65}{8}\left(0,1 - 0,2 - \frac{1}{3}\right) = \frac{17}{36}$$

$$c) \frac{1:\frac{3}{4} - 1,3:1,13}{15 \cdot 0,02 + \frac{2}{3} - 1,09} = -\frac{80}{51}$$

$$a) 0,75 = \frac{75}{100} \quad 0,6 = \frac{6}{9}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} - \left(\frac{75}{100} + \frac{6}{9}\right) + \frac{13}{12} = 1 &\rightarrow \frac{4}{3} - \left(\frac{675+600}{900}\right) + \frac{13}{12} = 1 \rightarrow \frac{4}{3} - \frac{1275}{900} + \frac{13}{12} = 1 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1200-1275}{900} + \frac{13}{12} = 1 \rightarrow -\frac{75}{900} + \frac{13}{12} = 1 \rightarrow -\frac{1}{12} + \frac{13}{12} = 1 \rightarrow \frac{12}{12} = 1 \end{aligned}$$

Verdadero.

$$b) 0,16 = \frac{15}{90} \quad 0,1 = \frac{1}{9} \quad 0,2 = \frac{2}{10}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{6} + \frac{15}{90}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{65}{8}\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{1}{3}\right) = \frac{17}{36} &\rightarrow \left(\frac{75+15}{90}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{65}{8}\left(\frac{10-18-30}{90}\right) = \frac{17}{36} \\ &\rightarrow -\frac{4}{3} + \frac{65}{8}\left(-\frac{38}{90}\right) = \frac{17}{36} \rightarrow -\frac{4}{3} + \frac{247}{72} = \frac{17}{36} \rightarrow \frac{-96-247}{72} = \frac{17}{36} \rightarrow \frac{-343}{72} \neq \frac{17}{36} \end{aligned}$$

Falso.

$$c) 1,3 = \frac{12}{9} \quad 1,13 = \frac{102}{90} \quad 0,02 = \frac{2}{90} \quad 1,09 = \frac{99}{90}$$

$$\begin{aligned} \frac{1:\frac{3}{4} - \frac{12}{9} : \frac{102}{90}}{15 \cdot \frac{2}{90} + \frac{2}{3} - \frac{99}{90}} = \frac{-80}{51} &\rightarrow \frac{\frac{4}{3} - \frac{20}{17}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{99}{90}} = \frac{-80}{51} \rightarrow \frac{68-60}{51} = \frac{-80}{51} \\ &\rightarrow \frac{68-60}{51} = \frac{-80}{51} \rightarrow \frac{8}{51} = \frac{-80}{51} \rightarrow \frac{-80}{51} = \frac{-80}{51} \end{aligned}$$

Verdadero.

Resuelve problemas

- 20** De un depósito, en el que había 1 500 L de agua, se gastan un día $\frac{5}{12}$ del depósito, y otro día, 500 L. ¿Qué fracción queda?

$$\frac{5}{12} \text{ de } 1\,500 = \frac{5}{12} \cdot 1\,500 = 5 \cdot \frac{1\,500}{12} = 5 \cdot 125 = 625 \text{ L}$$

Entonces en un día quedan $1\,500 \text{ L} - 625 \text{ L} = 875 \text{ L}$.

Otro día quedan $875 \text{ L} - 500 \text{ L} = 375 \text{ L}$.

Para ver qué fracción es 375 L hacemos:

$$\frac{375}{1\,500} = \frac{1}{4}$$

Queda $\frac{1}{4}$ de depósito.

- 21** A Julia le regalan 120 € por su cumpleaños. Si gasta $\frac{2}{5}$ en ropa, $\frac{1}{4}$ en libros y $\frac{3}{20}$ en ocio, ¿cuánto gastó en cada cosa? ¿Qué fracción del dinero le queda?

$$\frac{2}{5} \text{ de } 120 \text{ €} = \frac{2}{5} \cdot 120 = 2 \cdot \frac{120}{5} = 2 \cdot 24 = 48 \text{ € en ropa.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 120 \text{ €} = \frac{1}{4} \cdot 120 = 1 \cdot \frac{120}{4} = 1 \cdot 30 = 30 \text{ € en libros.}$$

$$\frac{3}{20} \text{ de } 120 \text{ €} = \frac{3}{20} \cdot 120 = 3 \cdot \frac{120}{20} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ € en ocio.}$$

En total ha gastado $48 + 30 + 18 = 96 \text{ €}$.

Veamos ahora a qué fracciones corresponde:

$$\frac{96}{120} = \frac{4}{5} \text{ ha gastado.}$$

Luego le queda $\frac{1}{5}$ del dinero.

- 22** Con un barril de vino se han llenado 480 botellas de $\frac{2}{5}$ de litro. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro se podrán llenar con un barril igual al anterior?

Calculamos cuantos litros de vino contiene el barril.

$$480 \cdot \frac{2}{5} = \frac{480 \cdot 2}{5} = 96 \cdot 2 = 192 \text{ litros.}$$

Repartimos esos 192 litros entre las botellas de $\frac{3}{4}$.

$$192 : \frac{3}{4} = \frac{192 \cdot 4}{3} = 64 \cdot 4 = 256 \text{ botellas de } \frac{3}{4} \text{ litros.}$$

- 23** La información nutricional de una marca de leche dice que hay 120 mg de calcio por cada 100 mL de leche. Esa cantidad de calcio es $\frac{3}{20}$ de lo que es recomendable que tome diariamente una persona. Calcula la cantidad de calcio diaria recomendada.

$$120 \text{ mg son } \frac{3}{20} \rightarrow 120 \text{ mg} : 3 = 40 \text{ mg} \rightarrow \frac{1}{20}.$$

$$\text{Necesitamos saber } \frac{20}{20} \rightarrow 40 \text{ mg} \cdot 20 = 800 \text{ mg.}$$

Conclusión: la cantidad diaria de calcio recomendada es 800 mg.

24 Los $\frac{3}{5}$ de las entradas de un teatro corresponden al patio de butacas; $\frac{1}{4}$ son del primer anfiteatro, y el resto, las del segundo anfiteatro, son 90. ¿Cuántas plazas tiene el teatro?

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20} \text{ patio de butacas + primer anfiteatro.}$$

$$\frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20} \text{ son las del segundo anfiteatro.}$$

$$\frac{3}{20} \rightarrow 90 \text{ entradas luego } 90 : 3 = 30 \text{ entradas es } \frac{1}{20}.$$

$$\text{Buscamos } \frac{20}{20} \rightarrow 20 \cdot 30 = 600 \text{ plazas tiene el teatro.}$$

25 De los 28 estudiantes de una clase, $\frac{4}{7}$ aprobaron todas las asignaturas, y de ellos, $\frac{1}{4}$ obtuvieron sobresaliente de nota media. ¿Cuántos sacaron sobresaliente? ¿Qué parte de la clase suspendió alguna asignatura?

$$\frac{4}{7} \text{ de 28 han aprobado todo } \rightarrow \frac{4 \cdot 28}{7} = 16 \rightarrow 16 \text{ alumnos han aprobado todo.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de 16 tiene sobresaliente de media } \rightarrow \frac{1 \cdot 16}{4} = 4 \rightarrow 4 \text{ alumnos tiene sobresaliente de media.}$$

$$28 - 16 = 12 \rightarrow 12 \text{ alumnos han suspendido alguna asignatura.}$$

26 Ana utiliza parte del dinero que lleva para comprar varios cómics, todos a igual precio. Si con un quinto del dinero que tenía ha pagado un tercio del total de los cómics que compró, ¿qué fracción del dinero que llevaba le quedará después de pagar todos los cómics?

$$\frac{1}{3} \text{ de los cómics lo paga con } \frac{1}{5}.$$

$$\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3} \text{ lo paga con } 2 \cdot \frac{1}{5}.$$

$$\frac{3}{3} = 3 \cdot \frac{1}{3} \text{ lo paga con } 3 \cdot \frac{1}{5}.$$

$$\downarrow \text{ Total de los cómics } \rightarrow \frac{3}{5} \text{ del dinero para los cómics.}$$

$$\downarrow \text{ Le quedarán } \frac{2}{5} \text{ del dinero.}$$

27 De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después $\frac{3}{5}$ de lo que quedaba. Los 600 m^2 restantes se destinaron a caminos y jardines. ¿Cuál era la superficie del solar?

$$\text{Si se venden } \frac{2}{3} \text{ de superficie, queda } \frac{1}{3} \text{ de superficie.}$$

$$\text{Calculamos los } \frac{3}{5} \text{ de } \frac{1}{3} \rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

Lo que queda después de las ventas es:

$$1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) = \frac{15}{15} - \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\text{Si } \frac{2}{15} \text{ son } 600 \text{ m}^2 \text{ la superficie total del solar será:}$$

$$600 \cdot \frac{15}{2} = 4500 \text{ m}^2.$$

28 La tercera parte de quienes asisten a un congreso son de España y $\frac{3}{10}$ son de Francia. De los restantes, los $\frac{6}{11}$ son de Suiza y hay 25 de Italia. ¿Cuántas personas asistieron al congreso?

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{19}{30} \text{ españoles + franceses.}$$

Luego $\frac{11}{30}$ representa el resto de asistentes.

$$\frac{6}{11} \text{ de } \frac{11}{30} = \frac{6}{11} \cdot \frac{11}{30} = \frac{1}{5} \text{ son ingleses.}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{50 + 45 + 30}{150} = \frac{125}{150} = \frac{5}{6} \text{ españoles + franceses + ingleses.}$$

Entonces $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ italianos.

$$\frac{1}{6} \text{ del total} = 25 \text{ italianos.}$$

La sexta parte son italianos luego $\frac{6}{6}$ serán $6 \cdot 25 = 150$.

Conclusión: 150 asistentes al congreso.

29 Miguel gasta los $\frac{3}{5}$ de su paga mensual cuando han transcurrido $\frac{2}{3}$ del mes. Si durante el resto del mes mantiene el mismo ritmo de gasto, ¿qué fracción de su sueldo ahorra al final?

Total de paga mensual $\frac{5}{5} = 1$.

$$\text{Gasta: } \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}.$$

$$\frac{2}{3} \text{ mes } \frac{1}{3} \text{ mes} \cdot \text{resto mes} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ahora: } 1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) = 1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{10} \right) = 1 - \left(\frac{6}{10} + \frac{3}{10} \right) = 1 - \left(\frac{9}{10} \right) = \frac{1}{10}$$

Miguel ahorra $\frac{1}{10}$ de su sueldo.

30 Dos cajas de manzanas se ponen a la venta a 2,50 € el kilo. La primera, que supone los $\frac{5}{12}$ del total, se vende por 50 €. ¿Cuántos kilos de manzanas había en cada caja?

Si $\frac{5}{12}$ del total se vende por 50 €, el total se vende por $\frac{50 \cdot 12}{5} = 120$ €.

El total de kilos es $120 : 2,5 = 48$ kg

La primera caja tiene $\frac{48 \cdot 5}{12} = 20$ kg

La segunda caja tiene $48 - 20 = 28$ kg

Resuelve: un poco más difícil

31 Tantea para completar en tu cuaderno estas igualdades con los dígitos que faltan:

a) $\frac{\square 36}{2156} = \frac{\square \square}{77}$	b) $\frac{84}{315} = \frac{\square \square}{45} = \frac{\square}{\square 5}$
c) $\frac{3\square 3}{53\square} = \frac{\square}{11}$	d) $\frac{75}{4\square 5} = \frac{\square 5}{8\square} = \frac{\square}{27}$
a) $\frac{336}{2156} = \frac{12}{77}$	b) $\frac{84}{315} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$
c) $\frac{343}{539} = \frac{7}{11}$	d) $\frac{75}{405} = \frac{15}{81} = \frac{5}{27}$

32 Escribe en tu cuaderno el signo (+, -, · o :) correspondiente en cada hueco para que se cumplan estas igualdades:

a) $\frac{2}{5} \square \frac{2}{3} \square \frac{3}{10} = \frac{17}{30}$	b) $\frac{4}{5} \square \frac{10}{3} \square \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$
a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{17}{30}$	b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$

33 Dos agricultores, padre e hija, tardan 2 h en arar un campo. Si lo hace solo el padre, tarda 6 h. ¿Cuánto tardará la hija en hacerlo sola?

Padre e hijo → 2 horas → En 1 hora aran $\frac{1}{2}$ del terreno.

Padre → 6 horas → En una hora ara $\frac{1}{6}$ de terreno.

En una hora, el hijo ara $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ del terreno.

Por tanto, el hijo tardará 3 horas en arar el terreno él solo.

34 Un grifo llena un depósito de agua en 9 horas. Si además del grifo se abre el desagüe, entonces el tiempo de llenado es 36 horas. ¿Cuánto tarda el desagüe en vaciar el depósito, estando el grifo cerrado?

Grifo → 9 h de llenado → en 1 hora llena $\frac{1}{9}$

Grifo + desagüe → 36 h de llenado → en 1 hora llenan $\frac{1}{36}$

El desagüe vacía el depósito a razón de $\frac{1}{9} - \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$ cada hora.

El desagüe vacía el depósito, estando el grifo cerrado, en 12 horas.

35 Dos jarras de 600 mililitros cada una contienen zumo de naranja. Una está llena la tercera parte, y la otra, los dos quintos. Añadimos agua a cada una hasta llenarlas completamente y, posteriormente, las vaciamos en una jarra grande. ¿Qué fracción del líquido de la jarra grande es zumo de naranja?

$$\frac{1}{3} \text{ de } 600 \text{ es zumo} \rightarrow \frac{600}{3} = 200 \text{ mL son zumo en la 1.ª jarra.}$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 600 \text{ es zumo} \rightarrow \frac{2 \cdot 600}{5} = 240 \text{ mL son zumo en la 2.ª jarra.}$$

Añadimos agua hasta llenar las dos jarras.

Vaciamos las dos jarras:

En total tenemos 1 200 mL en la jarra grande.

De los cuales $200 + 240 = 440$ mL son de zumo.

Veamos que fracción representa:

$$\frac{440}{1200} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

Conclusión: en la jarra grande hay $\frac{11}{30}$ de zumo.

36 En una fiesta, los $\frac{2}{3}$ son chicos, los $\frac{3}{5}$ de las chicas tienen pareja y hay 6 chicas que no tienen. ¿Cuántas personas asistieron a esa fiesta?

$\frac{2}{3}$ del total de personas son chicos luego $\frac{1}{3}$ del total son chicas.

$\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$ tienen pareja luego $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ no tienen pareja.

$\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$ chicas sin pareja del total.

Hay 6 chicas sin pareja, luego $\frac{2}{15}$ del total son 6 chicas sin pareja.

Para calcular el n.º de personas que asistieron a la fiesta hacemos $6 : \frac{2}{15} = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45$

Conclusión: asistieron 45 personas a la fiesta.

37 Gasto $\frac{1}{10}$ de lo que tengo ahorrado en mi hucha; después, ingreso $\frac{1}{15}$ de lo que me queda y aún me faltan 36 € para volver a tener la cantidad inicial. ¿Cuál era esa cantidad?

Gasto $\frac{1}{10}$ del total de los ahorros, luego me quedan $\frac{9}{10}$ en la hucha.

Ingreso $\frac{1}{15}$ de $\frac{9}{10} \rightarrow \frac{1 \cdot 9}{15 \cdot 10} = \frac{3}{50}$.

Hay en la hucha $\frac{9}{10} + \frac{3}{50} = \frac{48}{50}$.

Para volver a tener la cantidad inicial faltan 36 € que equivalen a $\frac{2}{50}$ del total.

Luego para calcular la cantidad inicial hacemos:

$$36 \cdot \frac{50}{2} = \frac{1800}{2} = 900 \text{ €}$$

Conclusión: inicialmente tenía 900 € en la hucha.

38 Un grupo de amigas ha ido a comer a una pizzería y han elegido tres tipos de *pizza*, A, B y C. Cada una ha tomado $\frac{1}{2}$ de A, $\frac{1}{3}$ de B y $\frac{1}{4}$ de C; han pedido en total 17 *pizzas* y, como es lógico, no ha sobrado ninguna entera.

- a) ¿Ha tomado cada una más de una *pizza*, o menos? ¿Cuántas amigas son?
 b) ¿Cuántas *pizzas* de cada tipo han encargado? ¿Ha sobrado algo?
 c) Contesta a las mismas preguntas si hubiese sido 20 el número de *pizzas* pedido.

a) Cada una toma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$; es decir, han tomado más de una pizza cada una.

Como cada una toma más de una pizza y han comprado 17 pizzas, eso quiere decir que son menos de 17. Veamos cuántas.

$$\frac{13}{12}x = 17 \rightarrow x = 15,69$$

Por tanto, son 15 amigas.

b) Sabiendo que cada una toma $\frac{1}{2}$ de A, $\frac{1}{3}$ de B y $\frac{1}{4}$ de C, y que son 15 amigas, han encargado:

- 8 pizzas de A, pues $\frac{15}{2} = 7,5$, y ha sobrado $\frac{1}{2}$ de pizza A.
- 5 pizzas de B, pues $\frac{15}{3} = 5$, y no ha sobrado nada de pizza B.
- 4 pizzas de C, pues $\frac{15}{4} = 3,75$, y ha sobrado $\frac{1}{4}$ de pizza C.

c) Si han comprado 20 pizzas:

- Siguen comiendo $\frac{13}{12} > 1$ cada una.

$$\frac{13}{12}x = 20 \rightarrow x = 18,46$$

Ahora son 18 amigas.

- Ahora han encargado:

$$\frac{18}{2} = 9 \text{ pizzas A}$$

$$\frac{18}{3} = 6 \text{ pizzas B}$$

$$\frac{18}{4} = 4,5 \rightarrow \text{Han encargado 5 pizzas C y ha sobrado } \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ de C.}$$

Reflexiona

39 Existe una regla general para escribir decimales periódicos como fracción sin aplicar el procedimiento que aprendiste en la unidad:

$$x = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{número decimal} \\ \text{sin la coma} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \text{parte no periódica del} \\ \text{número sin la coma} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{tantos nueves como} \\ \text{cifras tenga el periodo} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{tantos ceros como cifras} \\ \text{haya en el anteperiodo} \\ \hline \end{array}}$$

$$3,2\widehat{7} = \frac{327 - 3}{99} \quad 18,25\widehat{73} = \frac{182573 - 1825}{9900}$$

Comprueba que se cumple para los siguientes números periódicos:

a) $11,1\widehat{23}$ b) $0,7\widehat{}$ c) $3,2\widehat{501}$ d) $0,0217\widehat{1}$

a) $\frac{11123 - 11}{999} = \frac{11112}{999} = \frac{3704}{333} = 11,1\widehat{23}$ se cumple.

b) $\frac{7 - 0}{9} = \frac{7}{9} = 0,7\widehat{}$ se cumple.

c) $\frac{32501 - 32}{9990} = \frac{32469}{9990} = \frac{10823}{3330} = 3,2\widehat{501}$ se cumple.

d) $\frac{2171 - 217}{90000} = \frac{1954}{90000} = \frac{977}{45000} = 0,0217\widehat{1}$ se cumple.

40 Busca cuatro fracciones comprendidas entre $\frac{1}{11}$ y $\frac{1}{12}$. ¿Cuántas hay?

Buscamos fracciones equivalentes a $\frac{1}{11}$ y $\frac{1}{12}$ con un denominador común, por ejemplo 660.

$$\frac{1}{11} = \frac{60}{660} \quad \frac{1}{12} = \frac{55}{660}$$

Entre $\frac{55}{660}$ y $\frac{60}{660}$ están comprendidas $\frac{56}{660}$, $\frac{57}{660}$, $\frac{58}{660}$, $\frac{59}{660}$.

Si en lugar de 660 elegimos un denominador común muy grande, podemos escribir tantas como queramos.

Hay infinitas.

41 ¿Verdadero o falso? Explica y pon ejemplos.

- a) Hay números decimales que no son racionales.
- b) El cociente de dos números decimales exactos es siempre un decimal exacto.
- c) Al sumar dos números decimales periódicos puros se obtiene siempre un decimal periódico puro.
- d) Todos los números enteros se pueden expresar en forma de fracción.
- e) Si dos fracciones positivas son menores que 1, su producto puede ser mayor que 1.
- f) Al dividir dos números decimales periódicos se obtiene un decimal periódico.

- a) Verdadero. π es irracional. b) Falso. $2,3\overline{3} : 1,7 = 1,3705882\dots$
- c) Verdadero. El denominador de una fracción que representa a un decimal periódico puro es de la forma 9 o $99 = 9 \cdot 11$ o $999 = 9 \cdot 111$ o \dots . Al sumar dos fracciones con estos denominadores, se obtiene una fracción cuyo denominador es 9 o 99 o $999\dots$. Es decir, un decimal periódico puro. $3,7\overline{7} + 5,8\overline{8} = 9,6\overline{6}$
- d) Verdadero. Si a es un entero, $a = \frac{a}{1}$.
- e) Falso. Al multiplicar dos fracciones menores que 1, resulta siempre una fracción más pequeña que cualquiera de las dos dadas.
- f) Falso. Contra ejemplo: $(14/3) : (7/6)$.

$$\frac{14}{3} = 4,6\overline{6} \quad \left(\frac{14}{3}\right) : \left(\frac{7}{6}\right) = \frac{14 \cdot 6}{3 \cdot 7} = 4$$

$$\frac{7}{6} = 1,1\overline{6}$$

42 Divide por 11 los números del 1 al 10.

- a) ¿Cuántos decimales distintos pueden salir?
- b) ¿Tiene eso que ver con el hecho de que estemos dividiendo entre 11?
- c) ¿Puedes predecir el resultado de $23 : 11$ y de $40 : 11$?

a) $\frac{1}{11} = 0,0\overline{9}$; $\frac{2}{11} = 0,1\overline{8}$; $\frac{3}{11} = 0,2\overline{7}\dots$; $\frac{4}{11} = 0,3\overline{6}$; $\frac{5}{11} = 0,4\overline{5}$;
 $\frac{6}{11} = 0,5\overline{4}$; $\frac{7}{11} = 0,6\overline{3}$; $\frac{8}{11} = 0,7\overline{2}$; $\frac{9}{11} = 0,8\overline{1}$; $\frac{10}{11} = 0,9\overline{0}$

Se obtienen 10 decimales distintos.

- b) Sí tiene que ver.
- c) $\frac{23}{11} = 2,0\overline{9}$; $\frac{40}{11} = 3,6\overline{3}$

43 Si escribimos en forma decimal la fracción 20/13, ¿qué cifra ocupa el lugar 50? ¿Sería la misma que la que ocupa el lugar 100?

El número es un decimal periódico puro con seis cifras en el período: $1,5\overline{38461}$

$6 \cdot 8 = 48$; luego en la posición 50 está el número 3.

$16 \cdot 6 = 96$; luego en la posición 100 está el número 4.

44 Si $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d} < 1$, ¿cuál de estas afirmaciones es verdadera?

a) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} < \frac{a}{b} < 1$ b) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} > \frac{c}{d}$ c) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} > 1$

- a) Verdadera.
b) Falsa. Al multiplicar dos fracciones menores que 1, resulta siempre una fracción más pequeña que cualquiera de las dos dadas.
c) Falsa. Al multiplicar dos fracciones menores que 1, resulta siempre una fracción menor que 1.

Infórmate y calcula

Los códigos de barras

- Comprueba los dígitos de control en estos códigos de barras:



9788499351421

Sumamos las posiciones impares: $9 + 8 + 4 + 9 + 5 + 4 + 1 = 40$

Sumamos las posiciones pares: $7 + 8 + 9 + 3 + 1 + 2 = 30$

Multiplicamos este último resultado por 3: $30 \cdot 3 = 90$

Sumamos los resultados: $40 + 90 = 130$

Luego el dígito de control es 130.



8413240400295

Sumamos las posiciones impares: $8 + 1 + 2 + 0 + 0 + 2 + 5 = 18$

Sumamos las posiciones pares: $4 + 3 + 4 + 4 + 0 + 9 = 24$

Multiplicamos este último resultado por 3: $24 \cdot 3 = 72$

Sumamos los resultados: $18 + 72 = 90$

Luego el dígito de control es 90

- Copia en tu cuaderno los números de tres códigos de barras que veas en tres productos cualesquiera y comprueba que en todos está bien calculado el dígito de control.

Respuesta abierta.

Utiliza el ingenio

Una cuestión de comas

Poniendo una coma en el lugar adecuado, la siguiente expresión es cierta:

«CINCO POR CUATRO VEINTE MÁS UNO, VEINTIDÓS»

¿Podrías aclarar la cuestión?

$$5 \cdot 4,20 + 1 = 22$$

Entrénate resolviendo otros problemas

- Un joyero consigue una rebaja de 140 € en la compra de 16 broches iguales, cuyo precio, según el catálogo, es de 87,50 € cada unidad.



¿A cuánto debe vender cada uno si desea obtener una ganancia total de 500 €?

Los 16 broches valen $\rightarrow 16 \cdot 87,5 = 1\,400$ €

Los 16 broches le cuestan $\rightarrow 1\,400 - 140 = 1\,260$ €

Para ganar 500 € debe recaudar $\rightarrow 1\,260 + 500 = 1\,760$ €

El precio de venta final debe ser de $\rightarrow 1\,760 : 16 = 110$ €

- Marta compra tres tortas, y Beatriz, dos. Cuando van a merendar, se les une su amiga Verónica, que no trae tortas. A la hora de compartir gastos, a Verónica le toca poner 5 €.

¿Cómo se repartirán esos 5 € Marta y Beatriz?

Como tienen 5 tortas, a cada una le toca $\frac{5}{3}$ de torta.

Marta aporta para Verónica $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ = de torta.

Beatriz aporta para Verónica $2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ = de torta.

Los 5 € que paga Verónica los deben repartir proporcionalmente a $\frac{4}{3}$ y a $\frac{1}{3}$.

Por tanto, 4 € para Marta y 1 € para Beatriz.

- Un grupo de amigos y amigas entra en una cafetería. Todos piden café, y la quinta parte de ellos pide, además, un bollo. Un café cuesta 0,85 €, y un bollo, 1,10 €.

Para pagar, entregan al camarero 11 €.

¿Han dejado propina? Si es así, ¿de cuánto ha sido?

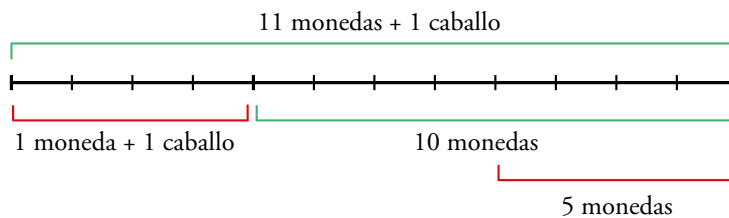
Como se dice que la quinta parte pide un bollo, el número de amigos es un múltiplo de 5.

Si fuesen 5, las consumiciones habrían costado $5 \cdot 0,85 + 1,10 = 5,35$ € (cantidad muy alejada de 11 €).

Si fuesen 10 amigos, el precio de las consumiciones habría sido $5,35 \cdot 2 = 10,70$ €, muy próximo a 11 €.

Por lo tanto, han dejado una propina de $11 - 10,70 = 0,30$ € = 30 céntimos.

- Un hacendado contrata a un sirviente por un sueldo anual de once monedas de oro y un caballo. A los cuatro meses, el sirviente se despide, recibiendo el caballo y una moneda. ¿Cuál era el valor del caballo?



«5 monedas» equivalen a «1 caballo + 1 moneda».
Por tanto, un caballo tiene el valor de 4 monedas.

AUTOEVALUACIÓN

1 Efectúa y simplifica el resultado.

$$1 + \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} + 1\right) - \frac{1}{3} : \frac{2}{5}$$

$$1 + \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{5+3}{3}\right) - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = 1 + \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{3} - \frac{5}{6} = 1 + \frac{5}{3} - \frac{5}{6} = 1 + \frac{10-5}{6} = 1 + \frac{5}{6} = \frac{6+5}{6} = \frac{11}{6}$$

2 Escribe tres fracciones de modo que la primera dé lugar a un decimal exacto; la segunda, a un periódico puro, y la tercera, a un periódico mixto.

Respuesta abierta.

Por ejemplo:

Decimal exacto: $\frac{4}{25} = 0,16$.

Decimal periódico: $\frac{58}{99} = 0,5\overline{8}$.

Decimal periódico mixto: $\frac{23}{45} = 0,5\overline{1}$.

3 Escribe, en cada caso, tres números comprendidos entre los dos dados:

a) $\frac{3}{20}$ y $\frac{4}{25}$ b) $2,\overline{7}$ y $2,\overline{8}$

a) $\frac{3}{20} = 0,15$; $\frac{4}{25} = 0,16$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$0,15 < 0,151 < 0,1519 < 0,1531 < 0,16$$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$2,\overline{7} < 2,78 < 2,783 < 2,787 < 2,\overline{8}$$

4 Clasifica en decimales exactos o periódicos sin hacer la división.

$$\frac{89}{50} \quad \frac{113}{12} \quad \frac{23}{32} \quad \frac{18}{7}$$

$$\frac{89}{50} \rightarrow \text{Decimal exacto} \qquad \frac{113}{12} \rightarrow \text{Decimal periódico}$$

$$\frac{23}{32} \rightarrow \text{Decimal exacto} \qquad \frac{18}{7} \rightarrow \text{Decimal periódico}$$

5 Calcula el resultado de esta operación, pasando previamente los decimales a fracciones:

$$\left(0,\widehat{18} - 1,8\widehat{9} + \frac{8}{11}\right) \cdot 1,1$$

$$0,\widehat{18} \rightarrow 100N - N = 18 - 0 \rightarrow 99N = 18 \rightarrow N = \frac{18}{99}$$

$$1,8\widehat{9} \rightarrow 100N - 10N = 189 - 18 \rightarrow 90N = 171 \rightarrow N = \frac{171}{90}$$

$$1,1 \rightarrow \frac{11}{10}$$

$$\left(\frac{18}{99} - \frac{171}{90} + \frac{8}{11}\right) \frac{11}{10} = \left(\frac{180 - 1881 - 720}{990}\right) \frac{11}{10} = \frac{-981}{990} \cdot \frac{11}{10} = \frac{-981}{990} = \frac{-109}{100}$$

6 Zoe gastó $\frac{1}{3}$ de su dinero en libros y $\frac{2}{5}$ en discos. Si le han sobrado 36 €, ¿cuánto tenía?

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = \frac{4}{15}$$

$$\frac{4}{15} \text{ de total son } 36 \text{ €} \rightarrow \text{Total} = 36 \cdot \frac{15}{4} = 135 \text{ €}$$

7 Con la tercera parte del aceite que tengo en un bidón, puedo llenar 20 botellas de $\frac{3}{5}$ de litro. ¿Cuántos litros había en el bidón? ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro podré llenar con el resto?

$$20 \text{ botellas de } \frac{3}{5} \text{ de litro son } \frac{20 \cdot 3}{5} = 12 \text{ L.}$$

$$\text{Luego } \frac{1}{3} \text{ del total son } 12 \text{ L.}$$

$$12 \cdot 3 \text{ son los litros que contiene el bidón} \rightarrow 36 \text{ Litros.}$$

Después de llenar las 20 botellas de $\frac{3}{5}$ de litro quedan 24 litros en el bidón.

Si queremos saber cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ podemos llenar con 24 litros hacemos:

$$24 : \frac{3}{4} = \frac{24 \cdot 4}{3} = 32 \text{ bolettas de } \frac{3}{4}.$$

8 Entre las personas apuntadas a un polideportivo, la quinta parte tiene más de 60 años, y dos de cada tres están entre los 25 y los 60 años.

a) ¿Qué fracción de estas personas tiene 25 años o menos?

b) Si el número de personas apuntadas es 525, ¿cuántas hay de cada grupo de edad?

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$$

Los $\frac{2}{15}$ de las personas tienen 25 años o menos.

$$\text{b) Más de 60 años} \rightarrow \frac{1}{5} \cdot 525 = 105$$

$$\text{Entre 25 y 60 años} \rightarrow \frac{2}{3} \cdot 525 = 350$$

$$\text{Menos de 25 años} \rightarrow \frac{2}{15} \cdot 525 = 70$$

- 9** Compro una bicicleta que pagaré en tres plazos. En el primero, pago los $\frac{3}{10}$ del total; en el segundo, $\frac{4}{5}$ de lo que me queda por pagar, y para el tercero, solo tengo que pagar 21 €. ¿Cuál es el precio de la bicicleta?

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{15+28}{50} = \frac{43}{50}$$

$\frac{7}{50}$ de lo que tengo que pagar son 21 €.

El total es $\frac{21 \cdot 50}{7} = 150$ €.

- 10** ¿Verdadero o falso?

- a) Todas las fracciones son números racionales.
 - b) Todos los números racionales son fraccionarios.
 - c) Una fracción siempre equivale a un número decimal periódico.
 - d) Un número decimal periódico es racional.
- a) Verdadero
 - b) Falso, los números enteros son también números racionales.
 - c) Falso, la fracción $\frac{1}{5}$ es un número decimal exacto.
 - d) Verdadero