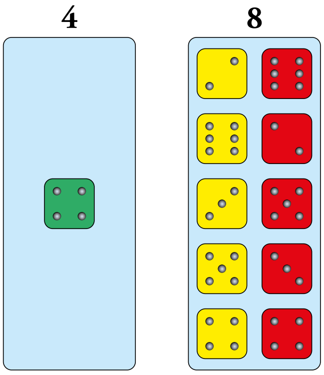
15 AZAR Y PROBABILIDAD

Página 297

Resuelve

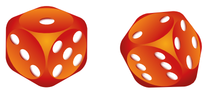
1 **a) Resuelve el problema de Cardano, enunciado en la página anterior, utilizando el siguiente esquema:**



- **Al tirar un dado, hay 1 posibilidad entre 6 de obtener un cuatro:**

$P[4] = \ldots$

- **Al tirar dos dados, hay 5 posibilidades entre 36 de obtener un ocho:**



$P[8] = \ldots$

b) ¿Qué es más probable, «obtener 5» con un dado o «sumar 7» con dos dados?

a) $P[4] = \dfrac{1}{6} \approx 0{,}16$; $P[8] = \dfrac{5}{36} \approx 0{,}13$

b) $P[5] = \dfrac{1}{6} \leftarrow$ Al tirar un dado.

Al tirar dos dados, hay 6 posibilidades de sumar 7 $(6 + 1, 5 + 2, 4 + 3, 3 + 4, 2 + 5, 1 + 6)$ entre 36: $P[\text{suma } 7] = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

Por tanto, es igual de probable una cosa que la otra.

2 **a) Para resolver el problema «Un desafío interrumpido», observa el esquema que aparece a la izquierda. De él se concluye que** B triunfa **en la mitad de la mitad de los casos y A, en el resto. Por tanto:**

$$P[\text{TRIUNFA A}] = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \qquad P[\text{TRIUNFA B}] = \frac{1}{4}$$

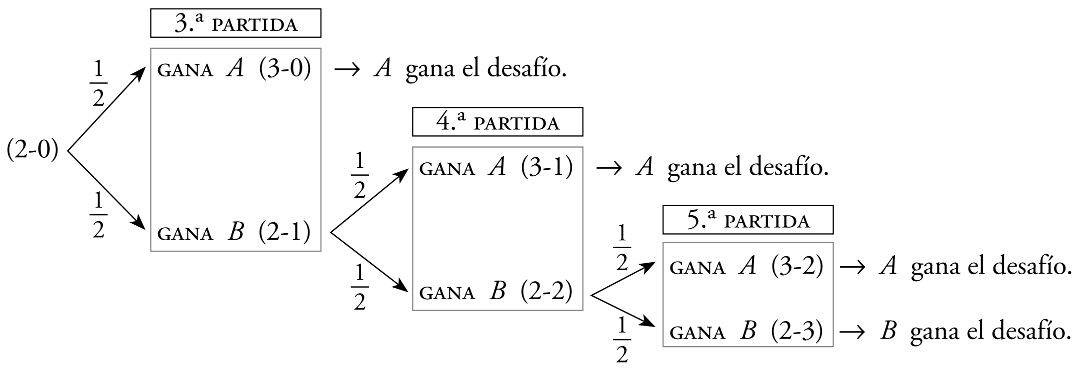
Lo razonable es repartir el dinero proporcionalmente a estas probabilidades. Hazlo.

b) ¿Cómo se deberían repartir los 3 000 doblones si la partida se hubiera interrumpido cuando A ganaba 2 – 0?

a) A se lleva $\frac{3}{4}$ de 3 000 doblones $\rightarrow$ 2 250 doblones.

B se lleva $\frac{1}{4}$ de 3 000 doblones $\rightarrow$ 750 doblones.

b)



B ganaría el desafío en la mitad de la mitad de la mitad de los casos; es decir, en la octava parte de los casos.

$P[B \text{ gana el desafío}] = \frac{1}{8}$

$P[A \text{ gana el desafío}] = \frac{7}{8}$

A debería llevarse $\frac{7}{8} \cdot 3\,000 = 2\,625$ doblones.

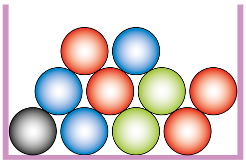
B debería llevarse $\frac{1}{8} \cdot 3\,000 = 375$ doblones.

1 ▶ SUCESOS ALEATORIOS

Página 299

1 **En una urna hay 10 bolas de cuatro colores.**

Sacamos una bola y anotamos su color.



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar. b) E = {R, A, V, N}

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

S_1 = {R, A, V, N} S_2 = {R, N} S_3 = {V}

S_4 = {A} S_5 = {A, V, N}

2 **Tenemos caramelos de fresa, naranja, limón y piña.**

Cogemos uno sin mirar y comprobamos su sabor.

a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa dos sucesos que tengan más de un caso.

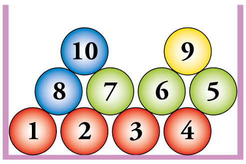
a) Sí, pues el resultado depende del azar. b) $E = \{F, N, L, P\}$

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$S_1 = \{F, N\}$; $S_2 = \{N, L, P\}$

3 **En una urna hay 10 bolas numeradas.**

Sacamos una bola y anotamos el número.



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar. b) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

S_1: "PAR" = {2, 4, 6, 8, 10} S_2: "IMPAR" = {1, 3, 5, 7, 9}

S_3: "MÚLTIPLO DE 3" = {3, 6, 9} S_4: "MÚLTIPLO DE 5" = {5, 10}

S_5: "NÚMERO PRIMO" = {2, 3, 5, 7} S_6: "CUADRADO PERFECTO" = {1, 4, 9

4 **Daniel le ha regalado a su hermana María una caja de bombones de chocolate.**

Saca un bombón y ve si es de chocolate.

¿Es una experiencia aleatoria?

¿Por qué?

No es una experiencia aleatoria, Daniel sabe que todos los bombones son de chocolate; por lo tanto, no interviene el azar.

3 PROBABILIDAD EN EXPERIENCIAS REGULARES. LEY DE LAPLACE

Página 301

1 **Extraemos una carta de una baraja española con 40 naipes. Halla la probabilidad de obtener:**

a) El as de espadas.

b) El rey de bastos.

c) Una figura (sota, caballo o rey).

d) Una copa.

a) $P[\text{as de espadas}] = \dfrac{1}{40}$

b) $P[\text{rey de bastos}] = \dfrac{1}{40}$

c) $P[\text{una figura}] = \dfrac{12}{40} = \dfrac{3}{10}$

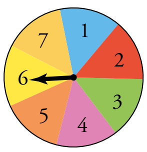
d) $P[\text{una copa}] = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$

2 **En un campamento hay 32 jóvenes europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar a su portavoz. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?**

En el campamento hay 32 + 13 + 15 + 23 = 83 jóvenes.

$P[\text{europeo}] = \dfrac{32}{83}$

3 **Al hacer girar la aguja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?**



$P[\text{par}] = \dfrac{3}{7}$

4 PROBABILIDAD EN EXPERIENCIAS IRREGULARES. LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

Página 302

1 **En una caja hay dos tipos de galletas: las de chocolate, *CH*, y las normales, *N*. Sacamos una al azar, la miramos y la devolvemos a la caja.**

Si hemos extraído 27 galletas de chocolate y 13 galletas normales, ¿qué valores asignarías a $P[CH]$ y a $P[N]$?

Hemos extraído 27 + 13 = 40 galletas en total.

$$P[CH] = \frac{27}{40} = 0{,}675$$

$$P[N] = \frac{13}{40} = 0{,}325$$

5 PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS COMPUESTAS

Página 303

1 **Calcula las restantes probabilidades en la Experiencia I. (Sumar 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12).**

$P[2] = \frac{1}{36}$ $\qquad P[3] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

$P[4] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $\qquad P[6] = \frac{5}{36}$

$P[7] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $\qquad P[8] = \frac{5}{36}$

$P[9] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $\qquad P[10] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$P[11] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $\qquad P[12] = \frac{1}{36}$

2 **En la Experiencia I:**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea menor que 6?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor que 6?

c) ¿Y de que esté entre 4 y 7, ambos incluidos?

a) 1 + 2 + 3 + 4 = 10 resultados menores que 6. Por tanto:

$P[\text{MENOR QUE } 6] = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

b) $P[\text{MAYOR QUE } 6] = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

c) $P[4, 5, 6 \text{ o } 7] = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

3 **Lanzamos dos dados y nos fijamos en la mayor de las puntuaciones.**

Completa en tu cuaderno el cuadro. ¿Cuál es la probabilidad de que la mayor de las puntuaciones sea 1?

¿Y de que sea 2? ¿Y 3? ¿Y 4? ¿Y 5? ¿Y 6?

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	1	2	3	4	5	6
⚁		2	3	4		
⚂					5	
⚃					5	
⚄					5	6
⚅					6	6

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
⚁	2	**2**	**3**	**4**	5	6
⚂	3	3	3	4	**5**	6
⚃	4	4	4	4	**5**	6
⚄	5	5	5	5	**5**	**6**
⚅	6	6	6	6	**6**	**6**

$P[1] = \frac{1}{36}$ $\qquad P[2] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $\qquad P[3] = \frac{5}{36}$

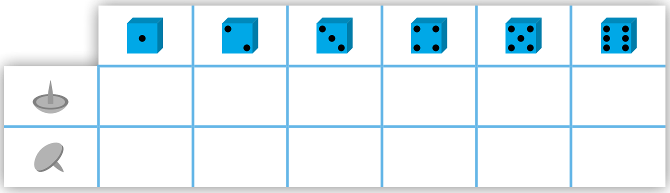
$P[4] = \frac{7}{36}$ $\qquad P[5] = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ $\qquad P[6] = \frac{11}{36}$

Página 304

4 **Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de obtener par en el primero y múltiplo de 3 en el segundo.**

$P[\text{par y múltiplo de 3}] = P[\text{par}] \cdot P[\text{múltiplo de 3}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

5 **Lanzamos simultáneamente un dado correcto y una chincheta. Deseamos calcular las probabilidades de cada uno de los dobles resultados. Rellena en tu cuaderno una tabla como esta suponiendo que** ***P*****[****] = 0,7.**

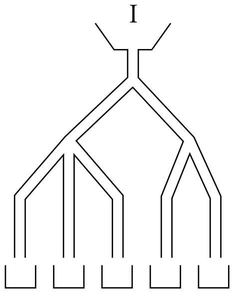


Si *P*[] = 0,7 → *P*[] = 0,3. *P*[] = *P*[] = … = *P*[] = $\frac{1}{6}$

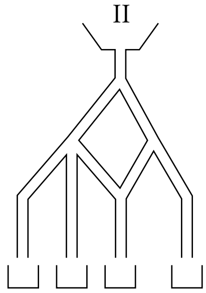
						
	$0,3 \cdot \frac{1}{6} = 0,05$	$0,3 \cdot \frac{1}{6} = 0,05$	0,05	0,05	0,05	0,05
	$0,7 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,117$	$0,7 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,117$	0,117	0,117	0,117	0,117

6 **¿Cuál es la probabilidad de que una bola que se deja caer por el embudo caiga en cada casillero?**

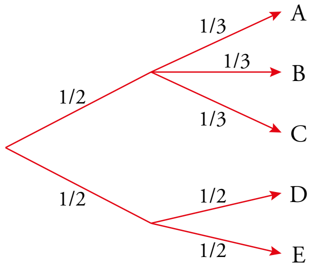
a) En el aparato I.



b) En el aparato II.



a)



$P[A] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

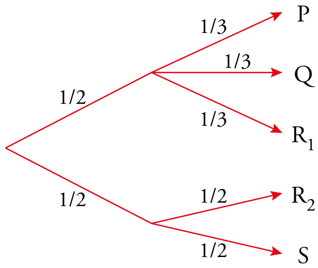
$P[B] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[C] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[D] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P[E] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b)



$P[P] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[Q] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$$\left.\begin{array}{l} P[R_1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \\ P[R_2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{array}\right\} P[R] = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$$

$P[S] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Página 305

2. Experiencias compuestas. Diagramas en árbol

Hazlo tú

- **Suprime una bola verde de cada una de las dos urnas de este ejercicio y calcula las mismas probabilidades que en él se piden.**

  Llamamos: $R \rightarrow$ bola roja $\qquad V \rightarrow$ bola verde

  a) $P[1.^{a}\ R \text{ y } 2.^{a}\ R] = P[1.^{a}\ R] \cdot P[2.^{a}\ R \text{ habiendo sido } 1.^{a}\ R] = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}05$

  b) $P[1.^{a}\ V \text{ y } 2.^{a}\ R] = P[1.^{a}\ V] \cdot P[2.^{a}\ R \text{ habiendo sido } 1.^{a}\ V] = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}05$

  c) $P[2.^{a}\ R] = 0{,}3 + 0{,}05 = 0{,}35$

  d) $P[2.^{a}\ V] = 1 - P[2.^{a}\ R] = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 306

Practica

Espacios muestrales. Sucesos

1 **Indica el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias aleatorias:**

a) Señalo al azar una provincia en un mapa de Galicia.

b) Lanzo un cubo de Rubik recién montado y anoto el color de la cara de arriba.

c) Señalo una palabra cualquiera de un libro elegido al azar y observo cuál es la primera vocal que aparece.

d) Saco una carta de una baraja española y observo el palo.

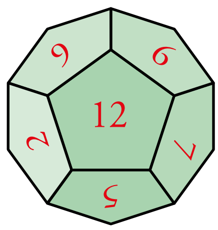
a) E = {A Coruña. Lugo, Orense, Pontevedra}

b) E = {azul, amarillo, rojo, verde, blanco, naranja}

c) E = {a, e, i, o, u}

d) E = {oros, copas, espadas, bastos}

2 **Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.**



a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = «Menos de 5» **B = «Más de 7»**

C = «Número par» **D = «No múltiplo de 3»**

a) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

b) A = {1, 2, 3, 4} B = {8, 9, 10, 11, 12}

C = {2, 4, 6, 8, 10, 12} D = {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 11}

3 **Escogemos al azar un día cualquiera de la semana.**

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = «Fin de semana»

B = «Los que empiezan por la letra M»

C = «Los que acaban en *es*»

a) E = {L, M, X, J, V, S, D}

b) A = {S, D} B = {M, X} C = {L, M, X, J, V}

5 **Describe los sucesos contrarios a los sucesos A, B, C y D del ejercicio 2.**

- El suceso contrario de A es: Obtener 5 o más = {5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}
- El contrario de B es: Obtener 7 o menos = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- El contrario de C es: Obtener número impar = {1, 3, 5, 7, 9, 11}
- El contrario de D es: Obtener múltiplo de 3 = {3, 6, 9, 12}

6 **Describe los sucesos contrarios a los sucesos A, B y C del ejercicio 3.**

- El contrario de A es: No fin de semana = {L, M, X, J, V}
- El contrario de B es: No empiezan por M = {L, J, V, S, D}
- El contrario de C es: No acaban en *es* = {S, D}

Probabilidades en experiencias simples

8 **Halla las probabilidades de los sucesos A, B y C de la actividad 3. Calcula también la de sus contrarios.**

$P[A] = 2/7$ $\quad$ $P[B] = 2/7$ $\quad$ $P[C] = 5/7$

$P[\text{CONTRARIO DE A}] = 1 - 2/7 = 5/7$

$P[\text{CONTRARIO DE B}] = 1 - 2/7 = 5/7$

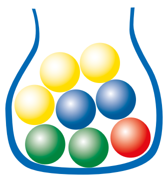
$P[\text{CONTRARIO DE C}] = 1 - 5/7 = 2/7$

9 **Se extrae al azar una bola de la siguiente bolsa. Calcula la probabilidad de que:**

a) Sea azul.

b) No sea verde.

c) Sea roja o azul.



a) $P[\text{azul}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{no verde}] = 1 - P[\text{verde}] = 1 - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) $P[\text{roja o azul}] = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

10 **Lanzamos un dado correcto. Calcula las probabilidades de que el resultado sea:**

a) 1 o 2. **b) Mayor que 2.**

c) Par. **d) Mayor que 1.**

e) Menor que 1. **f) Menor que 7.**

a) $P[1 \text{ o } 2] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P[\text{mayor que } 2] = 1 - P[1 \text{ o } 2] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

c) $P[\text{par}] = \frac{1}{2}$

d) $P[\text{mayor que } 1] = 1 - P[1] = 1 - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

e) $P[\text{menor que } 1] = 0$

f) $P[\text{menor que } 7] = 1$

11 **La profesora ha traído estos libros a clase:**

TÍTULO	NÚMERO DE LIBROS
La isla del tesoro	11
El principito	8
De la Tierra a la Luna	6
El conde de Montecristo	5

Si se asignan al azar, calcula la probabilidad de que el libro que le toque al primero de la lista:

a) Sea *La isla del tesoro*.

b) No sea *El principito* ni *El conde de Montecristo*.

c) No sea *De la Tierra a la Luna*.

En total hay 30 libros.

a) A = Sea *La Isla del tesoro*. $P[A] = \frac{11}{30}$

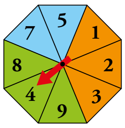
b) B = No sea *El Principito* ni *El Conde de Montecristo*. $P[B] = \frac{11+6}{30} = \frac{17}{30}$

c) C = No sea *De la Tierra a la Luna*. $P[C] = 1 - \frac{6}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

Página 307

Probabilidades en experiencias compuestas

12 **Tiramos un dado y hacemos girar la ruleta:**



a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números pares?

b) Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 2 en el dado y un color que no sea azul en la ruleta.

c) ¿Cómo de probable es sacar 5 o 6 en el dado?

a) $P[\text{par y par}] = P[\text{par}] \cdot P[\text{par}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

b) $P[\text{mayor que 2 y no azul}] = P[\text{mayor que 2}] \cdot P[\text{no azul}] = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{2}$

c) $P[6 \text{ o } 5] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

14 **Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de estos sucesos:**

a) Dos ases.

b) Un as y un rey.

c) Dos oros.

d) Ninguna copa (no copa y no copa).

e) Dos figuras (sota, caballo o rey).

f) Una figura y una no figura.

a) $P[\text{AS y AS}] = P[\text{AS}] \cdot P[\text{AS habiendo sido AS}] = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

b) $P[\text{AS y REY}] = P[\text{AS}] \cdot P[\text{REY habiendo sido AS}] = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{2}{195}$

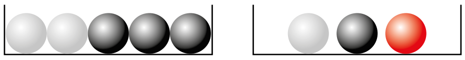
c) $P[\text{OROS y OROS}] = P[\text{OROS}] \cdot P[\text{OROS habiendo sido OROS}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$

d) $P[\text{NINGUNA COPA}] = P[\text{NO COPA}] \cdot P[\text{NO COPA habiendo sido NO COPA}] = \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{29}{52}$

e) $P[\text{FIGURA y FIGURA}] = P[\text{FIGURA}] \cdot P[\text{FIGURA habiendo sido FIGURA}] = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{11}{130}$

f) $P[\text{FIGURA y NO FIGURA}] = P[\text{FIGURA}] \cdot P[\text{NO FIGURA habiendo sido FIGURA}] = \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} = \frac{14}{65}$

15 **Cogemos al azar una bola de la 1.ª urna, la echamos en la 2.ª y sacamos una bola de esta 2.ª urna.**

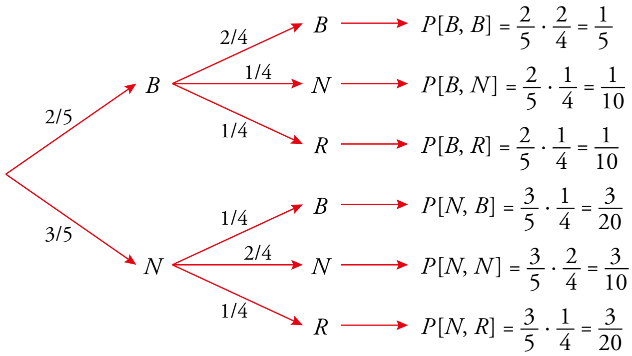


Calcula las siguientes probabilidades:

a) P**[1.ª y 2.ª]** **b)** P**[1.ª y 2.ª]**

c) P**[2.ª]** **d)** P**[2.ª]** **e)** P**[2.ª]**

$N \rightarrow$ bola negra $B \rightarrow$ bola blanca $R \rightarrow$ bola roja



a) $P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ N] = P[1.^a\ N] \cdot P[2.^a\ N \text{ habiendo sido } 1.^a\ N] = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

b) $P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ N] = P[1.^a\ B] \cdot P[2.^a\ N \text{ habiendo sido } 1.^a\ B] = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

c) $P[2.^a\ N] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ N] + P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ N] = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$

d) $P[2.^a\ B] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ B] + P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ B] = \frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$

e) $P[2.^a\ R] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ R] + P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ R] = \frac{1}{10} + \frac{3}{20} = \frac{1}{4}$

Resuelve problemas

16 **Lanzamos una moneda: si sale cara, tomo una carta de una baraja; si sale cruz, no sigo jugando.**

¿Qué probabilidad hay de obtener OROS o FIGURA?

Primero calculamos la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja sea de Oros o Figura: $P[\text{OROS o FIGURA}] = P[\text{OROS}] + P[\text{FIGURA}] = \frac{10}{40} + \frac{9}{40} = \frac{19}{40}$.

Ahora tenemos también en cuenta el lanzamiento de la moneda:

$P[\text{CARA y OROS o FIGURA}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{40} = \frac{19}{80}$

17 **Encima de la mesa tenemos estas cuatro cartas de una baraja española (40 cartas):**

Sacando al azar otra carta del mazo:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las puntuaciones de las cinco cartas (las cuatro de la mesa y la extraída del mazo) sea 15? ¿Y 16?

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una escalera?

a) $5 + 1 + 4 + 2 = 12$ son los puntos de las que ya hay. Para que la suma sea 15, la nueva carta debe ser un 3. Quedan los 4 "treses" en las 36 cartas restantes.

Por tanto, $P[\text{SUMA } 15] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 0{,}111$

Para que la suma sea 16, la nueva carta debe ser "cuatro". Quedan 3 "cuatros" entre las 36 cartas sin repartir.

Por tanto, $P[\text{SUMA } 16] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 0{,}083$

b) $P[\text{ESCALERA}] = P[\text{sacar } 3] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

18 **Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados del dado y la ruleta del ejercicio 12 sea mayor que 10.**

Construye una tabla de doble entrada.

Construimos la tabla del espacio muestral:

	1	2	3	4	5	7	8	9
1	2	3	4	5	6	8	9	10
2	3	4	5	6	7	9	10	11
3	4	5	6	7	8	10	11	12
4	5	6	7	8	9	11	12	13
5	6	7	8	9	10	12	13	14
6	7	8	9	10	11	13	14	15

$P[\text{suma mayor que } 10] = \frac{13}{48}$

19 **Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que el producto de las puntuaciones:**

a) Sea 5. **b) Sea 6.** **c) Sea 4.**

a) 1 y 5, 5 y 1 b) 1 y 6, 2 y 3, 3 y 2, 6 y 1 c) 1 y 4, 2 y 2, 4 y 1

$P[\text{PROD.} = 5] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $P[\text{PROD.} = 6] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $P[\text{PROD.} = 4] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

20 **Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que la diferencia de las puntuaciones:**

a) Sea 0. **b) Sea 1.**

c) Sea 3. **d) Sea 5.**

Hay 36 posibles casos.

a) $P[\text{SEA } 0] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ b) $P[\text{SEA } 1] = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

c) $P[\text{SEA } 3] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ d) $P[\text{SEA } 5] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

21 **Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de:**

a) Obtener al menos un 6.

b) Que las dos puntuaciones coincidan.

c) Que una puntuación sea mayor que la otra.

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

a) Hay 36 opciones y 11 de ellas tienen un 6. Por tanto, $P[\text{AL MENOS UN } 6] = \frac{11}{36}$

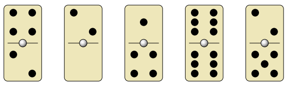
b) Hay 36 opciones y en 6 de ellas las puntuaciones coinciden.

Así, $P[\text{COINCIDEN}] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) Es lo mismo que decir que no coincidan las puntuaciones.

Por tanto, $P[\text{UNA MAYOR QUE OTRA}] = P[\text{NO COINCIDEN}] = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

22 **¿Conoces el dominó? Es un juego cuyas fichas son de este tipo:**



Hay fichas con todas las posibles combinaciones con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, incluyendo las dobles como el 6-6 del dibujo.

a) Comprueba que en total son 28 fichas.

Si sacamos una al azar, calcula la probabilidad de que:

b) La suma de los números sea 6.

c) La suma sea un número impar.

d) El producto de los dos números sea menor que 6.

a) En esta tabla vemos cuáles son las fichas del dominó: son 28.

b) Hay 4 fichas cuya suma es 6 (marcadas en amarillo).

$P[\text{SUMA } 6] = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

c) Hay 12 fichas cuya suma es un número impar (marcadas en verde).

$P[\text{SUMA IMPAR}] = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2			2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	3-5	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						5-5	5-6
6							6-6

d) Hay 13 fichas en las que el producto de los dos números es menor que 6.

$P[\text{PRODUCTO MENOR QUE } 6] = \frac{13}{28}$

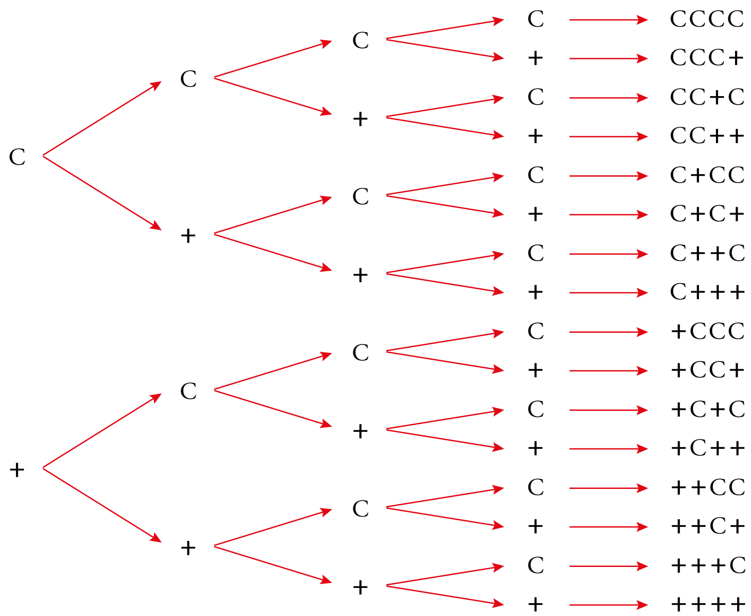
	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2			2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	3-5	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						5-5	5-6
6							6-6

Página 308

23 Lanzamos cuatro monedas. Halla la probabilidad de obtener:

a) Dos caras. **b) Ninguna cara.** **c) Alguna cara.**

Hacemos un diagrama en árbol para ver los casos posibles:



Hay $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$ casos posibles.

a) $P[\text{dos caras}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ b) $P[\text{ninguna cara}] = \frac{1}{16}$

c) $P[\text{alguna cara}] = 1 - P[\text{ninguna cara}] = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

24 ¿Qué probabilidad hay de obtener dos caras lanzando dos monedas? ¿Y lanzando tres monedas? ¿Y si tiramos cuatro monedas?

Podemos ayudarnos de diagramas de árbol para calcular estas probabilidades.

- Dos monedas: el espacio muestral tiene 4 casos y los favorables al suceso son CC.

  $P[\text{CC}] = \frac{1}{4}$

- Tres monedas: el espacio muestral tiene 8 casos y los favorables al suceso son CC+, C+C, +CC.

  $P[\text{dos caras}] = \frac{3}{8}$

- Cuatro monedas: el espacio muestral tiene 16 casos y los favorables al suceso son CC++, C+C+, C++C, +CC+, +C+C, ++CC.

  $P[\text{dos caras}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

25 En una familia de 4 hijos, ¿cuál es la probabilidad de que todos sean varones?

¿Cuál es la probabilidad de que en una familia de tres hijos, sean 2 chicos y 1 chica?

Hay 16 combinaciones distintas y solo una opción de que los cuatro salgan varones. Por tanto, $P[\text{todos varones}] = \frac{1}{16}$.

En una familia de tres hijos, pueden darse $2^3 = 8$ combinaciones distintas. En 3 de ellas hay 2 chicos y 1 chica. Por tanto, $P[\text{dos chicos y una chica}] = \frac{3}{8}$.

27 **En una empresa hay 200 empleados, de los que 100 son hombres y 100 son mujeres. Los alérgicos son 40 hombres y 35 mujeres.**

a) Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y no sea alérgico.

b) Si sabemos que el elegido no es alérgico, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Haz una tabla como la del problema anterior.

Construimos una tabla:

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
ALÉRGICOS	40	35	75
NO ALÉRGICOS	60	65	125
TOTAL	100	100	200

a) $P[\text{HOMBRE NO ALÉRGICO}] = \dfrac{60}{200} = \dfrac{3}{10}$

b) $P[\text{MUJER SABIENDO QUE NO ES ALÉRGICA}] = \dfrac{65}{125} = \dfrac{13}{25}$

28 **Hoy hay tres partidos: de baloncesto, de fútbol y de tenis. De los 40 amigos y amigas que hay en casa, 21 prefieren fútbol y 5, tenis. Hay 10 chicos que quieren baloncesto, 9 chicas que quieren fútbol y 3 chicas que prefieren ver el tenis. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:**

a) Sea chico.

b) No quiera ver el tenis.

c) Sea un chico que quiere ver el tenis.

d) Sea una chica que quiera ver el baloncesto.

e) Sabiendo que es una chica, que quiera ver fútbol.

f) Sabiendo que prefiere ver tenis, que sea un chico.

Con los datos del enunciado completamos la siguiente tabla:

	CHICOS	CHICAS	TOTALES
FÚTBOL	12	9	21
TENIS	2	3	5
BALONCESTO	10	4	14
TOTALES	24	16	40

a) $P[\text{CHICO}] = \dfrac{24}{40} = \dfrac{3}{5}$

b) $P[\text{NO QUIERA VER TENIS}] = \dfrac{21+14}{40} = \dfrac{7}{8}$

c) $P[\text{CHICO QUIERE VER TENIS}] = \dfrac{2}{40} = \dfrac{1}{20}$

d) $P[\text{CHICA QUIERE VER BALONCESTO}] = \dfrac{4}{40} = \dfrac{1}{10}$

e) $P[\text{VER FÚTBOL SABIENDO QUE ES UNA CHICA}] = \dfrac{9}{16}$

f) $P[\text{CHICO SABIENDO QUE QUIERE VER TENIS}] = \dfrac{2}{5}$

29 **Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.**

Durante unos días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar*, *inclinar la botella* y *anotar el color de la bola que se ve*. Al final, hemos obtenido estos resultados:

f(⚫) = 461 $\quad$ f(🔴) = 343 $\quad$ f(🟢) = 196

Podemos averiguar, con cierta seguridad, cuántas bolas hay de cada color. Hagámoslo con las negras:

f_r(⚫) = $\dfrac{461}{1000} = 0{,}461$

P[⚫] = $\dfrac{n}{20}$ (n es el número de bolas negras)

Como f_r(⚫) ≈ P[⚫], hacemos:

$0{,}461 \approx \dfrac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0{,}461 = 9{,}22$

Estimamos que el número de bolas negras es 9.

¿Cuántas bolas de cada color estimas que hay en la botella?

- Bolas rojas: $0{,}343 \approx \dfrac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0{,}343 = 6{,}86 \rightarrow n = 7$
- Bolas verdes: $0{,}196 \approx \dfrac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0{,}196 = 3{,}92 \rightarrow n = 4$

Estimamos que hay 9 bolas negras, 7 rojas y 4 verdes.

30 **En un cajón hay calcetines. No sabemos cuántos, ni de qué colores. Sacamos un calcetín, anotamos el color y lo devolvemos al cajón. Lo hacemos cien veces y hemos obtenido 42 veces un calcetín negro; 8 veces uno rojo, y 50 veces uno blanco.**

a) Haz una tabla de frecuencias relativas.

b) ¿Qué porcentaje de calcetines de cada color hay en el cajón?

c) Si sabemos que hay 20 calcetines, ¿cuántos estimas que hay de cada color?

a)

	f	f_r
NEGRO	42	42/100 = 0,42
ROJO	8	8/100 = 0,08
BLANCO	50	50/100 = 0,5

b) Podemos estimar que, aproximadamente, el 42 % de los calcetines son negros, el 8 % rojos, y el 50 %, blancos.

c) Habrá 8 calcetines negros, 2 rojos y 10 blancos.

Página 309

31 Hemos de jugar a cara o cruz con una cierta ficha. Antes de empezar, experimento con ella y obtengo 37 caras y 3 cruces.

¿Qué te parece más correcto, apostar por cruz porque «ya es hora de que salga» o por cara porque «parece que sale más»?

Si de 40 lanzamientos se han obtenido 37 CARAS y 3 CRUCES, las probabilidades de C o + serán equivalente a sus frecuencias relativas (el número de lanzamientos es relativamente grande). Por tanto:

$f_r(\text{C}) \approx P[\text{C}] = \dfrac{37}{40}$ $\qquad$ $f_r(+) \approx P[+] = \dfrac{3}{40}$

Sería más correcto apostar por CARA.

32 En cada mano del juego *Piedra, papel o tijera* puedes ganar, empatar o perder. Si me juego un refresco, ¿qué probabilidad tengo de ganarlo a la primera? ¿Qué probabilidad tengo de llegar a la segunda y ganarlo? ¿Y a la tercera y ganarlo?

Nos podemos ayudar de un diagrama de árbol para averiguar que:

$P[\text{GANAR EN LA 1.ª PARTIDA}] = \dfrac{1}{3}$

Si quiero ganar dos partidas, $P[\text{GANAR EN LA 1.ª Y 2.ª PARTIDAS}] = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{9}$

Si quiero llegar a la tercera y ganar, $P[\text{GANAR EN LA 1.ª, 2.ª Y 3.ª PARTIDAS}] = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{27}$

33 Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?

Podemos ayudarnos de un diagrama de árbol para comprobar que la probabilidad que nos piden es la siguiente:

$P[< 5 \text{ y } < 5 \text{ y } < 5] = \dfrac{4}{6} \cdot \dfrac{4}{6} \cdot \dfrac{4}{6} = \dfrac{8}{27}$

34 Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38. Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?

Llamaremos $p\uparrow$ al suceso "caer con la punta hacia arriba" y $p\downarrow$ "caer con la punta hacia abajo".

Si $P[p\uparrow] = 0{,}38 \Rightarrow P[p\downarrow] = 1 - 0{,}38 = 0{,}62$. Por tanto:

$P[\text{LAS DOS DE DISTINTA FORMA}] = P[p\uparrow \text{ y } p\downarrow] + P[p\downarrow \text{ y } p\uparrow] = 0{,}38 \cdot 0{,}62 + 0{,}62 \cdot 0{,}38 \approx 0{,}47$

35 En un laboratorio, para que un medicamento salga al mercado tiene que pasar tres controles. La probabilidad de superar el primero es 0,89; la de superar el segundo es 0,93 y la de superar el tercero es 0,85. ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto no sea apto para salir al mercado?

Llamaremos SC_n al suceso "superar el control n".

$P[SC_1] = 0{,}89 \Rightarrow P[\text{no } SC_1] = 1 - 0{,}89 = 0{,}11$

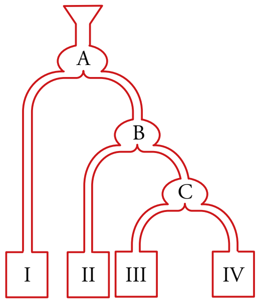
$P[SC_2] = 0{,}93 \Rightarrow P[\text{no } SC_2] = 1 - 0{,}93 = 0{,}07$

$P[SC_3] = 0{,}85 \Rightarrow P[\text{no } SC_3] = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$

$P[\text{NO APTO}] = P[\text{no } SC_1] + P[\text{no } SC_1 \text{ y no } SC_2] + P[SC_1 \text{ y } SC_2 \text{ y no } SC_3] =$

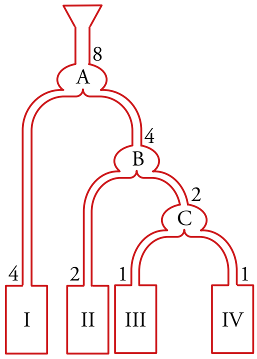
$= 0{,}11 + 0{,}89 \cdot 0{,}07 + 0{,}89 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}15 \approx 0{,}3$

36 **Dejamos caer una bola en el embudo de este aparato.**



Calcula la probabilidad de que caiga en cada uno de los depósitos I, II, III y IV.

Si tirásemos 8 bolas y se repartieran equitativamente:



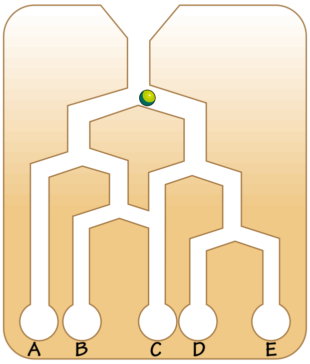
$P[\text{I}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P[\text{II}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

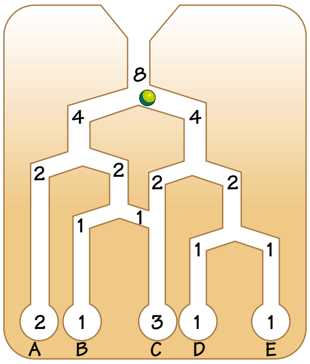
$P[\text{III}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{IV}] = \frac{1}{8}$

37 **Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?**



Si tirásemos 8 bolas:



$P[\text{A}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{B}] = \frac{1}{8}$

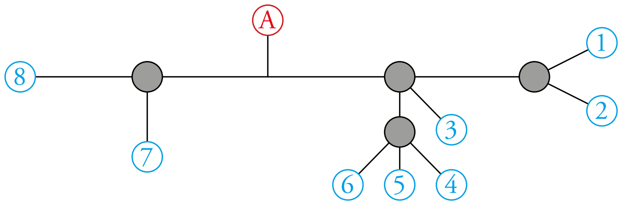
$P[\text{C}] = \frac{3}{8}$

$P[\text{D}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{E}] = \frac{1}{8}$

Resuelve: un poco más difícil

38 **Esto es un plano de parte de la red de cercanías de una ciudad. En cada bifurcación es igual de probable que el tren continúe por un camino u otro y no se puede ir hacia atrás.**



Si una persona sube a un tren en A sin saber adónde se dirige, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a la estación 5?

Calcula la probabilidad de llegar a cada una de las otras estaciones.

Si el tren se encuentra en una bifurcación con 2 opciones, tiene 1/2 de probabilidad de ir por cada una de ellas. Si se encuentra en una bifurcación con 3 posibles opciones, tendrá 1/3 de probabilidad de ir por cada uno de los caminos, y así en todos los casos.

Para llegar de A a la estación 5 pasa por una bifurcación con 2 posibles caminos, otra con 3 posibles caminos y una última con otros tres posibles caminos.

Por tanto, $P[\text{LLEGAR A } 5] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$.

$P[\text{LLEGAR A } 1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[\text{LLEGAR A } 2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[\text{LLEGAR A } 3] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[\text{LLEGAR A } 4] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

$P[\text{LLEGAR A } 6] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

$P[\text{LLEGAR A } 7] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P[\text{LLEGAR A } 8] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

39 **Se ha hecho un análisis de sangre a 200 personas para determinar su grupo sanguíneo. También se ha estudiado su Rh.**

Los resultados se resumen en esta tabla:

	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO AB	GRUPO 0	TOTALES
RH+	74	12	6	70	162
RH–	18	3	1	16	38
TOTALES	92	15	7	86	200

a) Si elegimos al azar una persona de entre esas 200, ¿cuál es la probabilidad de que su grupo sanguíneo sea A? ¿Y de que sea O? ¿Y de que tenga Rh+?

b) Si elegimos al azar una persona del grupo sanguíneo B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga Rh+?

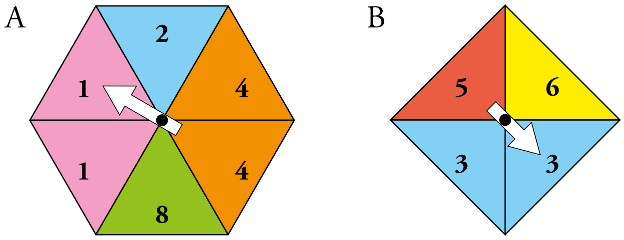
c) Sabiendo que una persona es del grupo A o B, ¿cuál es la probabilidad de que sea RH+?

a) $P[\text{A}] = \frac{92}{200} = 0{,}46$ $\quad P[\text{O}] = \frac{86}{200} = 0{,}43$ $\quad P[\text{Rh+}] = \frac{162}{200} = 0{,}81$

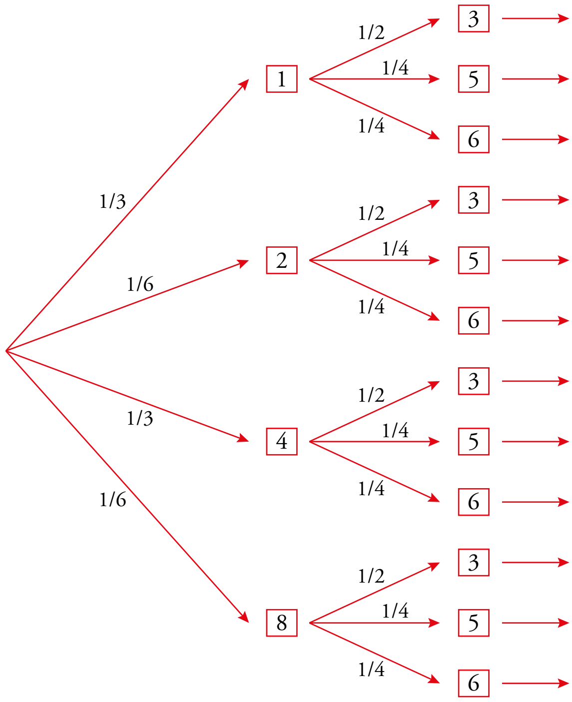
b) Si elegimos alguien con grupo B: $P[\text{Rh+}] = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

c) $P[\text{Rh+ sabiendo que es del grupo A o B}] = \frac{74+12}{92+15} = \frac{86}{107}$

40 **Se hace girar cada una de estas dos ruletas y gana el que consiga la puntuación más alta.**



Calcula la probabilidad de que gane A y la de que gane B.



$P[1, 3] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$P[1, 5] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P[1, 6] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P[2, 3] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[2, 5] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

$P[2, 6] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

$P[4, 3] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$P[4, 5] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P[4, 6] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P[8, 3] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[8, 5] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

$P[8, 6] = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

$P[\text{GANA A}] = P[4, 3] + P[8, 3] + P[8, 5] + P[8, 6] = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{3}$

En el resto de ocasiones gana B. Por tanto: $P[\text{GANA B}] = 1 - P[\text{GANA A}] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Página 310

Razona y calcula

El botánico austriaco Gregor Mendel cruzó plantas de flores rojas con otra variedad de la misma especie de flores blancas, y resultó que todas las de la segunda generación (plantas hijas) tenían las flores rosas.

La explicación es la siguiente:

— El color viene determinado por un par de genes, uno del padre y otro de la madre.

— Los genes del padre y de la madre se combinan al azar en los hijos.

Así, cada planta hija tiene un gen rojo y otro blanco, con lo que sus flores son de color intermedio.

Sin embargo, en la tercera generación (plantas nietas) se complicaron las cosas. Al cruzar dos plantas de flores rosas, obtuvo blancas, rojas y rosas.

PADRE (BB)

	B	B
R	RB	RB
R	RB	RB

MADRE (RR)

PADRE (RB)

	R	B
R	RR	RB
B	BR	BB

MADRE (RB)

- **¿Cuál es la probabilidad de que una planta de la tercera generación tenga las flores blancas? ¿Y rojas? ¿Y de color rosa?**

- Fijándonos en la segunda de las tablas, es fácil ver que:

$$P[\text{BLANCA}] = P[\text{BB}] = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{ROJA}] = P[\text{RR}] = \frac{1}{4}$$

$$P[\text{ROSA}] = P[\text{RB o BR}] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Entrénate resolviendo otros problemas

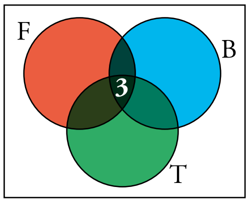
- **En una clase de 30 alumnas y alumnos:**

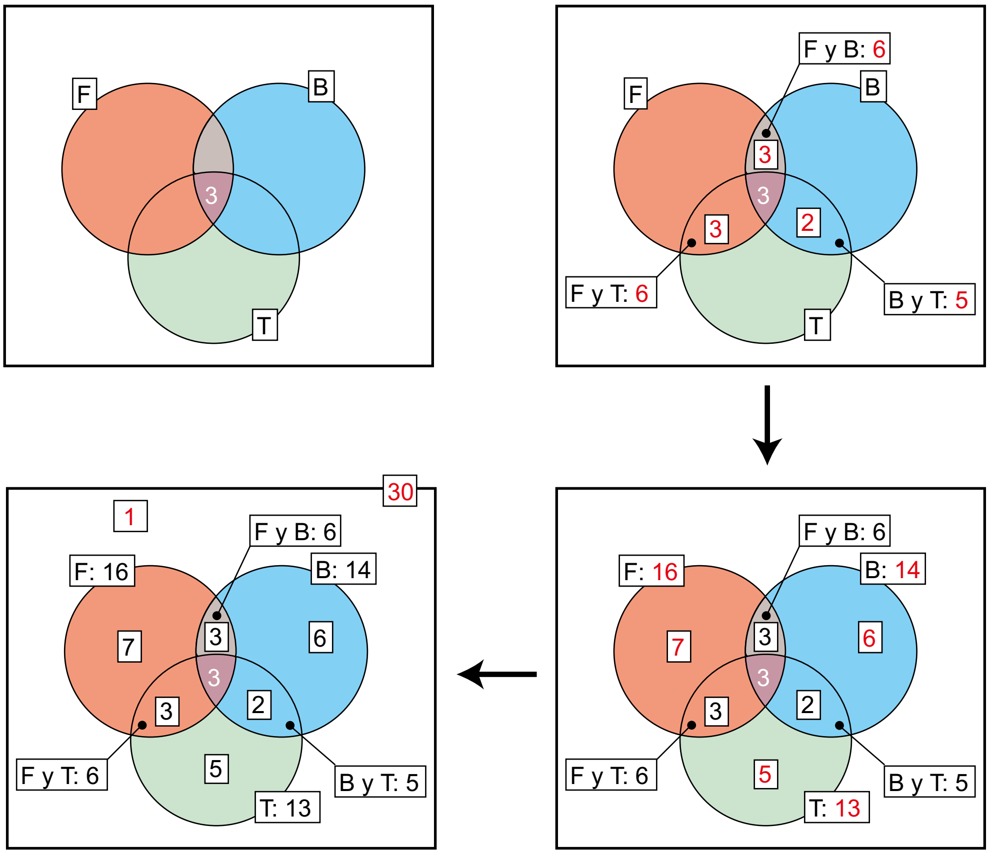
  — 16 practican fútbol; 14, baloncesto, y 13, tenis.

  — 6 practican fútbol y baloncesto, 6 practican fútbol y tenis y 5 practican baloncesto y tenis.

  — 3 practican los tres deportes.

  ¿Cuántos no practican ni fútbol, ni baloncesto ni tenis?





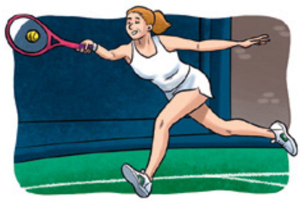
Siguiendo paso a paso los diagramas, está claro que el número de chicos y chicas que practica uno o dos o los tres deportes es: $3 + (3 + 3 + 2) + (7 + 6 + 5) = 29$.

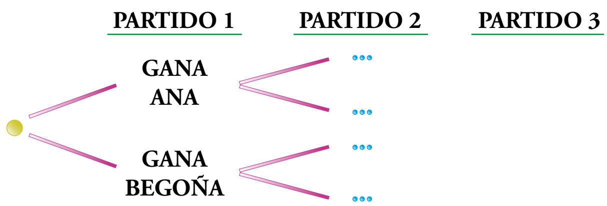
Como son 30 en total, solo uno de ellos no practica ningún deporte.

- **Ana y Begoña son las finalistas de un torneo de tenis. Gana el torneo quien venza en dos partidos consecutivos o en tres alternos.**

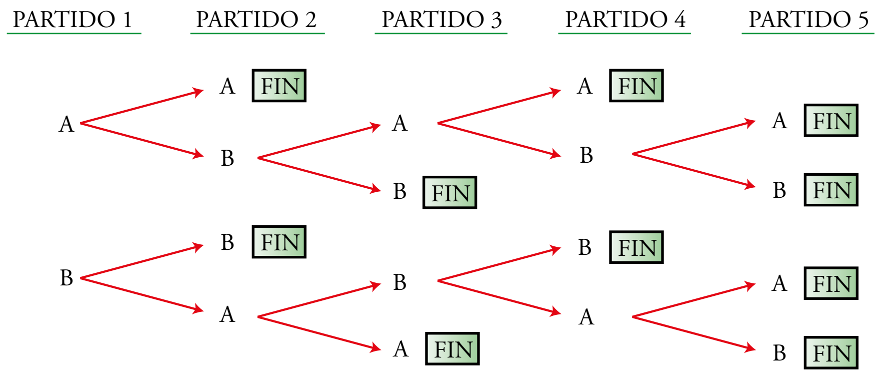
  Averigua todas las posibilidades que pueden darse.

  ¿Cuántos partidos, como máximo, tendrán que disputar para acabar el torneo?





En el siguiente diagrama, A significa «gana Ana» y B significa «gana Begoña».



Tiene que disputar, como máximo, 5 partidos.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Escribimos cada letra de la palabra JUEGO en un papel diferente y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.**

a) Describe los sucesos elementales del experimento.

b) Describe el suceso «obtener vocal».

c) Describe el suceso contrario al anterior.

d) Si la palabra elegida fuera PROBABILIDAD, ¿cómo responderías a los apartados a), b) y c)?

a) E = {J, U, E, G, O}

b) Vocal = {U, E, O}

c) Consonante = {J, G}

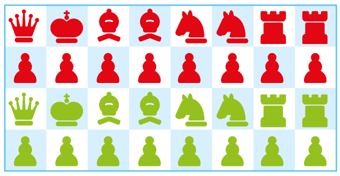
d) E = {P, R, O, B, A, I, L, D}; Vocal = {O, A, I}; Consonante = {P, R, B, L, D}

2 **Introducimos las siguientes tarjetas de un ajedrez en una bolsa y elegimos una al azar:**

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un peón? ¿Y de obtener un peón rojo?

b) Halla la probabilidad de obtener una ficha que no sea un peón rojo.

c) ¿Qué probabilidad hay de sacar una torre? ¿Y un caballo verde? ¿Y un rey?



a) $P[\text{PEÓN}] = \dfrac{16}{32} = \dfrac{1}{2}$

$P[\text{PEÓN ROJO}] = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$

b) $P[\text{NO PEÓN ROJO}] = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$

c) $P[\text{TORRE}] = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$

$P[\text{CABALLO VERDE}] = \dfrac{2}{32} = \dfrac{1}{16}$

$P[\text{REY}] = \dfrac{2}{32} = \dfrac{1}{16}$

3 **Hemos lanzado 1 000 veces un dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4, obteniendo los siguientes resultados:**

CARA OBTENIDA	1	2	3	4
N.° DE VECES	180	370	262	188

a) ¿Qué probabilidad le asignarías a cada uno de los posibles resultados?

b) ¿Se puede suponer que el dado es correcto?

a) $P[1] \approx \dfrac{180}{1000} = 0{,}18$ $\quad P[2] \approx \dfrac{370}{1000} = 0{,}37$

$P[3] \approx \dfrac{262}{1000} = 0{,}26$ $\quad P[4] \approx \dfrac{188}{1000} = 0{,}19$

b) El dado no es correcto, porque la probabilidad de cada cara no es la misma.

4 **Marta tira un dado y su hermana Alba lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Alba sea mayor que la de Marta?**

Construimos una tabla:

		ALBA					
		1	2	3	4	5	6
MARTA	1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
	2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
	3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
	4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
	6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

Hay 36 posibles casos, 15 de los cuales (los sombreados) son favorables para Alba. Por tanto,

$P[\text{ALBA TENGA MAYOR PUNTUACIÓN QUE MARTA}] = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

5 **Lanzamos dos dados sucesivamente. Halla la probabilidad de obtener «impar» en el primero y «mayor que 4» en el segundo.**

Podemos ayudarnos de un diagrama de árbol para comprobar que la probabilidad pedida es la siguiente:

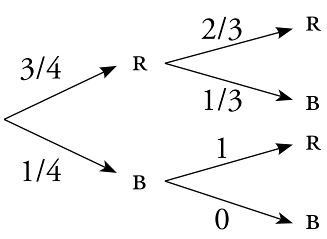
$P[\text{IMPAR Y} > 4] = P[\text{IMPAR}] \cdot P[> 4] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

6 **De una urna con tres bolas rosas y una blanca se extraen dos bolas al azar. Halla estas probabilidades:**

a) $P[\text{DOS ROSAS}]$

b) $P[\text{DOS BLANCAS}]$

c) $P[\text{UNA ROSA Y OTRA BLANCA}]$

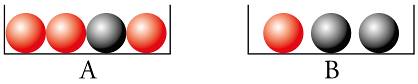


a) $P[\text{RR}] = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

b) $P[\text{BB}] = \frac{1}{4} \cdot 0 = 0$

c) $P[\text{RB}] = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

7 **Extraemos una bola de la urna A y la echamos en la B. Después, sacamos una bola de B.**



Calcula la probabilidad de que:

a) Ambas sean rojas.

b) Ambas sean negras.

c) Haya alguna roja.

a) P[roja en A y roja en B] =

= P[roja en A] · P[roja en B habiendo obtenido roja en A] = $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$

b) P[negra en A y negra en B] =

= P[negra en A] · P[negra en B habiendo obtenido negra en A]= $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

c) Es el suceso contrario de la unión de los sucesos de a) y b). Por tanto:

P[alguna roja] = $1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{16} = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

8 **Se elige al azar una persona de este grupo:**

	CHICOS	CHICAS	TOTAL
PRACTICA DEPORTE	20	10	30
NO PRACTICA DEPORTE	2	8	10
TOTAL	22	18	40

Halla la probabilidad de que:

a) Sea chica.

b) Sea chico.

c) Haga deporte.

d) Sea chica y practique deporte.

e) Sabiendo que es chico, practique deporte.

a) P[chica] = $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$

b) [chico] = $\frac{22}{40} = \frac{11}{20}$

c) P[deporte] = $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

d) [chica y deporte] = $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c) P[deporte siendo chico] = $\frac{20}{22} = \frac{10}{11}$