

UNIDAD 4: Inecuaciones y sistemas

ACTIVIDADES-PÁG. 78

- Las afirmaciones de los apartados a) y b) son falsas y la del apartado c) es verdadera.
- La medida del tercer segmento debe estar entre 5 y 25 cm.
- Resolvemos el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x - \frac{x}{3} < 170 \\ x - \frac{x}{5} > 190 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 255 \\ x > 237,5 \end{cases}$$

El número de paquetes de folios que ha comprado el centro es un número entero comprendido en el intervalo (237, 255).

- No podemos simplificar (dividir) por $x - 5$, ya que en este caso su valor es nulo.

ACTIVIDADES-PÁG. 89

- Sí puede ser cierto; se trata de dos padres que se han casado cada uno con la hija del otro.
- Diremos que:

$$a_1 = 7$$

$$a_2 = 8$$

...

$$a_n = 7 + (n - 1) \cdot 1 = n + 6$$

Además sabemos que $a_n + n = 42$. Sustituyendo y operando, obtenemos $n = 18$ damas.

Con el valor anterior, tenemos $a_n = 42 - 18 = 24$ caballeros.

Había 18 damas y 24 caballeros.

- Luís tarda 15 minutos en llegar a la sierra.

La perra, por lo tanto, ha estado moviéndose durante 15 minutos. Por tanto ha recorrido:

$$16 \frac{\text{km}}{\text{h}} : 4 \text{ h} = 4 \text{ kilómetros}$$

4. Llamando x e y a las incógnitas podemos formular la “igualdad”:

$$2000 - 19xy = 9 + x + y$$

Desarrollando los números según la expresión decimal:

$$2000 - (1000 + 900 + 10x + y) = 9 + x + y$$

Operando, obtenemos la ecuación $11x + 2y = 91$, cuya solución con sentido es $x = 7, y = 7$.

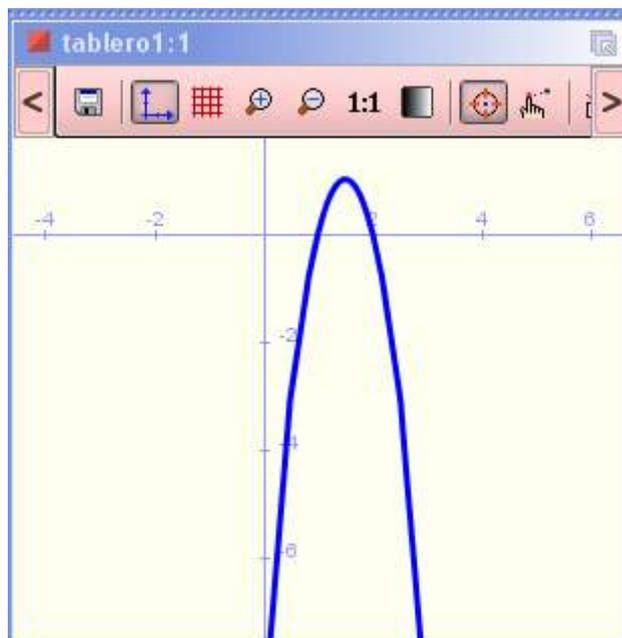
Es decir, Astérix nació en el año 1977 y en el año 2000 tenía 23 años.

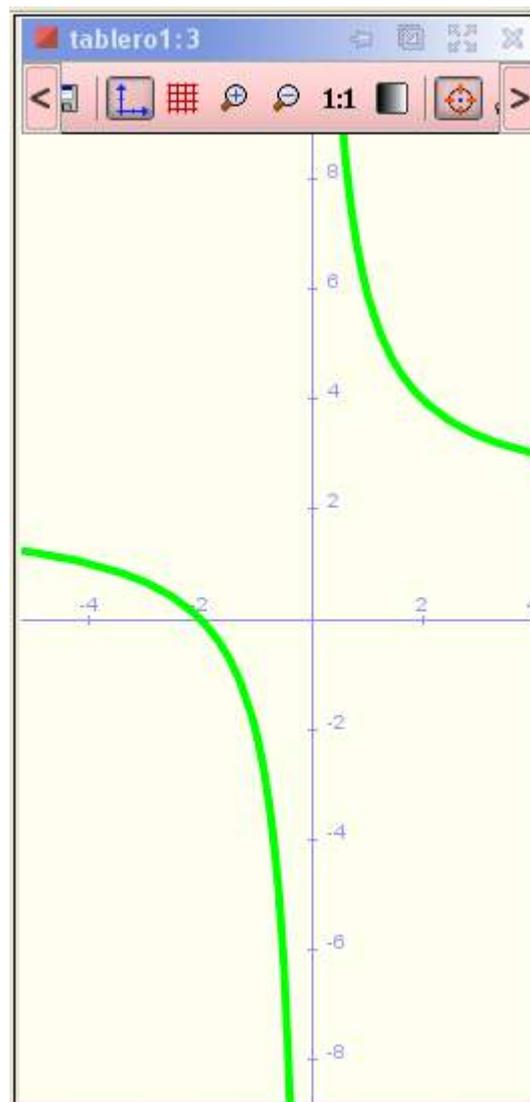
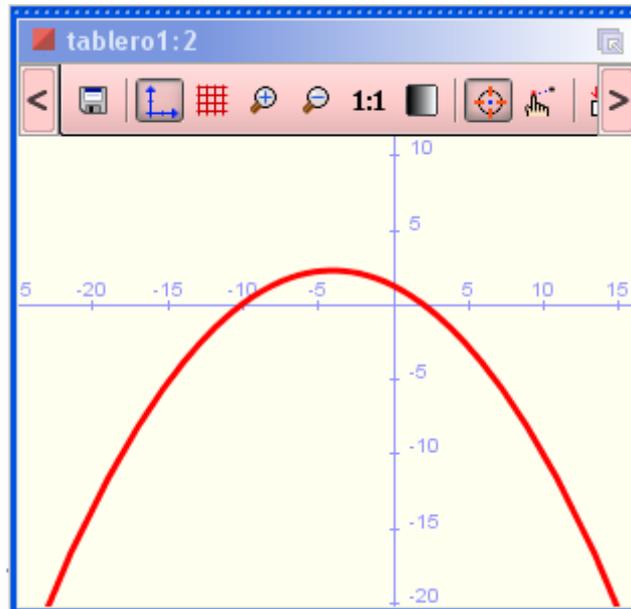
ACTIVIDADES-PÁG. 91

1. Con Wiris obtenemos:

```
resolver_inecuación(-4x^2+12x-8<0) → x>2|x<1
dibujar(y=-4x^2+12x-8,{color=azul,anchura_linea=3}) →
resolver_inecuación((4x+3)/8-x ≥ (x^2-14)/16) → x ≥ -10&x ≤ 2
(4x+3)/8-x-(x^2-14)/16 → -1/16·x^2-1/2·x+5/4
dibujar(y=-1/16·x^2-1/2·x+5/4,{color=rojo,anchura_linea=3})
resolver_inecuación((2x+4)/x<0) → x>-2&x<0
dibujar(y=(2x+4)/x,{color=verde,anchura_linea=4}) → tabler
```

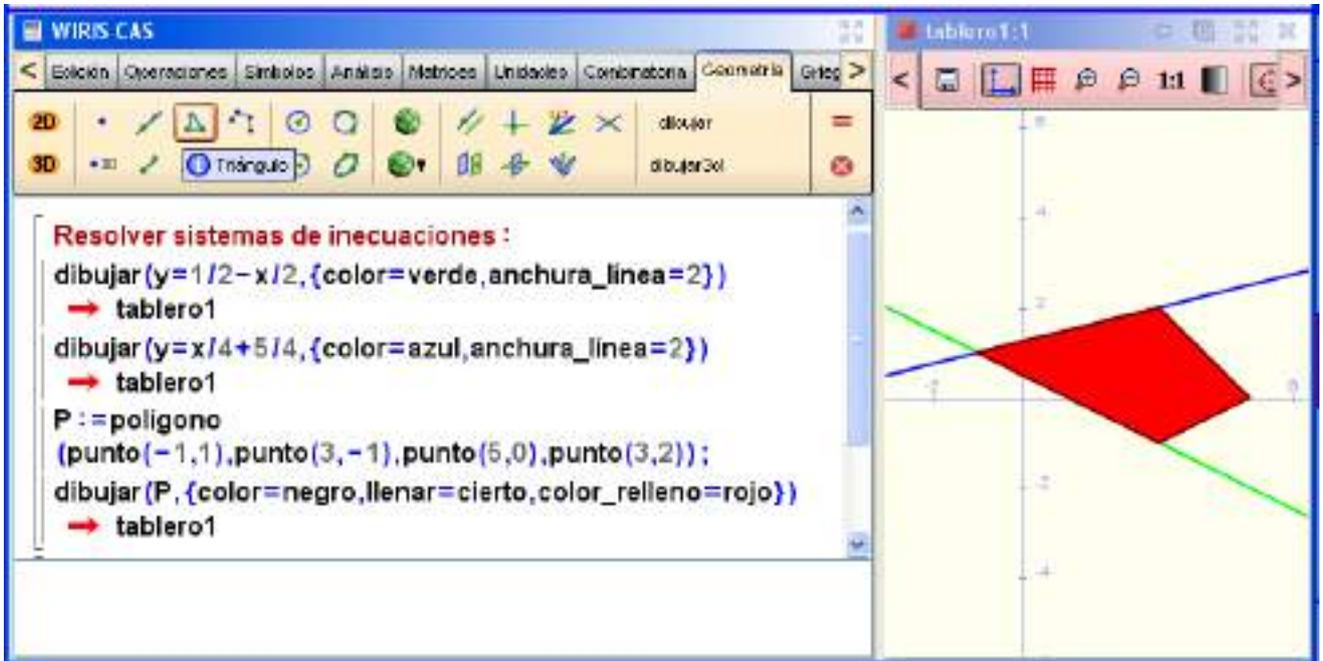
Como vemos en la imagen, la primera inecuación tiene como soluciones $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$; la segunda inecuación, el intervalo $[-10, 2]$ y la tercera inecuación $(-2, 0)$. En las gráficas adjuntas comprobamos estos resultados.



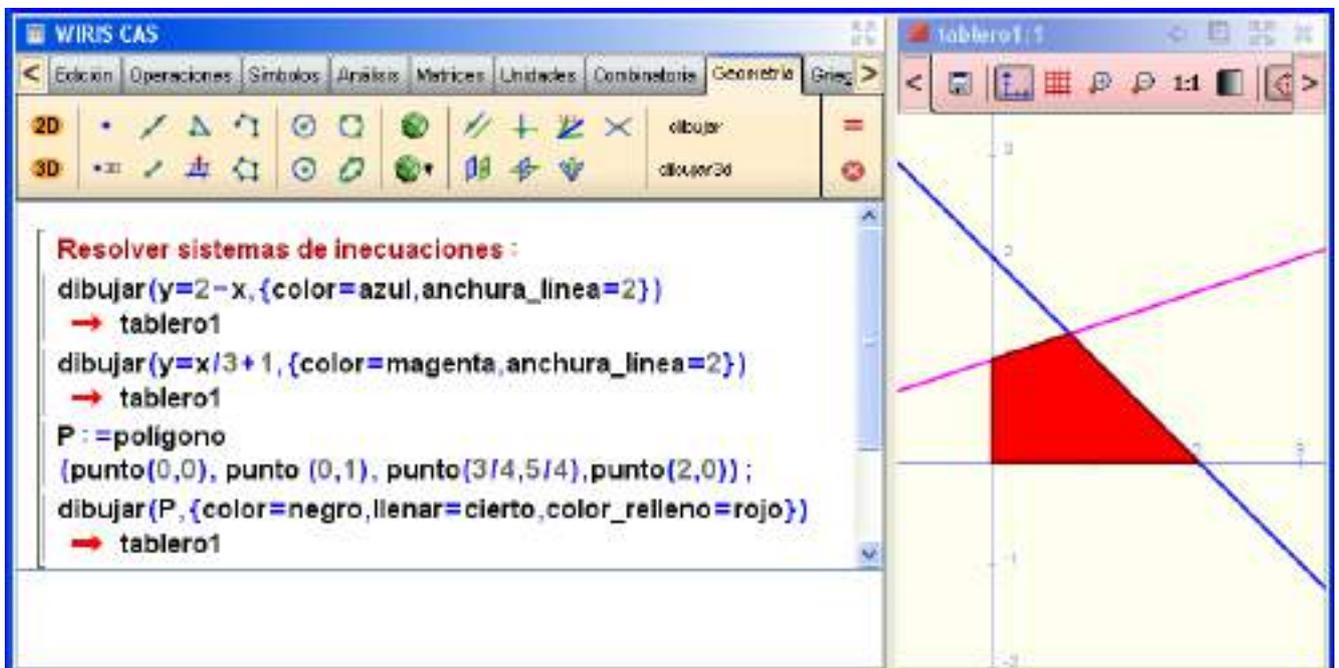


2. Con Wiris obtenemos:

a) La resolución de este sistema como vemos en la siguiente imagen es toda la región abierta señalada en rojo.



b) La resolución de este sistema como vemos en la imagen es la región cerrada señalada en rojo.



ACTIVIDADES-PÁG. 92

1. Los resultados pueden verse en la tabla que sigue:

Inecuación	$x = -1$	$x = -\frac{1}{2}$	$x = 0$	$x = \frac{1}{2}$	$x = 1$
a)	No	No	No	Si	Si
b)	No	No	No	No	Si
c)	No	No	No	No	No
d)	Si	Si	Si	Si	Si
e)	No	No	No	No	No
f)	Si	Si	Si	No	No
g)	No	No	No	Si	Si
h)	No	No	No	No	No
i)	No	No	No	No	No

2. Las soluciones quedan:

a) $x < \frac{11}{9}$

c) $x \in \mathbb{R}$

e) $x \geq \frac{4}{11}$

b) $x \geq -14$

d) No tiene solución

f) $x \leq -\frac{23}{5}$

3. Las asociaciones quedan: 1) con c); 2) con d); 3) con a); 4) con b)

4. Las soluciones de los sistemas son:

a) $x \in (7, 9)$

c) $x \in (-\infty, -2]$

e) $x \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$

b) $x \in \left(-\frac{1}{3}, 1\right]$

d) $x \in (90, +\infty)$

f) $x \in (-45, 35)$

5. La asociación es: a) con iii); b) con ii); c) con i)

6. Si llamamos x al número de ventas, se tiene que el sueldo en la empresa E_1 es $450 + 80x$, y en la empresa E_2 $125x$.

Se cumplirá:

$$450 + 80x > 125x \Rightarrow 80x - 125x > -450 \Rightarrow -45x > -450 \Rightarrow x < 10$$

Interesa más la empresa E_1 si se realizan menos de 10 ventas, la empresa E_2 si se realizan más de 10 ventas, y en el caso de realizarse 10 ventas, no importa la empresa elegida.

7. Las soluciones del sistema son $-\frac{29}{2} < x < 2$. Por tanto, los números enteros buscados son:

- 14, - 13, - 12, - 11, - 10, - 9, - 8, - 7, - 6, - 5, - 4, - 3, - 2, - 1, 0 y 1

ACTIVIDADES-PÁG. 93

8. Llamando x al número de escalones tenemos:

$$45 < \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 50 \Leftrightarrow 45 < \frac{5x}{6} < 50 \Leftrightarrow 9 < \frac{x}{6} < 10 \Leftrightarrow 54 < x < 60$$

El número de escalones está comprendido entre 54 y 60.

9. Llamando x al número de caras y $20 - x$ al número de cruces, obtenemos:

$$10\,000x + 6\,000 \cdot (20 - x) < 176\,000 \Rightarrow x < 14$$

El número máximo de caras conseguido es 14.

10. Las soluciones quedan, en cada caso:

- | | | |
|--|---|--------------------------------------|
| a) $x \in (-\infty, -2] \cup [5, +\infty)$ | c) $x \in (-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$ | e) $x \in (-\infty, 0] \cup [1, 10]$ |
| b) $R - \left\{\frac{1}{3}\right\}$ | d) No tiene soluciones. | f) $x \in (1, +\infty)$ |

11. Las soluciones son:

- | | | |
|--------------------------------------|-------------------|----------------------------------|
| a) $(2, +\infty)$ | c) $(2, +\infty)$ | e) $(0, 1)$ |
| b) $(-\infty, -3) \cup [3, +\infty)$ | d) $(-3, 1]$ | f) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ |

12. Sea x la capacidad, en litros, del depósito. El dinero gastado en el viaje es $0,7x + 7$, que no puede superar los 35 euros, por tanto:

$$0,7x + 7 \leq 35 \Rightarrow x \leq 40$$

La capacidad del depósito no puede exceder los 40 litros.

Si han sobrado 3,5 euros, se cumplirá: $0,7x + 7 = 35 - 3,5 \Rightarrow x = 35$.

La capacidad del depósito es 35 litros.

13. Todos los números x que verifiquen $x^2 < 4x$, es decir, los valores del intervalo $(0, 4)$.

14. Llamando x al lado del cuadrado obtenemos $150x^2 + 30 \cdot 4x \leq 620$.

Las soluciones son los valores de x que estén en el intervalo $(- 2,47; 1,67)$. Luego la longitud máxima del cuadro es de 1,67 metros.

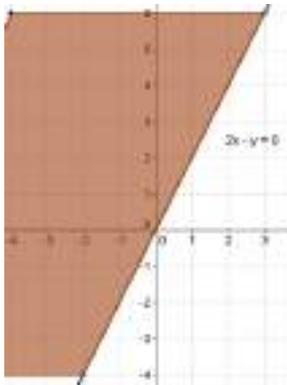
15. Las soluciones de las inecuaciones son:

a) El punto A

b) Los puntos E, F y G

16. Las soluciones de las inecuaciones son los conjuntos de puntos sombreados que aparecen en los dibujos.

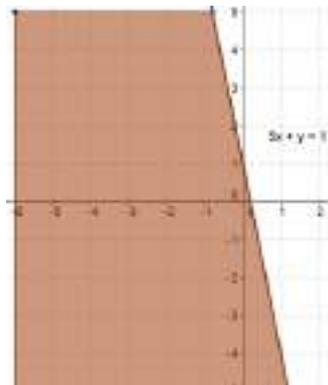
a)



b)

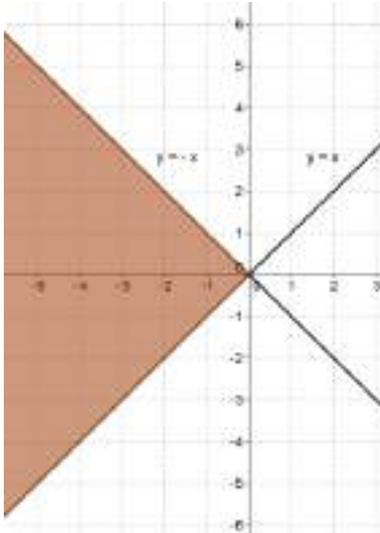


c)

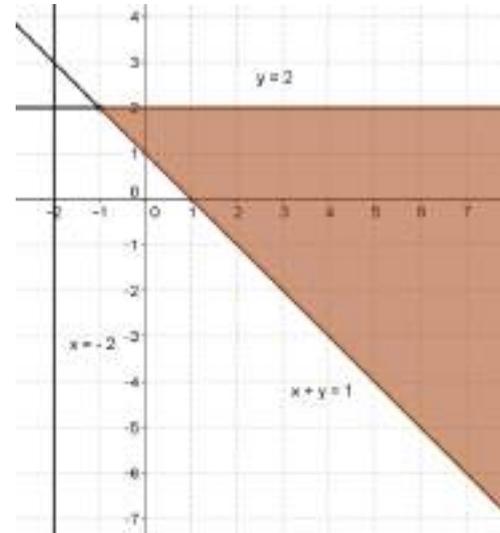


17. Las soluciones de los sistemas son los conjuntos de puntos sombreados que aparecen en los dibujos.

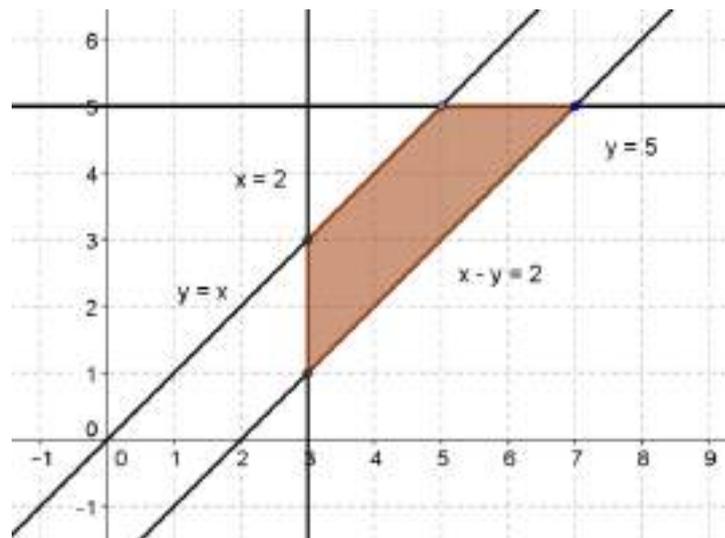
a)



b)



c)



18. Los sistemas de inecuaciones son:

a)
$$\begin{cases} x > -1 \\ x < 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \\ y > -3 \\ y < -1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x < -1 \\ y > 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x > 0 \\ y > -3 \\ y < -1 \\ x + 2y < 2 \end{cases}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 94

19. En cada caso quedan:

- a) (0, 0); (6, 0) y (3, 3)
- b) (-1, 0); (-5, 4) y (3, 4)
- c) (-4, -1) y (-1, 2); (0, 2) y (0, -1)

20. El sistema de inecuaciones es:

$$\begin{cases} x + y < 4 \\ 5x - 2y > -15 \\ 5x - 9y < 20 \end{cases}$$

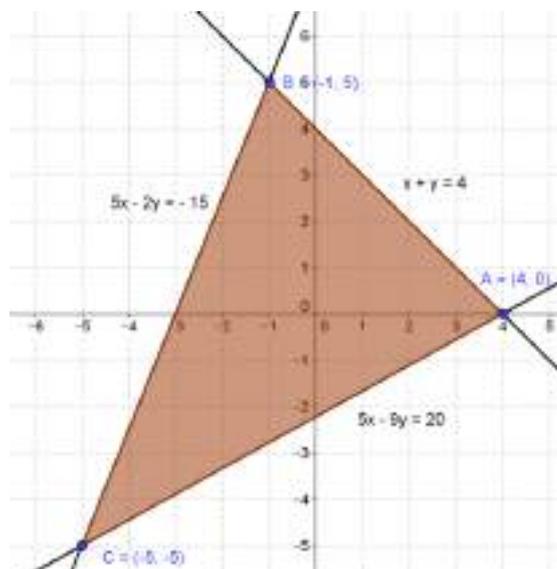
Los vértices de la región son:

$$A: \begin{cases} 5x - 9y = 20 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A = (4, 0)$$

$$B: \begin{cases} 5x - 2y = -15 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow B = (-1, 5)$$

$$C: \begin{cases} 5x - 9y = 20 \\ 5x - 2y = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow C = (-5, -5)$$

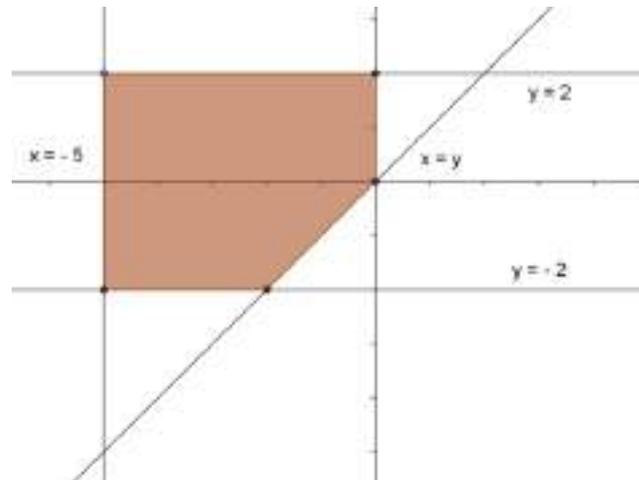
Todo lo anterior puede verse en el dibujo.



21. Se debe cumplir: $2 \cdot x + 3 \cdot (60 - x) \leq 2,6 \cdot 60 \Rightarrow x \geq 24$

Por tanto, deben mezclarse 24 ó más kilos del de 2 euros/kg con 36 o menos kilos del de 3 euros/kg.

22. El área del recinto que puede verse en el gráfico es de 18 unidades cuadradas.



23. Para que se cumplan las condiciones del enunciado el hijo debe tener 24 años como mínimo.

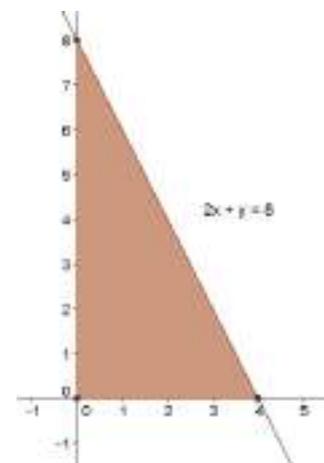
Este resultado satisface al sistema que se obtiene del enunciado, llamando P a la edad del padre y H a la del hijo.

$$\begin{cases} P - H > 30 \\ P = 2H + 6 \end{cases} \Rightarrow H > 24 \text{ años}$$

24. Llamando x e y a los lados del triángulo, debe cumplirse:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

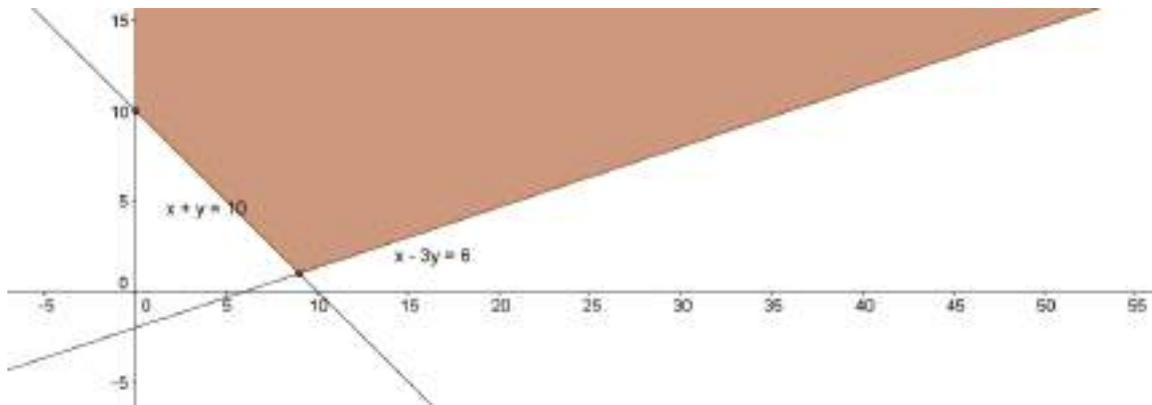
Las medidas serán las coordenadas de los puntos de la región de soluciones del sistema de inecuaciones anterior. Estas aparecen en la región sombreada del gráfico.



25. Llamando x al número de monedas del cofre rojo, e y al número de monedas del otro cofre. Dichas cantidades deben cumplir el sistema:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y > 10 \\ x - 3y < 6 \end{cases}$$

Las soluciones son las coordenadas enteras de los puntos de la región de soluciones del sistema de inecuaciones anterior. Estas aparecen en la región sombreada del gráfico.

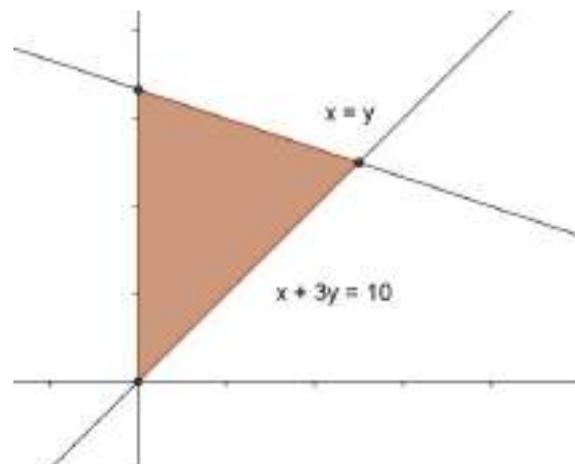


26. Sean x e y el número de bolígrafos y cuadernos, respectivamente, que podemos comprar. Se debe cumplir:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \leq y \\ 0,2x + 0,6y \leq 2 \end{cases}$$

Las soluciones son el conjunto de pares enteros dentro del recinto sombreado. Es decir:

(0, 1); (0, 2); (0, 3); (1, 1); (1, 2); (1, 3) y (2, 2).



27. Llamamos x al número de partidas ganadas; se debe cumplir:

$$2 \cdot x + (10 - x) \cdot 1 \geq 16 \quad \Rightarrow \quad x \geq 6$$

Por tanto, ha de ganar más de 6 de las 10 partidas.

28. Llamando x a la cantidad que debe vender se cumple:

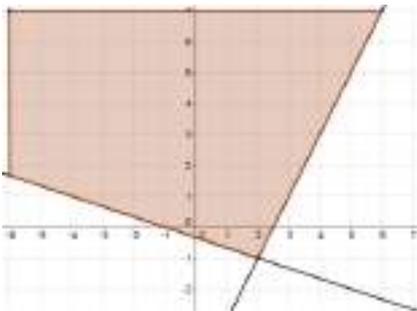
$$1200 < 600 + 0,05 \cdot x < 1500 \quad \Rightarrow \quad 12\,000 < x < 18\,000$$

Debe vender una cantidad entre 12 000 y 18 000 euros.

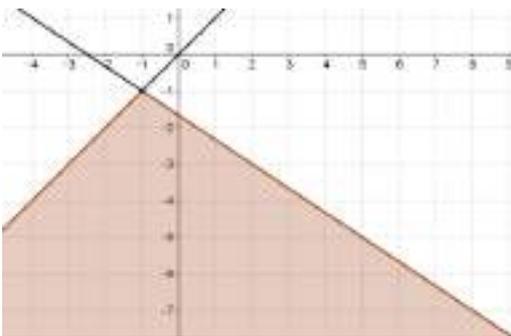
29. Resolviendo cada una, obtenemos:

a) Las soluciones son los números reales del intervalo $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$.

- b) Las soluciones son los números reales del conjunto $(-\infty, -2] \cup [1, 3]$.
- c) Las soluciones son los números reales del intervalo $[-5, 2)$.
- d) Las soluciones son los números reales del intervalo $[-1, 1)$.
- e) Las soluciones son los puntos de la región sombreada.



- f) Las soluciones son los puntos de la región sombreada.



ACTIVIDADES-PÁG. 95

En esta actividad no damos la solución al uso ya que sobre el número π existe muchísima información tanto bibliográfica como en Internet. Existen monografías dedicadas a este número como las que aparecen en la bibliografía que sigue.

ESTEBAN, M.; IBAÑES, M. y ORTEGA, T. (1998) *Trigonometría*. Editorial Síntesis. Madrid.

NAVARRO, Joaquín. (2010) *Los secretos del número π* . RBA. Barcelona

POSAMENTIER, Alfred. (2006) *La proporción trascendental. La historia de π , el número más misterioso del mundo*. Ariel. Barcelona.

TORIJA, R. (1999). *Arquímedes. Alrededor del círculo*. Nivelá. Madrid.

La página web dedicada a π es <http://webs.adam.es/rllorens/pihome.htm>

La página web realizada por los amigos de π puedes encontrarla en <http://webs.adam.es/rllorens/pifriend.htm>