Inferencia estadística. Estimación 12

ACTIVIDADES

1. Página 288

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Peso total de 10 personas de la ciudad".

$$X \to N\left(10\cdot 68,\ 8\sqrt{10}\right) \to N(680;25,3) \longrightarrow P(X \geq 700) = P\left(Z \geq \frac{700-680}{25,3}\right) = P(Z \geq 0,79) = 1 - P(Z \leq 0,79) = 1 - 0,7852 = 0,2148$$

2. Página 288

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Gasto total de 35 jóvenes".

$$X \to N\left(35\cdot 30,\ 10\sqrt{35}\right) \to N(1050;\,59,16)$$

$$P(1000 \leq X \leq 1150) = P\left(\frac{1000-1050}{59,16} \leq Z \leq \frac{1150-1050}{59,16}\right) = P(-0,85 \leq Z \leq 1,69) = P(Z \leq 1,69) - P(Z \leq -0,85) =$$

$$= P(Z \leq 1,69) - \left[1 - P(Z \leq 0,85)\right] = 0,9545 - (1 - 0,8023) = 0,7568$$

3. Página 289

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 68\\ \sigma = 8\end{cases} \to \overline{X} \equiv N\left(68, \frac{8}{\sqrt{100}}\right) = N\left(68, \frac{8}{10}\right) = N(68;\,0,8)$

$$P(69 \leq \overline{X}) = P\left(\frac{69-68}{0,8} \leq Z\right) = P(1,25 \leq Z) = 1 - P(Z \leq 1,25) = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

Hay una probabilidad de 10,56 % de que la media sea superior a 69 kg.

$$P(67 \geq \overline{X}) = P\left(\frac{67-68}{0,8} \geq Z\right) = P(-1,25 \geq Z) = 1 - P(Z \leq 1,25) = 1 - 0,8944 = 0,1056$$

Hay una probabilidad de 10,56 % de que la media sea inferior a 67 kg.

4. Página 289

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 51\\ \sigma = 7\end{cases} \xrightarrow{n=16} \overline{X} \equiv N\left(51, \frac{7}{\sqrt{16}}\right) = N\left(51, \frac{7}{4}\right) = N(51;\,1,75)$.

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 51\\ \sigma = 7\end{cases} \xrightarrow{n=25} \overline{X} \equiv N\left(51, \frac{7}{\sqrt{25}}\right) = N\left(51, \frac{7}{5}\right) = N(51;1,4)$.

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 51\\ \sigma = 7\end{cases} \xrightarrow{n=36} \overline{X} \equiv N\left(51, \frac{7}{\sqrt{36}}\right) = N\left(51, \frac{7}{6}\right) = N(51;1,67)$.

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 51\\ \sigma = 7\end{cases} \xrightarrow{n=49} \overline{X} \equiv N\left(51, \frac{7}{\sqrt{49}}\right) = N(51,1)$.

La población tiene: $\begin{cases}\mu = 51\\ \sigma = 7\end{cases} \xrightarrow{n=100} \overline{X} \equiv N\left(51, \frac{7}{\sqrt{100}}\right) = N\left(51, \frac{7}{10}\right) = N(51;0,7)$.

Si la población no siguiera una distribución normal, los cálculos serían válidos en los tres últimos casos, porque el tamaño de la muestra es mayor que 30. Mientras que en los dos primeros casos no serían válidos los cálculos porque el tamaño de la muestra es menor que 30.

5. Página 290

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 1\,600 > 30\\ \text{La muestra tiene } p = 0{,}1.\\ n\cdot p = 1\,600\cdot 0{,}1 = 160 > 5\\ n\cdot q = 1\,600\cdot 0{,}9 = 1\,440 > 5\end{array}\right\} \to \hat{p} = N\left(0{,}1;\ \sqrt{\frac{0{,}1\cdot 0{,}9}{1\,600}}\right) = N(0{,}1;\ 0{,}0075)$$

$$P\left(\hat{p} = \frac{150}{1\,600}\right) = P\left(\frac{149{,}5}{1\,600} < \hat{p} < \frac{150{,}5}{1\,600}\right) = P(0{,}0934375 < \hat{p} < 0{,}0940625) = P\left(\frac{0{,}0934375 - 0{,}1}{0{,}0075} < Z < \frac{0{,}0940625 - 0{,}1}{0{,}0075}\right) =$$

$$= P(-0{,}875 < Z < -0{,}792) = P(Z < 0{,}875) - P(Z < 0{,}792) = 0{,}8106 - 0{,}7852 = 0{,}0254$$

Hay una probabilidad del 2,54% de encontrar 150 yogures con menos fruta de lo indicado.

6. Página 290

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 100 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}25.\\ n\cdot p = 100\cdot 0{,}25 = 25\\ n\cdot q = 100\cdot 0{,}75 = 75\end{array}\right\} \to \hat{p} = N\left(0{,}25;\ \sqrt{\frac{0{,}25\cdot 0{,}75}{100}}\right) = N(0{,}25;\ 0{,}0433)$$

$$P\left(\frac{30}{100} > \hat{p} > \frac{20}{100}\right) = P(0{,}3 > \hat{p} > 0{,}2) = P\left(\frac{0{,}3 - 0{,}25}{0{,}0433} > Z > \frac{0{,}2 - 0{,}25}{0{,}0433}\right) = P(1{,}155 > Z > -1{,}155) = P(Z < 1{,}155) - P(Z < -1{,}155)$$

$$= P(Z < 1{,}155) - [1 - P(Z < 1{,}155)] = 2P(Z < 1{,}155) - 1 = 2\cdot 0{,}87595 - 1 = 0{,}7519$$

$$\left.\begin{array}{l}P(Z < 1{,}15) = 0{,}8749\\ P(Z < 1{,}16) = 0{,}877\end{array}\right. \to P(Z < 1{,}155) = 0{,}87595$$

7. Página 291

Las muestras son aleatorias. $n_1 = 50 > 30$, $n_2 = 40 > 30$

Los parámetros de las poblaciones son $\begin{cases}\mu_1 = 15 & \sigma_1 = 3\\ \mu_2 = 12 & \sigma_2 = 2\end{cases}$.

a) $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 = N\left(15 - 12;\ \sqrt{\frac{9}{50} + \frac{4}{40}}\right) = N\left(3;\ \frac{\sqrt{7}}{5}\right) = N(3;\ 0{,}53)$

b) $P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 < 0{,}75) = P\left(Z < \frac{0{,}75 - 3}{0{,}53}\right) = P(Z < -4{,}245) = 0$

8. Página 291

Las muestras son aleatorias. $n_1 = 36 > 30$, $n_2 = 35 > 30$

Los parámetros de las poblaciones son: $\begin{cases}\mu_1 = 7 & \sigma_1 = 0{,}9\\ \mu_2 = 6{,}2 & \sigma_2 = 1\end{cases} \to \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = N\left(7 - 6{,}2;\ \sqrt{\frac{0{,}81}{36} - \frac{1}{35}}\right) = N(0{,}8;\ 0{,}226)$

$$P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 1) = P\left(Z > \frac{1 - 0{,}8}{0{,}226}\right) = P(Z > 0{,}88) = 1 - P(Z < 0{,}88) = 1 - 0{,}8106 = 0{,}1894$$

9. Página 292

La población son todas las personas de la ciudad y la muestra son las 400 personas.

Proporción de las personas que practican algún tipo de deporte: $\hat{p} = \frac{\text{n.º de casos favorables}}{\text{n.º de casos posibles}} = \frac{120}{400} = 0,3$

10. Página 292

La muestra son los 20 bebés pesados.

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{62,967}{20} = 3,148 \rightarrow$ Podemos considerar 3,148 kg el peso medio de la población.

Proporción de niños dentro de la población: $\hat{p} = \frac{\text{n.º de casos favorables}}{\text{n.º de casos posibles}} = \frac{9}{20} = 0,45$

11. Página 293

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la longitud de la ballena esté en el intervalo de confianza (20 m, 26 m) es del 90 %.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0,9$. Nivel de significación: $\alpha = 0,1$.

En una variable que siga una distribución normal $N(0, 1)$, al nivel de confianza 0,9 le corresponde un valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,1}{2}} = z_{0,05}$, y se cumple que $P(-z_{0,05} \leq Z \leq z_{0,05}) = 0,9$.

Radio: $\frac{26-20}{2} - 3$ m Punto medio: $\frac{26-20}{2} - 23$ m

El error máximo admisible es de 3 m; es decir, al considerar la longitud media de la ballena como 23 m, el error máximo que podemos cometer en la estimación es de 3 m.

12. Página 293

Con la muestra elegida, la probabilidad de que el gasto durante un fin de semana esté en el intervalo de confianza (28 €, 36 €) es del 98 %.

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0,98$. Nivel de significación: $\alpha = 0,02$.

En una variable que siga una distribución normal $N(0, 1)$, al nivel de confianza 0,02 le corresponde un valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,02}{2}} = z_{0,01}$, y se cumple que $P(-z_{0,01} \leq Z \leq z_{0,01}) = 0,98$.

Radio: $\frac{36 \quad 28}{2} \quad 4$ € Punto medio: $\frac{36 \quad 28}{2} \quad 32$ €

El error máximo admisible es de 4 €; es decir, al considerar el gasto medio del fin de semana como 32 € el error máximo que podemos cometer en la estimación es de 4 €.

13. Página 294

Se halla el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,05}{2}} = z_{0,025}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0,025}) = 1 - 0,025 = 0,975 \rightarrow z_{0,025} = 1,96$.

Se calcula el intervalo de confianza: $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(18 - 1,96 \cdot \frac{5}{\sqrt{100}}, 18 - 1,96 \cdot \frac{5}{\sqrt{100}}\right) = 17,02; 18,98$

Con la muestra elegida la probabilidad de que el consumo medio de leche entre los jóvenes esté en el intervalo de confianza (17,02; 18,98) es del 95 %.

14. Página 294

Se halla el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,03}{2}} = z_{0,015}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0,015}) = 1 - 0,015 = 0,985 \rightarrow z_{0,015} = 2,17$.

Se calcula el intervalo de confianza con los datos obtenidos.

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(6,92 - 2,17\cdot\frac{3,2}{\sqrt{150}},\ 6,92 - 2,17\cdot\frac{3,2}{\sqrt{150}}\right) = (6,353;\ 7,487)$$

Con la muestra elegida la probabilidad de que la antigüedad media de los coches esté en el intervalo de confianza (6,353; 7,487) es del 97 %.

15. Página 295

Se halla el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,1}{2}} = z_{0,05}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0,05}) = 1 - 0,05 = 0,95 \rightarrow z_{0,05} = 1,645$.

$P(Z \leq 1,64) = 0,9495$
$P(Z \leq 1,65) = 0,9505$

Se calcula el intervalo de confianza con los datos obtenidos.

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(248 - 1,645\cdot\frac{18}{\sqrt{400}},\ 248 - 1,645\cdot\frac{18}{\sqrt{400}}\right) = (246,52;\ 249,48)$$

El intervalo de confianza del 90 % es (246,52; 249,48).

El error máximo admisible es $E = 1,645\cdot\frac{18}{\sqrt{400}} = 1,48$.

16. Página 295

$1 - \alpha = 0,975 \rightarrow \alpha = 0,025$

$P(Z \leq z_{0,0125}) = 1 - 0,0125 = 0,9875 \rightarrow z_{0,0125} = 2,24$

$3 = 2,24\,\frac{18}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{2,24\cdot 18}{3}\right)^2 = 180,63$

Para que se cumplan las condiciones y como *n* tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 181.

17. Página 296

Determinamos la proporción de la muestra:

$$\hat{p} = \frac{\text{n.º de casos favorables}}{\text{n.º de casos posibles}} = \frac{125}{450} = 0,278$$

Hallamos el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0,1}{2}} = z_{0,05}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0,05}) = 1 - 0,05 = 0,95 \rightarrow z_{0,05} = 1,645$.

$P(Z \leq 1,64) = 0,9495$
$P(Z \leq 1,65) = 0,9505$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0,278 - 1,645\cdot\sqrt{\frac{0,278\cdot 0,722}{450}},\ 0,278 - 1,645\cdot\sqrt{\frac{0,278\cdot 0,722}{450}}\right) = (0,243;\ 0,313)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de personas que han visto la película esté en el intervalo (0,243; 0,313) es 0,9.

18. Página 296

Determinamos la proporción de la muestra: $\hat{p} = \frac{\text{n.º de casos favorables}}{\text{n.º de casos posibles}} = \frac{415}{500} = 0{,}83$

a) Hallamos el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0{,}025}) = 1 - 0{,}025 = 0{,}975 \to z_{0{,}025} = 1{,}96$.

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}83 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}83 \cdot 0{,}17}{500}}; 0{,}83 + 1{,}96 \sqrt{\frac{0{,}83 \cdot 0{,}17}{500}}\right) = (0{,}797; 0{,}863)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de usuarios con tarifa de datos superior a 1Gb esté en (0,797; 0,863) es 0,95.

b) Hallamos el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}005}$, y se cumple que $P(Z \leq z_{0{,}005}) = 1 - 0{,}005 = 0{,}995 \to z_{0{,}005} = 2{,}575$.

$P(Z \leq 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \leq 2{,}58) = 0{,}9951$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}83 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}83 \cdot 0{,}17}{500}}; 0{,}83 - 2{,}575 \sqrt{\frac{0{,}83 \cdot 0{,}17}{500}}\right) = (0{,}787; 0{,}873)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la proporción de usuarios con tarifa de datos superior a 1Gb esté en (0,787; 0,873) es 0,99.

19. Página 297

$\alpha = 0{,}01 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$ $\qquad \hat{p} = \frac{24}{300} = 0{,}08$

$P(Z \leq 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \leq 2{,}58) = 0{,}9951$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 0{,}92}{300}} = 0{,}04$$

Este resultado indica que, al considerar 8 % como la proporción de bombillas rotas, el mayor error que podemos cometer en la estimación es 0,04.

20. Página 297

$\alpha = 0{,}01 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$ $\qquad \hat{p} = \frac{24}{300} = 0{,}08$

$P(Z \leq 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \leq 2{,}58) = 0{,}9951$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 0{,}92}{n}} = 0{,}02 \to n = \frac{2{,}575^2 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}92}{0{,}02^2} = 1\,220{,}04$$

Para que se cumplan las condiciones y como *n* tiene que ser un número entero, debe ser mayor o igual que 1 221.

21. Página 298

Hallamos el valor crítico: $\alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}05} = 1{,}645$

$$\boxed{\begin{array}{l} P(Z \le 1{,}64) = 0{,}9495 \\ P(Z \le 1{,}65) = 0{,}9505 \end{array}}$$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\left(34 - 23 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{9}{45} - \frac{9}{45}},\ 34 - 23 + 1{,}645\sqrt{\frac{9}{45} - \frac{9}{45}}\right) = (9{,}96; 12{,}04)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la diferencia de medias esté en (9,96; 12,04) es 0,9.

22. Página 298

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$

$$\boxed{\begin{array}{l} P(Z \le 2{,}57) = 0{,}9949 \\ P(Z \le 2{,}58) = 0{,}9951 \end{array}}$$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\left(26 - 23 - 2{,}575\sqrt{\frac{16}{15} - \frac{16}{20}},\ 26 - 23 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{16}{15} - \frac{16}{20}}\right) = (-0{,}52; 6{,}52)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la diferencia de medias esté en (–0,52; 6,52) es 0,99.

23. Página 299

Hallamos el valor crítico:

$$1 - \alpha = 0{,}92 \rightarrow \alpha = 0{,}08 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}04} = 1{,}75$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 1{,}75 \cdot \sqrt{\frac{9}{45} - \frac{9}{45}} = 1{,}107$$

24. Página 299

Hallamos el valor crítico:

$$\alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}01} = 2{,}33$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 2{,}33 \cdot \sqrt{\frac{16}{15} - \frac{16}{20}} = 3{,}173$$

25. Página 300

Se identifican la distribución que se está estudiando y las probabilidades conocidas:

$\bar{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(\mu, \frac{\sigma}{9}\right)$ $\qquad P(\bar{X} < 25) = 0,645$ $\qquad P(\bar{X} > 40) = 0,04$

$$P(\bar{X} < 25) = P\left(Z < \frac{25-\mu}{\sigma/9}\right) = 0,645$$

$$P(\bar{X} > 40) = P\left(Z > \frac{40-\mu}{\sigma/9}\right) = 0,04 \rightarrow P\left(Z < \frac{40-\mu}{\sigma/9}\right) = 1-0,04 = 0,96$$

Buscamos en la tabla de la $N(0, 1)$ el valor que acumula cada probabilidad.

$$P(Z < 0,37) = 0,6443 \rightarrow \frac{25-\mu}{\sigma/9} = 0,37$$

$$P(Z < 1,75) = 0,9599 \rightarrow \frac{40-\mu}{\sigma/9} = 1,75$$

Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{25-\mu}{\sigma/9} = 0,37 \\ \frac{40-\mu}{\sigma/9} = 1,75 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 25-\mu = 0,37 \cdot \frac{\sigma}{9} \\ 40-\mu = 1,75 \cdot \frac{\sigma}{9} \end{array}\right\} \rightarrow 15 = 1,38 \cdot \frac{\sigma}{9} \rightarrow \sigma = 97,83$$

$$25-\mu = 0,37 \cdot \frac{\sigma}{9} \xrightarrow{\sigma=97,83} \mu = 20,98$$

26. Página 300

Se calculan los parámetros de la distribución de la media muestral a partir de los parámetros de la población.

La distribución de la media muestral es una distribución normal de media $\mu = 83$ y desviación típica $\sigma = \frac{7}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8} = 0,875$. Es decir, $\bar{X} \rightarrow N(83; 0,875)$.

27. Página 300

Se calculan los parámetros de la distribución de la media muestral a partir de los parámetros de la población.

$$\bar{X} = N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(25, \frac{5}{\sqrt{100}}\right) = N(25; 0,5)$$

$$P(24 < \bar{X} < 26) = P\left(\frac{24-25}{0,5} < Z < \frac{26-25}{0,5}\right) = P(-2 < Z < 2)$$

$$= P(Z < 2) - P(Z < -2) = P(Z < 2) - (1 - P(Z < 2))$$

$$= 2P(Z < 2) - 1 = 2 \cdot 0,9772 - 1 = 0,9544$$

28. Página 301

$X \equiv N(34; 1,4) \qquad n = 400 \rightarrow \bar{X} \equiv N\left(34, \frac{1,4}{\sqrt{400}}\right) = N(34; 0,07)$

Se calcula, en la distribución $N(0,1)$, el intervalo característico que corresponde a la probabilidad pedida.

$p = 0,995 \rightarrow \alpha = 1 - 0,995 = 0,005 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,0025$

$0,005 = 1 - P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) \rightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 0,995$

$\rightarrow P\left(Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) - P\left(Z < -z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = P\left(Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) - \left[1 - P\left(Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right)\right] = 2P\left(Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) - 1 = 0,995$

$\rightarrow P\left(Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{1,995}{2} = 0,9975 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,81$

Se calculan los valores de la distribución que corresponden a estos valores tipificados.

$0,995 = P(34 - k < \bar{X} < 34 + k) = P\left(\frac{34 - k - 34}{0,07} < Z < \frac{34 + k - 34}{0,07}\right) = P\left(-\frac{k}{0,07} < Z < \frac{k}{0,07}\right) = 0,995$

$\rightarrow \frac{k}{0,07} = 2,81 \rightarrow k = 0,197$

Por tanto, el intervalo correspondiente es $(34 - 0,197; 34 + 0,197) = (33,803; 34,197)$.

29. Página 301

Se trata de un intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$\bar{X} = 2,75 \qquad \sigma = 0,25 \qquad n = 100 \qquad 1 - \alpha = 0,9 \rightarrow \alpha = 0,1 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,05} = 1,645$

El intervalo de confianza al 90 % es: $\left(2,75 - 1,645 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}; 2,75 + 1,645 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}\right) = (2,71; 2,79)$

$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$

El intervalo de confianza al 95 % es: $\left(2,75 - 1,96 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}; 2,75 + 1,96 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}\right) = (2,701; 2,799)$

$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,005} = 2,575$

El intervalo de confianza al 99 % es: $\left(2,75 - 2,575 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}; 2,75 + 2,575 \cdot \frac{0,25}{\sqrt{100}}\right) = (2,685; 2,815)$

30. Página 302

Se trata de un intervalo de confianza para la media: $\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$\bar{X} = \frac{2 - 5 - 1 - 3 - 4 - 1 - 0 - 1 - 2}{9} = 1,22 \qquad \sigma = 1 \qquad n = 9$

$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,005} = 2,575$

El intervalo de confianza al 99 % es: $\left(1,22 - 2,575 \cdot \frac{1}{\sqrt{9}}; 1,22 + 2,575 \cdot \frac{1}{\sqrt{9}}\right) = (0,36; 2,07)$

31. Página 302

Se trata de un intervalo de confianza para la proporción:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = (0,3; 0,5) \qquad 1-\alpha = 0,99 \to \alpha = 0,01 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,005} = 2,575$$

Obtenemos el sistema dado por los extremos del intervalo:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0,3 \\ \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0,5 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{sumamos ambas igualdades}} 2\hat{p} = 0,8 \to \hat{p} = 0,4$$

La proporción muestral de votantes de la candidatura es 0,4.

32. Página 302

$$L = 2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10 \qquad 1-\alpha = 0,95 \to \alpha = 0,05 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96 \qquad 2\cdot 1,96\cdot\frac{6}{\sqrt{n}} = 10 \to n = \left(\frac{2\cdot 1,96\cdot 6}{10}\right)^2 = 5,53$$

Como n toma valores enteros, el tamaño mínimo de la muestra es 6.

33. Página 303

El estimador dado es el centro del intervalo: $\frac{52+53}{2} = 52,5 \to \bar{x} = 52,5$.

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(52,5 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{5,3}{\sqrt{169}}; 52,5 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{5,3}{\sqrt{169}}\right)$$

Igualamos los extremos del intervalo:

$$\left.\begin{array}{l} 52,5 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{5,3}{13} = 52 \\ 52,5 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{5,3}{13} = 53 \end{array}\right\} \to -2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{5,3}{13} = -1 \to z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,23 \qquad F(1,23) = 0,8907$$

Determinamos el nivel de confianza:

$$\frac{\alpha}{2} = 1 - 0,8907 = 0,1093 \to 1-\alpha = 1 - 2\cdot 0,1093 = 0,7814$$

El nivel de confianza es del 78,14 %.

34. Página 303

Se trata de un intervalo de confianza para la proporción: $\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = (0,018; 0,024)$

Obtenemos el sistema dado por los extremos del intervalo:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0,018 \\ \hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0,024 \end{array}\right\} \to 2\hat{p} = 0,042 \to \hat{p} = 0,021$$ $\longrightarrow$ La proporción de productos defectuosos es 0,021.

35. Página 303

$$1-\alpha = 0{,}96 \rightarrow \alpha = 0{,}04 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,02} = 2{,}055$$

$$P(Z \leq 2{,}05) = 0{,}9798$$
$$P(Z \leq 2{,}06) = 0{,}9803$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}055 \cdot \frac{6\,000}{\sqrt{n}} = 100 \rightarrow n = \left(2{,}055 \cdot \frac{6\,000}{100}\right)^2 = 15\,202{,}9$$

Como n es un número entero, el tamaño mínimo de la muestra tiene que ser 15 203.

36. Página 304

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Peso total de 30 personas".

$$\sigma^2 = 100 \rightarrow \sigma = 10$$

$$X \rightarrow N\left(30 \cdot 76, 10\sqrt{30}\right) \rightarrow N(2\,280; 54{,}77) \longrightarrow P(X \leq 2\,500) = P\left(Z \leq \frac{2\,500 - 2\,280}{54{,}77}\right) = P(Z \leq 4{,}01) = 0{,}99997$$

37. Página 304

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Beneficios por 120 euros".

$$X \rightarrow N\left(100 \cdot 1{,}2; 0{,}3\sqrt{100}\right) \rightarrow N(120, 3) \longrightarrow P(X \geq 120 + 20) = P\left(Z \geq \frac{140-120}{3}\right) = P(Z \geq 6{,}67) = 1 - P(Z \leq 6{,}67) = 0$$

38. Página 304

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Número de visitantes en un año".

$$X \rightarrow N\left(52 \cdot 4\,750; 2\,500\sqrt{52}\right) \rightarrow N(247\,000; 18\,027{,}8)$$

$$P(250\,000 \leq X \leq 275\,000) = P\left(\frac{250\,000 - 247\,000}{18\,027{,}8} \leq Z \leq \frac{275\,000 - 247\,000}{18\,027{,}8}\right)$$
$$= P(0{,}17 \leq Z \leq 1{,}55) = P(Z \leq 1{,}55) - P(Z \leq 0{,}17) = 0{,}9394 - 0{,}5675 = 0{,}3719$$

39. Página 304

Aplicamos el teorema central del límite a $X =$ "Número de litros demandados en 100 días".

$$\sigma^2 = 8\,100 \rightarrow \sigma = 90$$

$$X \rightarrow N\left(100 \cdot 3\,000; 90\sqrt{100}\right) \rightarrow N(300\,000; 900)$$

a) $P(299\,000 \leq X \leq 301\,000) = P\left(\frac{299\,000 - 300\,000}{900} \leq Z \leq \frac{301\,000 - 301\,000}{900}\right)$

$$= P(-1{,}11 \leq Z \leq 1{,}11) = P(Z \leq 1{,}11) - \left(1 - P(Z \leq 1{,}11)\right) = 2P(Z \leq 1{,}11) - 1 = 2 \cdot 0{,}8665 - 1 = 0{,}733$$

b) $P(Z \leq z_{0,02}) = 0{,}98 \rightarrow z_{0,02} = 2{,}055$

$$P(Z \leq 2{,}05) = 0{,}9798$$
$$P(Z \leq 2{,}06) = 0{,}9803$$

$$2{,}055 = \frac{x_{0,02} - 300\,000}{900} \rightarrow x_{0,02} = 301\,850$$

Para atender la demanda total con probabilidad 0,98; se deben producir 301 850 litros de refresco.

40. Página 304

Aplicamos el teorema central del límite a X = "Número de camisetas vendidas por 50 alumnos".

$X \to N\left(50 \cdot 30; 6\sqrt{50}\right) \to N(1\,500; 42,43)$

$P(Z \geq z_{0,05}) = 1 - P(Z \leq z_{0,05}) = 0,95 \to P(Z \leq z_{0,05}) = 0,05 \to P(Z \geq -z_{0,05}) = 0,05 \to P(Z \leq -z_{0,05}) = 0,95 \to z_{0,05} = -1,645$

$-1,645 = \dfrac{x_{0,05} - 1\,500}{42,43} \to x_{0,05} = 1\,430,2$ $\longrightarrow$ Deberían encargar 1 431 camisetas para asegurar que las ventas totales son mayores a ese número con una probabilidad de 95 %.

41. Página 304

La muestra es aleatoria.

$n = 500 > 30$

La población tiene $p = 0,38$.

$n \cdot p = 500 \cdot 0,38 = 190 > 5$

$n \cdot q = 500 \cdot 0,62 = 310 > 5$

$\to \hat{p} = N\left(0,38; \sqrt{\dfrac{0,62 \cdot 0,38}{500}}\right) = N(0,38; 0,022)$

a) $P\left(\hat{p} \geq \dfrac{200}{500}\right) = P(\hat{p} \geq 0,4) = P\left(Z \geq \dfrac{0,4 - 0,38}{0,022}\right) = P(Z \geq 0,909) = 0,18$

b) $\dfrac{46\ 700}{200} = 233,5$ y $\dfrac{51\,200}{200} = 256$

$P\left(\dfrac{234}{500} \leq \hat{p} \leq \dfrac{256}{500}\right) = P\left(\dfrac{0,468 - 0,38}{0,022} \leq Z \leq \dfrac{0,512 - 0,38}{0,022}\right) = P(4 \leq Z \leq 6) = P(Z \leq 6) - P(Z \leq 4) = 1 - 1 = 0$

42. Página 304

$n = 25 \to \bar{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(10, \dfrac{4}{\sqrt{25}}\right) = N(10; 0,8)$

$n = 49 \to \bar{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(10, \dfrac{4}{\sqrt{49}}\right) = N(10; 0,57)$

$n = 64 \to \bar{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(10, \dfrac{4}{\sqrt{64}}\right) = N(10; 0,5)$

$n = 100 \to \bar{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(10, \dfrac{4}{\sqrt{100}}\right) = N(10; 0,4)$

43. Página 304

a) $\bar{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(5,4; \dfrac{1}{\sqrt{4}}\right) = N(5,4; 0,5)$

b) $P(\bar{X} \geq 5,5) = P\left(Z \geq \dfrac{5,5 - 5,4}{0,5}\right) = P(Z \geq 0,2) = 1 - P(Z \leq 0,2) = 1 - 0,5793 = 0,4207$

44. Página 304

a) $\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(5{,}6; \dfrac{2{,}4}{\sqrt{10}}\right) = N(5{,}6;0{,}76)$

b) $P(\overline{X} \geq 5) = P\left(Z \geq \dfrac{5-5{,}6}{0{,}76}\right) = P(Z \geq -0{,}79) = P(Z \leq 0{,}79) = 0{,}7852$

c) $P(5 \leq \overline{X} \leq 6) = P\left(\dfrac{5-5{,}6}{0{,}76} \leq Z \leq \dfrac{6-5{,}6}{0{,}76}\right) = P(-0{,}79 \leq Z \leq 0{,}53) = P(Z \leq 0{,}53) - (1 - P(Z \leq 0{,}79)) = 0{,}4871$

45. Página 304

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(900; \dfrac{100}{\sqrt{60}}\right) = N(900;12{,}91)$

a) $P(\overline{X} \geq 880) = P\left(Z \geq \dfrac{880-900}{12{,}91}\right) = P(Z \geq -1{,}55) = P(Z \leq 1{,}55) = 0{,}9394$

b) $P(\overline{X} \leq 850) = P\left(Z \leq \dfrac{850-900}{12{,}91}\right) = P(Z \leq -3{,}87) = 1 - P(Z \leq 3{,}87) = 1 - 0{,}99995 = 0{,}00005$

46. Página 304

a) $\sigma^2 = 16 \rightarrow \sigma = 4$

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(15; \dfrac{4}{\sqrt{49}}\right) = N(15;0{,}57)$

$P(\overline{X} \geq 14{,}5) = P\left(Z \geq \dfrac{14{,}5-15}{0{,}57}\right) = P(Z \geq -0{,}88) = P(Z \leq 0{,}88) = 0{,}8106$

b) $\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(15; \dfrac{4}{\sqrt{64}}\right) = N(15;0{,}5)$

$$P\left(\overline{X} \leq 15 / \overline{X} \geq 14\right) = \frac{P(14 \leq \overline{X} \leq 15)}{P(\overline{X} \geq 14)} = \frac{P\left(\dfrac{14-15}{0{,}5} \leq Z \leq \dfrac{15-15}{0{,}5}\right)}{P\left(Z \geq \dfrac{14-15}{0{,}5}\right)} = \frac{P(-2 \leq Z \leq 0)}{P(Z \geq -2)} =$$

$$= \frac{P(Z \leq 0) - (1 - P(Z \leq 2))}{P(Z \leq 2)} = \frac{0{,}5 - (1 - 0{,}9722)}{0{,}9722} = 0{,}488$$

47. Página 305

$$\overline{X} = \frac{2-1+0-2+1-2+1+0+1+0-3-1-2-1+1-1}{16} = \frac{5}{16} = 0{,}3125$$

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(0{,}3125; \dfrac{2{,}25}{\sqrt{16}}\right) = N(0{,}3125;0{,}5625) \rightarrow \mu = 0{,}3125 \quad \sigma = 0{,}5625$

48. Página 305

$\overline{X} = \dfrac{2\,746}{25} = 109{,}84 \quad \sigma^2 = 36 \rightarrow \sigma = 6$

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(109{,}84; \dfrac{6}{\sqrt{25}}\right) = N(109{,}84;1{,}2) \rightarrow \mu = 109{,}84 \quad \sigma = 1{,}2$

49. Página 305

a) $\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(60; \frac{20}{\sqrt{36}}\right) = N(60;3,33)$

b) $P(59 \le \overline{X} \le 62) = P\left(\frac{59-60}{3,33} \le Z \le \frac{62-60}{3,33}\right) = P(-0,3 \le Z \le 0,6) = P(Z \le 0,6) - [1 - P(Z \le 0,3)] = 0,3436$

50. Página 305

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(37,1; \frac{0,8}{\sqrt{400}}\right) = N(37,1;0,04)$

a) $P(\overline{X} \le 36,8) = P\left(Z \le \frac{36,8-37,1}{0,04}\right) = P(Z \le -7,5) = 1 - P(Z \le 7,5) = 0$

b) $P(36,6 \le \overline{X} \le 37,6) = P\left(\frac{36,6-37,1}{0,04} \le Z \le \frac{37,6-37,1}{0,04}\right) = P(-12,5 \le Z \le 12,5) = 1$

51. Página 305

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(4,2; \frac{1,9}{\sqrt{100}}\right) = N(4,2;0,19)$

a) $P(\overline{X} \ge 4,25) = P\left(Z \ge \frac{4,25-4,2}{0,19}\right) = P(Z \ge 0,26) = 1 - P(Z \le 0,26) = 1 - 0,6026 = 0,3974$

b) El porcentaje de muestras con media superior a 4,25 millones de dólares es 39,74 %.

52. Página 305

a) $\sigma^2 = 121 \to \sigma = 11$

$P(X \ge 109) = P\left(Z \ge \frac{109-\mu}{11}\right) = 1 - P\left(Z \le \frac{109-\mu}{11}\right) = 0,1 \to P\left(Z \le \frac{109-\mu}{11}\right) = 0,9$

$\to \frac{109-\mu}{11} = 1,285 \to \mu = 94,865$

$P(Z \le 1,28) = 0,8997$

$P(Z \le 1,29) = 0,9015$

b) $P(92 \le X \le 100) = P\left(\frac{92-95}{11} \le Z \le \frac{100-95}{11}\right) = P(-0,27 \le Z \le 0,45)$

$= P(Z \le 0,45) - [1 - P(Z \le 0,27)] = 0,6736 - (1 - 0,6064) = 0,28$

c) $\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(95; \frac{11}{\sqrt{9}}\right) = N(95;3,67)$

$P(92 \le X \le 100) = P\left(\frac{92-95}{3,67} \le Z \le \frac{100-95}{3,67}\right) = P(-0,82 \le Z \le 1,36)$

$= P(Z \le 1,36) - [1 - P(Z \le 0,82)] = 0,9131 - (1 - 0,7939) = 0,707$

53. Página 305

$$\mu = \overline{X} = \frac{1\cdot 44,5 + 3\cdot 45,5 + 4\cdot 46,5 + 12\cdot 47,5 + 14\cdot 48,5 + 3\cdot 49,5 + 2\cdot 50,5 + 1\cdot 51,5}{40} = 47,925$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i\cdot(x_i - \overline{X})^2}{n} = 1,94 \rightarrow \sigma = 1,39$$

$$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(47,925; \frac{1,39}{\sqrt{25}}\right) = N(47,425; 0,278)$$

$$P(\overline{X} \geq 45) = P\left(Z \geq \frac{45 - 47,925}{0,278}\right) = P(Z \geq -10,52) = P(Z \leq 10,52) = 1$$

54. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 25 < 30\\ \text{La población tiene } p = 0,15.\\ n\cdot p = 25\cdot 0,15 = 3,75 < 5\\ n\cdot q = 25\cdot 0,85 = 21,25 > 5\end{array}\right\}$$

Aunque no cumple todas las condiciones la distribución podría aproximarse a:

$$\rightarrow \hat{p} = N\left(0,15; \sqrt{\frac{0,15\cdot 0,85}{25}}\right) = N(0,15; 0,0714)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 49 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0,15.\\ n\cdot p = 49\cdot 0,15 = 7,35 > 5\\ n\cdot q = 49\cdot 0,85 = 41,65 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0,15; \sqrt{\frac{0,15\cdot 0,85}{49}}\right) = N(0,15; 0,051)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 64 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0,15.\\ n\cdot p = 64\cdot 0,15 = 9,6 > 5\\ n\cdot q = 64\cdot 0,85 = 54,4 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0,15; \sqrt{\frac{0,15\cdot 0,85}{64}}\right) = N(0,15; 0,044)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 100 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0,15.\\ n\cdot p = 100\cdot 0,15 = 15 > 5\\ n\cdot q = 100\cdot 0,85 = 85 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0,15; \sqrt{\frac{0,15\cdot 0,85}{100}}\right) = N(0,15; 0,0357)$$

55. Página 306

a)

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 400 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}03.\\ n \cdot p = 400 \cdot 0{,}03 = 12 > 5\\ n \cdot q = 400 \cdot 0{,}97 = 388 > 5\end{array}\right\} \to \hat{p} = N\left(0{,}03;\ \sqrt{\frac{0{,}03 \cdot 0{,}97}{400}}\right) = N(0{,}03;\ 0{,}00853)$$

b) $P\left(\hat{p} < \frac{10}{400}\right) = P(\hat{p} \le 0{,}025) = P\left(Z < \frac{0{,}025 - 0{,}03}{0{,}00853}\right) = P(Z \le -0{,}59) = 1 - P(Z \le 0{,}59) = 1 - 0{,}7224 = 0{,}2776$

56. Página 306

a)

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 225 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}3.\\ n \cdot p = 225 \cdot 0{,}3 = 67{,}5 > 5\\ n \cdot q = 225 \cdot 0{,}7 = 157{,}5 > 5\end{array}\right\} \to \hat{p} = N\left(0{,}3;\ \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{225}}\right) = N(0{,}3;\ 0{,}03)$$

b) $P\left(\hat{p} < \frac{75}{225}\right) = P(p < 0{,}33) = P\left(Z < \frac{0{,}33 - 0{,}3}{0{,}03}\right) = P(Z < 1) = 0{,}8413$

57. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 200 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}62.\\ n \cdot p = 200 \cdot 0{,}62 = 124 > 5\\ n \cdot q = 200 \cdot 0{,}38 = 76 > 5\end{array}\right\} \to \hat{p} = N\left(0{,}62;\ \sqrt{\frac{0{,}62 \cdot 0{,}38}{200}}\right) = N(0{,}62;\ 0{,}034)$$

a) $P\left(\hat{p} = \frac{120}{200}\right) = P\left(\frac{119{,}5}{200} < \hat{p} < \frac{120{,}5}{200}\right) = P(0{,}5975 < \hat{p} < 0{,}6025) =$

$= P\left(\frac{0{,}5975 - 0{,}62}{0{,}034} < Z < \frac{0{,}6025 - 0{,}62}{0{,}034}\right) = P(-0{,}66 < Z \le -0{,}51) =$

$= P(Z < 0{,}66) - P(Z < 0{,}51) = 0{,}7454 - 0{,}6950 = 0{,}0504$

b) $P\left(\hat{p} > \frac{120}{200}\right) = P(\hat{p} > 0{,}6) = P\left(Z > \frac{0{,}6 - 0{,}62}{0{,}034}\right) = P(Z \ge -0{,}6) = P(Z < 0{,}6) = 0{,}7257$

58. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{a) La muestra es aleatoria.}\\ n = 50 > 30\\ \text{La población tiene } p = \dfrac{1150}{2400} = 0{,}48\,.\\ n \cdot p = 50 \cdot 0{,}48 = 24 > 5\\ n \cdot q = 50 \cdot 0{,}52 = 26 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0{,}48;\ \sqrt{\frac{0{,}48 \cdot 0{,}52}{50}}\right) = N(0{,}48;\ 0{,}07)$$

b) $P\left(\hat{p} \geq \dfrac{27}{50}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}54) = P\left(Z \geq \dfrac{0{,}54 - 0{,}48}{0{,}070}\right) = P(Z \geq 0{,}86) = 1 - P(Z \leq 0{,}86) = 1 - 0{,}8051 = 0{,}1949$

c) $P\left(\dfrac{28}{50} \leq \hat{p} \leq \dfrac{30}{50}\right) = P(0{,}56 \leq \hat{p} \leq 0{,}6) = P\left(\dfrac{0{,}56 - 0{,}48}{0{,}07} \leq Z \leq \dfrac{0{,}6 - 0{,}48}{0{,}07}\right) = P(1{,}14 \leq Z \leq 1{,}71)$

$= P(Z \leq 1{,}71) - P(Z \leq 1{,}14) = 0{,}9564 - 0{,}8729 = 0{,}0835$

100 muestras $\rightarrow 100 \cdot 0{,}0835 = 8{,}35$. En ocho muestras se puede esperar entre 28 y 30 internautas satisfechos.

59. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 500 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}05.\\ n \cdot p = 500 \cdot 0{,}05 = 25 > 5\\ n \cdot q = 500 \cdot 0{,}95 = 475 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0{,}05;\ \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 0{,}95}{500}}\right) = N(0{,}05;\ 0{,}01)$$

a) $P\left(\hat{p} = \dfrac{24}{500}\right) = P\left(\dfrac{23{,}5}{500} \leq \hat{p} \leq \dfrac{24{,}5}{500}\right) = P(0{,}047 \leq \hat{p} \leq 0{,}049) = P\left(\dfrac{0{,}047 - 0{,}05}{0{,}01} \leq Z \leq \dfrac{0{,}049 - 0{,}05}{0{,}01}\right) = P(-0{,}3 \leq Z \leq -0{,}1) =$

$= P(Z \leq 0{,}3) - P(Z \leq 0{,}1) = 0{,}6179 - 0{,}5398 = 0{,}0781$

b) $P\left(\hat{p} \leq \dfrac{24}{500}\right) = P(\hat{p} \leq 0{,}048) = P\left(Z \leq \dfrac{0{,}048 - 0{,}05}{0{,}01}\right) = P(Z \leq -0{,}2) = 1 - P(Z \leq 0{,}2) = 1 - 0{,}5793 = 0{,}4207$

60. Página 306

a) $p = 0{,}04$, $n = 500$, el número esperado de clientes que solicitarán un paquete vacacional con crucero es

$n \cdot p = 500 \cdot 0{,}04 = 20$.

$$\left.\begin{array}{l}\text{b) La muestra es aleatoria.}\\ n = 500 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}04.\\ n \cdot p = 500 \cdot 0{,}4 = 20 > 5\\ n \cdot q = 500 \cdot 0{,}96 = 480 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} \equiv N\left(0{,}04;\ \sqrt{\frac{0{,}04 \cdot 0{,}96}{500}}\right) = N(0{,}04;\ 0{,}009)$$

61. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 150 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}55.\\ n\cdot p = 150\cdot 0{,}55 = 82{,}5 > 5\\ n\cdot q = 150\cdot 0{,}45 = 67{,}5 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0{,}55;\ \sqrt{\frac{0{,}55\cdot 0{,}45}{150}}\right) = N(0{,}55;\ 0{,}041)$$

a) $P\left(\hat{p} \geq \frac{80}{150}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}53) = P\left(Z \geq \frac{0{,}53-0{,}55}{0{,}041}\right) = P(Z \geq -0{,}49) = 1 - P(Z \leq 0{,}49) = 1 - 0{,}6879 = 0{,}3121$

b) Llamamos x al número de aciertos e y al número de fallos:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 150\\ x = 2y\end{array}\right\} \rightarrow 3y = 150 \rightarrow y = 50,\ x = 100$$

$$P\left(\hat{p} = \frac{100}{150}\right) = P\left(\frac{99{,}5}{150} \leq \hat{p} \leq \frac{100{,}5}{150}\right) = P(0{,}66 \leq \hat{p} \leq 0{,}67) = P\left(\frac{0{,}66-0{,}55}{0{,}041} \leq Z \leq \frac{0{,}67-0{,}55}{0{,}041}\right) = P(2{,}68 \leq Z \leq 2{,}93) =$$

$$= P(Z \leq 2{,}93) - P(Z \leq 2{,}68) = 0{,}9983 - 0{,}9963 = 0{,}002$$

c) $P\left(\frac{70}{150} \leq \hat{p} \leq \frac{90}{150}\right) = P(0{,}467 \leq \hat{p} \leq 0{,}6) = P\left(\frac{0{,}467-0{,}55}{0{,}041} \leq Z \leq \frac{0{,}6-0{,}55}{0{,}041}\right) = P(-2{,}02 \leq Z \leq 1{,}22)$

$$= P(Z \leq 1{,}22) - [1 - P(Z \leq 2{,}02)] = 0{,}8888 - (1 - 0{,}9783) = 0{,}8671$$

62. Página 306

$$\left.\begin{array}{l}\text{La muestra es aleatoria.}\\ n = 80 > 30\\ \text{La población tiene } p = 0{,}64.\\ n\cdot p = 80\cdot 0{,}64 = 51{,}2 > 5\\ n\cdot q = 80\cdot 0{,}36 = 28{,}8 > 5\end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0{,}64;\ \sqrt{\frac{0{,}64\cdot 0{,}36}{80}}\right) = N(0{,}64;\ 0{,}054)$$

a) $P\left(\hat{p} \geq \frac{52}{80}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}65) = P\left(Z \geq \frac{0{,}65-0{,}64}{0{,}054}\right) = P(Z \geq 0{,}185) = 1 - P(Z \leq 0{,}185) = 1 - 0{,}57335 = 0{,}42665$

$P(Z \leq 0{,}18) = 0{,}5714$

$P(Z \leq 0{,}19) = 0{,}5753$

b) $P\left(\hat{p} \geq \frac{48}{80}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}6) = P\left(Z \geq \frac{0{,}6-0{,}64}{0{,}054}\right) = P(Z \geq -0{,}74) = P(Z \leq 0{,}74) = 0{,}7704$

c) $P\left(\frac{48}{80} \leq \hat{p} \leq \frac{52}{80}\right) = P\left(\hat{p} \leq \frac{52}{80}\right) - P\left(\hat{p} \leq \frac{48}{80}\right) = 1 - P\left(\hat{p} \geq \frac{52}{80}\right) - \left[1 - P\left(\hat{p} \geq \frac{48}{80}\right)\right] = 1 - 0{,}42665 - (1 - 0{,}7704) = 0{,}34375$

d) $P\left(\hat{p} = \frac{50}{80}\right) = P\left(\frac{49{,}5}{80} \leq \hat{p} \leq \frac{50{,}5}{80}\right) = P(0{,}6188 \leq \hat{p} \leq 0{,}6313) = P\left(\frac{0{,}6188-0{,}64}{0{,}054} \leq Z \leq \frac{0{,}6313-0{,}64}{0{,}054}\right) = P(-0{,}39 \leq Z \leq -0{,}16)$

$$= P(Z \leq 0{,}39) - P(Z \leq 0{,}16) = 0{,}6517 - 0{,}5636 = 0{,}0881$$

63. Página 306

$$\left.\begin{array}{l} \text{La muestra es aleatoria.} \\ n = 60 > 30 \\ \text{La población tiene } p = 0{,}1. \\ n \cdot p = 60 \cdot 0{,}1 = 6 > 5 \\ n \cdot q = 60 \cdot 0{,}9 = 54 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow \hat{p} = N\left(0{,}1;\ \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 0{,}9}{60}}\right) = N(0{,}1;\ 0{,}039)$$

a) $P\left(\hat{p} \geq \frac{8}{60}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}13) = P\left(Z \geq \frac{0{,}13 - 0{,}1}{0{,}039}\right) = P(Z \geq 0{,}77) = 1 - P(Z \leq 0{,}77) = 1 - 0{,}7794 = 0{,}2206$

b) $P\left(\hat{p} \geq \frac{7}{60}\right) = P(\hat{p} \geq 0{,}117) = P\left(Z \geq \frac{0{,}117 - 0{,}1}{0{,}039}\right) = P(Z \geq 0{,}41) = 1 - P(Z \leq 0{,}41) = 1 - 0{,}6591 = 0{,}3409$

64. Página 307

Las muestras son aleatorias.

Los parámetros de las poblaciones, distribuciones normales, son $\begin{cases} \mu_1 = 25 & \sigma_1 = 2 \\ \mu_2 = 30 & \sigma_2 = 3 \end{cases}$.

$$n = 25 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 = N\left(30 - 25;\ \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{9}{25}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{13}}{5}\right) = N(5;\ 0{,}72)$$

$$n = 49 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 = N\left(30 - 25;\ \sqrt{\frac{4}{49} - \frac{9}{49}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{13}}{7}\right) = N(5;\ 0{,}515)$$

$$n = 64 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 \equiv N\left(30 - 25;\ \sqrt{\frac{4}{64} + \frac{9}{64}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{13}}{8}\right) = N(5;\ 0{,}45)$$

$$n = 100 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 = N\left(30 - 25;\ \sqrt{\frac{4}{100} + \frac{9}{100}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{13}}{10}\right) = N(5;\ 0{,}36)$$

65. Página 307

a) Las muestras son aleatorias.

Los parámetros de las poblaciones, distribuciones normales, son $\begin{cases} \mu_1 = 22 & \sigma_1 = 5 \\ \mu_2 = 24 & \sigma_2 = 4 \end{cases}$.

$$n = 25 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 \equiv N\left(24 - 22;\ \sqrt{\frac{25}{25} + \frac{16}{25}}\right) = N\left(2;\ \frac{\sqrt{41}}{5}\right) = N(2;\ 1{,}28)$$

b) $P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 \geq 2\right) = P\left(Z \geq \frac{2 - 2}{1{,}28}\right) = P(Z \geq 0) = 0{,}5$

66. Página 307

Las muestras son aleatorias, $n_1 = 400 > 30$ y $n_2 = 625 > 30$.

Los parámetros de las poblaciones son $\begin{cases} \mu_1 = 26\,450 & \sigma_1 = 5\,542 \\ \mu_2 = 37\,430 & \sigma_2 = 2\,457 \end{cases}$.

$$\overline{X}_2 - \overline{X}_1 \equiv N\left(37\,430 - 26\,450;\ \sqrt{\frac{5\,542^2}{400} + \frac{2\,457^2}{625}}\right) = N\left(10\,980;\ \frac{\sqrt{864\,433\,648}}{100}\right) = N(10\,980;\ 294{,}01)$$

a) $P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 < 10\,000\right) = P\left(Z < \frac{10\,000 - 10\,980}{294{,}01}\right) = P(Z < -3{,}33) = 0{,}0004$

b) $P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 > 6\,000\right) = P\left(Z > \frac{6\,000 - 10\,980}{294{,}01}\right) = P(Z > -16{,}94) = 1$

67. Página 307

Las muestras son aleatorias.

Los parámetros de las poblaciones, distribuciones normales, son $\begin{cases} \mu_1 = 63 & \sigma_1 = 5 \\ \mu_2 = 68 & \sigma_2 = 2 \end{cases}$.

$$\overline{X}_2 - \overline{X}_1 = N\left(68 - 63;\ \sqrt{\frac{4}{100} - \frac{25}{100}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{29}}{10}\right) = N(5;\ 0{,}54)$$

a) $P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 < 4\right) = P\left(Z < \frac{4-5}{0{,}54}\right) = P(Z < -1{,}85) = 0{,}0322$

b) $n_1 = 81,\ n_2 = 49 \rightarrow \overline{X}_2 - \overline{X}_1 \equiv N\left(68 - 63;\ \sqrt{\frac{4}{49} - \frac{25}{81}}\right) = N\left(5;\ \frac{\sqrt{1\,549}}{63}\right) = N(5;\ 0{,}62)$

$P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 < 4\right) = P\left(Z < \frac{4-5}{0{,}62}\right) = P(Z < -1{,}61) = 0{,}0537$

68. Página 307

Las muestras son aleatorias.

Los parámetros de las poblaciones, distribuciones normales, son $\begin{cases} \mu_1 = 54 & \sigma_1 = 4 \\ \mu_2 = 58 & \sigma_2 = 2 \end{cases}$.

$$\overline{X}_2 - \overline{X}_1 = N\left(58 - 54;\ \sqrt{\frac{4}{6} - \frac{16}{5}}\right) = N(4;\ 1{,}97)$$

$P\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1 < 2{,}5\right) = P\left(Z < \frac{2{,}5 - 4}{1{,}97}\right) = P(Z < -0{,}76) = 0{,}2231$

69. Página 307

Las muestras son aleatorias: $n_1 = 225 > 30$ y $n_2 = 400$.

Los parámetros de las poblaciones son $\begin{cases} \mu_1 = 813 & \sigma_1^2 = 85{,}5 \\ \mu_2 = 798 & \sigma_2^2 = 64{,}5 \end{cases}$.

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 = N\left(813 - 798;\ \sqrt{\frac{85{,}5}{225} - \frac{64{,}5}{400}}\right) = N(15;\ 0{,}74)$$

$$P\left(\left|\bar{X}_2 - \bar{X}_1\right| < 2\right) = P\left(\frac{-2-15}{0{,}74} < Z < \frac{2-15}{0{,}74}\right) = P(-22{,}97 < Z < -17{,}57) = 0$$

70. Página 307

Las muestras son aleatorias: $n_1 = n_2 = 100 > 30$.

Los parámetros de las poblaciones, distribuciones normales, son $\begin{cases} \mu_1 = 140{,}2 & \sigma_1 = 22{,}7 \\ \mu_2 = 131{,}7 & \sigma_2 = 23{,}9 \end{cases}$.

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \equiv N\left(140{,}2 - 131{,}7;\ \sqrt{\frac{22{,}7^2}{100} - \frac{23{,}9^2}{100}}\right) = N(8{,}5;\ 3{,}296)$$

$$P\left(\left|\bar{X}_2 - \bar{X}_1\right| > 10\right) = P\left(Z > \frac{10-8{,}5}{3{,}296}\right) - P\left(Z < \frac{-10-8{,}5}{3{,}296}\right) = P(Z > 0{,}46) - P(Z < -5{,}61) = 1 - P(Z \le 0{,}46) = 1 - 0{,}6772 = 0{,}3228$$

71. Página 307

Tamaño de las muestras. Año pasado: $n_1 = 7\,500 \cdot 0{,}05 = 375$. Este año: $n_2 = 9\,000 \cdot 0{,}07 = 630$.

Distribuciones: Año pasado: $N(10, 2)$. Este año: $N(10 \cdot 1{,}02; 2 \cdot 1{,}02) \rightarrow N(10{,}2; 2{,}04)$.

$$\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \equiv N\left(10{,}2 - 10;\ \sqrt{\frac{4{,}16}{630} - \frac{4}{375}}\right) = N(0{,}2;\ 0{,}13)$$

$$P\left(\left|\bar{X}_2 - \bar{X}_1\right| < 0{,}1\right) = P\left(\frac{-0{,}1-0{,}2}{0{,}13} < Z < \frac{0{,}1-0{,}2}{0{,}13}\right) = P(-2{,}31 < Z < -0{,}77) = P(Z < 2{,}31) - P(Z < 0{,}77) = 0{,}2102$$

72. Página 308

$$\hat{p} = \frac{132}{200} = 0{,}66$$

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}9 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}1}{2}} = z_{0{,}05} = 1{,}645$.

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}66 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}; 0{,}66 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}\right) = (0{,}6;\ 0{,}72)$$

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$.

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}66 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}; 0{,}66 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}\right) = (0{,}59;\ 0{,}73)$$

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$.

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}66 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}; 0{,}66 + 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}66 \cdot 0{,}34}{200}}\right) = (0{,}57;\ 0{,}75)$$

73. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}05}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96$.

$$\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(26{,}2-1{,}96\cdot\frac{4{,}25}{\sqrt{81}};26{,}2-1{,}96\cdot\frac{4{,}25}{\sqrt{81}}\right)=\ (25{,}27;\ 27{,}13)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que el tiempo medio para la ejecución de una orden esté en el intervalo (25,27; 27,13) es del 95 %.

74. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}975 \rightarrow \alpha=0{,}025 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}025}{2}}=z_{0{,}0125}=2{,}81$.

$n = 12 \cdot 10 = 120$ meses estudiados.

$$\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(10-2{,}81\cdot\frac{44}{\sqrt{120}};10+2{,}81\cdot\frac{44}{\sqrt{120}}\right)=\ (-1{,}29;\ 21{,}29)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que el número de accidentes por mes esté en el intervalo (–1,29; 21,29) es del 97,5 %.

75. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}05}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96$.

$$\left(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\right)=\left(0{,}15-1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}15\cdot 0{,}85}{500}};0{,}15+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}15\ \ 0{,}85}{500}}\right)=\ (0{,}134;\ 0{,}166)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de las personas que llevan gafas graduadas esté en el intervalo (0,134; 0,166) es del 95 %.

76. Página 308

$$\hat{p}-\frac{14}{100}-0{,}14$$

a) Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}99 - \alpha=0{,}01 - z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}01}{2}}=z_{0{,}05}=2{,}575$.

$$\left(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\right)=\left(0{,}14-2{,}575\cdot\sqrt{\frac{0{,}14\cdot 0{,}86}{100}};0{,}14+2{,}575\cdot\sqrt{\frac{0{,}14\cdot 0{,}86}{100}}\right)=\ (0{,}05;\ 0{,}23)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de las personas paradas esté en el intervalo (0,05;0,23) es del 99 %.

b) Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}05}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96$.

$$\left(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\right)=\left(0{,}14-1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}14\cdot 0{,}86}{100}};0{,}14-1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}14\cdot 0{,}86}{100}}\right)=\ (0{,}07;\ 0{,}21)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de las personas paradas esté en el intervalo (0,07; 0,21) es del 95 %.

Al disminuir el nivel de confianza disminuye la amplitud del intervalo.

77. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}05}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96$.

$\hat{p}=0{,}62$

$$\left(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)=\left(0{,}62-1{,}96\cdot\sqrt{\frac{0{,}62\cdot 0{,}38}{300}};0{,}62-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}62\cdot 0{,}38}{300}}\right)=\ 0{,}565;\ 0{,}675$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de universitarios que asisten todas las semanas al cine esté en el intervalo (0,565; 0,675) es del 95 %.

78. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha-0{,}97 \rightarrow \alpha-0{,}03 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}-z_{\frac{0{,}03}{2}}-z_{0{,}015}-2{,}17$.

$\hat{p}-\frac{41}{672}-0{,}06$

$$\left(\hat{p}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)=\left(0{,}06-2{,}17\cdot\sqrt{\frac{0{,}06\cdot 0{,}94}{672}};0{,}06-2{,}17\cdot\sqrt{\frac{0{,}06\cdot 0{,}94}{672}}\right)=\ 0{,}04;\ 0{,}08$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de peces marcados esté en el intervalo (0,04; 0,08) es del 97 %.

Habíamos marcado 400 peces, el intervalo de confianza para la cantidad total de peces del pantano con una probabilidad de 97 % es $\left(\frac{400}{0{,}08};\frac{400}{0{,}04}\right)=\ 5\,000{,}10\,000$.

79. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha-0{,}95 \rightarrow \alpha-0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}-z_{\frac{0{,}05}{2}}-z_{0{,}025}-1{,}96$

$$\overline{x}-\frac{175-180+210-215-186-213-190-213-184+195}{10}-196{,}1$$

$$\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(196{,}1-1{,}96\cdot\frac{15{,}3}{\sqrt{10}};196{,}1+1{,}96\cdot\frac{15{,}3}{\sqrt{10}}\right)=\ 186{,}62;\ 205{,}58$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la producción media del olivar esté en el intervalo (186,62; 205,58) es del 95 %.

80. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha=0{,}95 \rightarrow \alpha=0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0{,}05}{2}}=z_{0{,}025}=1{,}96$

$$\left(\ \overline{x}_1-\overline{x}_2\ -z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \overline{x}_1-\overline{x}_2\ -z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}-\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\left(\ 15-14\ -1{,}96\cdot\sqrt{\frac{36}{25}-\frac{64}{36}};\ 15-14\ -1{,}96\cdot\sqrt{\frac{36}{25}-\frac{64}{36}}\right)=\ -2{,}52;4{,}52$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la diferencia de medias esté en (–2,52; 4,52) es 0,95.

81. Página 308

Hallamos el valor crítico: $\alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\left(25{,}2 - 24{,}4 - 1{,}96\cdot\sqrt{\frac{8}{26} + \frac{2{,}1^2}{25}};\ 25{,}2 - 24{,}4 - 1{,}96\cdot\sqrt{\frac{8}{26} - \frac{2{,}1^2}{25}}\right) = (-0{,}56; 2{,}16)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la diferencia de medias esté en (–2,54; 4,54) es 0,95.

82. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}02}{2}} = z_{0{,}01} = 2{,}325$

$P(Z \le 2{,}32) = 0{,}9898$
$P(Z \le 2{,}33) = 0{,}9901$

$\hat{p}_1 = 0{,}08$; $\hat{p}_2 = 0{,}07$

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} - \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}},\ \hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right) =$$

$$\left(0{,}08 - 0{,}07 - 2{,}325\cdot\sqrt{\frac{0{,}08\cdot 0{,}92}{120} - \frac{0{,}07\cdot 0{,}93}{90}};\ 0{,}08 - 0{,}07 - 2{,}325\cdot\sqrt{\frac{0{,}08\cdot 0{,}92}{120} - \frac{0{,}07\cdot 0{,}93}{90}}\right) = (-0{,}075; 0{,}095)$$

Con la muestra elegida, la probabilidad de que la diferencia de medias esté en (–0,075; 0,095) es 0,98.

83. Página 308

a) Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}9973 \rightarrow \alpha = 0{,}0027 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}0027}{2}} = z_{0{,}00135} = 3{,}44$.

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(64 - 3{,}44\cdot\frac{3}{\sqrt{70}}; 64 - 3{,}44\cdot\frac{3}{\sqrt{70}}\right) = (62{,}77; 65{,}23)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que el número de accidentes por mes esté en el intervalo (62,77; 65,23) es del 99,73 %.

b) $0{,}1 = 3{,}44\cdot\frac{3}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{3{,}44\cdot 3}{0{,}1}\right)^2 = 10\,650{,}24$

Como el número de atletas es un número entero, para que el error máximo cometido sea de 0,1 el número de atletas que tienen que participar en la carrera es 10 651.

84. Página 308

Hallamos el valor crítico: $1 - \alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}05} = 2{,}575$.

$P(Z \le 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \le 2{,}58) = 0{,}9951$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(\bar{x} - 2{,}575\ \frac{\sigma}{9},\ \bar{x} - 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9}\right) = (166{,}170)$$

Igualamos los extremos del intervalo:

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x} - 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9} = 160\\ \bar{x} - 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9} = 170\end{array}\right\} \rightarrow 2\bar{x} = 330 \rightarrow \bar{x} = 165$$

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x} - 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9} = 160\\ \bar{x} - 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9} = 170\end{array}\right\} \rightarrow -2\cdot 2{,}575\cdot\frac{\sigma}{9} = -10 \rightarrow \sigma = 17{,}48$$

85. Página 309

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}98 \rightarrow \alpha = 0{,}02 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}02}{2}} = z_{0{,}01} = 2{,}325$

$\sigma^2 = 0{,}25 \rightarrow \sigma = 0{,}5$

$0{,}3 = 2{,}325 \cdot \dfrac{0{,}5}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\dfrac{2{,}325 \cdot 0{,}5}{0{,}3}\right)^2 = 15{,}02$

Como *n* es un número entero, para que el error máximo cometido sea de 0,3, el tamaño mínimo de la muestra debe ser 16.

86. Página 309

a) $\overline{X} = \dfrac{12\ 029}{24} = 501{,}21$

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}9 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}1}{2}} = z_{0{,}05} = 1{,}645$.

$P(Z \leq 1{,}64) = 0{,}9495$

$P(Z \leq 1{,}65) = 0{,}9505$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$\left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 1{,}645 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{24}}; 501{,}21 - 1{,}645 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{24}}\right) = (499{,}53; 502{,}89)$

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$.

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$\left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 1{,}96 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{24}}; 501{,}21 - 1{,}96 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{24}}\right) = (499{,}21; 503{,}21)$

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$.

$P(Z \leq 2{,}57) = 0{,}9949$

$P(Z \leq 2{,}58) = 0{,}9951$

Calculamos el intervalo de confianza con los datos obtenidos:

$\left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 2{,}575 \dfrac{5}{\sqrt{24}}; 501{,}21 - 2{,}575 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{24}}\right) = (498{,}58; 503{,}84)$

A medida que aumentamos el nivel de confianza el tamaño del intervalo de confianza aumenta.

b) $2 = 2 \cdot z_{0{,}025}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 1{,}96 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\dfrac{2 \cdot 1{,}96 \cdot 5}{2}\right)^2 = 96{,}04$

Como *n* es un número entero, para que la longitud del intervalo sea de 2 gramos, el tamaño mínimo de la muestra es 97.

c) $1-\alpha = 0{,}9 \rightarrow \left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 1{,}645 \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}; 501{,}21 - 1{,}645 \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}\right)$

$1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 1{,}96 \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}; 501{,}21 + 1{,}96 \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}\right)$

$1-\alpha = 0{,}99 \rightarrow \left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(501{,}21 - 2{,}575 \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}; 501{,}21 + 2{,}575 \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{24}}\right)$

87. Página 309

a) $\alpha = 0{,}04 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}02} = 2{,}055$ $\qquad \hat{p} = 0{,}25$

$P(Z \le 2{,}05) = 0{,}9798$
$P(Z \le 2{,}06) = 0{,}9803$

$$0{,}026 = z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 2{,}055\cdot\sqrt{\frac{0{,}25\cdot 0{,}75}{n}} \rightarrow n = \frac{2{,}055^2\cdot 0{,}25\cdot 0{,}75}{0{,}026^2} = 1\,171{,}33$$

Este resultado indica que, al considerar 0,25 como la proporción de daltónicos para cometer un error inferior a 0,026, el tamaño de la muestra tiene que ser como mínimo 1 172, ya que *n* toma valores enteros.

b) Hallamos el valor crítico: $\alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$. $\qquad \hat{p} = 0{,}28$

$P(Z \le 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \le 2{,}58) = 0{,}9951$

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = \left(0{,}28 - 2{,}575\cdot\sqrt{\frac{0{,}28\cdot 0{,}72}{64}};\ 0{,}28 + 2{,}575\cdot\sqrt{\frac{0{,}28\cdot 0{,}72}{64}}\right) = (0{,}224;\ 0{,}336)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que la proporción de daltónicos esté en el intervalo (0,224; 0,336) es del 99 %.

88. Página 309

a) Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$.

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(105 - 1{,}96\cdot\frac{15}{\sqrt{200}};\ 105 + 1{,}96\cdot\frac{15}{\sqrt{200}}\right) = (102{,}92;\ 107{,}08)$$

Con los datos obtenidos la probabilidad de que el tiempo medio de conexión se encuentre en el intervalo (102,92; 107,08) es de 0,99.

b) Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}99 \rightarrow \alpha = 0{,}01 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}01}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575$.

$P(Z \le 2{,}57) = 0{,}9949$
$P(Z \le 2{,}58) = 0{,}9951$

$$0{,}2575 = z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}575\cdot\frac{15}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{2{,}575\cdot 15}{0{,}2575}\right)^2 = 22\,500$$

Para que el error no exceda de 0,2575 el tamaño de la muestra debe ser de 22 500.

89. Página 309

a) Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$.

$$\sigma^2 = 25 \rightarrow \sigma = 5$$

$$L = 2{,}45 = 2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot 1{,}96\cdot\frac{5}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{2\cdot 1{,}96\cdot 5}{2{,}45}\right)^2 = 64$$

El tamaño de la muestra es de 64.

b) La altura media es el punto medio del intervalo, el extremo superior del intervalo es: $170 + \frac{2{,}45}{2} = 171{,}225$ y el extremo inferior es: $170 - \frac{2{,}45}{2} = 168{,}775$.

90. Página 309

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}03}{2}} = z_{0{,}015} = 2{,}17$.

$$E = 0{,}25 = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}17 \cdot \frac{1{,}2}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{2{,}17 \cdot 1{,}2}{0{,}25}\right)^2 = 108{,}49$$

Como el tamaño de la muestra es entero, el tamaño mínimo de la muestra es de 109 bolsas.

91. Página 309

Hallamos el valor crítico: $1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0{,}05}{2}} = z_{0{,}025} = 1{,}96$.

$$E = 1{,}274 = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \frac{\sigma}{10} \rightarrow \sigma = \frac{1{,}274 \cdot 10}{1{,}96} = 6{,}5$$

La desviación típica de la muestra es de 6,5.

92. Página 309

a) El intervalo de confianza viene dado por:

$$\left(\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (4{,}663; 5{,}839)$$

Construimos el sistema de los extremos del intervalo:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4{,}663 \\ \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5{,}839 \end{array}\right\} \rightarrow 2\overline{X} = 10{,}502 \rightarrow \overline{X} = 5{,}251$$

El peso medio de la muestra es de 5,251 kg.

b) Utilizamos el sistema anterior para conocer el nivel de confianza:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4{,}663 \\ \overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5{,}839 \end{array}\right\} \rightarrow -2z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = -2z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{0{,}9}{\sqrt{7}} = -1{,}176 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}73$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9582 \rightarrow \alpha = 0{,}0836 \rightarrow 1 - \alpha = 0{,}9164$$

El nivel de confianza es de 0,9164.

MATEMÁTICAS EN TU VIDA

1. Página 310

No tenemos la seguridad completa de que sea así, ya que las audiencias son resultado de un estudio estadístico. En el texto se indica que las audiencias obtenidas son fiables con un nivel de confianza de 0,95.

Dado que los datos de las audiencias no son 100 % fiables sí que existe la posibilidad de que se elimine un programa de forma injusta.

2. Página 310

Una muestra aleatoria dirigida es un grupo de muestras aleatorias de cada subpoblación (o estrato) en una población. Se utiliza de modo que el investigador pueda asegurarse de que cada subpoblación está representada de forma apropiada en la muestra.

3. Página 310

Un nivel de confianza del 95 % quiere decir que con un 0,95 de probabilidad la audiencia real será la audiencia obtenida mediante el estudio.

4. Página 310

Para llegar a la afirmación de que la muestra de la población es aproximadamente 10 000 personas se tiene en cuenta el número de dispositivos medidores de audiencia instalados en España y se hace una estimación del número de personas que viven en cada hogar.

5. Página 310

Si el tamaño de la muestra fuese mayor, no cabe esperar que los resultados variasen mucho, ya que el nivel de confianza del 0,95 es bastante elevado.

6. Página 310

No sería justo que las cadenas de televisión supieran en qué hogares está instalado el dispositivo que emite las señales, ya que así el estudio podría verse influenciado por este conocimiento y las cadenas podrían dirigirse de forma específica a estos hogares.

7. Página 310

RESPUESTA ABIERTA.

La muestra debe ser extraída de los programas de televisión vistos por la clase.

Probablemente sí que haya bastante variación en algunos casos, ya que en este caso la muestra tomada está en un rango de edad determinado y no abarca todos los estratos de la población.