

2 FRACCIONES

2 ▶ FORMA FRACCIONARIA Y DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Página 30

1 Pasa estas fracciones a forma decimal:

a) $\frac{7}{2}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{29}{30}$

a) $\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$

b) $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$

c) $\frac{5}{12} = 5 : 12 = 0,41\widehat{6}$

d) $\frac{29}{30} = 29 : 30 = 0,9\widehat{6}$

2 Pasa a forma fraccionaria.

a) 10

b) 1,2

c) 0,34

d) 0,005

e) $0,8\widehat{}$

f) $0,3\widehat{5}$

g) $1,2\widehat{7}$

h) $11,4\widehat{6}$

a) $10 = \frac{10}{1}$

b) $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

c) $0,34 = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$

d) $0,005 = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

e) $0,8\widehat{}$

f) $0,3\widehat{5}$

$$10N = 8,888\dots$$

$$100N = 35,5555\dots$$

$$- N = 0,888\dots$$

$$- 10N = 3,5555\dots$$

$$\hline 9N = 8 \rightarrow N = \frac{8}{9}$$

$$\hline 90N = 32 \rightarrow N = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$$

g) $1,2\widehat{7}$

h) $11,4\widehat{6}$

$$100N = 127,7777\dots$$

$$100N = 1146,666\dots$$

$$- 10N = 12,7777\dots$$

$$- 10N = 114,666\dots$$

$$\hline 90N = 115 \rightarrow N = \frac{115}{90} = \frac{23}{18} = 1 + \frac{5}{18}$$

$$\hline 90N = 1032 \rightarrow N = \frac{1032}{90} = \frac{172}{15} = 11 + \frac{7}{15}$$

3 ▶ LA FRACCIÓN COMO OPERADOR

Página 31

Calculo mental

Calcula mentalmente.

- a) Los dos quintos de 400.
- b) El número cuyos dos quintos es 40.
- c) Los tres séptimos de 140.
- d) El número cuyos cinco sextos es 25

a) $\frac{2}{5}$ de 400 = 160 b) 100 c) $\frac{3}{7}$ de 140 = 60 d) 30

1 Calcula.

a) $\frac{3}{4}$ de 48 b) $\frac{2}{5}$ de 350 c) $\frac{7}{10}$ de 1 480

a) $\frac{3}{4}$ de 48 = $(48 : 4) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$

b) $\frac{2}{5}$ de 350 = $(350 : 5) \cdot 2 = 150 \cdot 2 = 300$

c) $\frac{7}{10}$ de 1 480 = $(1 480 : 10) \cdot 7 = 148 \cdot 7 = 1 036$

2 Los $\frac{2}{5}$ de un número valen 14. ¿Qué número es?

$$\frac{2}{5} \text{ de } C = 14 \rightarrow C = (14 : 2) \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$$

El número es 35.

3 Calcula el valor de M y N .

a) $\frac{3}{10}$ de $M = 18$ b) $\frac{5}{12}$ de $N = 120$

a) $\frac{3}{10}$ de $M = 18 \rightarrow M = (18 : 3) \cdot 10 = 60$

b) $\frac{5}{12}$ de $N = 120 \rightarrow N = (120 : 5) \cdot 12 = 288$

4 Una botella de aceite de $\frac{3}{4}$ de litro cuesta 3,45 €. ¿A cómo sale el litro?

$\frac{3}{4}$ de litro son 3,45.

Veamos cuánto cuesta $\frac{1}{4}$ de litro $\rightarrow 3,45 : 3 = 1,15 \text{ €}$

El litro lo forman cuatro cuartos $\rightarrow 1,15 \cdot 4 = 4,60 \text{ €}$

El litro de aceite sale a 4,60 €.

4 ▶ EQUIVALENCIA DE FRACCIONES

Página 32

1 Expresa en forma decimal estas fracciones:

$$\frac{6}{16} \quad \frac{9}{24} \quad \frac{12}{32} \quad \frac{15}{40} \quad \text{¿Qué observas?}$$

$$\frac{6}{16} = 6 : 16 = 0,375$$

$$\frac{9}{24} = 9 : 24 = 0,375$$

$$\frac{12}{32} = 12 : 32 = 0,375$$

$$\frac{15}{40} = 15 : 40 = 0,375$$

Al expresar las fracciones en decimal, resulta el mismo número. Por tanto, todas las fracciones son equivalentes.

2 Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{70}{90}$

b) $\frac{8}{36}$

c) $\frac{15}{35}$

d) $\frac{36}{48}$

a) $\frac{70}{90} = \frac{70:10}{90:10} = \frac{7}{9}$

b) $\frac{8}{36} = \frac{8:4}{36:4} = \frac{2}{9}$

c) $\frac{15}{35} = \frac{15:5}{35:5} = \frac{3}{7}$

d) $\frac{36}{48} = \frac{36:12}{48:12} = \frac{3}{4}$

3 Obtén en cada caso la fracción irreducible:

a) $\frac{13}{39}$

b) $\frac{84}{210}$

c) $\frac{125}{75}$

d) $\frac{450}{480}$

a) $\frac{13}{39} = \frac{13:13}{39:13} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{84}{210} = \frac{84:21}{210:21} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{125}{75} = \frac{125:25}{75:25} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{450}{480} = \frac{450:30}{480:30} = \frac{15}{16}$

4 Escribe dos fracciones equivalentes a $\frac{9}{12}$, una cuyo denominador sea 4 y otra cuyo numerador sea 90.

- Para que la fracción tenga denominador 4, lo habremos tenido que dividir entre 3, por tanto, tenemos que hacer lo mismo con el numerador:

$$\frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$$

- Para que el numerador de la fracción sea 90, lo habremos tenido que multiplicar por 10, por tanto, tenemos que hacer lo mismo con el denominador:

$$\frac{9}{12} = \frac{9 \cdot 10}{12 \cdot 10} = \frac{90}{120}$$

Cálculo mental

Compara mentalmente cada pareja de fracciones:

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3}$

b) $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{8}$

c) 1 y $\frac{6}{8}$

d) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$

e) 3 y $\frac{8}{11}$

f) 2 y $\frac{6}{3}$

a) $\frac{3}{4} < \frac{4}{3}$

b) $\frac{6}{8} < \frac{7}{8}$

c) $1 > \frac{6}{8}$

d) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

e) $3 > \frac{8}{11}$

f) $2 = \frac{6}{3}$

5 Compara estas fracciones: $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$

Para comparar las fracciones, las sustituimos por sus equivalentes con denominador común:

$$\frac{5}{6}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5} \rightarrow \frac{50}{60}; \frac{45}{60}; \frac{48}{60} \rightarrow \frac{45}{60} < \frac{48}{60} < \frac{50}{60} \rightarrow \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$$

6 Ordena de menor a mayor: $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$

Para comparar las fracciones, las sustituimos por sus equivalentes con denominador común:

$$\frac{5}{6}; \frac{7}{9}; \frac{5}{12}; \frac{3}{4}; \frac{2}{3} \rightarrow \frac{30}{36}; \frac{28}{36}; \frac{15}{36}; \frac{27}{36}; \frac{24}{36} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15}{36} < \frac{24}{36} < \frac{27}{36} < \frac{28}{36} < \frac{30}{36} \rightarrow \frac{5}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$$

5 ▶ OPERACIONES CON FRACCIONES

Página 35

1 Resuelve mentalmente.

a) $1 - \frac{4}{5}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{5} - 1$

e) $\frac{15}{5} - 3$

f) $\frac{1}{8} - \frac{1}{2}$

a) $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$

d) $\frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$

e) $\frac{15}{5} - 3 = 0$

f) $\frac{1}{8} - \frac{1}{2} = \frac{-3}{8}$

2 Calcula.

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - 1$

b) $-\frac{1}{3} + \frac{5}{9} - \frac{1}{4}$

c) $\frac{7}{20} - \frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{3}{4}$

d) $2 - \frac{1}{9} + \frac{1}{6} - 1$

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - 1 = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{20}{20} = \frac{23}{20}$

b) $-\frac{1}{3} + \frac{5}{9} - \frac{1}{4} = -\frac{12}{36} + \frac{20}{36} - \frac{9}{36} = \frac{-1}{36}$

c) $\frac{7}{20} - \frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{3}{4} = \frac{7}{20} - \frac{4}{20} + \frac{6}{20} - \frac{15}{20} = \frac{-6}{20} = \frac{-3}{10}$

d) $2 - \frac{1}{9} + \frac{1}{6} - 1 = \frac{36}{36} - \frac{4}{36} + \frac{6}{36} - \frac{36}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

4 Resuelve las expresiones siguientes:

a) $5 - \left(1 + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{3}{10} - 2\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\right)$

b) $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) - \left(1 - \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right)$

c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{2}{6}\right)$

d) $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{10} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{4}{5} - 3\right)$

a) $5 - \left(1 + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{3}{10} - 2\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 5 - \left(\frac{5}{5} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{3}{10} - \frac{20}{10}\right) - \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) =$
 $= 5 - \frac{9}{5} + \left(-\frac{17}{10}\right) - \frac{3}{2} = \frac{50}{10} - \frac{18}{10} - \frac{17}{10} - \frac{15}{10} = 0$

b) $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) - \left(1 - \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{9}{24} - \frac{4}{24}\right) - \frac{10}{24} - \left(\frac{24}{24} - \frac{21}{24} - \frac{20}{24}\right) =$
 $= \frac{5}{24} - \frac{10}{24} - \left(-\frac{17}{24}\right) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

c) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{2}{6}\right) = \left(\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}\right) - \left(\frac{15}{60} + \frac{24}{60} + \frac{20}{60}\right) = \frac{13}{12} - \frac{59}{60} =$
 $= \frac{65}{60} - \frac{59}{60} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$

d) $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{10} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{4}{5} - 3\right) = \left(\frac{5}{30} - \frac{6}{30} + \frac{15}{30}\right) - \left(\frac{4}{5} - \frac{15}{5}\right) = \frac{14}{30} - \left(-\frac{11}{5}\right) = \frac{14}{30} + \frac{11}{5} =$
 $= \frac{14}{30} + \frac{66}{30} = \frac{80}{30} = \frac{8}{3}$

5 Opera mentalmente.

a) $5 \cdot \frac{3}{5}$

b) $1 : \frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$

d) $\frac{4}{5} : 2$

e) $\frac{1}{4} \cdot 8$

f) $\frac{1}{3} : 2$

a) $5 \cdot \frac{3}{5} = 3$

b) $1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$

d) $\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}$

e) $\frac{1}{4} \cdot 8 = 2$

f) $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$

6 Realiza estos productos y divisiones:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{6} : \frac{10}{9}$

c) $4 \cdot \frac{3}{20}$

d) $18 : \frac{9}{10}$

e) $\frac{7}{18} \cdot \frac{9}{14}$

f) $\frac{1}{15} : \frac{1}{5}$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{6} : \frac{10}{9} = \frac{5 \cdot 9}{6 \cdot 10} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$

c) $4 \cdot \frac{3}{20} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{20} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

d) $18 : \frac{9}{10} = \frac{18}{1} : \frac{9}{10} = \frac{18 \cdot 10}{1 \cdot 9} = \frac{180}{9} = 20$

e) $\frac{7}{18} \cdot \frac{9}{14} = \frac{7 \cdot 9}{18 \cdot 14} = \frac{7 \cdot 9}{2 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

f) $\frac{1}{15} : \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{15 \cdot 1} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

8 Calcula.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{5} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - 1\right)$

c) $\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{15}$

d) $(-2) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right)$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = -\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - 1\right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

c) $\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{15} = \left(\frac{10}{15} - \frac{12}{15}\right) : \frac{7}{15} = -\frac{2}{15} : \frac{7}{15} = \frac{-2 \cdot 15}{7 \cdot 15} = -\frac{2}{7}$

d) $(-2) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right) = (-2) \cdot \left(\frac{20}{15} - \frac{18}{15}\right) = (-2) \cdot \frac{2}{15} = -\frac{4}{15}$

9 Resuelve.

a) $\frac{3}{8} - \left[\frac{2}{3} + \left(1 - \frac{1}{6}\right)\right]$

b) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left[\left(1 - \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{6}{7}\right]$

a) $\frac{3}{8} - \left[\frac{2}{3} + \left(1 - \frac{1}{6}\right)\right] = \frac{3}{8} - \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{6}{6} + \frac{1}{6}\right)\right] = \frac{3}{8} - \left[\frac{2}{3} + \frac{7}{6}\right] = \frac{3}{8} - \left[\frac{4}{6} + \frac{7}{6}\right] = \frac{3}{8} - \frac{11}{6} =$
 $= \frac{9}{24} - \frac{44}{24} = \frac{-35}{24}$

b) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left[\left(1 - \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{6}{7}\right] = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left[\left(\frac{10}{10} - \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{6}{7}\right] = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{7}\right] = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} =$
 $= \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

6 ► PROBLEMAS CON FRACCIONES

Página 37

- 1** Tres de cada diez habitantes de una pequeña aldea tienen 65 años o más, la mitad están entre los 18 y los 65 años, y los cuarenta y cinco habitantes restantes tienen 18 años o menos. ¿Cuántos habitantes tiene la aldea?

Buscamos la fracción que representan los menores de 18.

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ son los mayores de 18}$$

Entonces, los jóvenes de 18 o niños son $\frac{1}{5}$ de los habitantes $\rightarrow \frac{1}{5}$ son 45 habitantes.

$$45 \cdot 5 = 225$$

Solución: En la aldea hay 225 habitantes.

- 2** Un embalse estaba a los $\frac{2}{3}$ de su capacidad al final de primavera y en verano perdió las $\frac{4}{5}$ partes del agua que tenía. Así llegó al otoño con unas reservas de 1,6 hectómetros cúbicos. ¿Cuál es la capacidad del embalse?

En verano se pierde $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$.

Al principio de otoño quedan $\frac{2}{3} - \frac{8}{15} = \frac{10}{15} - \frac{8}{15} = \frac{2}{15}$.

$\frac{2}{15}$ de la capacidad son 1,6 hm³ $\rightarrow \frac{1}{15}$ son 1,6 : 2 = 0,8 hm³

$$0,8 \cdot 15 = 12 \text{ hm}^3$$

Solución: La capacidad del embalse es de 12 hm³.

7 ▶ FRACCIONES CON LA CALCULADORA

Página 38

1 Introduce en la calculadora las siguientes expresiones y comprueba que, al pulsar $\frac{\square}{\square}$, se simplifican las fracciones:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{12}$

c) $\frac{27}{15}$

a) $\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{27}{15} = \frac{9}{5}$

2 Introduce en la calculadora estas expresiones y comprueba que, al pulsar $\frac{\square}{\square}$, aparecen los números decimales correspondientes, exactos o periódicos:

a) $\frac{1}{7}$

b) $\frac{13}{24}$

c) $\frac{6}{15}$

d) $\frac{19}{20}$

a) $\frac{1}{7} = 0, \overline{142857}$

b) $\frac{13}{24} = 0,541\widehat{6}$

c) $\frac{6}{15} = 0,4$

d) $\frac{19}{20} = 0,95$

3 Realiza las siguientes operaciones con calculadora. Obtén los resultados en forma de fracción y de número decimal (exacto o periódico):

a) $\frac{5}{4} - \frac{2}{7}$

b) $\left(\frac{4}{9} + 2\right) \cdot \frac{-3}{5}$

c) $\left(-3 + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{5}$

d) $\left(\frac{-2}{5} - \frac{3}{7}\right) - 2$

e) $\frac{2}{7} - \left(\frac{1}{8} + 3\right) : \frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{5} : \left(2 - \frac{5}{3}\right)$

g) $\frac{-5}{2} - \left(\frac{3}{-5}\right) \cdot \frac{1}{2}$

h) $\left(\frac{2}{7} + \frac{10}{3}\right) \cdot \frac{7}{5}$

i) $\frac{\left(\frac{2}{7} - \frac{5}{3}\right) + \left(2 - \frac{5}{3}\right)}{\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8}}$

j) $\frac{\left(\frac{1}{2} : \frac{3}{6}\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right)}{-2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)}$

a) $\frac{27}{28} = 0,96428571$

b) $\frac{-22}{15} = -1,4\widehat{6}$

c) $\frac{-20}{3} = -6,6\widehat{6}$

d) $\frac{-99}{35} = -2,828571499$

e) $\frac{-509}{56} = -9,089285714$

f) $\frac{3}{5} = 0,6$

g) $\frac{-11}{5} = -2,2$

h) $\frac{76}{15} = 5,0\widehat{6}$

i) $\frac{880}{441} = 1,995464852600770$

j) $\frac{16}{125} = 0,128$

4 Obtén las fracciones generatrices de los siguientes números decimales:

a) $2,354$

b) $3,00\widehat{2}$

c) $0,02\widehat{43}$

d) $3,70\widehat{1}$

e) $0,1\widehat{25}$

f) $2,0\widehat{9}$

g) $0,12\widehat{33}$

h) $1,1\widehat{1}$

a) $\frac{1177}{500}$

b) $\frac{1486}{495}$

c) $\frac{241}{9900}$

d) $\frac{1832}{495}$

e) $\frac{62}{495}$

f) $\frac{21}{10}$

g) $\frac{37}{300}$

h) $\frac{10}{9}$

5 Calcula la siguiente expresión con ayuda de la calculadora, y expresa el resultado en forma de fracción y como número decimal:

$$\frac{\left(\frac{4}{5} + 1\right) : \frac{2}{5}}{\left(\frac{4}{9} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{8}{3} - \frac{1}{\frac{3}{9} - \frac{2}{8 + \frac{4}{3}}}}$$

$\frac{1161}{385} = 3,0155844$

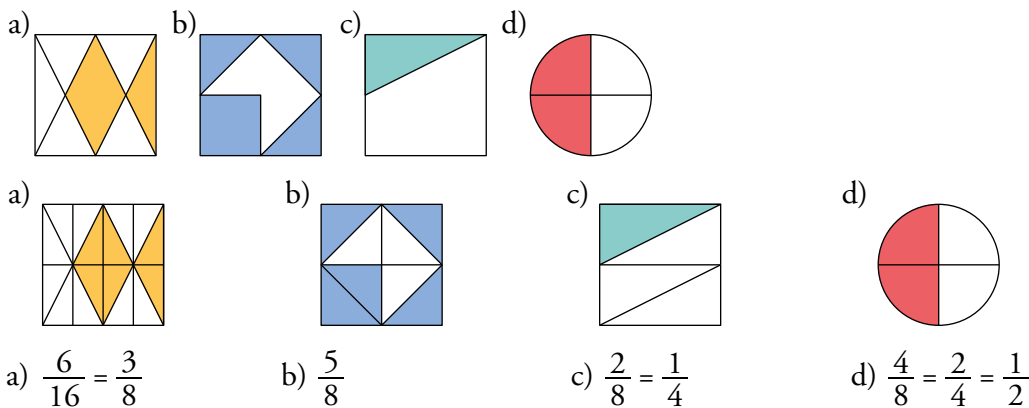
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 40

Practica

Fracciones y decimales

1 Escribe la fracción que representa la parte coloreada en cada una de estas figuras y ordénalas de menor a mayor:



Ordenamos de menor a mayor: $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{5}{8}$

2 Indica cuáles de estas fracciones son propias y cuáles impropias:

$$\frac{7}{5} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{12}{14} \quad \frac{17}{14}$$

Propias $\rightarrow \frac{3}{8}; \frac{12}{14}$

Impropias $\rightarrow \frac{7}{5}; \frac{6}{6}; \frac{17}{14}$

3 Escribe una fracción cuyo valor sea la unidad, otra cuyo valor sea el número entero 4 y otra cuyo valor sea el número entero -5.

Con valor la unidad $\rightarrow \frac{5}{5}$ (deben coincidir numerador y denominador).

Con valor 4 $\rightarrow \frac{8}{2}$ (el numerador debe ser el denominador multiplicado por 4).

Con valor -5 $\rightarrow -\frac{10}{2}$ (El numerador debe ser el denominador multiplicado por -5).

4 Calcula mentalmente el número decimal equivalente a cada fracción:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{4}{3}$
a) 0,5 b) 1,5 c) 0,25 d) 1,25 e) $0,\hat{3}$ f) $1,\hat{3}$

5 Expresa en forma decimal, señalando el periodo cuando sea el caso, y después ordena de menor a mayor.

a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{2}{11}$ e) $\frac{85}{22}$

a) $\frac{7}{5} = 1,4$ b) $\frac{5}{8} = 0,625$ c) $\frac{5}{6} = 0,8\widehat{3}$ d) $\frac{2}{11} = 0,1\widehat{8}$ e) $\frac{85}{22} = 3,8\widehat{63}$

Ordenamos de menor a mayor: $\frac{2}{11} < \frac{5}{8} < \frac{5}{6} < \frac{7}{5} < \frac{85}{22}$

6 Escribe cada decimal en forma de fracción:

a) 0,8 b) 1,8 c) 0,17 d) 1,17

a) $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ b) $1,8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$ c) $0,17 = \frac{17}{100}$ d) $1,17 = \frac{117}{100}$

7 Expresa como suma de un número entero y una fracción, igual que se hace en el ejemplo:

• $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$

a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{15}{8}$ c) $\frac{16}{7}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) $-\frac{7}{3}$

a) $\frac{8}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5}$

b) $\frac{15}{8} = \frac{8+7}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

c) $\frac{16}{7} = \frac{14+2}{7} = \frac{14}{7} + \frac{2}{7} = 2 + \frac{2}{7}$

d) $-\frac{3}{2} = -\frac{2+1}{2} = -\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2}$

e) $-\frac{7}{3} = -\frac{6+1}{3} = -\frac{6}{3} - \frac{1}{3} = -2 - \frac{1}{3}$

8 Introduce en la calculadora las expresiones siguientes y comprueba que, al pulsar = , se simplifican las fracciones o se obtienen las fracciones correspondientes a los números decimales:

a) $\frac{18}{72}$ b) $\frac{24}{56}$ c) $\frac{81}{117}$ d) $\frac{120}{95}$

e) 2,45 f) 0,19 g) 1,26 h) 0,115

a) $\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$ c) $\frac{81}{117} = \frac{9}{13}$ d) $\frac{120}{95} = \frac{24}{19}$

e) $2,45 = \frac{49}{20}$ f) $0,19 = \frac{19}{100}$ g) $1,26 = \frac{63}{50}$ h) $0,115 = \frac{23}{200}$

9 Obtén con la calculadora el valor decimal de cada una de estas fracciones:

a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{11}{4}$ c) $\frac{12}{24}$ d) $\frac{51}{110}$

a) $\frac{8}{9} = 0,8\widehat{}$ b) $\frac{11}{4} = 2,75$ c) $\frac{12}{24} = 0,5$ d) $\frac{51}{110} = 0,4\widehat{63}$

10 Pasa las fracciones a forma decimal y los decimales a forma de fracción.

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{2}{9}$

c) $\frac{3}{9}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $0,\widehat{5}$

f) $0,\widehat{6}$

g) $0,\widehat{7}$

h) $0,\widehat{8}$

i) $1,\widehat{5}$

j) $1,\widehat{6}$

k) $0,0\widehat{7}$

l) $1,2\widehat{8}$

a) $\frac{1}{9} = 0,\widehat{1}$

b) $\frac{2}{9} = 0,\widehat{2}$

c) $\frac{3}{9} = 0,\widehat{3}$

d) $\frac{4}{9} = 0,\widehat{4}$

e) $0,\widehat{5} = \frac{5}{9}$

f) $0,\widehat{6} = \frac{6}{9}$

g) $0,\widehat{7} = \frac{7}{9}$

h) $0,\widehat{8} = \frac{8}{9}$

i) $1,\widehat{5} = \frac{14}{9}$

j) $1,\widehat{6} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

k) $0,0\widehat{7} = \frac{7}{90}$

l) $1,2\widehat{8} = \frac{116}{90} = \frac{58}{45}$

Fracción de una cantidad: cálculo de la parte y del total

11 Calcula.

a) $\frac{3}{7}$ de 140

b) $\frac{5}{8}$ de 312

c) $\frac{5}{32}$ de 224

d) $\frac{17}{8}$ de 1 000

a) $\frac{3}{7}$ de 140 = $(140 : 7) \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60$

b) $\frac{5}{8}$ de 312 = $(312 : 8) \cdot 5 = 39 \cdot 5 = 195$

c) $\frac{5}{32}$ de 224 = $(224 : 32) \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$

d) $\frac{17}{8}$ de 1 000 = $(1 000 : 8) \cdot 17 = 125 \cdot 17 = 2 125$

12 Calcula mentalmente.

a) Los tres cuartos de un número valen 12. ¿Cuál es el número?

b) Los dos tercios de un número valen 20. ¿De qué número se trata?

c) Los $\frac{3}{5}$ de una cantidad son 15. ¿Cuál es esa cantidad?

a) $12 \cdot \frac{4}{3} = 16$

b) $20 \cdot \frac{3}{2} = 30$

c) $15 \cdot \frac{5}{3} = 25$

13 Halla mentalmente.

a) $\frac{2}{3}$ de 60

b) $\frac{3}{4}$ de 100

c) $\frac{3}{500}$ de 500

d) La mitad de $\frac{3}{2}$

e) El triple de $\frac{7}{12}$

f) El doble de la quinta parte de $\frac{-5}{6}$

a) 40

b) 75

c) 3

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{21}{12}$

f) $\frac{-1}{3}$

14 Resuelve.

- a) Los $\frac{2}{3}$ de un número valen 12. ¿De qué número se trata?
- b) Averigua el número cuyos $\frac{3}{5}$ valen 21.
- c) ¿Qué número, disminuido en su sexta parte, se queda en 25?
- d) Si a un número le quitas sus $\frac{4}{7}$, se reduce en 8 unidades. ¿Qué número es?

a) $\frac{2}{3}$ de $C = 12 \rightarrow C = (12 : 2) \cdot 3 \rightarrow C = 18$

b) $\frac{3}{5}$ de $C = 21 \rightarrow C = (21 : 3) \cdot 5 \rightarrow C = 35$

c) $C - \frac{1}{6} \cdot C = 25 \rightarrow \frac{5}{6} \cdot C = 25 \rightarrow C = (25 : 5) \cdot 6 \rightarrow C = 30$

d) $C - \frac{4}{7} \cdot C = C - 8 \rightarrow 8 = C - C + \frac{4}{7} \cdot C \rightarrow \frac{4}{7}C = 8 \rightarrow (8 : 4) \cdot 7 \rightarrow C = 14$

15 Calcula x en cada caso:

- a) $\frac{2}{7}$ de $x = 98$ b) $\frac{9}{10}$ de $x = 126$ c) $\frac{11}{15}$ de $x = 682$ d) $\frac{13}{25}$ de $x = 715$

a) $\frac{2}{7}$ de $x = 98 \rightarrow x = (98 : 2) \cdot 7 \rightarrow x = 343$

b) $\frac{9}{10}$ de $x = 126 \rightarrow x = (126 : 9) \cdot 10 \rightarrow x = 140$

c) $\frac{11}{15}$ de $x = 682 \rightarrow x = (682 : 11) \cdot 15 \rightarrow x = 390$

d) $\frac{13}{25}$ de $x = 715 \rightarrow x = (715 : 13) \cdot 25 \rightarrow x = 1375$

Fracciones equivalentes. Simplificación y reducción a denominador común

16 a) Agrupa las fracciones que sean equivalentes:

$$\frac{10}{15} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{5}{15} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{15}{21}$$

b) Representa, las que lo sean, sobre rectángulos de igual tamaño.

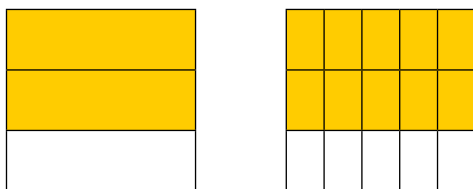
a) Expresamos en forma decimal las fracciones:

$$\begin{aligned} \frac{10}{15} &= 0,6 & \frac{5}{7} &\approx 0,71 & \frac{1}{3} &= 0,3 & \frac{5}{15} &= 0,3 \\ \frac{2}{3} &= 0,6 & \frac{2}{6} &= 0,3 & \frac{15}{21} &\approx 0,71 \end{aligned}$$

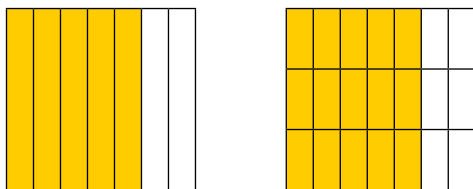
Agrupamos las equivalentes:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \quad \frac{5}{7} = \frac{15}{21} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15}$$

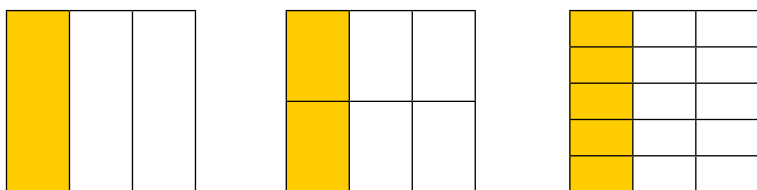
b) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$



$\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15}$



17 Simplifica todo lo posible.

a) $\frac{30}{42}$ b) $\frac{18}{72}$ c) $\frac{75}{125}$ d) $\frac{60}{210}$ e) $\frac{2000}{4000}$

a) $\frac{30}{42} = \frac{5}{7}$ b) $\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$ c) $\frac{75}{125} = \frac{3}{5}$ d) $\frac{60}{210} = \frac{2}{7}$ e) $\frac{2000}{4000} = \frac{1}{2}$

18 Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ y otra equivalente a $\frac{7}{6}$, pero que tengan el mismo denominador.

mín.c.m (6, 5) = 30 $\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{12}{30}; \frac{7}{6} = \frac{35}{30}$

20 Halla, en cada caso, el valor de x :

a) $\frac{x}{18} = \frac{35}{42}$ b) $\frac{32}{x} = \frac{12}{15}$

a) $\frac{x}{18} = \frac{35}{42} \rightarrow x \cdot 42 = 35 \cdot 18 \rightarrow 42x = 630 \rightarrow x = 15$

b) $\frac{32x}{x} = \frac{12}{15} \rightarrow 32 \cdot 15 = 12 \cdot x \rightarrow 480 = 12x \rightarrow x = 40$

21 Escribe fracciones equivalentes a las que ves debajo, que tengan por denominador 24:

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{3}$

a) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ b) $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$ c) $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$ d) $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ e) $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$

22 Reduce a común denominador y ordena de menor a mayor:

$$\frac{7}{10} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{13}{20}$$

mín.c.m. (4, 5, 8, 10, 20) = 40

$$\frac{7}{10} = \frac{28}{40} \quad \frac{3}{5} = \frac{24}{40} \quad \frac{3}{4} = \frac{30}{40} \quad \frac{5}{8} = \frac{25}{40} \quad \frac{13}{20} = \frac{26}{40}$$

Ordenamos de menor a mayor:

$$\frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

Operaciones con fracciones

23 Calcula mentalmente.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $1 + \frac{1}{2}$ c) $2 - \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{1}{6}$

24 Calcula.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45}$ d) $\frac{11}{30} - \frac{3}{40} - \frac{7}{60}$

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} - \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{11}{30}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4} = \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{27}{36} = \frac{37}{36}$

c) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45} = \frac{3}{90} - \frac{2}{90} = \frac{1}{90}$

d) $\frac{11}{30} - \frac{3}{40} - \frac{7}{60} = \frac{44}{120} - \frac{9}{120} - \frac{14}{120} = \frac{21}{120} = \frac{7}{40}$

25 Halla el valor de estas expresiones:

a) $3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$ b) $\left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(5 - \frac{7}{2}\right)$ c) $\frac{5}{32} - 2 + \frac{1}{3}$ d) $5 - \left(\frac{1}{3} - 2\right)$

Comprueba los resultados con la calculadora.

a) $3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) = 3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{6}\right) = 3 - \frac{5}{6} = \frac{18}{6} - \frac{5}{6} = \frac{13}{6}$

b) $\left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(5 - \frac{7}{2}\right) = \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{10}{2} - \frac{7}{2}\right) = \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{8}{6} + \frac{9}{6} = \frac{17}{6}$

c) $\frac{5}{32} - 2 + \frac{1}{3} = \frac{15}{96} - \frac{192}{96} + \frac{32}{96} = -\frac{145}{96}$

d) $5 - \left(\frac{1}{3} - 2\right) = 5 - \left(\frac{1}{3} - \frac{6}{3}\right) = 5 - \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{15}{3} + \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$

26 Resuelve paso a paso y comprueba los resultados con la calculadora.

a) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}\right) - \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{12}\right)$

b) $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{4}{3} - \frac{5}{9}\right) - \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{4} - \frac{1}{6}\right)$

c) $2 - \left(\frac{5}{7} - \frac{5}{3}\right) - \left(3 + \frac{8}{21}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right)$

a) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}\right) - \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{12}\right) = \left(\frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36}\right) - \left(\frac{15}{12} - \frac{10}{12} + \frac{5}{12}\right) = \frac{13}{36} - \frac{10}{12} =$
 $= \frac{13}{36} - \frac{30}{36} = -\frac{17}{36}$

b) $\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{4}{3} - \frac{5}{9}\right) - \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{4} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{2}{18} - \frac{3}{18}\right) + \left(-\frac{8}{9} - \frac{5}{9}\right) - \left(\frac{7}{12} - \frac{15}{12} - \frac{2}{12}\right) =$
 $= -\frac{1}{18} - \frac{13}{9} - \frac{10}{12} = -\frac{1}{18} - \frac{13}{9} - \frac{5}{6} = -\frac{1}{18} - \frac{26}{18} - \frac{15}{18} = -\frac{42}{18} = -\frac{7}{3}$

c) $2 - \left(\frac{5}{7} - \frac{5}{3}\right) - \left(3 + \frac{8}{21}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right) = 2 - \left(\frac{15}{21} - \frac{35}{21}\right) - \left(\frac{63}{21} + \frac{8}{21}\right) + \left(\frac{14}{14} + \frac{7}{14} - \frac{11}{14}\right) =$
 $= 2 - \left(-\frac{20}{21}\right) - \frac{71}{21} + \frac{10}{14} = 2 + \frac{20}{21} - \frac{71}{21} + \frac{5}{7} = \frac{42}{21} + \frac{20}{21} - \frac{71}{21} + \frac{15}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

27 Calcula y expresa cada resultado en forma de número mixto:

a) $\frac{2}{3} + \left[3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{5} \right) \right]$

b) $\frac{2}{11} - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{11} - \frac{9}{22} \right) \right]$

c) $\left[1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \right) + 2 \right]$

a) $\frac{2}{3} + \left[3 - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{5} \right) \right] = \frac{2}{3} + \left[3 - \left(\frac{5}{30} + \frac{18}{30} \right) \right] = \frac{2}{3} + \left(3 - \frac{23}{30} \right) = \frac{2}{3} + \left(\frac{90}{30} - \frac{23}{30} \right) =$
 $= \frac{2}{3} + \frac{67}{30} = \frac{20}{30} + \frac{67}{30} = \frac{87}{30} = \frac{29}{10} = 2 + \frac{9}{10}$

b) $\frac{2}{11} - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{11} - \frac{9}{22} \right) \right] = \frac{2}{11} - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{6}{22} - \frac{9}{22} \right) \right] = \frac{2}{11} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{22} \right) = \frac{2}{11} - \left(\frac{11}{22} - \frac{3}{22} \right) =$
 $= \frac{2}{11} - \frac{8}{22} = \frac{2}{11} - \frac{4}{11} = -\frac{2}{11}$

c) $\left[1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \right] - \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \right) + 2 \right] = \left[1 - \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{6} \right) \right] - \left[\left(\frac{10}{12} - \frac{3}{12} \right) + 2 \right] = \left(1 - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{7}{12} + 2 \right) =$
 $= \left(\frac{6}{6} - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{7}{12} + \frac{24}{12} \right) = \frac{5}{6} - \frac{31}{12} = \frac{10}{12} - \frac{31}{12} = -\frac{21}{12} = -\frac{7}{4}$

28 Calcula mentalmente y simplifica.

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$ b) $6 \cdot \frac{3}{4}$ c) $5 : \frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ e) $\frac{8}{3} : \frac{2}{3}$ f) $\frac{2}{7} : 4$

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{20}{3}$ d) $\frac{4}{15}$ e) $\frac{8}{6}$ f) $\frac{1}{14}$

29 Efectúa y simplifica descomponiendo en factores, como en el ejemplo:

$$\bullet \frac{15}{21} \cdot \frac{7}{25} = \frac{15 \cdot 7}{21 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36}$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 21} = \frac{3 \cdot 2^2 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18} = \frac{6 \cdot 5}{25 \cdot 18} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3^2} = \frac{1}{15}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36} = \frac{12 \cdot 35}{7 \cdot 36} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27} = \frac{9 \cdot 20}{16 \cdot 27} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{5}{12}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65} = \frac{13 \cdot 84}{12 \cdot 65} = \frac{13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13} = \frac{7}{5}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36} = \frac{90 \cdot 14}{35 \cdot 36} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 1$

30 Calcula y simplifica.

a) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)$

b) $\frac{-5}{3} : \left(\frac{-2}{5}\right)$

c) $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) : \frac{2}{5}$

a) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{3 \cdot (-2)}{4 \cdot 3} = \frac{-1}{2}$

b) $\frac{-5}{3} : \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{(-5) \cdot 5}{3 \cdot (-2)} = \frac{25}{6}$

c) $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) : \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot (-2) \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{-1}{3}$

31 Calcula:

a) $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{15} \cdot 5 - \frac{1}{6} \cdot 2 - \frac{1}{9} \cdot 3$

a) $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

b) $\frac{1}{15} \cdot 5 - \frac{1}{6} \cdot 2 - \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

32 Reduce todo lo posible.

$$a) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right)$$

$$b) 5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$a) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right) - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \\ = \frac{1}{6} - \frac{3}{36} = \frac{6}{36} - \frac{3}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$b) 5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 5 : \left(\frac{2}{4} + \frac{4}{4} \right) - 3 : \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4} \right) = 5 : \frac{6}{4} - 3 : \frac{1}{4} = \frac{20}{6} - \frac{12}{1} = \\ = \frac{10}{3} - \frac{12}{1} = \frac{10}{3} - \frac{36}{3} = -\frac{26}{3}$$

33 Reduce a una sola fracción estas expresiones:

$$a) 13 \cdot \left(\frac{5}{26} - \frac{1}{23} \right) - \frac{4}{3} : \frac{1}{6}$$

$$b) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{5}{6}$$

$$c) \left(1 - \frac{4}{7} \right) \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{1}{2} \right)$$

$$a) 13 \cdot \left(\frac{5}{26} - \frac{1}{23} \right) - \frac{4}{3} : \frac{1}{6} = \left(\frac{13 \cdot 5}{26} - \frac{13 \cdot 1}{23} \right) - \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 1} = \left(\frac{5}{2} - \frac{13}{23} \right) - 8 = \left(\frac{115}{46} - \frac{26}{46} \right) - \frac{368}{46} = \\ = \frac{-279}{46}$$

$$b) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{4}{24} - \frac{6}{24} \right) \cdot \frac{5}{6} = \frac{7}{20} : \frac{7}{12} + \left(-\frac{2}{24} \right) \cdot \frac{5}{6} = \\ = \frac{12}{20} - \frac{5}{72} = \frac{3}{5} - \frac{5}{72} = \frac{216}{360} - \frac{25}{360} = \frac{191}{360}$$

$$c) \left(1 - \frac{4}{7} \right) \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{6} \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{1}{2} \right) = \left(\frac{7}{7} - \frac{4}{7} \right) \cdot \left(\frac{12}{30} - \frac{5}{30} \right) - \left(\frac{9}{12} - \frac{2}{12} \right) \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{5}{10} \right) = \\ = \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{30} - \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{10} = \frac{1}{10} - \frac{7}{10} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

34 Comprueba que el resultado de cada una de estas expresiones es un número entero:

a) $\left(\frac{1}{6}-1\right) \cdot \left(3-\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)$

b) $2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - 3 : \left(1 + \frac{1}{2}\right)$

c) $-\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$

d) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13\left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right)$

a) $\left(\frac{1}{6}-1\right) \cdot \left(3-\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{6}-\frac{6}{6}\right) \cdot \left(\frac{15}{5}-\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right) = -\frac{5}{6} \cdot \frac{13}{5} - \left(-\frac{1}{6}\right) =$
 $= -\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{-12}{6} = -2$

b) $2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - 3 : \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{6}\right) - 3 : \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2 : \left(\frac{4}{6}\right) - 3 : \frac{3}{2} = -6 - 2 = -8$

c) $-\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right] = -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - \frac{20}{20}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{9}{3}\right)\right] =$
 $-\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(-\frac{3}{20}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)\right] = -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right] = -\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{5} - \frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right) = -\frac{3}{8} \cdot 0 = 0$

d) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right) = \left[\left(\frac{6}{9} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3}\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right) =$
 $= \left[\frac{5}{9} + 13 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{9} + 13 \cdot \frac{1}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{9} + \frac{13}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{18 \cdot 3}{9 \cdot 2} = -3$

35 Opera y simplifica, como en el ejemplo.

• $\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4} + 2} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} + 2\right) = \left(\frac{1}{6}\right) : \left(\frac{11}{4}\right) = \frac{2}{33}$

a) $\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$

b) $\frac{3 - \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}}$

c) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{7}{10} - \frac{3}{4}}$

a) $\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} : \frac{1}{2} = 3$

b) $\frac{3 - \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}} = \frac{\frac{9}{3} - \frac{5}{3}}{\frac{9}{3} + \frac{5}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{14}{3}} = \frac{4}{3} : \frac{14}{3} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

c) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{7}{10} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{20} - \frac{12}{20}}{\frac{14}{20} - \frac{15}{20}} = \frac{\frac{-7}{20}}{\frac{-1}{20}} = \left(\frac{-7}{20}\right) : \left(\frac{-1}{20}\right) = 7$

Resuelve problemas

36 Luis ha gastado $\frac{3}{8}$ del dinero que llevaba en comprar un regalo. Sabiendo que le han sobrado 30 €, ¿cuánto dinero tenía al principio?

Si gasta $\frac{3}{8}$, le quedan $\frac{5}{8}$.

$$30 : 5 = 6 \rightarrow \frac{1}{8} \text{ son } 6 \text{ €} \rightarrow 6 \cdot 8 = 48 \text{ €}$$

Solución: Al principio tenía 48 €.

37 Elvira salió de su casa con 30 €. Se gastó $\frac{2}{3}$ del dinero en un disco y $\frac{1}{5}$ en un libro.

a) ¿Qué fracción del total ha gastado Elvira?

b) ¿Qué fracción le queda?

c) ¿Cuánto dinero le ha sobrado?

$$a) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$$

Ha gastado $\frac{2}{5}$ del total.

b) Le quedan $\frac{2}{15}$.

c) Le han sobrado $\frac{2}{15}$ de 30 = $30 : 15 \cdot 2 = 4$ €.

38 A Julia le regalan 120 € por su cumpleaños. Si gasta $\frac{2}{5}$ en ropa, $\frac{1}{4}$ en libros y $\frac{3}{20}$ en ocio, ¿cuánto gastó en cada cosa? ¿Qué fracción del dinero le queda?

• Gasto en ropa: $\frac{2}{5}$ de 120 = $\frac{2 \cdot 120}{5} = 48$ €

• Gasto en libros: $\frac{1}{4}$ de 120 = $\frac{120}{4} = 30$ €

• Gasto en ocio: $\frac{3}{20}$ de 120 = $\frac{3 \cdot 120}{20} = 18$ €

Le quedan $120 - (48 + 30 + 18) = 24$ € $\rightarrow \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$

Le quedan $\frac{1}{5}$ del dinero.

39 Tres empresas invierten en un negocio. La primera aporta $\frac{1}{3}$ del capital; la segunda, $\frac{2}{5}$, y la tercera, el resto. Al cabo de tres años se reparten unos beneficios de 150 000 €. ¿Cuánto corresponde a cada una?

Primera empresa $\rightarrow \frac{1}{3}$ de 150 000 = $150\,000 : 3 = 50\,000$ €

Segunda empresa $\rightarrow \frac{2}{5}$ de 150 000 = $(150\,000 : 5) \cdot 2 = 60\,000$ €

Tercera empresa $\rightarrow 150\,000 - (50\,000 + 60\,000) = 150\,000 - 110\,000 = 40\,000$ €

Solución: A la primera le corresponden 50 000 €; a la segunda, 60 000 €, y a la tercera, 40 000 €.

40 De los 28 estudiantes de una clase, $\frac{4}{7}$ aprobaron todas las asignaturas, y de ellos, $\frac{1}{4}$ obtuvo sobresaliente de nota media. ¿Cuántos sacaron sobresaliente? ¿Qué parte de la clase suspendió alguna asignatura?

- Estudiantes que aprobaron todo $\rightarrow \frac{4}{7}$ de 28 = $\frac{4 \cdot 28}{7} = 16$
- Estudiantes que sacaron sobresaliente $\rightarrow \frac{1}{4}$ de 16 = $\frac{16}{4} = 4$
- Estudiantes que suspendieron alguna $\rightarrow 28 - 16 = 12 \rightarrow \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$

41 En mi clase, el número de chicas es igual a los cuatro séptimos del número de chicos. ¿Cuántos somos entre unos y otros si pasamos de 20 pero no llegamos a 30?

$$x + \frac{4}{7}x = \frac{7}{7}x + \frac{4}{7}x = \frac{11}{7}x$$

x tiene que ser múltiplo de 7.

$$20 < \frac{11}{7}x < 30 \rightarrow \frac{140}{11} < x < \frac{210}{11} \rightarrow 13 \leq x \leq 19$$

Es decir, buscamos un múltiplo de 7 entre 13 y 19 $\rightarrow x = 14$ chicos

$$\frac{4}{7} \text{ de } 14 = (14 : 7) \cdot 4 = 8 \text{ chicas}$$

Solución: En total somos $14 + 8 = 22$ estudiantes, entre chicos y chicas.

42 Compro a plazos un equipo de música que vale 600 €. Hago un pago de 60 €; después, otro igual a los $\frac{2}{3}$ de lo que me queda por pagar, y luego, otro más por $\frac{1}{5}$ de lo que aún debo.

a) ¿Cuánto he devuelto cada vez?

b) ¿Qué parte de la deuda he pagado?

c) ¿Cuánto me queda por pagar?

a) Tras el primer pago, quedan $600 - 60 = 540$ € por pagar.

$$\text{En el 2.º pago } \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } 540 = (540 : 3) \cdot 2 = 360 \text{ €}$$

Por tanto, quedan $540 - 360 = 180$ €.

$$\text{En el tercer pago } \rightarrow \frac{1}{5} \text{ de } 180 = (180 : 5) \cdot 1 = 36 \text{ €}$$

He devuelto 60 € en el primer pago, 360 € en el segundo y 36 € en el tercero.

$$\text{b) } 60 + 360 + 36 = 456 \text{ € } \rightarrow \frac{456}{600} = \frac{19}{25}$$

He pagado $\frac{19}{25}$ de la deuda

c) $600 - 456 = 144$ €.

Me quedan por pagar 144 €.

43 Cuatro hermanos se reparten una tarta. Alicia toma $\frac{1}{3}$; Borja, los $\frac{3}{5}$ de lo que deja Alicia, y los gemelos, Marcos y Ana, se reparten el resto a partes iguales. ¿Qué parte de la tarta se llevó cada uno? ¿Quién se llevó el trozo más grande?

- Alicia toma $\frac{1}{3}$ de la tarta. Deja $1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ de la tarta.
- Borja toma $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{5}$ de la tarta.
- Entre Alicia y Borja han tomado $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$. Todavía quedó $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ de tarta. Por tanto, cada uno de los gemelos toma $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{15} = \frac{4}{2 \cdot 15} = \frac{2}{15}$ de la tarta.

Solución: Alicia ha tomado $\frac{1}{3}$ de la tarta; Borja, $\frac{2}{5}$, y los gemelos toman $\frac{2}{15}$ cada uno.

Como $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ y $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, quien más tarta ha comido ha sido Borja.

44 En una encuesta realizada entre los estudiantes de un colegio se recogieron los siguientes resultados:

- $\frac{7}{30}$ de los estudiantes no tienen teléfono móvil.
- $\frac{4}{15}$ de los estudiantes tienen ordenador y teléfono móvil.
- $\frac{1}{6}$ no tiene ordenador.
- $\frac{1}{15}$ no tiene ni ordenador ni teléfono móvil.

¿Cuántos estudiantes fueron consultados en la encuesta?

- Calculamos la fracción de estudiantes que tienen ordenador y teléfono móvil.

$$1 - \left(\frac{7}{30} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} \right) = 1 - \left(\frac{7}{30} + \frac{5}{30} + \frac{2}{30} \right) = 1 - \frac{14}{30} = \frac{16}{30}$$

- $\frac{16}{30}$ de $x = 400 \rightarrow x = (400 \cdot 30) : 16 = 750$

Solución: En la encuesta fueron consultados 750 estudiantes.

45 La información nutricional de una marca de leche dice que hay 120 mg de calcio por cada 100 mL de leche. Esa cantidad de calcio es $\frac{3}{20}$ de lo que es recomendable que tome diariamente una persona. Calcula la cantidad de calcio diaria recomendada.

$$\frac{3}{20} \text{ de } x = 120 \rightarrow x = (120 \cdot 20) : 3 = 800$$

Solución: La cantidad de calcio recomendada son 800 mg.

46 María tiene una botella de un litro y medio de leche. Utiliza $\frac{3}{8}$ de litro para una receta de cocina y la cuarta parte de lo que queda para merendar. ¿Quedará en la botella más de medio litro, que es lo que necesita para el desayuno? Explica tu respuesta.

- La botella es de $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ L de leche.
- Para la receta utiliza $\frac{3}{8}$ de $\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{9}{16}$ L de leche.
Todavía le quedan $\frac{3}{2} - \frac{9}{16} = \frac{24}{16} - \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$ L de leche.
- Para merendar utiliza $\frac{1}{4}$ de $\frac{15}{16} = \frac{15}{4 \cdot 16} = \frac{15}{64}$ L de leche.
Todavía le quedan $\frac{15}{16} - \frac{15}{64} = \frac{60}{64} - \frac{15}{64} = \frac{45}{64}$ L de leche.
- Como $\frac{45}{64} > \frac{1}{2} = \frac{32}{64}$, en la botella todavía queda más de medio litro.

47 Dos cajas de manzanas se ponen a la venta a 2,50 € el kilo. La primera, que supone los $\frac{5}{12}$ del total, se vende por 50 €. ¿Cuántos kilos de manzanas había en cada caja?

- En la primera caja hay $50 : 2,50 = 20$ kg de manzanas.
- $\frac{5}{12}$ de $x = 20 \rightarrow x = (20 \cdot 12) : 5 = 48$ kg de manzanas hay en total.

Solución: En la primera caja había 20 kg, y en la segunda, $48 - 20 = 28$ kg.

Página 43

48 De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después $\frac{3}{5}$ de lo que quedaba. Los 600 m^2 restantes se destinaron a caminos y jardines. ¿Cuál era la superficie del solar?

- Se venden $\frac{2}{3}$ del solar. Queda $\frac{1}{3}$ del solar.
- Se venden $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{1}{5}$ del solar.
- En total se ha vendido $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$ del solar. Quedan $\frac{2}{15}$ del solar.
- $\frac{2}{15}$ de $x = 600 \rightarrow x(600 \cdot 15) : 2 = 4500 \text{ m}^2$.

Solución: El solar tenía 4500 m^2 de superficie.

49 La tercera parte de quienes asisten a un congreso son de España y $\frac{3}{10}$ son de Francia. De los restantes, los $\frac{6}{11}$ son de Suiza y hay 25 de Italia. ¿Cuántas personas asistieron al congreso?

- Asistentes de España y Francia: $\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30}$.
 - Hay $\frac{11}{30}$ asistentes que no son ni de España ni de Francia.
 - Asistentes de Suiza: $\frac{6}{11}$ de $\frac{11}{30} = \frac{6 \cdot 11}{11 \cdot 30} = \frac{6}{30}$.
 - Asistentes de Italia: $1 - \frac{19}{30} - \frac{6}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.
- $\frac{1}{6}$ de $x = 25 \rightarrow x = 25 \cdot 6 = 150$.

Solución: Al congreso asistieron 150 personas.

50 Se adquieren 10 kg de ciruelas para hacer mermelada. Al deshuesarlas, se reduce en $\frac{1}{5}$ su peso. Lo que queda se cuece con una cantidad igual de azúcar, perdiéndose en la cocción $\frac{1}{4}$ del peso. ¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

Se reduce $\frac{1}{5} \rightarrow$ quedan $\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5}$ de 10 = $(10 : 5) \cdot 4 = 8$ kg quedan al deshuesar las ciruelas.

Al añadir el azúcar se tienen $8 + 8 = 16$ kg de mezcla.

Se reduce $\frac{1}{4} \rightarrow$ quedan $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ de 16 = $(16 : 4) \cdot 3 = 12$ kg

Solución: Se obtienen 12 kg de mermelada.

- 51** Los beneficios de este año en una empresa han ascendido a un millón ochocientos mil euros, lo que supone un aumento de dos séptimos respecto al año pasado. ¿Cuáles fueron los beneficios del año pasado?

$x \rightarrow$ Beneficio del año pasado.

$$x + \frac{2}{7}x = 1800\,000 \rightarrow \frac{7}{7}x + \frac{2}{7}x = 1800\,000 \rightarrow \frac{9}{7}x = 1800\,000 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{1800\,000 \cdot 7}{9} = 1\,400\,000 \text{ €}$$

Solución: El año pasado los beneficios fueron de 1 400 000 €.

- 52** En un puesto de frutas y verduras, los $\frac{5}{6}$ del importe de las ventas de un día corresponden al apartado de frutas. Del dinero recaudado en la venta de fruta, los $\frac{3}{8}$ corresponden a las naranjas. Si la venta de naranjas asciende a 195 €, ¿qué caja ha hecho el establecimiento?

$$\frac{3}{8} \text{ de } \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 6} = \frac{5}{16} \text{ del total} \rightarrow \frac{5}{16} \text{ son } 195 \text{ €}$$

$$195 : 5 = 39 \text{ €}$$

$$39 \cdot 16 = 624 \text{ €}$$

Solución: El establecimiento ha hecho 624 € de caja.

- 53** La familia García ha invertido la cuarta parte de su presupuesto para vacaciones en los billetes de avión; la tercera parte, en el hotel; y el resto, que son 600 €, en gastos varios. ¿A cuánto ascendía el presupuesto?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12} \text{ gastan en el hotel y el avión} \rightarrow \frac{5}{12} \text{ son } 600 \text{ €}$$

$$600 : 5 = 120$$

$$120 \cdot 12 = 1\,440 \text{ €}$$

Solución: El presupuesto ascendía a 1 440 €.

- 54** En una carrera ciclista de cuatro etapas, el primer día abandonó $\frac{1}{15}$ de los corredores. El segundo día abandonó la décima parte de los que quedaban. El tercer día, tras una caída, abandonaron 3 corredores, terminando la carrera 123.

a) ¿Qué fracción de los corredores tomaron la salida el segundo día? ¿Y el tercer día?

b) ¿Cuántos corredores participaron en la carrera?

a) Tomaron la salida $\frac{14}{15}$ de los corredores el segundo día.

$$\frac{9}{10} \text{ de } \frac{14}{15} = \frac{126}{150} = \frac{21}{25}$$

Tomaron la salida $\frac{21}{25}$ de los corredores el tercer día.

b) Llamamos x al número de corredores iniciales.

$$\frac{21}{25}x - 3 = 123 \rightarrow \frac{21}{25}x - \frac{75}{25} = \frac{3075}{25} \rightarrow 21x - 75 = 3075 \rightarrow 21x = 3150 \rightarrow x = 150$$

Solución: Participaron 150 corredores en la carrera.

55 ¿Cuál o cuáles de las expresiones que tienes debajo resuelven el problema que te planteamos? Justifica tu respuesta.

En un depósito municipal lleno de agua había 3 000 litros. Un día se gastó $\frac{1}{6}$ del depósito, y otro, 1 250 litros. ¿Qué fracción queda?

a) $\left(1 - \frac{1}{6}\right) - \frac{1250}{3000}$

b) $\frac{3000 - 1250}{3000} - \frac{1}{6}$

c) $1 - \frac{1}{6} - \frac{1250}{3000}$

d) $1 - \left(\frac{1250}{3000} + \frac{1}{6}\right)$

a) Sí resuelve el problema:

$\left(1 - \frac{1}{6}\right)$ representa la fracción que queda tras el primer día.

$\frac{1250}{3000}$ representa la fracción que se gasta el segundo día, porque tomamos 1 250 del total.

Al restarlas, obtenemos la fracción que queda.

b) Sí resuelve el problema:

$\frac{3000 - 1250}{3000}$ representa lo que queda al gastarse 1 250 litros.

Al restar $\frac{1}{6}$ a lo anterior, se calcula la fracción que queda tras el gasto de los dos días.

c) Sí resuelve el problema:

Al total le quitamos la fracción que extraemos el primer día y $\frac{1250}{3000}$ que corresponde con la fracción que extraemos el segundo día (1 250 litros de los 3 000 litros totales).

d) Sí resuelve el problema:

$\left(\frac{1250}{3000} + \frac{1}{6}\right)$ representa lo que se gasta en total entre los dos días.

Al restar esto a la unidad, obtenemos la fracción de agua que queda en el depósito.

AUTOEVALUACIÓN

Página 43

1 Calcula: $\frac{3}{4} : \left(3 - \frac{1}{2}\right) - 4 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} : \left(3 - \frac{1}{2}\right) - 4 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) &= \frac{3}{4} : \left(\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right) - 4 \cdot \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - 4 \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - 4 \cdot \frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 3}{6} = \frac{3}{10} - 2 = \\ &= \frac{3}{10} - \frac{20}{10} = -\frac{17}{10} \end{aligned}$$

2 Pasa de fracción a decimal o de decimal a fracción:

a) $\frac{57}{40}$

b) 0,625

c) $1,\overline{7}$

d) $2,\overline{13}$

a) 1,425

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{16}{9}$

d) $\frac{211}{99}$

3 Calcula x en cada caso:

a) $\frac{5}{8}$ de $x = 95$

b) $\frac{12}{7}$ de $x = 48$

a) $\frac{5}{8}$ de $x = 95 \rightarrow x = (95 \cdot 8) : 5 = 152$

b) $\frac{12}{7}$ de $x = 48 \rightarrow x = (48 \cdot 7) : 12 = 28$

4 Escribe una fracción equivalente a $\frac{13}{20}$ y otra equivalente a $\frac{7}{6}$ que tengan el mismo denominador.

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{min.c.m} (20, 6) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$$

$$\frac{13}{20} = \frac{39}{60}$$

$$\frac{7}{6} = \frac{70}{60}$$

5 Se han consumido los $\frac{2}{7}$ de una vela de cera. ¿Cuál era su longitud inicial si el trozo que queda mide 20 cm?

Si se han consumido $\frac{2}{7}$, quedan $\frac{5}{7}$.

$$\frac{5}{7} \text{ de } x = 20 \rightarrow x = (20 \cdot 7) : 5 = 28.$$

Solución: La longitud inicial de la vela eran 28 cm.

6 Con la tercera parte del aceite que tengo en un bidón, puedo llenar 20 botellas de $\frac{3}{5}$ de litro. ¿Cuántos litros había en el bidón? ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro podré llenar con el resto?

- Con la tercera parte del bidón puedo llenar $20 \cdot \frac{3}{5} = 12$ L.

- Con el bidón completo puedo llenar $3 \cdot 12 = 36$ L.

En el bidón había 36 L de aceite.

- Si he gastado 12 L, en el bidón quedarán $36 - 12 = 24$ L.

Con 24 L podré llenar $24 : \frac{3}{4} = \frac{24 \cdot 4}{3} = 32$ botellas de $\frac{3}{4}$ L.

7 Los $\frac{3}{5}$ de las entradas de un teatro corresponden al patio de butacas; $\frac{1}{4}$ son del primer anfiteatro, y el resto, las del segundo anfiteatro, son 90. ¿Cuántas plazas tiene el teatro?

- Butacas del patio y del primer anfiteatro: $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$

- Butacas del segundo anfiteatro: $1 - \frac{17}{20} = \frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$

- $\frac{3}{20}$ de $x = 90 \rightarrow x = (90 \cdot 20) : 3 = 600$

Solución: El teatro tiene 600 plazas.

8 De un depósito, en el que había 1 500 L de agua, se gastan un día $\frac{5}{12}$ del depósito, y otro día, 500 L. ¿Qué fracción queda?

- El primer día se gastan $\frac{5}{12}$ de $1500 = 625$ L.

- Entre el primer y el segundo día se gastan $625 + 500 = 1125$ L.

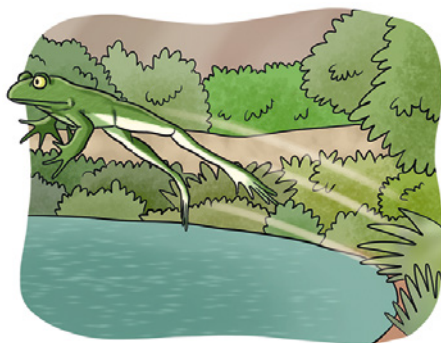
- Quedan $1500 - 1125 = 375$ L $\rightarrow \frac{375}{1500} = \frac{1}{4}$.

Solución: Queda $\frac{1}{4}$ del depósito.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Página 43

- Una rana da saltos en línea recta hacia delante, y cada vez salta los $\frac{2}{3}$ del salto anterior. Quiere atravesar una charca circular de 5 m de radio, y el primer salto es de 2 m. ¿Llegará al centro de la charca en sus cuatro primeros saltos? ¿Y en el quinto?



- Primer salto $\rightarrow 2$ m

$$\text{Segundo salto} \rightarrow 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ m}$$

$$\text{Tercer salto} \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \text{ m}$$

$$\text{Cuarto salto} \rightarrow \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{27} \text{ m}$$

$$\text{Quinto salto} \rightarrow \frac{16}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{32}{81} \text{ m}$$

- Longitud de los cuatro primeros saltos:

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \frac{16}{27} = \frac{54}{27} + \frac{36}{27} + \frac{24}{27} + \frac{16}{27} = \frac{130}{27} = 4,814 \text{ m}$$

- Longitud de los cinco primeros saltos:

$$\frac{130}{27} + \frac{32}{81} = \frac{390}{81} + \frac{32}{81} = \frac{422}{81} = 5,21 \text{ m}$$

Solución: Con los 4 primeros saltos no alcanzará el centro de la charca que está a 5 m. En el quinto salto, sí.

- Si reparto dos cajas de bombones entre seis amigos, sobran cuatro bombones. ¿Cuántos sobrarán si reparto tres cajas?
- Si reparto una caja, sobran 2 bombones.
 Si reparto dos cajas, sobran 4 bombones.
 Si reparto tres cajas, sobrarían 6 bombones. Pero estos 6 bombones se vuelven a repartir entre los 6 amigos y no sobra ningún bombón.