

7 ECUACIONES

1 ► ECUACIONES

Página 101

1 ¿Es $x = 5$ solución de alguna de estas ecuaciones?

a) $7x + 1 = 34$ b) $x^2 - 10 = 15$ c) $1^x = 5$ d) $2^x = 32$

Justifica tu respuesta.

a) $7 \cdot 5 + 1 = 36 \neq 34 \rightarrow$ No es solución porque no cumple la igualdad.

b) $5^2 - 10 = 25 - 10 = 15 \rightarrow$ Es solución porque cumple la igualdad.

c) $1^5 = 1 \neq 5 \rightarrow$ No es solución porque no cumple la igualdad.

d) $2^5 = 32 \rightarrow$ Es solución porque cumple la igualdad.

2 Obtén «a ojo» una solución de cada una de estas ecuaciones:

a) $2x - 1 = 5$ b) $\frac{x^3}{3} = 9$ c) $x^2 - 1 = 35$ d) $\sqrt{x+1} = 6$

a) $x = 3$ b) $x = 3$ c) $x = 6$ d) $x = 35$

2 ▶ ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Página 103

1 Resuelve mentalmente. Indica, si es el caso, cuándo la ecuación no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

a) $5x = 15$

b) $3x = -6$

c) $-2x = 10$

d) $-4x = -20$

e) $3x = 1$

f) $2x = 12$

g) $6x = 0$

h) $0x = 6$

i) $0x = 0$

a) $5x = 15 \rightarrow x = 3$

b) $3x = -6 \rightarrow x = -2$

c) $-2x = 10 \rightarrow x = -5$

d) $-4x = -20 \rightarrow x = 5$

e) $3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

f) $x = 6$

g) $6x = 0 \rightarrow x = 0$

h) $0x = 6 \rightarrow$ No tiene solución

i) $0x = 0 \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones

2 Resuelve estas ecuaciones. ¿Son equivalentes?

a) $4x - x = 1 + x$

b) $10 - 7x - 6x = 5 - 3x$

c) $4x + 6 - x = 5x + 5$

d) $9 = 9x - x - 3 - 2x$

a) $4x - x = 1 + x \rightarrow 3x = 1 + x \rightarrow 3x - x = 1 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $10 - 7x - 6x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 13x = 5 - 3x \rightarrow 10 - 5 = 13x - 3x \rightarrow 5 = 10x \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{5}{10} = x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $4x + 6 - x = 5x + 5 \rightarrow 3x + 6 = 5x + 5 \rightarrow 6 - 5 = 5x - 3x \rightarrow 1 = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

d) $9 = 9x - x - 3 - 2x \rightarrow 9 = 6x - 3 \rightarrow 9 + 3 = 6x \rightarrow 12 = 6x \rightarrow \frac{12}{6} = x \rightarrow x = 2$

a), b) y c) sí son equivalentes, ya que las tres tienen el mismo resultado, $x = \frac{1}{2}$, pero d) no es equivalente con ninguna, debido a que sus resultados son distintos.

3 Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.

a) $11x - 3 + x = 10x - 13$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x$

c) $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x$

d) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

e) $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x$

Soluciones: a) -5 ; b) $1/7$; c) $3/2$; d) Sin solución; e) Infinitas soluciones.

a) $11x - 3 + x = 10x - 13 \rightarrow 12x - 3 = 10x - 13 \rightarrow 12x - 10x = -13 + 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 4 + x \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \frac{1}{7} = x$

c) $9 - 3x - 2 - 3x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 6x = 4 - 4x \rightarrow 7 - 4 = 6x - 4x \rightarrow 3 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{2}$

d) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2 \rightarrow 8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow$
 \rightarrow No tiene solución.

e) $7x + 12 - 4x - 3 = 10 + 2x - 1 + x \rightarrow 3x + 9 = 9 + 3x \rightarrow 3x - 3x = 9 - 9 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$
 \rightarrow Tiene infinitas soluciones.

4 Resuelve y comprueba que tus soluciones coinciden con las que se ofrecen debajo.

a) $2x + 3(3x - 2) + x = 10(x - 3) + 14$

b) $x - 3 - 4x = 3(x - 1) + x - 1$

c) $6 = 8x - (x - 5) - 10x$

d) $9 - 4x - 2(1 - x) = 1 - 3(x - 1) - x$

e) $-4 = 5(1 - x) - x - 3(1 + 7x)$

f) $8x = 6x - 4x - 3 + x + 7 + 5x - 2$

g) $7x - 2(x - 1) - 4 = 10 - 4(3 - x) + x$

Soluciones: a) -5 ; b) $1/7$; c) $-1/3$; d) $-3/2$; e) $2/9$; f) Sin solución;
g) **Infinitas soluciones**

a) $2x + 9x - 6 + x = 10x - 30 + 14 \rightarrow 12x - 6 = 10x - 16 \rightarrow 12x - 10x = -16 + 6 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{2} \rightarrow x = -5$

b) $x - 3 - 4x = 3x - 3 + x - 1 \rightarrow -3x - 3 = 4x - 4 \rightarrow -3 + 4 = 4x + 3x \rightarrow 1 = 7x \rightarrow \frac{1}{7} = x$

c) $6 = 8x - x + 5 - 10x \rightarrow 6 = 5 - 3x \rightarrow 3x = 5 - 6 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{3}$

d) $9 - 4x - 2 + 2x = 1 - 3x + 3 - x \rightarrow 7 - 2x = 4 - 4x \rightarrow 4x - 2x = 4 - 7 \rightarrow 2x = -3 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{-3}{2}$

e) $-4 = 5 - 5x - x - 3 - 21x \rightarrow -4 = 2 - 27x \rightarrow 27x = 2 + 4 \rightarrow 27x = 6 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{6}{27} \rightarrow x = \frac{2}{9}$

f) $8x = 8x + 2 \rightarrow 8x - 8x = 2 \rightarrow 0x = 2 \rightarrow$ No tiene solución.

g) $7x - 2x + 2 - 4 = 10 - 12 + 4x + x \rightarrow 5x - 2 = 5x - 2 \rightarrow 5x - 5x = 2 - 2 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$
 \rightarrow Infinitas soluciones.

5 ¿Qué números pondrías en cada casilla para que la ecuación $\square x + 5 = 2x + \square \dots$

a) ... tenga infinitas soluciones? b) ... no tenga solución?

a) $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{5} \rightarrow 2x - 2x = 5 - 5 \rightarrow 0x = 0 \rightarrow$ Infinitas soluciones.

b) En la primera casilla se pone un 2, y en la segunda, cualquier número que sea distinto de 5.

Por ejemplo: $\boxed{2}x + 5 = 2x + \boxed{8} \rightarrow 2x - 2x = 8 - 5 \rightarrow 0x = 3 \rightarrow$ Sin solución.

6 Busca el valor que debe tomar la a en la igualdad

$$3x - a(x + 1) = 5$$

para que la ecuación no tenga solución.

$$3x - a(x + 1) = 5 \rightarrow 3x - ax - a = 5 \rightarrow (3 - a)x = 5 + a$$

Para que esta ecuación no tenga solución, $3 - a = 0$ y $5 + a \neq 0$. Por tanto, es fácil observar que $a = 3$ cumple ambas condiciones.

7 Considera la igualdad $5a - 2(a + b) = 7 - 3(a - b)$.

a) Calcula el valor de b cuando $a = 3$.

b) Calcula el valor de a cuando $b = 5$.

a) Si $a = 3 \rightarrow 5 \cdot 3 - 2(3 + b) = 7 - 3(3 - b) \rightarrow 15 - 6 - 2b = 7 - 9 + 3b \rightarrow 9 - 2b = -2 + 3b \rightarrow$
 $\rightarrow 9 + 2 = 3b + 2b \rightarrow 11 = 5b \rightarrow b = \frac{11}{5}$

b) Si $b = 5 \rightarrow 5a - 2(a + 5) = 7 - 3(a - 5) \rightarrow 5a - 2a - 10 = 7 - 3a + 15 \rightarrow 3a - 10 = 22 - 3a \rightarrow$
 $\rightarrow 3a + 3a = 22 + 10 \rightarrow 6a = 32 \rightarrow a = \frac{16}{3}$

8 Quita denominadores y resuelve.

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10}$$

$$\text{b) } 2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1$$

$$\text{c) } \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1$$

$$\text{d) } x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1$$

$$\text{e) } 1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3}$$

Soluciones: a) 15/14; b) -8; c) 20/7; d) 1; e) 6/5

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} &\rightarrow 30 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{3} \right) = 30 \cdot \left(x - \frac{x}{2} + \frac{3x}{10} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 15 + 10x = 30x - 15x + 9x \rightarrow 15 + 10x = 24x \rightarrow \\ &\rightarrow 15 = 24x - 10x \rightarrow 15 = 14x \rightarrow x = \frac{15}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2 - \frac{x}{4} + x = \frac{5x}{8} + 1 &\rightarrow 8 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} + x \right) = 8 \cdot \left(\frac{5x}{8} + 1 \right) \rightarrow 16 - 2x + 8x = 5x + 8 \rightarrow \\ &\rightarrow 16 + 6x = 5x + 8 \rightarrow 6x - 5x = 8 - 16 \rightarrow x = -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} = 1 &\rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{5} \right) = 20 \cdot 1 \rightarrow 10x + 5x - 8x = 20 \rightarrow 7x = 20 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{20}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x - \frac{1}{5} = \frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 &\rightarrow 15 \cdot \left(x - \frac{1}{5} \right) = 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{13x}{15} + 1 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow 15x - 3 = 10x - 13x + 15 \rightarrow 15x - 3 = -3x + 15 \\ &\rightarrow 15x + 3x = 3 + 15 \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} = x - \frac{2}{3} &\rightarrow 18 \cdot \left(1 - \frac{5x}{9} + \frac{x}{6} \right) = 18 \cdot \left(x - \frac{2}{3} \right) \rightarrow 18 - 10x + 3x = 18x - 12 \rightarrow \\ &\rightarrow 18 - 7x = 18x - 12 \rightarrow 18 + 12 = 18x + 7x \rightarrow 30 = 25x \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{30}{25} \rightarrow x = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

9 Calcula el valor de x en cada caso:

a) $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10}$

b) $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4}$

c) $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4}$

d) $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1$

e) $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24}$

Soluciones: a) 2; b) 3/19; c) Sin solución; d) 7/9; e) -52/49

a) $\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} = x - \frac{2x-1}{10} \rightarrow 20 \cdot \left(\frac{x-1}{5} + \frac{3x}{4} \right) = 20 \cdot \left(x - \frac{2x-1}{10} \right) \rightarrow$
 $\rightarrow 4(x-1) + 5 \cdot 3x = 20x - 2(2x-1) \rightarrow$
 $\rightarrow 4x - 4 + 15x = 20x - 4x + 2 \rightarrow \rightarrow 19x - 4 = 16x + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow 19x - 16x = 2 + 4 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2$

b) $\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} = x - \frac{1-3x}{4} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x+2}{6} - \frac{1}{3} \right) = 12 \cdot \left(x - \frac{1-3x}{4} \right) \rightarrow$
 $\rightarrow 2(x+2) - 4 = 12x - 3(1-3x) \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 4 - 4 = 12x - 3 + 9x \rightarrow 2x = 21x - 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 3 = 21x - 2x \rightarrow 3 = 19x \rightarrow x = \frac{3}{19}$

c) $\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} = 1 - \frac{3-x}{4} \rightarrow 8 \cdot \left(\frac{3(1+2x)}{8} - \frac{x}{2} \right) = 8 \cdot \left(1 - \frac{3-x}{4} \right) \rightarrow$
 $\rightarrow 3(1+2x) - 4x = 8 - 2(3-x) \rightarrow 3 + 6x - 4x = 8 - 6 + 2x \rightarrow$
 $\rightarrow 3 + 2x = 2 + 2x \rightarrow 3 - 2 = 2x - 2x \rightarrow 1 = 0x \rightarrow$
 \rightarrow No tiene solución.

d) $\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} = \frac{2(x+1)}{5} - 1 \rightarrow 40 \cdot \left(\frac{x-2}{10} - \frac{3x-1}{8} \right) = 40 \cdot \left(\frac{2(x+1)}{5} - 1 \right) \rightarrow$
 $\rightarrow 4(x-2) - 5(3x-1) = 16(x+1) - 40 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x - 8 - 15x + 5 = 16x + 16 - 40 \rightarrow$
 $\rightarrow -11x - 3 = 16x - 24 \rightarrow 24 - 3 = 16x + 11x \rightarrow$
 $\rightarrow 21 = 27x \rightarrow x = \frac{21}{27} \rightarrow x = \frac{7}{9}$

e) $\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} = \frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \rightarrow 72 \cdot \left(\frac{4(x-2)}{9} - \frac{3(1-x)}{2} \right) = 72 \cdot \left(\frac{21x-11}{8} - \frac{7}{24} \right) \rightarrow$
 $\rightarrow 32(x-2) - 108(1-x) = 9(21x-11) - 21 \rightarrow$
 $\rightarrow 32x - 64 - 108 + 108x = 189x - 99 - 21 \rightarrow$
 $\rightarrow 140x - 172 = 189x - 120 \rightarrow$
 $\rightarrow 120 - 172 = 189x - 140x \rightarrow -52 = 49x \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{-52}{49}$

3 ► ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Página 107

1 Resuelve estas ecuaciones sin aplicar la fórmula:

a) $5x^2 - 5 = 0$

b) $5x^2 + 5 = 0$

c) $2x^2 + 3 = 35$

d) $x^2 - 9x = 0$

e) $2x^2 - 6x = 0$

f) $5x^2 + 5x = 0$

g) $8x^2 - 16x = 0$

h) $4x^2 = 36$

i) $x^2 + 1 = 0$

j) $x^2 + x = 0$

a) $5x^2 - 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $5x^2 + 5 = 0 \rightarrow 5x^2 = -5 \rightarrow x^2 = \frac{-5}{5} = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$ No tiene solución.

c) $2x^2 + 3 = 35 \rightarrow 2x^2 = 35 - 3 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$

d) $x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \end{cases}$

e) $2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

f) $5x^2 + 5x = 0 \rightarrow 5x(x + 1) = 0 \begin{cases} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

g) $8x^2 - 16x = 0 \rightarrow 8x(x - 2) = 0 \begin{cases} 8x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$

h) $4x^2 = 36 \rightarrow x^2 = \frac{36}{4} = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

i) $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow$ No tiene solución.

j) $x^2 + x = 0 \rightarrow x(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

2 Resuelve estas ecuaciones aplicando la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $x^2 + 6x - 7 = 0$

c) $2x^2 + 2x - 24 = 0$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0$

f) $x^2 - x + 1 = 0$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0$

h) $-x^2 + 5x - 6 = 0$

i) $-2x^2 - 12x + 14 = 0$

j) $-x^2 - 2x - 1 = 0$

a) $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = -6, c = 5$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b) $x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow a = 1, b = 6, c = -7$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-6+8}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-6-8}{2} \rightarrow x = \frac{-14}{2} \rightarrow x = -7 \end{cases}$$

c) $2x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow a = 2, b = 2, c = -24$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{-2 \pm 14}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-2+14}{4} \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3 \\ \frac{-2-14}{4} \rightarrow x = \frac{-16}{4} \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-4+2}{2} \rightarrow x = \frac{-2}{2} \rightarrow x = -1 \\ \frac{-4-2}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

e) $x^2 - 10x + 25 = 0 \rightarrow a = 1, b = -10, c = 25$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

f) $x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = -1, c = 1$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = 1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

h) $-x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow a = -1, b = 5, c = -6$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-5+1}{-2} \rightarrow x = \frac{-4}{-2} \rightarrow x = 2 \\ \frac{-5-1}{-2} \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

i) $-2x^2 - 12x + 14 = 0 \rightarrow a = -2, b = -12, c = 14$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{-4} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{-4} = \frac{12 \pm 16}{-4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{12+16}{-4} \rightarrow x = \frac{28}{-4} \rightarrow x = -7 \\ \frac{12-16}{-4} \rightarrow x = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

j) $-x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow a = -1, b = -2, c = -1$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

Página 108

3 Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1)$

b) $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2$

c) $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17$

d) $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2$

e) $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x$

f) $10x + (2x - 3)(2x + 3) = 5 - 2(x - 1)^2$

g) $8x - [x^2 + (x - 2)^2] = -(x + 2)^2$

a) $(x - 3)x + 1 = x^2 - 5x(x + 1) \rightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 - 5x^2 - 5x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = -4x^2 - 5x \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + 4x^2 - 3x + 5x + 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1}}{2 \cdot 5} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{10} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{10} \rightarrow \text{Sin solución}$$

b) $3(x - 1) - 4x = 2(x + 1)(x - 1) + 2 \rightarrow 3x - 3 - 4x = 2(x^2 - 1) + 2 \rightarrow -x - 3 = 2x^2 - 2 + 2 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{4} \rightarrow \text{Sin solución}$$

c) $3x^2 - (x + 3)^2 = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 17 \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 17 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - x^2 - 6x - 9 + 17 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{6+2}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4 \\ \frac{6-2}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

d) $2x^2 - (x - 5)^2 = 11 - (x - 6)^2 \rightarrow 2x^2 - (x^2 - 10x + 25) = 11 - (x^2 - 12x + 36) \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 10x - 25 = 11 - x^2 + 12x - 36 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + x^2 - 12x + 10x - 25 - 11 + 36 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x - 1) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

e) $5x(x^2 - x) + 1 = x^2(5x - 3) + x \rightarrow 5x^3 - 5x^2 + 1 = 5x^3 - 3x^2 + x \rightarrow$
 $\rightarrow 5x^3 - 5x^3 - 5x^2 + 3x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1}}{2 \cdot (-2)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{-4} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{1 \pm 3}{-4} \begin{cases} \frac{1+3}{-4} \rightarrow x = \frac{4}{-4} \rightarrow x = -1 \\ \frac{1-3}{-4} \rightarrow x = \frac{-2}{-4} \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 10x + (2x - 3)(2x + 3) &= 5 - 2(x - 1)^2 \rightarrow 10x + 4x^2 - 9 = 5 - 2(x^2 - 2x + 1) \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 + 10x - 9 = 5 - 2x^2 + 4x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 4x^2 - 2x^2 + 10x - 4x - 9 - 3 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \rightarrow \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} \frac{-1+3}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-1-3}{2} \rightarrow x = \frac{-4}{2} \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 8x - [x^2 + (x - 2)^2] &= -(x + 2)^2 \rightarrow 8x - [x^2 + x^2 - 4x + 4] = -(x^2 + 4x + 4) \rightarrow \\ &\rightarrow 8x - 2x^2 + 4x - 4 = -x^2 - 4x - 4 \rightarrow \\ &\rightarrow -2x^2 + x^2 + 8x + 4x + 4x - 4 + 4 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow -x^2 + 16x = 0 \rightarrow x(-x + 16) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ -x + 16 = 0 \rightarrow x = 16 \end{cases} \end{aligned}$$

4 Reduce, resuelve y comprueba las soluciones:

$$\text{a) } x + \frac{2x+3}{3} = 1 - \frac{2x^2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - \frac{1}{12}$$

$$\text{c) } \frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{e) } \frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } x + \frac{2x+3}{3} &= 1 - \frac{2x^2}{3} \rightarrow 3 \cdot \left(x + \frac{2x+3}{3}\right) = 3 \cdot \left(1 - \frac{2x^2}{3}\right) \rightarrow 3x + 2x + 3 = 3 - 2x^2 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(2x + 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x = \frac{-5}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 0 \rightarrow 0 + \frac{2 \cdot 0 + 3}{3} = 1 - \frac{2 \cdot 0^2}{3} \rightarrow 1 = 1$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{-5}{2} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) + 3}{3} &= 1 - \frac{2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2}{3} \rightarrow \frac{-5}{2} + \frac{-5+3}{3} = 1 - \frac{25}{3} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-5}{2} - \frac{2}{3} = 1 - \frac{25}{6} \rightarrow \frac{-15-4}{6} = \frac{6-25}{6} \rightarrow \frac{-19}{6} = \frac{-19}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^2}{2} - \frac{x}{6} &= \frac{x}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{12}\right) \rightarrow 6x^2 - 2x = 3x - 1 \rightarrow \\ &\rightarrow 6x^2 - 2x - 3x + 1 = 0 \rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{5+1}{12} \rightarrow x = \frac{6}{12} \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \frac{5-1}{12} \rightarrow x = \frac{4}{12} \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12}$$

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{9} - \frac{1}{6} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{18} - \frac{1}{18} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \rightarrow 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5} &= \frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{5x^2}{3} + \frac{2x}{5}\right) = 30 \cdot \left(\frac{3x^2}{2} + \frac{x}{3}\right) \rightarrow \\ &\rightarrow 10 \cdot 5x^2 + 6 \cdot 2x = 15 \cdot 3x^2 + 10x \rightarrow \\ &\rightarrow 50x^2 + 12x = 45x^2 + 10x \rightarrow \\ &\rightarrow 50x^2 - 45x^2 + 12x - 10x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 5x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(5x + 2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 5x + 2 = 0 \rightarrow 5x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 0 \rightarrow \frac{5 \cdot 0^2}{3} + \frac{2 \cdot 0}{5} = \frac{3 \cdot 0^2}{2} + \frac{0}{3} \rightarrow 0 = 0$$

$$\bullet \text{ Si } x = \frac{-2}{5} \rightarrow \frac{5\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{3} + \frac{2\left(\frac{-2}{5}\right)}{5} = \frac{3\left(\frac{-2}{5}\right)^2}{2} + \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{5 \cdot \frac{4}{25}}{3} - \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot \frac{4}{25}}{2} - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{15} - \frac{4}{5} = \frac{6}{25} - \frac{2}{15} \rightarrow \frac{20}{75} - \frac{12}{75} = \frac{18}{75} - \frac{10}{75} \rightarrow \frac{8}{75} = \frac{8}{75}$$

$$\text{d) } \frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x \cdot \left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 3x^2 - 2 = 3x \rightarrow 3x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 + \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 + \sqrt{33}}{6}} &= \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} = \\ &= \frac{3 + \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 - \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} = \\ &= \frac{18 + 6\sqrt{33} + 18 - 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } x &= \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \rightarrow \frac{3 \cdot \left(\frac{3 - \sqrt{33}}{6}\right)}{2} - \frac{1}{\frac{3 - \sqrt{33}}{6}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{(3 + \sqrt{33})(3 - \sqrt{33})} = \\ &= \frac{3 - \sqrt{33}}{4} - \frac{6(3 + \sqrt{33})}{-24} = \frac{6 \cdot (3 - \sqrt{33})}{24} + \frac{6 \cdot (3 + \sqrt{33})}{24} = \\ &= \frac{18 - 6\sqrt{33} + 18 + 6\sqrt{33}}{24} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} &= 1 - \frac{2}{3x} \rightarrow 3x \cdot \left(\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x}\right) = 3x \cdot \left(1 - \frac{2}{3x}\right) \rightarrow x^2 - 3x + 3 = 3x - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 3x - 3x + 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\bullet \text{ Si } x = 1 \rightarrow \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{1} = 1 - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\bullet \text{ Si } x = 5 \rightarrow \frac{5}{3} - 1 + \frac{1}{5} = 1 - \frac{2}{3 \cdot 5} \rightarrow \frac{25 - 15 + 3}{15} = \frac{15 - 2}{15} \rightarrow \frac{13}{15} = \frac{13}{15}$$

4 ► RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

Página 109

Hazlo tú

Elena tiene 4 años más que Irene y esta tiene 8 años más que Diego. Si entre los tres suman 14 años, ¿cuáles son sus edades?

- Edad de Diego $\rightarrow x$
- Edad de Irene $\rightarrow x + 8$
- Edad de Elena $\rightarrow x + 8 + 4 \rightarrow x + 12$

$$x + x + 8 + x + 12 = 29 \rightarrow 3x + 20 = 29 \rightarrow x = \frac{9}{3} = 3$$

Diego tiene 3 años; Irene, $3 + 8 = 11$ años, y Elena, $3 + 12 = 15$ años.

1 Calcula tres números sabiendo que:

- El primero es 20 unidades menor que el segundo.
- El tercero es igual a la suma de los dos primeros.
- Entre los tres suman 120.

Llamamos x al segundo número. Entonces, tenemos que:

- Primer número $\rightarrow x - 20$
- Tercer número $\rightarrow (x - 20) + x = 2x - 20$

$$x + (x - 20) + (2x - 20) = 120 \rightarrow x + x + 2x - 20 - 20 = 120 \rightarrow 4x - 40 = 120 \rightarrow \\ \rightarrow 4x = 120 + 40 \rightarrow 4x = 160 \rightarrow x = \frac{160}{4} \rightarrow x = 40$$

- El segundo número es 40.
- El primer número es $40 - 20 = 20$.
- El tercer número es $20 + 40 = 60$.

2 Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál es el precio de cada artículo?

Llamamos x al precio del helado. Por tanto, tenemos que:

- Precio del cómic $\rightarrow 2x$
- Precio del videojuego $\rightarrow 5 \cdot 2x = 10x$

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = \frac{14,30}{13} \rightarrow x = 1,10$$

- El precio del helado es 1,10 €.
- El precio del cómic es $2 \cdot 1,10 = 2,20$ €.
- El precio del videojuego es $5 \cdot 2,20 = 11$ €.

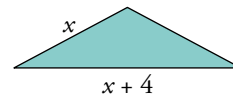
- 3 Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1 400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?**

Llamamos x al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó $\frac{2}{5}x$.

$$x + \frac{2}{5}x = 1400 \rightarrow \frac{5x + 2x}{5} = 1400 \rightarrow \frac{7}{5}x = 1400 \rightarrow x = \frac{1400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \rightarrow x = 1000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1 000 € y el otro, debe cobrar, $1000 \cdot \frac{2}{5} = 400$ €.

- 4 En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 4 cm más que cada uno de sus lados iguales. Halla la longitud de los lados sabiendo que su perímetro es de 40 cm.**



Llamamos x a la medida de los lados iguales. Entonces, el lado desigual mide $x + 4$ cm.

$$x + x + (x + 4) = 40 \rightarrow 2x + x + 4 = 40 \rightarrow 3x = 40 - 4 \rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

- Los lados iguales miden 12 cm.
- El lado desigual mide 16 cm.

Página 110

Hazlo tú

El año pasado, los abuelos regalaron por navidades 25 € a cada nieto. Estas navidades regalan la misma cantidad pero hay 4 nietos más, por lo que a cada uno le corresponden 5 € menos. ¿Cuántos nietos había el año pasado?

- Llamamos x al número de nietos del año pasado.

$$25x = 20(x + 4) \rightarrow 25x = 20x + 80 \rightarrow 5x = 80 \rightarrow x = 16$$

El año pasado había 16 nietos.

Hazlo tú

Manuela tiene 4 años más que su hermana Eva, y su madre tiene 40 años. Dentro de 12 años, entre las dos hermanas igualarán la edad de la madre. ¿Qué edad tiene cada una?

EDAD DE...	HOY	DENTRO DE 12 AÑOS
EVA	x	$x + 12$
MANUELA	$x + 4$	$x + 16$
MADRE	40	52

$$x + 12 + x + 16 = 52 \rightarrow 2x + 28 = 52 \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x = 12$$

Eva tiene 12 años y Manuela, 16 años.

- 5 Una peña deportiva contrató un autobús para ver a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, habrían pagado 8,50 € por persona, pero quedaron 3 plazas vacías, y el viaje costó 9 €. ¿Cuántas plazas tenía el autobús?

Llamamos x al número de seguidores que viajan en el autobús.

$$(x + 3) \cdot 8,50 = x \cdot 9 \rightarrow 8,50x + 25,50 = 9x \rightarrow 25,50 = 9x - 8,50x \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,50x = 25,50 \rightarrow x = \frac{25,50}{0,50} \rightarrow x = 51$$

El autobús tenía $51 + 3 = 54$ plazas.

- 6 Si divido un número entre 5, el resultado es dos unidades mayor que si lo divido entre 6. ¿Qué número es?

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{5} - 2 = \frac{x}{6} \rightarrow 30 \cdot \left(\frac{x}{5} - 2 \right) = 30 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 6x - 60 = 5x \rightarrow 6x - 5x = 60 \rightarrow x = 60$$

El número que buscamos es 60.

- 7 Me faltan 1,80 € para comprar una revista. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?

Llamamos x al dinero que tengo.

$$x + 1,80 = 2x - 2 \rightarrow 1,80 + 2 = 2x - x \rightarrow x = 3,80 \text{ €}$$

Tengo 3,80 euros.

Por tanto, la revista cuesta $3,80 + 1,80 = 5,60 \text{ €}$.

8 José tiene 15 años; su hermano Juan, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de pasar para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

Llamamos x a los años que deben pasar.

EDAD DE...	HOY	DENTRO DE x AÑOS
JOSÉ	15	$15 + x$
JUAN	13	$13 + x$
PADRE	43	$43 + x$

$$(15 + x) + (13 + x) = 43 + x \rightarrow 28 + 2x = 43 + x \rightarrow 2x - x = 43 - 28 \rightarrow x = 15$$

Han de pasar 15 años para que entre los dos hijos igualen la edad del padre.

Página 111

Hazlo tú

Aumentando un número en un 25% y restándole 16, se obtiene el mismo resultado que restándole su cuarta parte. ¿De qué número se trata?

- Llamamos x al número que buscamos.

$$1,25x - 16 = x - \frac{x}{4} \rightarrow 5x - 64 = 4x - x \rightarrow 2x = 64 \rightarrow x = 32$$

El número buscado es 32.

Hazlo tú

Se mezclan 20 kg de café de 5 €/kg con una cierta cantidad de café superior, de 8 €/kg, resultando una mezcla de 6,80 €/kg. ¿Qué cantidad de café superior se ha utilizado?

	CANTIDAD (KG)	PRECIO (€/KG)	COSTE (€)
1.ER CAFÉ	20	5	100
CAFÉ SUPERIOR	x	8	$8x$
MEZCLA	$20 + x$	6,80	$6,80(20 + x)$

$$100 + 8x = 6,8(20 + x) \rightarrow 100 + 8x = 136 + 6,8x \rightarrow 1,2x = 36 \rightarrow x = 30$$

Se han utilizado 30 kg de café superior.

9 Si un número se aumenta en un 30% y se le suman 12 unidades, se obtiene el mismo resultado que si a su doble se le quita un 20%. ¿Qué número es?

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

– El número aumentado en un 30% más 12 unidades $\rightarrow 1,3x + 12$

– El doble del número disminuido un 20% $\rightarrow 0,8 \cdot (2x)$

$$1,3x + 12 = 0,8 \cdot 2x \rightarrow 1,3x + 12 = 1,6x \rightarrow 12 = 1,6x - 1,3x \rightarrow$$

$$\rightarrow 12 = 0,3x \rightarrow x = \frac{12}{0,3} \rightarrow x = 40$$

El número buscado es 40.

10 Marta compra una camiseta rebajada un 10%. Después, en otra tienda, compra una blusa que costaba 10 € más, pero estaba rebajada un 40%. Así, paga lo mismo por ambas prendas. ¿Cuánto costaba cada prenda sin rebajar?

PRECIO $\rightarrow x$

REBAJA 10%



PRECIO $\rightarrow x + 10$

REBAJA 40%

Llamamos:

Precio de la camiseta $\rightarrow x$

Con una rebaja del 10% $\rightarrow 0,9x$

Precio de la blusa $\rightarrow x + 10$

Con una rebaja del 40% $\rightarrow 0,6(x + 10)$

$$0,9x = 0,6(x + 10) \rightarrow 0,9x = 0,6x + 6 \rightarrow 0,9x - 0,6x = 6 \rightarrow 0,3x = 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{6}{0,3} \rightarrow x = 20$$

La camiseta costaba 20 € y la blusa $20 + 10 = 30$ €.

- 11** Teo ha mezclado 12 kg de azúcar, de 1,10 €/kg, con cierta cantidad de miel, de 4,20 €/kg. La mezcla sale a 2,34 €/kg.

¿Cuánta miel mezcló?

	CANTIDAD (KG)	PRECIO (€/KG)	COSTE (€)
AZÚCAR	12	1,10	13,20
MIEL	x	4,20	$4,20x$
MEZCLA	$12 + x$	2,34	$2,34(12 + x)$

$$13,20 + 4,20x = 2,34(12 + x) \rightarrow 13,20 + 4,20x = 28,08 + 2,34x \rightarrow$$

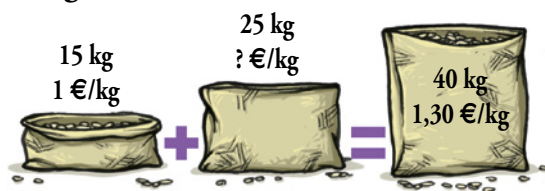
$$\rightarrow 4,20x - 2,34x = 28,08 - 13,20 \rightarrow 1,86x = 14,88 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{14,88}{1,86} \rightarrow x = 8$$

Mezcló 8 kg de miel.

- 12** Mezclando 15 kg de arroz de 1 €/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30 €/kg.

¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?



	CANTIDAD (KG)	PRECIO (€/KG)	COSTE (€)
ARROZ A	15	1,00	15
ARROZ B	25	x	$25x$
MEZCLA	40	1,35	54

$$15 + 25x = 54 \rightarrow 25x = 54 - 15 \rightarrow 25x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{25} \rightarrow x = 1,56 \text{ €/kg}$$

La segunda clase de arroz cuesta 1,56 €/kg.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 112

Practica

Ecuaciones: soluciones, tanteo...

1 Comprueba cuál de los números 1, 2 o 4 es la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $3x - 5 = 1$

b) $\frac{x}{2} - 3x = -10$

c) $x^3 - 1 = 0$

d) $2^x = 4$

e) $\sqrt{x} = 2$

f) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

a) $3x - 5 = 1$

b) $\frac{x}{2} - 3x = -10$

$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 - 5 = -2 \neq 1$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{2} - 3 \cdot 1 = \frac{-5}{2} \neq -10$

$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 5 = 1$

$x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} - 3 \cdot 2 = -5 \neq -10$

$x = 4 \rightarrow 3 \cdot 4 - 5 = -2 \neq 1$

$x = 4 \rightarrow \frac{4}{2} - 3 \cdot 4 = -10$

c) $x^3 - 1 = 0$

d) $2^x = 4$

$x = 1 \rightarrow 1^3 - 1 = 0$

$x = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \neq 4$

$x = 2 \rightarrow 2^3 - 1 = 7 \neq 0$

$x = 2 \rightarrow 2^2 = 4$

$x = 4 \rightarrow 4^3 - 1 = 63 \neq 0$

$x = 4 \rightarrow 2^4 = 16 \neq 4$

e) $\sqrt{x} = 2$

f) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

$x = 1 \rightarrow \sqrt{1} = 1 \neq 2$

$x = 1 \rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{1}{2}$

$x = 2 \rightarrow \sqrt{2} \neq 2$

$x = 2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$x = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$

$x = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

2 Resuelve mentalmente y explica el proceso seguido.

a) $\frac{x-5}{4} = 1$ b) $5x + 1 = 11$ c) $3(x-2) = 12$ d) $\frac{x}{3} + 1 = 6$

e) $\frac{x+1}{3} = 6$ f) $x^3 = 8$ g) $3^x = 81$ h) $\sqrt{2x} = 4$

a) $x = 9$

Buscamos un número que al restarle 5 el resultado sea 4.

b) $x = 2$

Buscamos un número que al multiplicarlo por 5 su resultado sea 10.

c) $x = 6$

Buscamos un número tal que, al restarle 2 nos quede 4.

d) $x = 15$

La tercera parte del número que buscamos es 5.

e) $x = 17$

Buscamos un número que al sumarle 1 nos quede 18.

f) $x = 2$

Buscamos un número que multiplicado tres veces por sí mismo nos quede 8.

g) $x = 4$

Buscamos el número de veces que tenemos que multiplicar 3 para que el resultado sea 81.

h) $x = 8$

Buscamos un número que al multiplicarlo por dos su resultado sea 16.

3 Resuelve por tanteo.

a) $\frac{x+4}{2} = 65$ b) $\frac{x}{2} - 1 = 3$ c) $2(x+1) = 16$ d) $x^2 = 25$

e) $x^3 = 64$ f) $2^x = 32$ g) $\sqrt{x+1} = 5$ h) $\frac{2}{x} = 1$

a) $x = 126$

b) $x = 8$

c) $x = 7$

d) $x = 5$

e) $x = 4$

f) $x = 5$

g) $x = 24$

h) $x = 2$

Ecuaciones de primer grado

4 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $12x - 8 = 34 + 5x$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a) $12x - 8 = 34 + 5x \rightarrow 12x - 5x = 34 + 8 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3) \rightarrow 8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \rightarrow 4 - 3x = 14x + 21 \rightarrow$
 $\rightarrow 4 - 21 = 14x + 3x \rightarrow -17 = 17x \rightarrow x = -1$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x \rightarrow 2(x + 3x + 3) = 5x \rightarrow 2(4x + 3) = 5x \rightarrow 8x + 6 = 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 8x - 5x = -6 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x) \rightarrow 5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x \rightarrow$
 $\rightarrow 3x = -x - 12 \rightarrow 3x + x = -12 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$

6 Multiplica por el mín. c. m. de los denominadores, reduce y resuelve.

a) $\frac{x}{5} + \frac{x}{10} - \frac{1}{2} = \frac{x}{3}$

b) $\frac{3x}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3x}{5} + \frac{2}{15}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{x}{4} + \frac{2x}{6} = \frac{3x}{12}$

d) $x - \frac{2x}{3} = \frac{7}{15} - \frac{3x}{5}$

e) $1 - \frac{x}{7} + x = \frac{2x}{35} - \frac{x}{5}$

f) $\frac{5x}{6} - x + \frac{10}{9} = \frac{x}{2} - \frac{3x}{4} + 1$

a) mín.c.m (5, 10, 2, 3) = 30

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{10} - \frac{1}{2} = \frac{x}{3} \rightarrow 30\left(\frac{x}{5} + \frac{x}{10} - \frac{1}{2}\right) = 30\left(\frac{x}{3}\right) \rightarrow 6x + 3x - 15 = 10x \rightarrow 9x - 15 = 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = -15$$

b) mín.c.m (2, 3, 5, 15) = 30

$$\frac{3x}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3x}{5} + \frac{2}{15} \rightarrow 30\left(\frac{3x}{2} - \frac{2}{3}\right) = 30\left(\frac{3x}{5} + \frac{2}{15}\right) \rightarrow 45x - 20 = 18x + 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 45x - 18x = 20 + 4 \rightarrow 27x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{27} \rightarrow x = \frac{8}{9}$$

c) mín.c.m (3, 4, 6, 12) = 12

$$\frac{2}{3} - \frac{x}{4} + \frac{2x}{6} = \frac{3x}{12} \rightarrow 12\left(\frac{2}{3} - \frac{x}{4} + \frac{2x}{6}\right) = 12\left(\frac{3x}{12}\right) \rightarrow 8 - 3x + 4x = 3x \rightarrow$$

$$\rightarrow 8 = 3x + 3x - 4x \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = 4$$

d) mín.c.m (3, 15, 5) = 15

$$x - \frac{2x}{3} = \frac{7}{15} - \frac{3x}{5} \rightarrow 15\left(x - \frac{2x}{3}\right) = 15\left(\frac{7}{15} - \frac{3x}{5}\right) \rightarrow 15x - 10x = 7 - 9x \rightarrow$$

$$\rightarrow 15x - 10x + 9x = 7 \rightarrow 14x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{14} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

e) mín.c.m (7, 35, 5) = 35

$$1 - \frac{x}{7} + x = \frac{2x}{35} - \frac{x}{5} \rightarrow 35\left(1 - \frac{x}{7} + x\right) = 35\left(\frac{2x}{35} - \frac{x}{5}\right) \rightarrow 35 - 5x + 35x = 2x - 7x \rightarrow$$

$$\rightarrow -5x + 35x - 2x + 7x = -35 \rightarrow 35x = -35 \rightarrow x = -1$$

f) mín.c.m (6, 9, 2, 4) = 36

$$\frac{5x}{6} - x + \frac{10}{9} = \frac{x}{2} - \frac{3x}{4} + 1 \rightarrow 36\left(\frac{5x}{6} - x + \frac{10}{9}\right) = 36\left(\frac{x}{2} - \frac{3x}{4} + 1\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 30x - 36x + 40 = 18x - 27x + 36 \rightarrow -6x + 40 = -9x + 36 \rightarrow$$

$$\rightarrow -6x + 9x = 36 - 40 \rightarrow 3x = -4 \rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

7 Resuelve e indica, si es el caso, cuándo la ecuación no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

a) $3x - 4 + 2x = 5x$

b) $7 - 4x - 5 = 6 - 5x$

c) $13x - 9 + 7x = 30$

d) $2x - 5 + 6x = 1 + 8x - 6$

e) $\frac{4x+6}{5} = \frac{2(2x+3)}{5}$

f) $\frac{2x+1}{2} = x + \frac{1}{2}$

g) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

h) $\frac{1+3x}{3} = \frac{2(3x-5)}{6}$

a) $3x - 4 + 2x = 5x \rightarrow 5x - 4 = 5x \rightarrow 0x = 4$

No tiene solución.

b) $7 - 4x - 5 = 6 - 5x \rightarrow 5x - 4x = 6 - 7 + 5 \rightarrow x = 4$

c) $13x - 9 + 7x = 30 \rightarrow 13x + 7x = 30 + 9 \rightarrow 20x = 39 \rightarrow x = \frac{39}{20}$

d) $2x - 5 + 6x = 1 + 8x - 6 \rightarrow 2x + 6x - 8x = 1 - 6 + 5 \rightarrow 0x = 0$

Tiene infinitas soluciones.

e) $\frac{4x+6}{5} = \frac{2(2x+3)}{5} \rightarrow 4x + 6 = 4x + 6 \rightarrow 0x = 0$

Tiene infinitas soluciones.

f) $\frac{2x+1}{2} = x + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2x+1}{2} = \frac{2x+1}{2} \rightarrow 0x = 0$

Tiene infinitas soluciones.

g) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \rightarrow \frac{6x+1}{4} = \frac{2x-1}{4} \rightarrow 6x + 1 = 2x - 1 \rightarrow 6x - 2x = -1 - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{4} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

h) $\frac{1+3x}{3} = \frac{2(3x-5)}{6} \rightarrow \frac{1+3x}{3} = \frac{3x-5}{3} \rightarrow 1 + 3x = 3x - 5 \rightarrow 0x = -6$

No tiene solución.

8 Elimina los denominadores y resuelve.

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6}$

c) $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1$

d) $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0$

e) $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) = -8$

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = \frac{-1}{15} \rightarrow 15 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{2x}{5} \right) = 15 \cdot \left(\frac{-1}{15} \right) \rightarrow 5x - 6x = -1 \rightarrow -x = -1 \rightarrow x = 1$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{13}{6} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} \right) = 12 \cdot \frac{13}{6} \rightarrow 6x + 3x + 4x = 26 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = 26 \rightarrow x = \frac{26}{13} \rightarrow x = 2$

c) $\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} = -1 \rightarrow 4 \cdot \left(\frac{x+1}{2} + \frac{3x-1}{4} \right) = 4 \cdot (-1) \rightarrow 2(x+1) + 3x-1 = -4 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 2 + 3x - 1 = -4 \rightarrow 5x + 1 = -4 \rightarrow 5x = -4 - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = -1$

d) $\frac{3x+1}{5} - x + 1 = 0 \rightarrow 5 \left(\frac{3x+1}{5} - x + 1 \right) = 5 \cdot 0 \rightarrow 3x + 1 - 5x + 5 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x + 6 = 0 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

e) $\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 \left(\frac{2(x+1)}{3} + \frac{3x-1}{2} \right) = 6 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow$
 $\rightarrow 2 \cdot 2(x+1) + 3(3x-1) = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x + 4 + 9x - 3 = 1 \rightarrow 13x + 1 = 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = 1 - 1 \rightarrow 13x = 0 \rightarrow x = 0$

f) $\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 = 0 \rightarrow 7 \left(\frac{3(x-1)}{7} - 2(x+3) + 8 \right) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 3(x-1) - 14(x+3) + 56 = 7 \cdot 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x - 3 - 14x - 42 + 56 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -11x + 11 = 0 \rightarrow x = \frac{-11}{-11} = 1$

9 Simplifica y resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6}$

b) $\frac{3x-3}{4} = \frac{x+4}{3}$

c) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) = 8x-1-2(x+3)$ d) $\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}$

e) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} = \frac{x-7}{12} + 7$

f) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} = \frac{1+x}{4} - 1$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x = x - \frac{1}{6} \rightarrow 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right) = 6 \cdot \left(x - \frac{1}{6}\right) \rightarrow 3 + 2x = 6x - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 3 + 1 = 6x - 2x \rightarrow 4 = 4x \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1$

b) $\frac{3x-3}{4} = \frac{x+4}{3} \rightarrow 12 \cdot \frac{3x-3}{4} = 12 \cdot \frac{x+4}{3} \rightarrow 3(3x-3) = 4(x+4) \rightarrow$
 $\rightarrow 9x-9 = 4x+16 \rightarrow 9x-4x = 16+9 \rightarrow 5x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{5} \rightarrow x = 5$

c) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2x-2) = 8x-1-2(x+3) \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 8x-1-2x-6 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} - 4x+4 = 6x-7 \rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 6x+4x-7-4 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{3(x+3)}{2} = 10x-11 \rightarrow 2 \cdot \frac{3(x+3)}{2} = 2 \cdot (10x-11) \rightarrow$
 $\rightarrow 3(x+3) = 20x-22 \rightarrow 3x+9 = 20x-22 \rightarrow$
 $\rightarrow 9+22 = 20x-3x \rightarrow 31 = 17x \rightarrow x = \frac{31}{17}$

d) $\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12} \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{3(x+3)}{4} - \frac{3x-2}{3}\right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 3 \cdot 3(x+3) - 4(3x-2) = 2 + x + 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 9x+27-12x+8 = 5+x \rightarrow -3x+35 = 5+x \rightarrow$
 $\rightarrow 35-5 = x+3x \rightarrow 30 = 4x \rightarrow x = \frac{30}{4} \rightarrow x = \frac{15}{2}$

e) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6} = \frac{x-7}{12} + 7 \rightarrow 12\left(\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{6}\right) = 12\left(\frac{x-7}{12} + 7\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 6(x+7) - 2(7-x) = x-7 + 12 \cdot 7 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x+42-14+2x = x-7+84 \rightarrow$
 $\rightarrow 8x+28 = x+77 \rightarrow 8x-x = 77-28 \rightarrow$
 $\rightarrow 7x = 49 \rightarrow x = \frac{49}{7} \rightarrow x = 7$

f) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} = \frac{1+x}{4} - 1 \rightarrow 20\left(\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5}\right) = 20\left(\frac{1+x}{4} - 1\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 5(5+x) - 4(5-x) = 5(1+x) - 20 \rightarrow$
 $\rightarrow 25+5x-20+4x = 5+5x-20 \rightarrow$
 $\rightarrow 9x+5 = 5x-15 \rightarrow 9x-5x = -15-5 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5$

11 Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla su solución:

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1)$

c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2)$

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4 \rightarrow x^2 - 1 - 3x - 6 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 3x - 7 = x^2 + 2x + 4 \rightarrow x^2 - x^2 - 3x - 2x - 7 - 4 = 0 \rightarrow -5x - 11 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow -5x = 11 \rightarrow x = \frac{-11}{5}$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1) \rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) = x^2 + 3x - x^2 - 1 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 = 3x - 1 \rightarrow 24x = 3x - 1 \rightarrow 24x - 3x = -1 \rightarrow$
 $\rightarrow 21x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{21}$

c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2) \rightarrow x^2 - \frac{1}{9} - x^2 - \frac{1}{6}x = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow -\frac{1}{6}x - \frac{1}{9} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow 18 \cdot \left(-\frac{1}{6}x - \frac{1}{9}\right) = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) \rightarrow -3x - 2 = 6x - 2 \cdot 6 \rightarrow$
 $\rightarrow 12 - 2 = 6x + 3x \rightarrow 10 = 9x \rightarrow x = \frac{10}{9}$

Ecuaciones de segundo grado

12 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $7x^2 - 21x = 0$

b) $2x^2 + x = 0$

c) $2x^2 - 14x = 0$

d) $4x^2 - 32x = 0$

e) $x^2 - 36 = 0$

f) $3x^2 - 147 = 0$

a) $7x^2 - 21x = 0 \rightarrow 7x(x - 3) = 0 \begin{cases} 7x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

b) $2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$

c) $2x^2 - 14x = 0 \rightarrow 2x(x - 7) = 0 \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x = 7 \end{cases}$

d) $4x^2 - 32x = 0 \rightarrow 4x(x - 8) = 0 \begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8 \end{cases}$

e) $x^2 - 36 = 0 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \begin{cases} x = -6 \\ x = 6 \end{cases}$

f) $3x^2 - 147 = 0 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = \frac{147}{3} \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \begin{cases} x = -7 \\ x = 7 \end{cases}$

13 Copia en tu cuaderno, completa las casillas vacías y calcula las soluciones de la siguiente ecuación:

$$15x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 15 \\ b = -11 \\ c = 2 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{-\square \pm \sqrt{(\square)^2 - 4 \cdot \square \cdot \square}}{2 \cdot \square}$$

$$15x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 15 \\ b = -11 \\ c = 2 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 15 \cdot 2}}{2 \cdot 15} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 120}}{30} =$$

$$= \frac{11 \pm 1}{30} \begin{cases} x_1 = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \\ x_2 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

14 Resuelve estas ecuaciones:

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

b) $3x^2 - 3x - 6 = 0$

c) $4x^2 + 16x + 16 = 0$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

e) $x^2 - 18x + 81 = 0$

f) $x^2 - 5x - 24 = 0$

g) $x^2 - 9x + 14 = 0$

h) $x^2 - 6x + 10 = 0$

a) $2x^2 - 6x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \begin{cases} \frac{6+2}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{6-2}{4} \rightarrow x = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

b) $3x^2 - 3x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{6} = \frac{3 \pm 9}{6} \begin{cases} \frac{3+9}{6} \rightarrow x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3-9}{6} \rightarrow x = \frac{-6}{6} \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

c) $4x^2 + 16x + 16 = 0 \rightarrow 4(x^2 + 4x + 4) = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} \rightarrow x = -2$$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

e) $x^2 - 18x + 81 = 0$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18 \pm 0}{2} \rightarrow x = 9$$

f) $x^2 - 5x - 24 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{5+11}{2} \rightarrow x = \frac{16}{2} \rightarrow x = 8 \\ \frac{5-11}{2} \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

g) $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} \begin{cases} \frac{9+5}{2} \rightarrow x = \frac{14}{2} \rightarrow x = 7 \\ \frac{9-5}{2} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

h) $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} \rightarrow \text{Sin solución}$$

15 Reduce, resuelve y comprueba las soluciones.

a) $3x(x-2) - 6 = (x+1)(x-4)$

b) $x - (x-2)^2 = 3x(x-1) - 4$

c) $(x+3)(x-3) - 6x = 2x(5-x) - 14$

d) $5x^2 - 3x(x-4) = (x-2)^2 + 13$

a) $3x(x-2) - 6 = (x+1)(x-4) \rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 4x + x - 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 - 6x - 6 = x^2 - 3x - 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x + 3x - 6 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x = \begin{cases} \frac{3+5}{4} \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2 \\ \frac{3-5}{4} \rightarrow x = \frac{-2}{4} \rightarrow x = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

• Si $x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot (2-2) - 6 = (2+1)(2-4) \rightarrow 0 - 6 = 3 \cdot (-2) \rightarrow -6 = -6$

• Si $x = \frac{-1}{2} \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}-2\right) - 6 = \left(\frac{-1}{2}+1\right)\left(\frac{-1}{2}-4\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-5}{2}\right) - 6 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-9}{2}\right) \rightarrow \frac{15}{4} - 6 = \frac{-9}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{15-24}{4} = \frac{-9}{4} \rightarrow \frac{-9}{4} = \frac{-9}{4}$

b) $x - (x-2)^2 = 3x(x-1) - 4 \rightarrow x - (x^2 - 4x + 4) = 3x^2 - 3x - 4 \rightarrow$
 $\rightarrow -x^2 + 5x - 4 = 3x^2 - 3x - 4 \rightarrow 4x^2 - 8x = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow 4x(x-2) = 0 \begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

• Si $x = 0 \rightarrow 0 - (0-2)^2 = 3 \cdot 0 \cdot (0-1) - 4 \rightarrow -4 = -4$

• Si $x = 2 \rightarrow 2 - (2-2)^2 = 3 \cdot 2 \cdot (2-1) - 4 \rightarrow 2 = 6 - 4 \rightarrow 2 = 2$

c) $(x+3)(x-3) - 6x = 2x(5-x) - 14 \rightarrow x^2 - 9 - 6x = 10x - 2x^2 - 14 \rightarrow 3x^2 - 16x + 5 = 0$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{16 \pm 14}{6} \begin{cases} x = \frac{30}{6} = 5 \\ x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

• Si $x = 5 \rightarrow (5+3)(5-3) - 6 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot (5-5) - 14 \rightarrow 16 - 30 = -14 \rightarrow -14 = -14$

• Si $x = \frac{1}{3} \rightarrow \left(\frac{1}{3}+3\right)\left(\frac{1}{3}-3\right) - 6 \cdot \frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(5-\frac{1}{3}\right) - 14 \rightarrow -\frac{98}{9} = -\frac{98}{9}$

d) $5x^2 - 3x(x-4) = (x-2)^2 + 13 \rightarrow 5x^2 - 3x^2 + 12x = x^2 - 4x + 4 + 13 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + 12x = x^2 - 4x + 17 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 - x^2 + 12x + 4x - 17 = 0 \rightarrow x^2 + 16x - 17 = 0$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)}}{2 \cdot 1} = \frac{-16 \pm \sqrt{256+68}}{2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2}$$

$$x = \begin{cases} \frac{-16+18}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \\ \frac{-16-18}{2} \rightarrow x = \frac{-34}{2} \rightarrow x = -17 \end{cases}$$

• Si $x = 1 \rightarrow 5 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1(1-4) = (1-2)^2 + 13 \rightarrow 5 - 3 \cdot (-3) = (-1)^2 + 13 \rightarrow$
 $\rightarrow 5 + 9 = 14 \rightarrow 14 = 14$

• Si $x = -17 \rightarrow 5 \cdot (-17)^2 - 3 \cdot (-17) \cdot (-17-4) = (-17-2)^2 + 13 \rightarrow$
 $\rightarrow 1445 - 1071 = 361 + 13 \rightarrow 374 = 374$

16 Resuelve, como en el ejemplo.

• $\frac{3x}{x+1} - 1 = \frac{2}{x}$ Multiplicando por $x(x+1)$:

$$3x \cdot x - x(x+1) = 2(x+1) \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \begin{cases} 2 \\ -1/2 \end{cases}$$

a) $5x - \frac{3}{x} = \frac{x-1}{x}$ ← Multiplica por x .

b) $\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}$ ← Multiplica por $2x$.

c) $2 - \frac{3}{x-1} = \frac{5}{x+1}$ ← Multiplica por $(x-1)(x+1)$.

d) $\frac{5}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{2}{3}$ ← Multiplica por $3x(x-1)$.

a) $5x - \frac{3}{x} = \frac{x-1}{x} \rightarrow 5x^2 - 3 = x - 1 \rightarrow 5x^2 - x - 2 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{10} \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{41}}{10} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{41}}{10} \end{cases}$$

b) $\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x} \rightarrow x^2 + 3x - 2 = 2x - 6 + 4 - x^2 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x+1) = 0 \begin{cases} x=0 \text{ No vale} \\ 2x+1=0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

La solución $x = 0$ no es válida pues anula algunos denominadores.

La única solución válida es $x = -\frac{1}{2}$.

c) $2 - \frac{3}{x-1} = \frac{5}{x+1} \rightarrow 2(x-1)(x+1) - 3(x+1) = 5(x-1) \rightarrow 2(x^2-1) - 3x-3 = 5x-5 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 - 2 - 3x - 3 = 5x - 5 \rightarrow 2x^2 - 8x = 0 \rightarrow 2x(x-4) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x-4=0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

d) $\frac{5}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{2}{3} \rightarrow 15x - 6(x-1) = 2x(x-1) \rightarrow 15x - 6x + 6 = 2x^2 - 2x \rightarrow 2x^2 - 11x - 6 = 0$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{11 \pm 13}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{24}{4} = 6 \\ x_2 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

18 Resuelve.

a) $x(3x - 1) = 0$

b) $3x(x + 2) = 0$

c) $(x + 1)(x + 3) = 0$

d) $(x - 5)(x + 5) = 0$

e) $(x - 5)^2 = 0$

f) $(2x - 5)^2 = 0$

g) $\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x - 1) = 0$

h) $\left(x - \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$

a) $x(3x - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 3x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

b) $3x(x + 2) = 0 \begin{cases} 3x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$

c) $(x + 1)(x + 3) = 0 \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x_1 = -1 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$

d) $(x - 5)(x + 5) = 0 \begin{cases} x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 5 \\ x + 5 = 0 \rightarrow x_2 = -5 \end{cases}$

e) $(x - 5)^2 = 0 \rightarrow x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

f) $(2x - 5)^2 = 0 \rightarrow 2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$

g) $\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x - 1) = 0 \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \\ 2x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$

h) $\left(x - \frac{2}{5}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0 \begin{cases} x - \frac{2}{5} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{2}{5} \\ x - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$

Resuelve problemas

Con ecuaciones de primer grado

19 Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.

Llamamos x al número que buscamos.

$$\frac{x}{2} + 20 = \frac{x}{3} \rightarrow 6\left(\frac{x}{2} + 20\right) = 6 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x + 120 = 2x \rightarrow 3x - 2x = -120 \rightarrow x = -120$$

El número que buscamos es -120 .

20 Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Llamamos x al número que buscamos.

$$x - 12 = \frac{x}{3} \rightarrow 3(x - 12) = 3 \cdot \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Es el número 18.

21 La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?

Llamamos x a uno de los números que buscamos.

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 4(x - 1) \rightarrow 3x = 4x - 4 \rightarrow 4 = 4x - 3x \rightarrow 4 = x$$

Los números que buscamos son 3, 4 y 5.

22 El mayor de los ángulos de un triángulo mide 50° más que el mediano; y este mide 20° más que el pequeño. ¿Cuánto mide cada ángulo?

Llamamos x al ángulo más pequeño.

- El ángulo mediano mide $x + 20$ grados.
- El mayor de los ángulos mide $x + 20 + 50 = x + 70$ grados.

$$x + (x + 20) + (x + 70) = 180 \rightarrow 3x + 90 = 180 \rightarrow 3x = 180 - 90 \rightarrow 3x = 90 \rightarrow \\ \rightarrow x = \frac{90}{3} \rightarrow x = 30^\circ$$

El menor de los ángulos mide 30° , el mediano $30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$, y el mayor $30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$.

23 Dos hermanas se llevan 3 años y su padre tiene 45. Hace 7 años, la suma de las edades de las hijas era la mitad que la del padre. ¿Qué edad tiene cada hija?



	HIJA I	HIJA II	PADRE
HOY	x	$x + 3$	45
HACE 7 AÑOS	$x - 7$	$x + 3 - 7$	$45 - 7$

Edades actuales de las hermanas: x y $x + 3$.

$$\text{Hace 7 años} \rightarrow (x - 7) + (x + 3 - 7) = \frac{45 - 7}{2} \rightarrow 2x - 11 = 19 \rightarrow x = 15$$

Las edades de las hermanas son 15 y 18 años.

24 Yago tiene 25 años menos que su padre. Dentro de 10 años, la edad del padre será el doble que la de Yago. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad actual del padre: x . Edad actual de Yago: $x - 25$

$$\text{Dentro de 10 años} \rightarrow x + 10 = 2(x - 25 + 10) \rightarrow x + 10 = 2x - 30 \rightarrow x = 40$$

Yago tiene $40 - 25 = 15$ años, y su padre, 40 años.

25 La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Llamamos x a la edad de la madre. Entonces, tenemos que:

- La edad del padre es $x + 6$ años.
- La edad de cada uno de los gemelos es $x - 27$ años.

$$x + (x + 6) + 2 \cdot (x - 27) = 104 \rightarrow x + x + 6 + 2x - 54 = 104 \rightarrow 4x - 48 = 104 \rightarrow \\ \rightarrow 4x = 104 + 48 \rightarrow 4x = 152 \rightarrow x = \frac{152}{4} \rightarrow x = 38$$

La madre tiene 38 años.

Por tanto, el padre tiene $38 + 6 = 44$ años, y los gemelos, $38 - 27 = 11$ años cada uno.

26 Un coleccionista de cómics vendió $\frac{2}{5}$ de su colección y luego compró otros 100. Después de esto, tenía 40 cómics más que al principio. ¿Cuántos tenía?

Llamamos x al número inicial de cómics.

$$\frac{3}{5}x + 100 = x + 40 \rightarrow 3x + 500 = 5x + 200 \rightarrow x = 150$$

Al principio tenía 150 cómics.

27 Creía tener el dinero justo para comprar 8 entradas de teatro pero el precio de cada una es 4 € más caro de lo que pensaba. Ahora solo puedo comprar 5 y me sobran 7 €. ¿Cuál es el precio actual de una entrada?

💡 *Coste real* $\rightarrow 5x$

Coste esperado $\rightarrow 8(x - 4)$

Dinero que tengo $\rightarrow \begin{cases} 5x + 7 \\ 8(x - 4) \end{cases}$

Llamamos x al precio que pensaba que costaba una entrada.

$$8x = 5(x + 4) + 7 \rightarrow 8x = 5x + 27 \rightarrow x = 9$$

El precio actual de una entrada es $9 + 4 = 13$ €.

28 Contratamos un autobús para una salida al campo. Con todas las plazas ocupadas, el precio del billete es de 12 €; pero quedaron 4 plazas libres, por lo que el viaje costó 13,50 €.

¿Cuántas plazas tiene el autobús?

Llamamos x al número de plazas del autobús.

$$12x = 13,5(x - 4) \rightarrow 13,5x - 12x = 54 \rightarrow x = 36$$

El autobús tiene 36 plazas.

29 Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,50 €. La entrada de la piscina cuesta 1,50 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?

Llamamos x al precio de la entrada al cine. Por tanto, tenemos que:

– La entrada de la piscina cuesta $x - 1,50$ euros.

$$2(x - 1,50) + x + 4,50 = 12 \rightarrow 2x - 3 + x + 4,50 = 12 \rightarrow 3x + 1,50 = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x = 12 - 1,50 \rightarrow 3x = 10,50 \rightarrow x = \frac{10,50}{3} \rightarrow x = 3,50$$

La entrada del cine cuesta 3,50 €.

30 ¿Cuántos litros de aceite de orujo de 1,60 €/L tenemos que añadir a 60 L de aceite de oliva de 2,80 €/L para obtener una mezcla de 2,50 €/L?

 Consulta el problema resuelto 5 de la página 111.

x son los litros de aceite de orujo.

	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>	
ORUJO	x	1,6	$1,6x$	}
OLIVA	60	2,8	$2,8 \cdot 60$	
MEZCLA	$x + 60$	2,5	$2,5(x + 60)$	

$1,6x + 168 = 2,5x + 150 \rightarrow$
 $\rightarrow 18 = 0,9x \rightarrow x = 20 \text{ l}$

Tenemos que añadir 20 litros.

31 Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la más barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio de cada pintura?

	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>	
PINTURA I	30	$2x$	$60x$	}
PINTURA II	50	x	$50x$	
MEZCLA	80	3,30	$80 \cdot 3,3$	

$60x + 50x = 264 \rightarrow$
 $\rightarrow 110x = 264 \rightarrow x = 2,4 \text{ €/kg}$

La pintura cara vale 4,8 €/kg, y la pintura barata, 2,4 €/kg.

32 Una marca de café de 14,15 €/kg se elabora con un 30% de café colombiano de 18 €/kg, y el resto, con otro. ¿Cuál es el precio de ese otro?

Para obtener 1 kg de mezcla, ponemos 0,3 kg de café colombiano y 0,7 kg del otro café.

$$0,3 \cdot 18 + 0,7x = 1 \cdot 14,15 \rightarrow 0,7x = 8,75 \rightarrow x = 12,5 \text{ €/kg}$$

El precio del café barato es 12,5 €/kg.

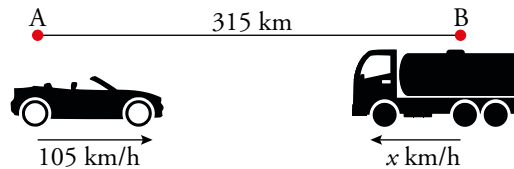
33 Un coche sale de una ciudad A hacia otra B, distante 315 km, a una velocidad de 105 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un camión que tarda en cruzarse con el coche una hora y cuarenta y cinco minutos.

¿Cuál era la velocidad del camión?

 Si x es la velocidad del camión, este y el coche se acercan a una velocidad de $(x + 105)$ km/h.

Transforma una hora y cuarenta y cinco minutos en horas. Con esto, ya puedes aplicar la fórmula $t = d/v$.

Llamamos x a la velocidad a la que circula el camión.



Tardan 1 hora y 45 minutos en encontrarse $\rightarrow t = 1,75$ horas

$$t = \frac{d}{v} \rightarrow 1,75 = \frac{315}{105 + x}$$

$$1,75 = \frac{315}{105 + x} \rightarrow 1,75(105 + x) = 315 \rightarrow 183,75 + 1,75x = 315 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,75x = 315 - 183,75 \rightarrow 1,75x = 131,25 \rightarrow x = \frac{131,25}{1,75}$$

$$\rightarrow x = 75 \text{ km/h}$$

La velocidad del camión era de 75 km/h.

34 Una ciclista que va a 18 km/h tarda 45 minutos en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 6 km. ¿Qué velocidad lleva el que iba delante?

Llamamos x a la velocidad del ciclista que salió primero.

– El segundo ciclista tarda 45 minutos = 0,75 horas en alcanzar al primero.

– El primer ciclista recorrerá $\rightarrow 0,75x$ km

– El segundo ciclista recorrerá $\rightarrow 18 \cdot 0,75$ km

$$18 \cdot 0,75 = 0,75x + 6 \rightarrow 13,5 = 0,75x + 6 \rightarrow 7,5 = 0,75x \rightarrow x = \frac{7,5}{0,75} \rightarrow x = 10 \text{ km/h}$$

El ciclista que va delante lleva una velocidad de 10 km/h.

35 Un ciclista sale a la carretera a una velocidad de 15 km/h. ¿Qué velocidad deberá llevar otra ciclista que sale media hora después si pretende alcanzar al primero en hora y media?

Llamamos x a la velocidad del ciclista que en segundo lugar.

– 1 hora y media $\rightarrow 1,5$ horas

– El primer ciclista recorrerá $\rightarrow 15 \cdot 2 = 30$ km

– El segundo ciclista recorrerá $\rightarrow 1,5x$

$$1,5x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{1,5} \rightarrow x = 20 \text{ km/h}$$

El ciclista deberá llevar una velocidad de 20 km/h.

36 Ana sale en su coche a 80 km/h. Se para 15 min para echar gasolina y después conduce un buen rato a 100 km/h. Cuando llega a su destino, comprueba que hizo 250 km en 3 horas, contando la parada. ¿Cuánto tiempo condujo a 80 km/h?



Tiempo marchando a 80 km/h $\rightarrow x$

Tiempo marchando a 100 km/h $\rightarrow 3 - x - \frac{1}{4}$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{Distancia recorrida} \\ \hline \text{a 80 km/h} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{Distancia recorrida} \\ \hline \text{a 100 km/h} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 250 \text{ km} \\ \hline \end{array}$$

Llamamos x al tiempo que conduce a 80 km/h.

El tiempo del viaje, sin parada, es 3 h – 15 min = 2,75 h. Por tanto, el tiempo que conduce a 100 km/h es 2,75 – x .

El espacio que recorre a 80 km/h es $80x$ y el que recorre a 100 km/h es $100(2,75 - x)$. Así:

$$80x + 275 - 100x = 250 \rightarrow -20x = -25 \rightarrow x = \frac{-25}{-20} = 1,25$$

Ana conduce 1,25 h a 80 km/h.

37 Sobre la mesa veo tres cajas rectangulares cuyas bases miden 6 cm \times 6 cm, 4 cm \times 9 cm y 4 cm \times 6 cm. La primera tiene doble capacidad que la segunda, y la segunda, doble que la tercera. ¿Cuál es la altura de cada una si apilando las tres, una sobre otra, alcanzan una altura de 30 cm?

Las superficies de las bases de las dos primeras cajas son iguales. Por tanto, si la primera tiene doble capacidad que la segunda es porque su altura también es el doble.

Así, llamamos:

- Altura de la 1.^a caja $\rightarrow 2x$
- Altura de la 2.^a caja $\rightarrow x$
- Altura de la 3.^a caja $\rightarrow 30 - (2x + x) = 30 - 3x$

Si la capacidad de la 2.^a caja es doble que la tercera:

$$4 \cdot 9 \cdot x = 2 [4 \cdot 6 \cdot (30 - 30x)] \rightarrow 36x = 1440 - 144x \rightarrow x = 8$$

La altura de la 1.^a caja es 16 cm; de la segunda, 8 cm, y de la tercera, $30 - 3 \cdot 8 = 6$ cm.

Con ecuaciones de segundo grado

38 El producto de un número natural por su siguiente es 3 unidades menor que el triple de la suma de ambos. ¿Cuál es ese número?

Llamamos x al número natural buscado.

$$x(x+1) + 3 = 3(x+x+1) \rightarrow x^2 + x + 3 = 6x + 3 \rightarrow x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(x-5) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$$

Hay dos soluciones posibles, 0 y 5.

39 Si multiplicamos un número por su anterior y restamos 12, obtenemos su triple. ¿Qué número es?

Llamamos x al número buscado.

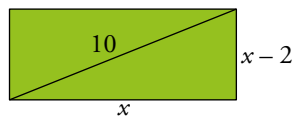
$$x(x-1) - 12 = 3x \rightarrow x^2 - x - 12 = 3x \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = -\frac{4}{2} = -2 \end{cases}$$

Hay dos soluciones posibles, -2 y 6 .

40 Recuerda el teorema de Pitágoras y resuelve:

¿Cuáles son las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que la base mide 2 cm más que la altura y que la diagonal mide 10 cm?



Por el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + (x-2)^2 = 10^2 \rightarrow x^2 + x^2 - 4x + 4 = 100 \rightarrow 2x^2 - 4x - 96 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48)}}{2} = \frac{2 \pm 14}{2} \begin{cases} x = \frac{16}{2} = 8 \\ x = -\frac{12}{2} = -6 \end{cases}$$

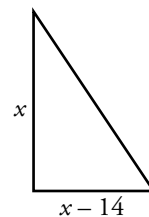
Como buscamos una longitud, solo vale la 1.^a solución.

Las dimensiones del rectángulo son 8 cm y 6 cm.

41 Los catetos de un triángulo rectángulo suman 14 cm y su área es de 24 cm². Halla la medida de la hipotenusa.

$$\frac{x(x-14)}{2} = 24 \rightarrow x^2 - 14x = 48 \rightarrow x^2 - 14x - 48 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48)}}{2} = \frac{14 \pm 2\sqrt{97}}{2} \begin{cases} x = 7 + \sqrt{97} \\ x = 7 - \sqrt{97} \end{cases} \text{ No vale.}$$



Calculamos la hipotenusa:

$$(7 + \sqrt{97})^2 + (\sqrt{97} - 7)^2 = 49 + 14\sqrt{97} + 97 + 97 - 14\sqrt{97} + 49 = 292$$

La hipotenusa mide $\sqrt{292}$ cm = $2\sqrt{73}$ cm.

42 Si duplicamos el lado de un cuadrado, su área aumenta en 147 cm². ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

Llamamos x al lado del cuadrado.

$$(2x)^2 = x^2 + 147 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x = 7$$

El lado del cuadrado mide 7 cm.

- 44** En la cocina de cierto restaurante se han preparado varias tapas con 300 gramos de salmón. La cocinera piensa que si hubiera puesto 5 gramos menos en cada tapa, le habrían salido 10 tapas más. ¿Cuántos gramos de salmón se pusieron en cada tapa y cuántas tapas se hicieron?



Llamamos x al número de gramos de salmón que se han puesto en cada tapa. Por tanto, el número de tapas preparadas es $\frac{300}{x}$.

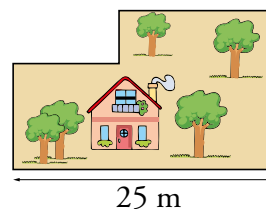
$$\frac{300}{x-5} = \frac{300}{x} + 10 \rightarrow 300x = 300(x-5) + 10x(x-5) \rightarrow 300x = 300x - 1500 + 10x^2 - 50x \rightarrow$$

$$\rightarrow 10x^2 - 50x - 1500 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-150)}}{2} = \frac{5 \pm 25}{2} \begin{cases} x = 15 \\ x = -10 \end{cases} \quad \text{No vale.}$$

Se pusieron 15 g de salmón en cada tapa y se hicieron $\frac{300}{15} = 20$ tapas.

- 45** El terreno representado en la ilustración es el resultado de la unión de dos parcelas cuadradas cuyos lados suman 25 m. Su superficie total es de 325 m². ¿Cuál es su perímetro?



$$x^2 + (25-x)^2 = 325 \rightarrow x^2 + 625 - 50x + x^2 = 325 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x^2 - 50x + 300 = 0 \rightarrow x^2 - 25x + 150 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{(25)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 150}}{2} = \frac{25 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 15 \\ x = 10 \end{cases}$$

El perímetro de la parcela será $2(25 + 15) = 80$ cm.

AUTOEVALUACIÓN

Página 115

1 Resuelve mentalmente y explica el proceso seguido.

a) $(x + 13)^2 = 25$

b) $\sqrt{x^2 + 15} = 8$

a) La suma que hay dentro del paréntesis debe ser 5, porque es el número que elevado al cuadrado da 25, por lo que $x = -8$.

b) La suma que hay dentro de la raíz debe dar 64, cuya raíz cuadrada es 8. Por ello, x^2 debe ser 49, y el número que elevado al cuadrado da 49 es 7, por lo que $x = 7$.

2 Resuelve.

a) $x - \frac{x}{6} = \frac{x}{2} + \frac{4}{3}$

b) $\frac{x-1}{15} + \frac{x}{5} = \frac{2x+1}{3} - 2$

a) $x - \frac{x}{6} = \frac{x}{2} + \frac{4}{3} \rightarrow 6x - x = 3x + 8 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$

b) $\frac{x-1}{15} + \frac{x}{5} = \frac{2x+1}{3} - 2 \rightarrow x - 1 + 3x = 5(2x+1) - 30 \rightarrow 4x - 1 = 10x + 5 - 30 \rightarrow$
 $\rightarrow -1 + 25 = 10x - 4x \rightarrow 24 = 6x \rightarrow x = 4$

3 Encuentra las soluciones sin utilizar ninguna fórmula.

a) $x^2 - 8x = 2x$

b) $4x^2 + 6 = 7$

a) $x^2 - 8x = 2x \rightarrow x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x - 10) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x - 10 = 0 \rightarrow x_2 = 10 \end{cases}$

b) $4x^2 + 6 = 7 \rightarrow 4x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

4 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $(x - 1)^2 + 3x = 2x + 3$

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{4}{4} = 1 \\ x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b) $(x - 1)^2 + 3x = 2x + 3 \rightarrow x^2 - 2x + 1 + 3x = 2x + 3 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{4}{2} = 2 \\ x_2 = -\frac{2}{2} = -1 \end{cases}$$

5 Si a un número le sumamos su mitad, obtenemos el mismo resultado que si a sus dos tercios le quitamos cinco unidades. ¿Qué número es?

Llamamos x al número buscado.

$$x + \frac{x}{2} = \frac{2x}{3} - 5 \rightarrow 6x + 3x = 4x - 30 \rightarrow 5x = -30 \rightarrow x = -6$$

El número buscado es -6 .

- 6 De las personas asociadas a un club deportivo, $\frac{1}{3}$ juega al fútbol; $\frac{2}{5}$, al baloncesto, y las 20 restantes, practican tenis.**

¿Cuántas personas en total están asociadas a ese club deportivo?

Personas asociadas $\rightarrow x$.

$$x - \frac{x}{3} - \frac{2x}{5} = 20 \rightarrow 15x - 5x - 6x = 300 \rightarrow 4x = 300 \rightarrow x = 75$$

Están asociadas 75 personas en total.

- 7 Al mezclar cierta cantidad de café de 8 €/kg con 6 kilos de otra clase de café de 12 €/kg, resulta una mezcla de 9,50 €/kg.**

¿Cuántos kilos del primer tipo se han incluido en la mezcla?

Kilos de 8 €/kg en la mezcla $\rightarrow x$

Kilos totales de la mezcla $\rightarrow x + 6$

$$8 \cdot x + 12 \cdot 6 = 9,5(x + 6) \rightarrow 8x + 72 = 9,5x + 57 \rightarrow 15 = 1,5x \rightarrow x = 10$$

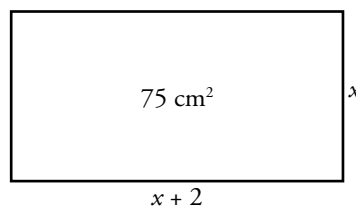
Se han incluido 10 kg de 8 €/kg en la mezcla.

- 8 Un rectángulo ocupa una superficie de 75 cm^2 y su base mide 2 cm más que su altura.**

¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo?

$$x(x + 2) = 75 \rightarrow x^2 + 2x = 75 \rightarrow x^2 + 2x - 75 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-75)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{304}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{19}}{2}$$



Nos quedamos solo con el valor positivo, $x = \frac{-2 + 4\sqrt{19}}{2} = 2\sqrt{19} - 1$, y calculamos el perímetro

con ese valor $P = 4x + 4 = 4(2\sqrt{19} - 1) = 8\sqrt{19} - 4 \approx 30,87 \text{ cm}$.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

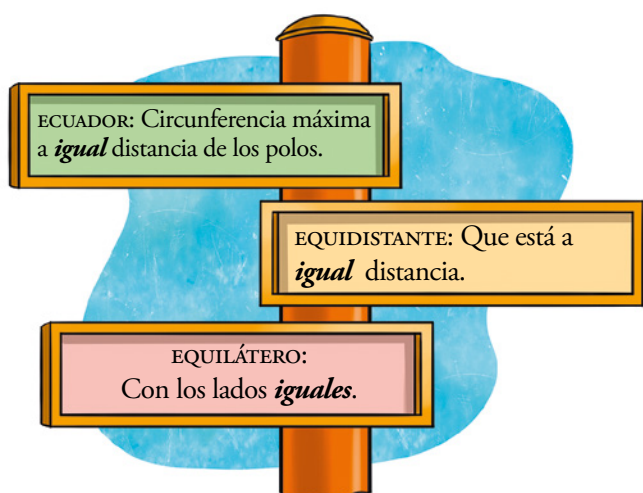
Página 115

Sabías que...

Ecuación viene del término latino *aequatío*, que, a su vez, se deriva de *aequare* (igualar) o *aequus* (igual).

A la derecha tienes otras palabras del castellano con la misma raíz.

- Busca otras cuatro palabras que tengan la misma raíz que ecuación.



- Respuesta abierta. Por ejemplo: equitativo, ecuánime, equilibrio y equinoccio.