8 ECUACIONES

1 ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Página 117

1 **Representa sobre unos mismos ejes las rectas correspondientes a estas ecuaciones haciendo una tabla de valores para cada una:**

a) $2x - y = 3$ **b)** $-x + y = 1$

¿Cuál es la solución común a ambas ecuaciones?

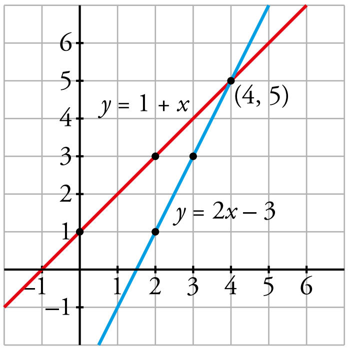
a) $2x - y = 3 \rightarrow y = 2x - 3$

X	2	3	4
Y	1	3	5

b) $-x + y = 1 \rightarrow y = 1 + x$

X	0	2	4
Y	1	3	5

La solución común a ambas ecuaciones es el punto (4, 5).



2 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Página 118

1 **Tenemos 76 céntimos de euro en veinte monedas de dos y de cinco céntimos.**

¿Cuántas monedas de cada clase tenemos?

Plantea el sistema y resuélvelo por tanteo.

Incógnitas $\begin{cases} x\text{: número de monedas de dos céntimos} \\ y\text{: número de monedas de cinco céntimos} \end{cases}$

En total tengo 20 monedas $\rightarrow$ $x + y = 20$

El valor total es 76 céntimos de euro.

Valor de las monedas de dos céntimos: $2x$

Valor de las monedas de cinco céntimos: $5y$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 5y = 76 \end{cases}$$

Por tanteo, la solución del sistema es $x = 8$, $y = 12$. Por tanto, tenemos 8 monedas de dos céntimos y 12 monedas de cinco céntimos.

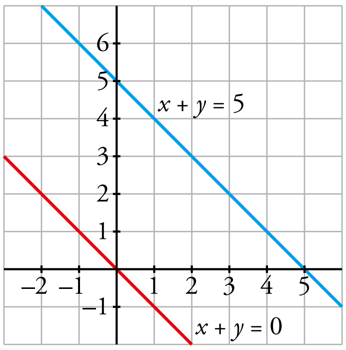
Página 119

2 **Fijándote bien en las ecuaciones que los forman, di cuál de los siguientes sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál indeterminado. Compruébalo representando las rectas:**

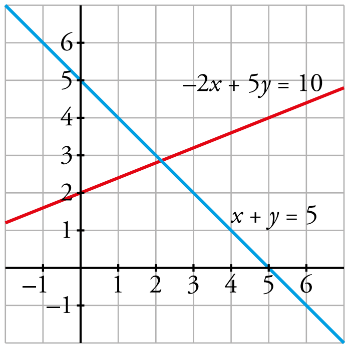
a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

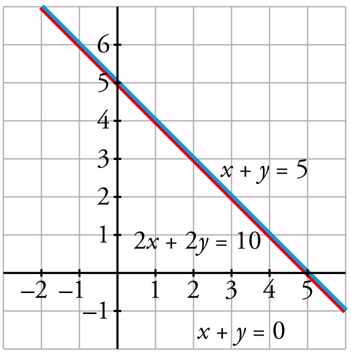
a) Es un sistema incompatible, porque si $x + y$ es igual a 5, no puede ser, a la vez, igual a 0.



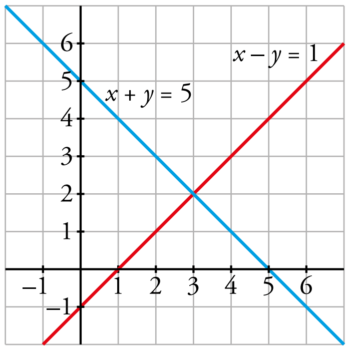
b) Es un sistema con una única solución puesto que las dos ecuaciones son distintas.



c) Es un sistema indeterminado porque una ecuación es el doble de la otra, es decir, las dos ecuaciones son iguales.



d) Es un sistema con una única solución, puesto que las dos ecuaciones son distintas.



3 **Completa los siguientes sistemas para que el primero tenga la solución $x = 5$, $y = 3$, el segundo sea incompatible, el tercero sea indeterminado, y el cuarto, también. Justifica tus respuestas.**

a) $\begin{cases} x - 4y = \dots \\ 2x \quad \dots = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 2y = \dots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x \quad \dots = \dots \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + 11y = \dots \\ \dots + 33y = 9 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x - 4y = -7 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$ → Vale cualquier valor distinto de 8.

c) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + 11y = 3 \\ 15x + 33y = 9 \end{cases}$

3 RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Página 120

1 **Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} x + \ \ y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + \ \ 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + \ \ y = 23 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + \ \ y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$

$3x - 5(6 - x) = 2 \rightarrow 3x - 30 + 5x = 2 \rightarrow 8x = 2 + 30 \rightarrow 8x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{8} \rightarrow x = 4$

$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$

Solución: $x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + \ \ 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$

$3(1 - 2y) + 10y = -1 \rightarrow 3 - 6y + 10y = -1 \rightarrow 3 + 4y = -1 \rightarrow 4y = -1 - 3 \rightarrow 4y = -4 \rightarrow$
$\rightarrow y = -1$

$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3,\ y = -1$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + \ \ y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ y = 23 - 4x \end{cases}$

$5x - 3(23 - 4x) = 50 \rightarrow 5x - 69 + 12x = 50 \rightarrow 17x - 69 = 50 \rightarrow 17x = 50 + 69 \rightarrow$
$\rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$

$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$

Solución: $x = 7,\ y = -5$

d) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$

$5x + 3x - 2 = 6 \rightarrow 8x - 2 = 6 \rightarrow 8x = 6 + 2 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = 1$

$y = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$

Solución: $x = 1,\ y = 1$

Página 121

2 **Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$

$6 - x = x - 2 \rightarrow 6 + 2 = x + x \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$

$y = 6 - 4 \rightarrow y = 2$

Solución: $x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-1 - 10y}{3} \\ x = 1 - 2y \end{cases}$

$\frac{-1 - 10y}{3} = 1 - 2y \rightarrow 3 \cdot \frac{-1 - 10y}{3} = 3 \cdot (1 - 2y) \rightarrow -1 - 10y = 3 - 6y \rightarrow$

$\rightarrow -10y + 6y = 3 + 1 \rightarrow -4y = 4 \rightarrow y = -1$

$x = 1 - 2 \cdot (-1) \rightarrow x = 1 + 2 \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3,\ y = -1$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 - 5x \\ y = 3x - 2 \end{cases}$

$6 - 5x = 3x - 2 \rightarrow 6 + 2 = 3x + 5x \rightarrow 8 = 8x \rightarrow x = 1$

$y = 6 - 5 \cdot 1 = 6 - 5 = 1$

Solución: $x = 1,\ y = 1$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{5x - 50}{3} = y \\ y = 23 - 4x \end{cases}$

$\frac{5x - 50}{3} = 23 - 4x \rightarrow 3 \cdot \frac{5x - 50}{3} = 3 \cdot (23 - 4x) \rightarrow 5x - 50 = 69 - 12x \rightarrow$

$\rightarrow 5x + 12x = 69 + 50 \rightarrow 17x = 119 \rightarrow x = \frac{119}{17} \rightarrow x = 7$

$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$

Solución: $x = 7,\ y = -5$

Página 122

3 **Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 6} \\ \boldsymbol{x - y = 2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \boldsymbol{x + 5y = 7} \\ \boldsymbol{3x - 5y = 1} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \boldsymbol{3x - 5y = -26} \\ \boldsymbol{4x + 10y = 32} \end{cases}$ d) $\begin{cases} \boldsymbol{5x - 3y = 50} \\ \boldsymbol{4x + y = 23} \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

$2x \quad = 8 \;\to\; x = \dfrac{8}{2} \;\to\; x = 4$

$4 + y = 6 \;\to\; y = 6 - 4 \;\to\; y = 2$

Solución: $x = 4, \; y = 2$

b) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

$4x \quad = 8 \;\to\; x = \dfrac{8}{4} \;\to\; x = 2$

$2 + 5y = 7 \;\to\; 5y = 7 - 2 \;\to\; 5y = 5 \;\to\; y = 1$

Solución: $x = 2, \; y = 1$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = -26 \;\to\; \text{Multiplicamos por 2} \\ 4x + 10y = 32 \end{cases} \;\to\; \begin{cases} 6x - 10y = -52 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$

$10x \quad = -20 \;\to\; x = \dfrac{-20}{10} \;\to\; x = -2$

$3 \cdot (-2) - 5y = -26 \;\to\; -6 - 5y = -26 \;\to\; -5y = -26 + 6 \;\to\; -5y = -20 \;\to$

$\to\; y = \dfrac{-20}{-5} \;\to\; y = 4$

Solución: $x = -2, \; y = 4$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \;\to\; \text{Multiplicamos por 3} \end{cases} \;\to\; \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 12x + 3y = 69 \end{cases}$

$17x \quad = 119 \;\to\; x = \dfrac{119}{17} \;\to\; x = 7$

$5 \cdot 7 - 3y = 50 \;\to\; 35 - 3y = 50 \;\to\; -3y = 50 - 35 \;\to\; -3y = 15 \;\to\; y = \dfrac{15}{-3} \;\to\; y = -5$

Solución: $x = 7, \; y = -5$

Página 123

4 **Resuelve este sistema simplificando previamente:**

$$\begin{cases} \mathbf{2(x-1)+3(y+4)=9} \\ \mathbf{\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x-1)+3(y+4)=9 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3 \end{cases} \to \begin{cases} 2x-2+3y+12=9 \\ 6\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}\right)=6\cdot 3 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y=9-12+2 \\ 3x-2y=18 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} 2x+3y=-1 \;\to\; \text{Multiplicamos por } 2 \\ 3x-2y=18 \;\to\; \text{Multiplicamos por } 3 \end{cases} \to \begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 9x-6y=54 \end{cases}$$

$$13x \quad = 52 \to x = \frac{52}{13} \to x = 4$$

Sustituyendo:

$$2\cdot 4+3y=-1 \to 8+3y=-1 \to 3y=-1-8 \to 3y=-9 \to y=\frac{-9}{3} \to y=-3$$

La solución del sistema es $x = 4,\ y = -3$

5 **Resuelve este sistema aplicando dos veces el método de reducción:**

$$\begin{cases} \mathbf{45x-11y=23} \\ \mathbf{7x+\ \ 6y=19} \end{cases}$$

Para despejar x:

$$\begin{cases} 45x-11y=23 \;\to\; \text{Multiplicamos por } 6 \\ 7x+\ \ 6y=19 \;\to\; \text{Multiplicamos por } 11 \end{cases} \to \begin{cases} 270x-66y=138 \\ 77x+66y=209 \end{cases}$$

$$347x \quad = 347 \to x = 1$$

Para despejar y:

$$\begin{cases} 45x-11y=23 \;\to\; \text{Multiplicamos por } (-7) \\ 7x+\ \ 6y=19 \;\to\; \text{Multiplicamos por } 45 \end{cases} \to \begin{cases} -2\,835x+\ \ 77y=-161 \\ 2\,835x+270y=\ \ 855 \end{cases}$$

$$347y = 694 \to y = \frac{694}{347} \to y = 2$$

La solución del sistema es $x = 1,\ y = 2$

4 ▸ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

Página 124

Hazlo tú

- **Dos kilos de lentejas y un kilo de arroz cuestan 3,85 €. Un kilo de lentejas y tres kilos de arroz cuestan 4,05 €. ¿A cuánto está el kilo de lentejas? ¿Y el de arroz?**

Precio de las lentejas $\rightarrow$ x €/kg

Precio del arroz $\rightarrow$ y €/kg

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 3,85 \\ x + 3y = 4,05 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{r} 2x + y = 3,85 \\ -2x - 6y = -8,1 \\ \hline -5y = -4,25 \end{array} \;\; 8 \;\; y = 0,85$$

$2x + 0,85 = 3,85 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = 1,5$

Un kilo de lentejas cuesta 1,50 €, y uno de arroz, 0,85 €.

1 **Por dos cafés y un cruasán hemos pagado 4,30 €. En la mesa de al lado había un grupo de amigos que han pagado 11,60 € por cinco cafés y tres cruasanes. ¿Cuánto cuesta cada café y cada cruasán?**

Precio del café $\rightarrow$ x €

Precio del cruasán $\rightarrow$ y €

$$\begin{cases} 2x + \;\; y = 4,30 \rightarrow \text{ Multiplicamos por } (-3) \\ 5x + 3y = 11,60 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} \begin{cases} -6x - 3y = -12,90 \\ \;\; 5x + 3y = \;\; 11,60 \end{cases} \\ \hline -x \qquad = -1,30 \end{array} \rightarrow x = 1,30$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$2 \cdot 1,30 + y = 4,30 \rightarrow 2,60 + y = 4,30 \rightarrow y = 4,30 - 2,60 \rightarrow y = 1,70$

Un café cuesta 1,30 €, y un cruasán, 1,70 €.

2 **Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.**

Un número $\rightarrow$ x

Otro número $\rightarrow$ y

$$\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 191 \\ x - y = \;\; 67 \end{cases} \\ \hline 2x \qquad = 258 \end{array} \rightarrow x = \frac{258}{2} \rightarrow x = 129$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$129 + y = 191 \rightarrow y = 191 - 129 \rightarrow y = 62$

Los números son 129 y 62.

3 **Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?**

Número de botellas de 2 litros $\to x$

Número de botellas de 5 litros $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 2x + 5y = 3000 \end{cases} \to \begin{cases} x = 1200 - y \\ 2x + 5y = 3000 \end{cases}$$

$2(1\,200 - y) + 5y = 3\,000 \to 2\,400 - 2y + 5y = 3\,000 \to 3y = 600 \to y = 200$

$x = 1\,200 - 200 = 1\,000$

Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.

4 **En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he cometido?**

Número de aciertos $\to x$

Número de errores $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 30 \to \text{Multiplicamos por } 0,25 \\ 0,75x - 0,25y = 10,5 \end{cases} \to \begin{array}{l} \begin{cases} 0,25x + 0,25y = 7,5 \\ 0,75x - 0,25y = 10,5 \end{cases} \\ \hline \quad x \qquad\qquad = 18 \end{array}$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$18 + y = 30 \to y = 30 - 18 \to y = 12$

He cometido 18 aciertos y 12 errores.

5 **Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?**

Véase el problema resuelto de la página 118.

Número de monedas de 20 céntimos $\to x$

Número de monedas de 50 céntimos $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 0,2x + 0,5y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} x = 9 - y \\ 0,2x + 0,5y = 3 \end{cases}$$

$0,2(9 - y) + 0,5y = 3 \to 1,8 - 0,2y + 0,5y = 3 \to 0,3y = 1,2 \to y = 4$

$x = 9 - 4 = 5$

He utilizado 5 monedas de 20 céntimos y 4 monedas de 50 céntimos.

Página 125

Hazlo tú

- **La misma tendera ha mezclado una cantidad de café de 3 €/kg con otra de 1,40 €/kg, obteniéndose 8 kg de café de 2,40 €/kg. ¿Qué cantidad de cada tipo de café mezcló?**

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
CAFÉ DE MÁS CALIDAD	x	3	$3x$
CAFÉ DE MENOS CALIDAD	y	1,40	$1{,}4y$
MEZCLA	$x + y = 8$	2,40	$3x + 1{,}4y = 19{,}2$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + 1{,}4y = 19{,}2 \end{cases} \to \begin{cases} -3x - 3y = -24 \\ 3x + 1{,}4y = 19{,}2 \end{cases}$$

$$-1{,}6y = -4{,}8 \to y = 3$$

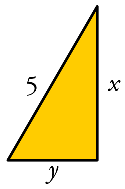
$x + 3 = 8 \to x = 5$

Mezcló 5 kg de café de 3 €/kg con 3 kg de café de 1,40 €/kg

Hazlo tú

- **Se ha colocado una escalera de 5 m apoyada en una pared de manera que la altura a la que llega y la separación de su base con la pared suman 7 m. ¿Qué altura alcanza la escalera?**

$$\begin{cases} x + y = 7 & \to y = 7 - x \\ x^2 + y^2 = 5^2 \end{cases}$$



$x^2 + (7 - x)^2 = 25 \to x^2 + 49 - 14x + x^2 = 25 \to 2x^2 - 14x + 24 = 0 \to$

$\to x^2 - 7x + 12 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \to y_1 = 3 \\ x_2 = 3 \to y_1 = 4 \end{cases}$$

La altura alcanzada puede ser de 3 m o de 4 m, dependiendo de si la separación de la base con la pared es de 4 m o de 3 m, respectivamente.

6 **En una fábrica mezclan un bidón de aceite de oliva virgen de 7,50 €/L con otro de mejor calidad de 12 €/L, obteniendo 50 L de aceite intermedio de 8,40 €/L. ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se han mezclado?**

Organizamos las variables de una tabla:

	CANTIDAD (L)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
ACEITE BARATO	x	7,50	$7{,}5x$
ACEITE CARO	y	12	$12y$
MEZCLA	$x + y = 50$	8,40	$7{,}5x + 12\boldsymbol{y} = 8{,}4 \cdot 50$

Planteamos el sistema y lo resolvemos:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 7{,}5x + 12y = 8{,}4 \cdot 50 \end{cases} \to \text{Resolvemos por reducción} \to \begin{cases} -7{,}5x - 7{,}5y = -375 \\ 7{,}5x + 12y = 420 \end{cases}$$

Al sumar ambas ecuaciones, se obtiene: $4{,}5y = 45 \to y = 10$

Calculamos x: $x + y = 50 \to x + 10 = 50 \to x = 40$

Por tanto, se han mezclado 10 L de aceite de 7,50 €/L con 40 L de aceite de 12 €/L.

7 **Se han fundido dos piezas de latón, una aleación de cobre con zinc. La primera tiene un 20 % de zinc, y la segunda, un 45 %. El resultado es una pieza de 5 kg de latón con un 26 % de zinc. ¿Cuánto pesaba cada una de las piezas originales?**

	PESO (kg)	ZINC (%)	ZINC (kg)
1.ª PIEZA	x	20	$0{,}2x$
2.ª PIEZA	y	45	$0{,}45y$
MEZCLA	$x + y = 5$	26	$0{,}2x + 0{,}45y = 0{,}26 \cdot 5$

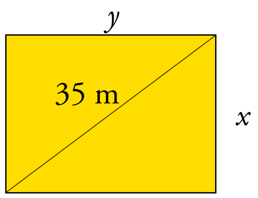
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 0{,}2x + 0{,}45y = 1{,}3 \end{cases} \to \begin{cases} -0{,}2x - 0{,}2y = -1 \\ 0{,}2x + 0{,}45y = 1{,}3 \end{cases} \to 0{,}25y = 0{,}3 \to y = 1{,}2$$

$$x + y = 5 \to x + 1{,}2 = 5 \to x = 3{,}8$$

La primera pieza pesaba 3,8 kg, y la segunda, 1,2 kg.

8 **Los lados de un rectángulo están en relación de 3 a 4 y la diagonal mide 35 m. ¿Cuánto miden los lados?**

Llamamos x al ancho e y al largo del rectángulo.



Utilizamos el Teorema de Pitágoras: $x^2 + y^2 = 35^2$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{4}x \\ x^2 + y^2 = 1\,225 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = 1\,225 \to x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 1\,225 \to 16\left(x^2 + \frac{9}{16}x^2\right) = 16 \cdot 1\,225 \to$$

$$\to 16x^2 + 9x^2 = 19\,600 \to 25x^2 = 19\,600 \to x^2 = \frac{19\,600}{25} \to$$

$$\to x^2 = 784 \to x = 28 \text{ m}$$

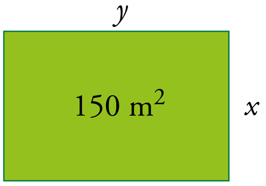
Sustituimos en la primera ecuación:

$$y = \frac{3}{4} \cdot 28 = 3 \cdot 7 = 21 \text{ m}$$

El rectángulo mide 28 metros de ancho y 21 metros de largo.

9 **Un jardín rectangular de 150 m^2 es 5 m más largo que ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones?**

Llamamos x al ancho e y al largo del jardín.



$$\begin{cases} y = x + 5 \\ x \cdot y = 150 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$x(x + 5) = 150 \rightarrow x^2 + 5x = 150 \rightarrow x^2 + 5x - 150 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-150)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 600}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-5 \pm 25}{2}$$

$\rightarrow$ $x = \frac{-5 + 25}{2} \rightarrow x = \frac{20}{2} \rightarrow x = 10$

$x = \frac{-5 - 25}{2} \rightarrow x = \frac{-30}{2} \rightarrow x = -15 \rightarrow$ No vale porque es negativo

Sustituimos en la primera ecuación:

$y = 10 + 5 = 15$ m

El jardín mide 10 metros de ancho y 15 metros de largo.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 126

Practica

1 **Lee y contesta.**

a) Completa la tabla en tu cuaderno con soluciones de la ecuación $2x + y = 4$.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y								

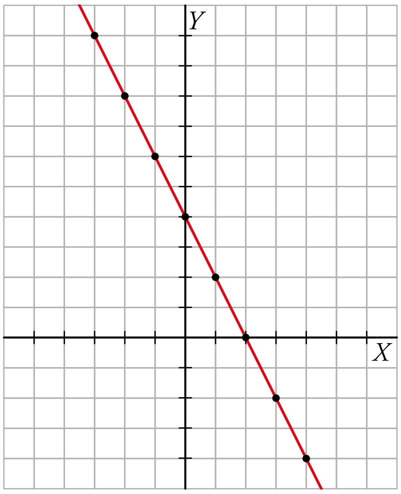
b) Representa gráficamente la recta $2x + y = 4$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	10	8	6	4	2	0	–2	–4

b)

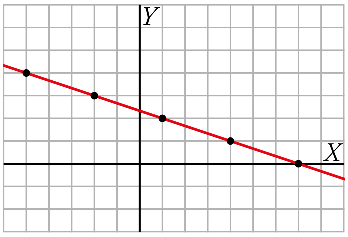


c) Todos los puntos de la recta son solución de la ecuación.

2 **Copia en tu cuaderno este gráfico y observa que en él se ha representado la ecuación $x + 3y = 7$.**

$$x + 3y = 7 \rightarrow y = \frac{7 - x}{3}$$

x	–5	–2	1	4	7
y	4	3	2	1	0



a) Completa esta tabla en tu cuaderno para la ecuación $y = 2x + 7$ y represéntala sobre el gráfico anterior.

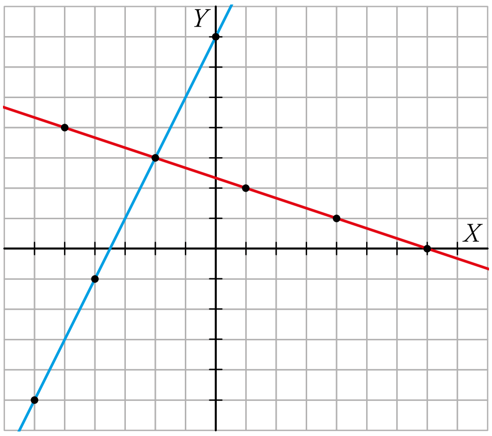
x	–6	–4	–2	0	…
y					

b) ¿En qué punto se cortan ambas rectas? Escribe sus coordenadas.

c) ¿Cuál es la solución de este sistema? $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$

a) $y = 2x + 7 \rightarrow$

x	–6	–4	–2	0	…
y	–5	–1	3	7	…



b) Se cortan en el punto (–2, 3).

c) La solución es el punto de corte anterior: $x = -2$, $y = 3$.

3 **Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 2$, $y = -1$:**

a) $\begin{cases} 2x + 3y = \dots \\ 3x - 4y = \dots \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 7y = \dots \\ -2x - 5y = \dots \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 7y = -1 \\ -2x - 5y = 1 \end{cases}$

4 **Comprueba si $x = -2$, $y = 1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} 7x + 4y = -10 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$

Veamos si se cumplen las igualdades:

a) $\begin{cases} 7 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = -10 \\ 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 = -8 \end{cases}$ → Se cumplen las igualdades, es solución.

b) $\begin{cases} -2 + 2 \cdot 1 = 0 \\ 2 \cdot (-2) + 6 \cdot 1 = 2 \neq 1 \end{cases}$ → La segunda igualdad no se cumple. No es solución.

5 **a) Representa gráficamente, y en los mismos ejes, estas dos rectas:**

$$\boldsymbol{x + y = 5 \qquad -3x + y = -3}$$

b) Di cuál es la solución del sistema que forman ambas ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$$

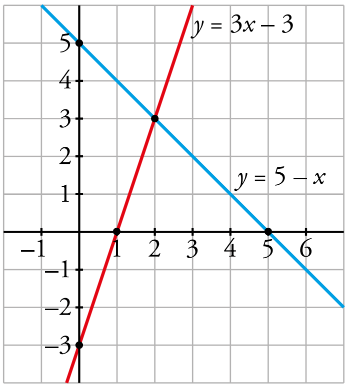
a) Calculamos varios puntos de cada recta:

$x + y = 5 \;\rightarrow\; y = 5 - x$

X	0	2	5
Y	5	3	0

$-3x + y = -3 \;\rightarrow\; y = 3x - 3$

X	0	1	2
Y	–3	0	3



b) La solución es (2, 3) porque es el punto que pertenece a ambas rectas.

6 **Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:**

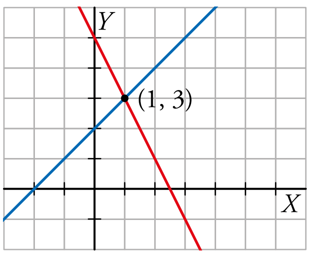
a) $\begin{cases} \boldsymbol{2x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - y = -2} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \boldsymbol{x + y = 2} \\ \boldsymbol{x - 2y = 8} \end{cases}$

a) $2x + y = 5 \;\rightarrow\; y = 5 - 2x \;\rightarrow$

X	0	1	2
Y	5	3	1

$x - y = -2 \;\rightarrow\; y = x + 2 \;\rightarrow$

X	0	1	2
Y	2	3	4



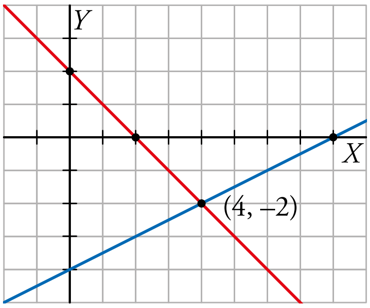
Solución: $x = 1,\; y = 3$

b) $x + y = 2 \;\rightarrow\; y = 2 - x \;\rightarrow$

X	0	2	4
Y	2	0	–2

$x - 2y = 8 \;\rightarrow\; y = \dfrac{x-8}{2} \;\rightarrow$

X	0	2	4
Y	–4	–3	–2



Solución: $x = 4, \ y = -2$

7 **Representa en unos ejes cartesianos los puntos que se indican en las tablas, y comprueba lo siguiente:**

a) La ecuación $0x + y = 0$ coincide con el eje de abscisas (eje horizontal).

$y = 0 \ \rightarrow$

x	–5	–2	0	2	5
y	0	0	0	0	0

b) La ecuación $x + 0y = 0$ coincide con el eje de ordenadas (eje vertical).

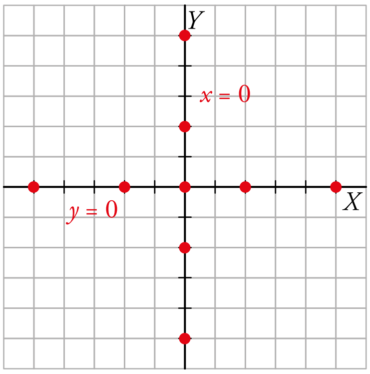
$x = 0 \ \rightarrow$

x	0	0	0	0	0
y	–5	–2	0	2	5

c) ¿En qué punto se cortan ambas rectas?

d) ¿Cuál es la solución del sistema que forman ambas ecuaciones? $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

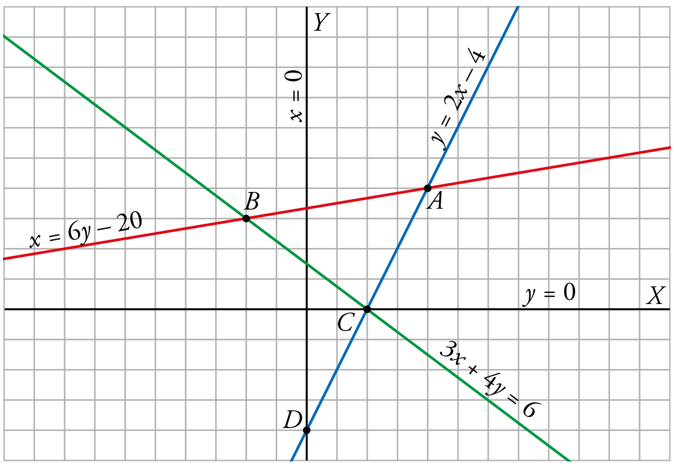
a) y b)



c) Las rectas se cortan en (0, 0).

d) La solución es el punto de corte anterior: $x = 0, \ y = 0$.

8 **Observa las rectas del gráfico y sus ecuaciones asociadas.**



a) Escribe las coordenadas de los puntos *A*, *B*, *C* y *D*.

b) Sin hacer operaciones, encuentra la solución de cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

I) $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x = 6y - 20 \end{cases}$ II) $\begin{cases} x = 6y - 20 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$ III) $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$ IV) $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x = 0 \end{cases}$

a) $A = (4, 4)$; $B = (-2, 3)$; $C = (2, 0)$; $D = (0, -4)$

b) I $\rightarrow$ La solución es el punto A $\rightarrow$ $x = 4$, $y = 4$

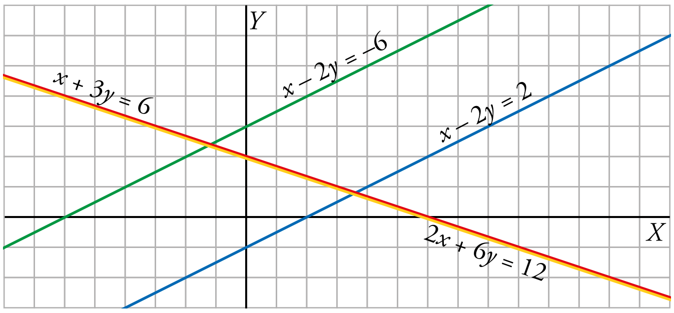
II $\rightarrow$ La solución es el punto B $\rightarrow$ $x = -2$, $y = 3$

III $\rightarrow$ La solución es el punto C $\rightarrow$ $x = 2$, $y = 0$

IV $\rightarrow$ La solución es el punto D $\rightarrow$ $x = 0$, $y = -4$

Página 127

9 **Solo mirando el gráfico, ¿qué puedes decir de las soluciones de los sistemas que tienes debajo?**



a) $\begin{cases} x - 2y = -6 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 2y = -6 \\ y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$

a) El sistema es incompatible porque las rectas que lo forman son paralelas.

b) El sistema es indeterminado. Tiene infinitas soluciones porque las dos rectas que lo forman son la misma recta.

c) Tiene una única solución, el punto (–6, 0) $\rightarrow$ $x = -6$, $y = 0$.

d) Tiene una única solución, el punto (0, –1) $\rightarrow$ $x = 0$, $y = -1$.

10 **¿Qué valores deben tomar a y b para que el sistema tenga infinitas soluciones?**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases}$$

Para que tenga infinitas soluciones, la segunda ecuación debe ser proporcional a la primera.

Así: $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases} \rightarrow a = 9$ y $b = 6$

Soluciones: Damos valores a x para obtener puntos de la recta $3x + 2y = 5$:

$x = 1$; $y = 1$; $x = 0$, $y = \frac{5}{2}$; $x = -1$, $y = 4$

11 **¿Qué condición deben cumplir c y d para que este sistema no tenga solución?**

$$\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 6x + 4y = d \end{cases}$$

El sistema no tendrá solución cuando las dos rectas sean paralelas, es decir, cuando $d \neq 2c$.

12 Resuelve por sustitución.

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y = 5 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x + \ \ y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 8 = y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 5x - 4y = -6 \\ 3y + 1 = x \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x = 4y - 4 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$

$3(2y + 5) - 2y = 19 \to 6y + 15 - 2y = 19 \to 4y + 15 = 19 \to 4y = 19 - 15 \to$
$\to 4y = 4 \to y = 1$

$x = 2 \cdot 1 + 5 = 7$

Solución: $x = 7, \ y = 1$

b) $\begin{cases} y = 5 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$

$4x + 2 \cdot 5 = 22 \to 4x + 10 = 22 \to 4x = 22 - 10 \to 4x = 12 \to x = \dfrac{12}{4} \to x = 3$

Solución: $x = 3, \ y = 5$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x + \ \ y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ y = 3 - 6x \end{cases}$

$5x - 4(3 - 6x) = 17 \to 5x - 12 + 24x = 17 \to 29x - 12 = 17 \to 29x = 17 + 12 \to$
$\to 29x = 29 \to x = 1$

$y = 3 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3$

Solución: $x = 1, \ y = -3$

d) $\begin{cases} x + 8 = y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

$2(x + 8) - 3x = 16 \to 2x + 16 - 3x = 16 \to -x + 16 = 16 \to 16 - 16 = x \to x = 0$

$y = 0 + 8 = 8$

Solución: $x = 0, \ y = 8$

e) $\begin{cases} 5x - 4y = -6 \\ 3y + 1 = x \end{cases}$

$5(3y + 1) - 4y = -6 \to 15y + 5 - 4y = -6 \to 11y + 5 = -6 \to 11y = -6 - 5 \to$
$\to 11y = -11 \to y = -1$

$x = 3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$

Solución: $x = -2, \ y = -1$

f) $\begin{cases} 3x = 4y - 4 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

$4y - 4 + 2y = 2 \to 6y - 4 = 2 \to 6y = 2 + 4 \to 6y = 6 \to y = 1$

$3x = 4 \cdot 1 - 4 \to 3x = 4 - 4 \to 3x = 0 \to x = 0.$

Solución: $x = 0, \ y = 1$

13 Resuelve por igualación.

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x = 4y - 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{x+1}{3} \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4 + 3y = x \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x = 4y - 8 \end{cases}$

$2y = 4y - 8 \rightarrow 8 = 4y - 2y \rightarrow 8 = 2y \rightarrow y = \dfrac{8}{2} \rightarrow y = 4$

$x = 2 \cdot 4 \rightarrow x = 8$

Solución: $x = 8, \ y = 4$

b) $\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6x \\ y = 7 - x \end{cases}$

$6x = 7 - x \rightarrow 6x + x = 7 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$

$y = 6 \cdot 1 \rightarrow y = 6$

Solución: $x = 1, \ y = 6$

c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ x = 2 + y \end{cases}$

$5 - 2y = 2 + y \rightarrow 5 - 2 = y + 2y \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1$

$x = 2 + 1 = 3$

Solución: $x = 3, \ y = 1$

d) $\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{x+1}{3} \end{cases}$

$\dfrac{2x}{3} = \dfrac{x+1}{3} \rightarrow 2x = x + 1 \rightarrow 2x - x = 1 \rightarrow x = 1$

$y = \dfrac{2 \cdot 1}{3} = \dfrac{2}{3}$

Solución: $x = 1, \ y = \dfrac{2}{3}$

e) $\begin{cases} 4 + 3y = x \\ x + 2y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 3y \\ x = -1 - 2y \end{cases}$

$4 + 3y = -1 - 2y \rightarrow 3y + 2y = -4 - 1 \rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = -1$

$x = 4 + 3 \cdot (-1) = 4 - 3 = 1$

Solución: $x = 1, \ y = -1$

f) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 5y - 4 \\ 2x = 3y \end{cases}$

$5y - 4 = 3y \rightarrow 5y - 3y = 4 \rightarrow 2y = 4 \rightarrow y = \dfrac{4}{2} \rightarrow y = 2$

$2x = 3 \cdot 2 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \dfrac{6}{2} \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3, \ y = -2$

14 Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 5x + 4y = 6 \\ 3x - 7y = 13 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 8x + 3y = 5 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

$2x \quad = 12 \rightarrow x = \dfrac{12}{2} \rightarrow x = 6$

$6 + y = 3 \rightarrow y = 3 - 6 \rightarrow y = -3$

Solución: $x = 6, \; y = -3$

b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 6x - 2y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x + 10y = -18 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$

$8y = -24 \rightarrow y = \dfrac{-24}{8} \rightarrow y = -3$

$3x - 5 \cdot (-3) = 9 \rightarrow 3x + 15 = 9 \rightarrow 3x = 9 - 15 \rightarrow 3x = -6 \rightarrow x = \dfrac{-6}{3} \rightarrow x = -2$

Solución: $x = -2, \; y = -3$

c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$

$20x \quad = 4 \rightarrow x = \dfrac{4}{20} \rightarrow x = \dfrac{1}{5}$

$10 \cdot \dfrac{1}{5} - 3y = 1 \rightarrow 2 - 3y = 1 \rightarrow 2 - 1 = 3y \rightarrow 3y = 1 \rightarrow y = \dfrac{1}{3}$

Solución: $x = \dfrac{1}{5}, \; y = \dfrac{1}{3}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 2x + 5y = -35 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + 6y = -42 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$

$11y = -77 \rightarrow y = -7$

$x - 3 \cdot (-7) = 21 \rightarrow x + 21 = 21 \rightarrow x = 21 - 21 \rightarrow x = 0$

Solución: $x = 0, \; y = -7$

e) $\begin{cases} 5x + 4y = 6 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-3) \\ 3x - 7y = 13 \rightarrow \text{Multiplicamos por } 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -15x - 12y = -18 \\ 15x - 35y = 65 \end{cases}$

$-47y = 47 \rightarrow y = -1$

$5x + 4 \cdot (-1) = 6 \rightarrow 5x - 4 = 6 \rightarrow 5x = 6 + 4 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = \dfrac{10}{5} \rightarrow x = 2$

Solución: $x = 2, \; y = -1$

f) $\begin{cases} 8x + 3y = 5 \rightarrow \text{Multiplicamos por } 4 \\ 5x + 4y = 1 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 32x + 12y = 20 \\ -15x - 12y = -3 \end{cases}$

$17x \quad = 17 \rightarrow x = 1$

$8 \cdot 1 + 3y = 5 \rightarrow 3y = 5 - 8 \rightarrow 3y = -3 \rightarrow y = -1$

Solución: $x = 1, \; y = -1$

15 Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x + \ \ y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x = 2y \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 6y = 4x + 16 \end{cases}$

a) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x + y = 1 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-2) \end{cases} \to \begin{cases} \ \ 5x + 2y = -1 \\ -8x - 2y = -2 \end{cases}$$

$$\overline{-3x \qquad = -3} \ \to \ x = 1$$

$4 \cdot 1 + y = 1 \ \to \ y = 1 - 4 \ \to \ y = -3$

Solución: $x = 1, \ y = -3$.

Gráficamente, son dos rectas que se cortan en el punto $(1, -3)$.

b) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \ \to \ y = 5x - 1 \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$$

$3 + 2(5x - 1) = 10x \ \to \ 3 + 10x - 2 = 10x \ \to \ 1 + 10x = 10x \ \to \ 1 = 10x - 10x \ \to$

$\to \ 1 = 0x \ \to$ No tiene solución.

Gráficamente, son dos rectas paralelas.

c) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 5x = 2y \\ 3x - y = 0 \ \to \ y = 3x \end{cases}$$

$5x = 2 \cdot 3x \ \to \ 5x = 6x \ \to \ 0 = 6x - 5x \ \to \ x = 0$

$y = 3 \cdot 0 = 0$

Soluicón: $x = 0, \ y = 0$.

Gráficamente, son dos rectas que se cortan en el punto $(0, 0)$.

d) Vamos a resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 6y = 4x + 16 \end{cases} \to \begin{cases} 2x + 8 = 3y \\ 3y = 2x + 8 \end{cases}$$

$2x + 8 = 2x + 8 \ \to \ 2x - 2x = 8 - 8 \ \to \ 0x = 0 \ \to$ Infinitas soluciones.

Gráficamente son la misma recta.

16 Resuelve por el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + \ \ y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ \quad x - 0,5y = 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x + y) - 15 = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3(x - 1) + y = 8 \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases}$

a) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$$

$$5 \cdot 2 + \frac{4y}{3} = 14 \rightarrow 3\left(10 + \frac{4y}{3}\right) = 3 \cdot 14 \rightarrow 30 + 4y = 42 \rightarrow 4y = 42 - 30 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{4} \rightarrow y = 3$$

Solución: $x = 2,\ y = 3$

b) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 6x - 3y = 3 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \\ 3x + 6y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x - 6y = 6 \\ \ \ 3x + 6y = 9 \end{cases}$$

$$15x \qquad = 15 \rightarrow x = 1$$

$$3 \cdot 1 + 6y = 9 \rightarrow 6y = 9 - 3 \rightarrow 6y = 6 \rightarrow y = 1$$

Solución: $x = 1,\ y = 1$

c) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 5x + y = 6 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \\ 3x - 2y = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + 2y = 12 \\ \ \ 3x - 2y = 14 \end{cases}$$

$$13x \qquad = 26 \rightarrow x = \frac{26}{13} \rightarrow x = 2$$

$$5 \cdot 2 + y = 6 \rightarrow 10 + y = 6 \rightarrow y = 6 - 10 \rightarrow y = -4$$

Solución: $x = 2,\ y = -4$

d) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x - 0,5y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x = 0,5y \end{cases}$$

$$1,2 \cdot 0,5y + 0,7y = 13 \rightarrow 0,6y + 0,7y = 13 \rightarrow 1,3y = 13 \rightarrow y = \frac{13}{1,3} \rightarrow y = 10$$

$$x = 0,5 \cdot 10 \rightarrow x = 5$$

Solución: $x = 5,\ y = 10$

e) Vamos a simplificarlo y resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x+y) - 15 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15\left(\dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3}\right) = 15 \cdot 1 \\ 2x + 2y - 15 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6y - 5x = 15 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 6y = 15 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases} \rightarrow \text{ Multiplicamos por } (-3) \rightarrow \begin{cases} -5x + 6y = \ \ 15 \\ -6x - 6y = -48 \end{cases}$$

$$-11x \qquad = -33 \rightarrow x = \frac{-33}{-11} \rightarrow x = 3$$

$$2 \cdot 3 + 2y = 16 \rightarrow 6 + 2y = 16 \rightarrow 2y = 16 - 6 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = \frac{10}{2} \rightarrow y = 5$$

Solución: $x = 3,\ y = 5$

f) Vamos a simplificarlo y resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} 3(x-1) + y = 8 \\ \dfrac{x+1}{2} = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 3 + y = 8 \\ \dfrac{x+1}{2} = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 8 + 3 - 3x \\ \dfrac{x+1}{2} = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -3x + 11 \\ \dfrac{x+1}{2} = y \end{cases}$$

$$-3x + 11 = \frac{x+1}{2} \rightarrow 2 \cdot (-3x + 11) = 2 \cdot \left(\frac{x+1}{2}\right) \rightarrow -6x + 22 = x + 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 22 - 1 = x + 6x \rightarrow 21 = 7x \rightarrow x = \frac{21}{7} \rightarrow x = 3$$

$$y = -3 \cdot 3 + 11 = -9 + 11 \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 3,\ y = 2$

18 Resuelve como en el ejercicio anterior.

a) $\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2/x = y \\ x - y = 7/2 \end{cases}$

a) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 2 \\ x = \dfrac{12 - 5y}{2} \end{cases}$$

$$\frac{12 - 5y}{2} \cdot y = 2 \rightarrow 2\left(\frac{12 - 5y}{2} \cdot y\right) = 2 \cdot 2 \rightarrow y(12 - 5y) = 4 \rightarrow 12y - 5y^2 = 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 5y^2 - 12y + 4 = 0$$

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{10} = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{10} = \frac{12 \pm 8}{10}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{12 + 8}{10} \rightarrow y = \dfrac{20}{10} \rightarrow y = 2 \rightarrow x = 1 \\ y = \dfrac{12 - 8}{10} \rightarrow y = \dfrac{-4}{10} \rightarrow y = \dfrac{-1}{5} \rightarrow x = -10 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = -10 \\ y = \dfrac{-1}{5} \end{cases}$

b) Vamos a resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases} \to \begin{cases} x - 4 = y \\ y = 8 - x^2 \end{cases}$$

$$x - 4 = 8 - x^2 \to x^2 + x - 4 - 8 = 0 \to x^2 + x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$\to \begin{cases} x = \dfrac{-1+7}{2} \to x = \dfrac{6}{2} \to x = 3 \to y = -1 \\ x = \dfrac{-1-7}{2} \to x = \dfrac{-8}{2} \to x = -4 \to y = -8 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = -4 \\ y = -8 \end{cases}$

c) $\left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 3 \\ 3x + y = 5 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 3 \\ y = 5 - 3x \end{array}\right\} \to x^2 - (5 - 3x)^2 = 3 \to x^2 - (25 - 30x + 9x^2) = 3 \to$

$$\to -8x^2 + 30x - 25 = 3 \to 8x^2 - 30x + 28 = 0 \to$$

$$\to 4x^2 - 15x + 14 = 0$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 14}}{8} = \frac{15 \pm 1}{8} \begin{cases} x = 2 \to y = -1 \\ x = \dfrac{7}{4} \to y = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = \dfrac{7}{4} \\ y = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{2}{x} = y \\ x - y = \dfrac{7}{2} \end{cases} \to x - \dfrac{2}{x} = \dfrac{7}{2} \to 2x^2 - 4 = 7x \to 2x^2 - 7x - 4 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} \begin{cases} x = 4 \to y = \dfrac{1}{2} \\ x = -\dfrac{1}{2} \to y = -4 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ y $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -4 \end{cases}$

Página 128

Resuelve problemas

19 **Halla dos números naturales tales que su suma sea 154, y su cociente, $\frac{8}{3}$.**

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{8}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 3x - 8y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x + 8y = 1232 \\ 3x - 8y = 0 \end{cases} \rightarrow 11x = 1232 \rightarrow x = 112$$

$x + y = 154 \rightarrow 112 + y = 154 \rightarrow y = 42$

Los números buscados son 112 y 42.

20 **Halla una fracción que equivale a $\frac{1}{2}$ si se suma 1 al numerador y a $\frac{1}{3}$ si se suma 3 al denominador.**

Llamamos x al numerador de la fracción e y al denominador.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+1}{y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{x}{y+3} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x + 2 = y \\ 3x = y + 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x - y = -2 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -2x + y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 5 \rightarrow y = 2 \cdot 5 + 2 = 12$$

La fracción buscada es $\frac{5}{12}$.

21 **Sabemos que dos números suman 34. Si al mayor lo dividimos entre 3 y al menor entre 4, los resultados obtenidos se diferencian en 2 unidades. Halla dichos números.**

Llamamos x e y a los números.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 34 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4} = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 34 \\ 4x - 3y = 24 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x + 3y = 102 \\ 4x - 3y = 24 \end{array}\right\} \rightarrow 7x = 126 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 18 \rightarrow y = 34 - 18 = 16$$

El número mayor es 18, y el menor, 16.

22 **En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,50 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?**

Número de bocadillos de jamón $\rightarrow x$

Número de bocadillos de tortilla $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 52 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 3,50x + 2y = 149 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -104 \\ 3,50x + 2y = 149 \end{cases}$$

$$1,50x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{1,50} \rightarrow x = 30$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$30 + y = 52 \rightarrow y = 52 - 30 \rightarrow y = 22$

Se vendieron 30 bocadillos de jamón y 22 de tortilla.

23 **Si te doy 4 de mis libros, tú tendrás el doble que yo. Si tú me das 6 de los tuyos, yo tendré el doble que tú. ¿Cuántos libros tenemos cada uno?**

	TÚ	YO	
TENEMOS	x	y	
SI TE DOY 4	$x+4$	$y-4$	→ *Tú tienes el doble.*
SI ME DAS 6	$x-6$	$y+6$	→ *Yo tengo el doble.*

Llamamos x a los libros que yo tengo e y a los que tienes tú.

$$\left.\begin{array}{l} y+4=2(x-4) \\ x+6=2(y-6) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x-\ \ y=\ \ 12 \\ x-2y=-18 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -4x+2y=-24 \\ x-2y=-18 \end{array}\right\} \rightarrow -3x=-42 \rightarrow x=14 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\cdot 14-y=12 \rightarrow y=16$$

Yo tengo 14 libros y tú tienes 16.

24 **Una cooperativa ha envasado 2 000 L de aceite en botellas de 1,5 L y de 2 L. Sabemos que han utilizado 1 100 botellas en total. ¿Cuántas se han necesitado de cada clase?**

$x \rightarrow$ número de botellas de 1,5 L

$y \rightarrow$ número de botellas de 2 L.

$$\begin{cases} x+y=1100 \\ 1,5x+2y=2\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+2y=2\,200 \\ -1,5x-2y=-2000 \end{cases} \rightarrow 0,5x=200 \rightarrow x=400 \rightarrow y=700$$

Se han necesitado 400 botellas de 1,5 L y 700 de 2 L.

25 **Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto, y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?**

	ACIERTOS	FALLOS	TOTAL
NÚMERO	x	y	50
PUNTOS	$1\cdot x$	$-0,5\cdot y$	24,5

$$\begin{cases} x+y=50 \\ x-0,5y=24,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=50 \\ -x+0,5y=-24,5 \end{cases} \rightarrow 1,5y=25,5 \rightarrow y=17 \rightarrow x=33$$

He tenido 33 aciertos y 17 fallos.

26 **Una empresa que fabrica bombillas obtiene un beneficio de 0,30 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,40 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,40 €.**

¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

	VÁLIDAS	DEFECTUOSAS	TOTAL
NÚMERO	x	y	…
BENEFICIOS	$0{,}30x$	$-0{,}40y$	…

Número de bombillas válidas $\rightarrow$ x

Número de bombillas defectuosas $\rightarrow$ y

$$\begin{cases} x + y = 2100 \\ 0{,}30x - 0{,}40y = 484{,}40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2100 - x \\ 0{,}30x - 0{,}40y = 484{,}40 \end{cases}$$

$0{,}30x - 0{,}4 \cdot (2\,100 - x) = 484{,}40 \rightarrow 0{,}30x - 840 + 0{,}40x = 484{,}40 \rightarrow$

$\rightarrow 0{,}70x = 484{,}40 + 840 \rightarrow 0{,}70x = 1\,324{,}40 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1\,324{,}40}{0{,}70} \rightarrow x = 1\,892$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$1\,892 + y = 2\,100 \rightarrow y = 2\,100 - 1\,892 \rightarrow y = 208$

Se han fabricado 1 892 bombillas válidas y 208 defectuosas.

27 **Los estudiantes de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42 % de los estudiantes de ESO y el 52 % de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres.**

Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

Estudiantes de ESO → x. Chicas → 0,42x

Estudiantes de Bachillerato → y. Chicas → 0,52y

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{x + y} &= \boldsymbol{\ldots} \\ \boldsymbol{0{,}42x + 0{,}52y} &= \boldsymbol{\ldots} \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{cases} x + y = 420 \\ 0{,}42 + 0{,}52y = 196 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -0{,}42x - 0{,}42y = -176{,}4 \\ 0{,}42x + 0{,}52y = 196 \end{cases} \rightarrow 0{,}1y = 19{,}6 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0{,}1y = 19{,}6 \rightarrow y = 196 \rightarrow x = 224$$

En ESO hay 224 estudiantes, y en bachillerato, 196.

28 **He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18% de descuento, y el pantalón, un 22 %.**

¿Cuál era el precio original de cada artículo?

Coste camiseta → x. Rebajada un 18 % → 0,82 · x

Coste pantalón → y. Rebajado un 22 % → 0,78 · y

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 0,82 + 0,78y = 55,72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -0,78x - 0,78y = -54,6 \\ 0,82x + 0,78y = 55,72 \end{cases} \rightarrow 0,04x = 1,12 \rightarrow x = 28 \rightarrow y = 42$$

La camiseta costaba 28 €, y el pantalón, 42 €

29 **María ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15 %. Marta ha comprado otro abrigo 25 € más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20 %, con lo que solo ha pagado 8 € más que María. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?**

Abrigo de María → x. Rebajado un 15 % → 0,85x

Abrigo de Marta → y. Rebajado un 20 % → 0,80y

$$\begin{cases} y = x + 25 \\ 0,85x + 8 = 0,8y \end{cases}$$

$$0,85x + 8 = 0,8(x + 25) \rightarrow 0,85x + 8 = 0,8x + 20 \rightarrow 0,85x - 0,8x = 20 - 8 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,05x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{0,05} \rightarrow x = 240 \text{ €}$$

$y = 240 + 25 \rightarrow y = 265$ €

El abrigo de María costaba 240 € y el de Marta 265 €.

Página 129

30 Por un pantalón y unos zapatos, he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14 %, entonces sería el 75 % del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?

Llamamos x al precio del pantalón e y al de los zapatos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=126 \\ 1,14x=0,75y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y=126-x \\ 1,14x=0,75(126-x) \end{array}\right\} 1,14x=94,5-0,75x \to$$

$$\to 1,89x=94,5 \to x=50 \to y=76$$

Por el pantalón he pagado 50 €, y por los zapatos, 76 €.

31 Un comercio compró 35 juegos de un tipo y 25 de otro pagando por ellos 1 220 €.

Con la venta de los primeros ganó un 25 % y con la venta de los segundos perdió un 5 %, de forma que obtuvo 170 € de ganancia sobre el precio de compra.

Calcula el precio de compra de cada tipo de juego.

$x \to$ precio de los juegos del primer tipo. $1,25x \to$ ganó un 25 %.

$y \to$ precio de los juegos del segundo tipo. $0,95x \to$ perdió un 25 %.

$$\begin{cases} 35x+25y=1220 \\ 35\cdot 1,25x+25\cdot 0,95y=1220+170 \end{cases} \to \begin{cases} 35x+25y=1220 \\ 43,75x+23,75y=1390 \end{cases} \to y=\frac{1220-35x}{25}$$

$$43,75x+23,75\cdot\frac{1220-35x}{25}=1390 \to 1\,093,75x+28\,975-831,25x=34\,750 \to$$

$$\to 262,5x+5\,775 \to x=22$$

$$y=\frac{1\,220-35\cdot 22}{25}=18$$

El precio del primer tipo de juego fue 22 €, y del segundo, 18 €.

32 Entre dos autobuses viajan 120 personas. Si del más lleno se trasladan los 2/5 al otro, los dos llevarán el mismo número de personas. ¿Cuántas personas llevaba cada autobús?

	BÚS I	BÚS II	
SIN TRASLADO	x	y	$\to$ ***120***
CON TRASLADO	$x-\frac{2x}{5}$	$y+\frac{2x}{5}$	$\to$ ***Iguales***

Llamamos x e y al número de pasajeros de cada autobús.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=120 \\ x-\frac{2x}{5}=y+\frac{2x}{5} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x+y=120 \\ 5x-2x=5y+2x \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x+y=120 \\ x-5y=0 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{l} x+y=120 \\ -x+5y=0 \end{array}\right\} \to 6y=120 \to y=20 \to x=120-20=100$$

El autobús que más pasajeros llevaba, llevaba 100, y el que menos, 20.

33 **La suma de las edades de una madre y de su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?**

	MADRE	HIJO	
HOY	x	y	$\to$ *56*
HACE 10 AÑOS	$x - 10$	$y - 10$	$\to$ *$x - 10 = 5(y - 10)$*

$$\begin{cases} x + y = 56 & \to \; x = 56 - y \\ x - 10 = 5\,(y - 10) \end{cases}$$

$56 - y - 10 = 5y - 50 \;\to\; 96 = 6y \;\to\; y = 16$

$x = 56 - 16 = 40$

La madre tiene 40 años, y el hijo, 16.

34 **La edad de Carmen es el triple de la de su hija Maite. Pero dentro de 15 años será el doble de la que entonces tenga su hija. ¿Cuál es la edad de cada una?**

Llamamos x a la edad de Maite e y a la de Carmen.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + 15 = 2\,(y + 15) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x = 2y + 15 \end{array}\right\} \to 3y = 2y + 15 \;\to\; y = 15$$

Maite tiene 15 años y su madre, Carmen, tiene 45.

35 **Una bodeguera ha mezclado dos cubas de vino, la primera de mejor calidad, a 3 €/litro, y la segunda, de calidad inferior, a 2,20 €/litro. De esta forma ha obtenido 16 hL de un vino de calidad intermedia que sale a 2,50 €/litro. ¿Cuál era el contenido de cada cuba?**

	1.er TIPO	2.o TIPO	MEZCLA
CANTIDAD	x	y	1 600
PRECIO	3	2,2	2,5
COSTE	$3x$	$2{,}2y$	$2{,}5 \cdot 1\,600$

	CANTIDAD (L)	PRECIO (€/L)	COSTE (€)
1.er TIPO	x	3	$3x$
2.o TIPO	y	2,2	$2{,}2y$
MEZCLA	$x + y = 1\,600$	2,5	$3x + 2{,}2y = 2{,}5 \cdot 1\,600$

$$\begin{cases} x + y = 1600 \;\to\; \text{Multiplicamos por } (-3) \\ 3x + 2{,}2y = 4\,000 \end{cases} \to \begin{cases} -3x - 3y = -4\,800 \\ 3x + 2{,}2y = 4\,000 \end{cases}$$

$$-0{,}8y = -800 \;\to\; y = \frac{-800}{-0{,}8} \;\to\; y = 1\,000$$

$x + 1\,000 = 1\,600 \;\to\; x = 1\,600 - 1\,000 \;\to\; x = 600$

La cuba de mejor calidad contenía 600 litros y la de menor calidad 1 000 litros.

36 **Si en un depósito que contiene agua a 50 °C añadimos agua a 15 °C, obtenemos 150 L a 36 °C. ¿Cuántos litros había en el depósito y cuántos hemos añadido?**

$x \rightarrow$ litros que había en el depósito.

$y \rightarrow$ litros que añadimos.

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 50x + 15y = 36 \cdot 150 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -15x - 15y = -2250 \\ 50x + 15y = 5400 \end{cases} \rightarrow$$

$\rightarrow\ 35x = 3150\ \rightarrow\ x = 90$

$90 + y = 150\ \rightarrow\ y = 60$

En el depósito había 90 L y hemos añadido 60 L.

37 **Se ha fundido una cadena de oro del 80 % de pureza con un anillo del 64 % de pureza. Así se han obtenido 12 gramos de oro de una pureza del 76 %. ¿Cuántos gramos pesaba la cadena y cuántos el anillo?**

Peso de la cadena → x. Cantidad de oro → 0,80x

Peso de anillo → y. Cantidad de oro → 0,64y

Peso total → 12 g. Cantidad de oro → 0,76 · 12

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 0,8x + 0,64y = 0,76 \cdot 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -0,64x - 0,64y = -7,68 \\ 0,8x + 0,64y = 9,12 \end{cases} \rightarrow$$

$\rightarrow\ 0{,}16x = 1{,}44\ \rightarrow\ x = 9\ \rightarrow\ y = 3$

La cadena pesaba 9 gramos, y el anillo, 3 gramos.

39 **Un tren regional sale de una estación a una velocidad de 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo.**

(Resuélvelo mediante un sistema de ecuaciones. Después, si quieres, resuélvelo directamente con una ecuación, observando que la velocidad de alcance es 25 km/h).

- Con dos incógnitas:

	VELOCIDAD	TIEMPO	ESPACIO
TREN REGIONAL	85	x	y
TREN RÁPIDO	110	$x - 0,5$	y

$$\begin{cases} 85x = y \\ 110\,(x - 30) = y \end{cases} \rightarrow\ 85x = 110\,(x - 0,5)\ \rightarrow\ 85x = 110x - 55\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ 25x = 55\ \rightarrow\ x = 2{,}2$$

$y = 85 \cdot 2{,}2 = 187$

El segundo tren tardará en alcanzar al primero 2,2 – 0,5 = 1,7 horas.

Recorrerá 187 km hasta lograrlo.

- Para resolverlo con una ecuación, tenemos en cuenta que cuando arranca el segundo tren el primero ha recorrido 85 · 0,5 = 42,5 km. Por tanto, hay que recorrer 42,5 km a una velocidad de alcance de 25 km/h.

$25 \cdot t = 42{,}5\ \rightarrow\ t = 1{,}7$ h

El segundo tren dardará en alcanzar al primero 1,7 h y habrá recorrido 1,7 · 110 = 187 km.

Página 130

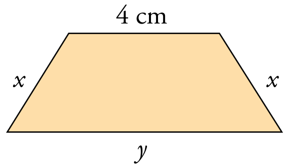
40 Dos ciudades, A y B, distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y, simultáneamente, sale de B un tren en dirección a A. Tardan en cruzarse 1 h y 30 min. ¿Cuál es la velocidad de cada uno si la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?

$$\begin{cases} x = v \cdot 1{,}5 \\ 234 - x = (v+5) \cdot 1{,}5 \end{cases} \rightarrow 234 - 1{,}5v = 1{,}5v - 7{,}5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 234 - 7{,}5 = 3v \rightarrow v = \frac{226{,}5}{3} = 75{,}5 \text{ km/h}$$

El tren va a 75,5 km/h, y el autobús, a 80,5 km/h.

41 El perímetro de este trapecio es de 24 cm. La base mayor mide lo mismo que la suma de los dos lados iguales. Halla las longitudes de todos los lados del trapecio.



Medida de un lado $\rightarrow x$

Medida de la base mayor $\rightarrow y$

$$\begin{cases} 2x + y + 4 = 24 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x + 2x + 4 = 24 \rightarrow 4x + 4 = 24 \rightarrow 4x = 24 - 4 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{4} \rightarrow x = 5$$

$$y = 2 \cdot 5 = 10$$

Los lados iguales miden 5 cm y la base mayor 10 cm.

42 La diferencia de dos números es 2, y la de sus cuadrados, 20. Halla esos números.

Los números son x e y.

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 + y \\ (2+y)^2 - y^2 = 20 \end{cases} \rightarrow 4 + 4y + y^2 - y^2 = 20 \rightarrow 4y = 16 \rightarrow y = 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 6$$

Los números son 6 y 4.

43 La suma de dos números es 36, y su producto, 275. ¿Qué números son?

Un número $\rightarrow x$

Otro número $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x \cdot y = 275 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 36 - x \\ x \cdot y = 275 \end{cases}$$

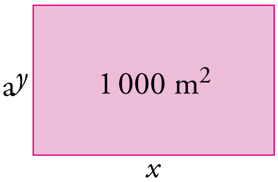
$$x \cdot (36 - x) = 275 \rightarrow 36x - x^2 = 275 \rightarrow x^2 - 36x + 275 = 0$$

$$x = \frac{-(-36) \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 275}}{2 \cdot 1} = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 1100}}{2} = \frac{36 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{36 \pm 14}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{36 + 14}{2} \rightarrow x = \dfrac{50}{2} \rightarrow x = 25 \rightarrow y = \dfrac{275}{25} = 11 \\ x = \dfrac{36 - 14}{2} \rightarrow x = \dfrac{22}{2} \rightarrow x = 11 \rightarrow y = \dfrac{275}{11} = 25 \end{cases}$$

Los números buscados son 11 y 25.

44 **Una parcela rectangular tiene un perímetro de 130 m y un área de 1 000 m². ¿Cuáles son sus dimensiones?**

a 

Perímetro = 130 m

$$\begin{cases} 2x + 2y = 130 \\ x \cdot y = 1000 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 65 \\ x \cdot y = 1000 \end{cases} \to \begin{cases} y = 65 - x \\ x \cdot y = 1000 \end{cases}$$

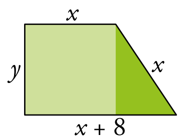
$$x \cdot (65 - x) = 1\,000 \to 65x - x^2 = 1\,000 \to x^2 - 65x + 1\,000 = 0$$

$$x = \frac{-(-65) \pm \sqrt{(-65)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1000}}{2 \cdot 1} = \frac{65 \pm \sqrt{4225 - 4000}}{2} = \frac{65 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{65 \pm 15}{2}$$

$$\to \begin{cases} x = \dfrac{65 + 15}{2} \to x = \dfrac{80}{2} \to x = 40 \to y = \dfrac{1000}{40} = 25 \\[2ex] x = \dfrac{65 - 15}{2} \to x = \dfrac{50}{2} \to x = 25 \to y = \dfrac{1000}{25} = 40 \end{cases}$$

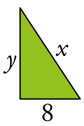
La parcela mide 25 m de largo y 40 m de ancho.

45 **El perímetro de este trapecio mide 44 cm. Calcula el área.**



Aplica el teorema de Pitágoras en el triángulo más oscuro.

Aplicamos el Teorema de Pitágoras en el triángulo oscuro:



$$x^2 = y^2 + 8^2$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{cases} x + 8 + x + x + y = 44 \\ x^2 = y^2 + 8^2 \end{cases} \to \begin{cases} 3x + y = 36 \\ x^2 = y^2 + 64 \end{cases} \to \begin{cases} y = 36 - 3x \\ x^2 = y^2 + 64 \end{cases}$$

$$x^2 = (36 - 3x)^2 + 64 \to x^2 = 1\,296 - 216x + 9x^2 + 64 \to 9x^2 - x^2 - 216x + 1\,360 = 0 \to$$

$$\to 8x^2 - 216x + 1\,360 = 0$$

$$x = \frac{-(-216) \pm \sqrt{(-216)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1360}}{2 \cdot 8} = \frac{216 \pm \sqrt{46\,656 - 43\,520}}{16} = \frac{216 \pm \sqrt{3136}}{16} = \frac{216 \pm 56}{16}$$

$$\to \begin{cases} x = \dfrac{216 + 56}{16} \to x = \dfrac{272}{16} \to x = 17 \to y = 36 - 3 \cdot 17 = -15 \to \text{No vale} \\[2ex] x = \dfrac{216 - 56}{16} \to x = \dfrac{160}{16} \to x = 10 \to y = 36 - 3 \cdot 10 = 6 \end{cases}$$

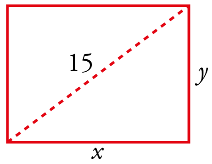
Descartamos la primera solución porque una medida no puede ser negativa.

Calculamos el área del trapecio:

$$\text{Área} = \frac{10 + (10 + 8)}{2} \cdot 6 = 28 \cdot 3 = 84 \text{ cm}^2$$

El área del trapecio es 84 cm².

46 **La diagonal de un rectángulo mide 15 cm, y su perímetro, 42 cm. Calcula sus lados.**



$$\begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 + (21 - x)^2 = 225 \end{cases} \to x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225 \to$$

$$\to 2x^2 - 42x + 216 = 0 \to x^2 - 21x + 108 = 0 \to$$

$$\to x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 432}}{2} = \frac{21 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = 9 \end{cases}$$

Si $x = 12$, $y = 21 - 12 = 9$.

Si $x = 9$, $y = 21 - 9 = 12$.

Los lados del rectángulo miden 9 cm y 12 cm, respectivamente.

47 **En un triángulo rectángulo, la diferencia entre la medida de sus catetos es de 6 cm. Si la hipotenusa mide 30 cm, ¿cuánto miden los catetos?**

Llamamos x e y a la verdad de los catetos.

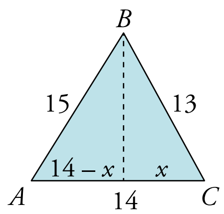
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + y^2 = 30^2 \end{cases} \to \begin{cases} x = 6 + y \\ (6 + y)^2 + y^2 = 900 \end{cases} \to 36 + 12y + y^2 + y^2 = 900 \to$$

$$\to 2y^2 + 12y - 864 = 0 \to y^2 + 6y - 432 = 0$$

$$y = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-432)}}{2} = \frac{-6 \pm 42}{2} \begin{cases} y = 18 \to x = 24 \\ y = -24 \quad \text{No vale.} \end{cases}$$

Los catetos miden 24 cm y 18 cm.

48 **¿Cuánto mide la altura del triángulo que parte de B? Todas las medidas están dadas en centímetros.**



Llamamos y a la altura pedida.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 13^2 \\ (14 - x)^2 + y^2 = 15^2 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 169 \\ -28x + x^2 + y^2 = 29 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{l} y^2 = 169 - x^2 \\ y^2 = 29 - 28x - x^2 \end{array}\right\} \to 169 - x2 = 29 - 28x - x2 \to 140 = 28x \to x = 5$$

$$25 + y^2 = 169 \to y^2 = 169 - 25 = 144 \to y = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

Como la altura no puede tomar un valor negativo, la única solución válida es 12 cm.

49 **Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y su altura aumenta 20 cm, se convierte en un cuadrado. Y si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm, su área disminuye 400 cm^2. Halla las dimensiones del rectángulo.**

Llamamos x a la medida de la base e y a la de la altura.

$$\begin{cases} x - 80 = y + 20 \\ (x - 60)(y + 20) = xy - 400 \end{cases} \to \begin{cases} x = y + 100 \\ xy + 20x - 60y - 1\,200 = xy - 400 \end{cases} \to \begin{cases} x = y + 100 \\ 20x - 60y = 800 \end{cases}$$

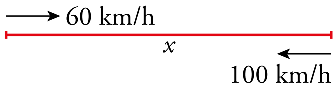
$$x = y + 100 \to 20(y + 100) - 60y = 800 \to 20y + 2\,000 - 60y = 800 \to -40y = -1\,200 \to$$

$$\to y = 30 \to x = 130$$

La base del rectángulo mide 130 cm, y la altura, 30 cm.

51 **Un autobús escolar hace la ruta entre dos pueblos, A y B. Cuando va lleno, lleva una velocidad media de 60 km/h y tarda 15 min más que si va vacío. Si cuando va vacío va a 100 km/h, ¿cuál es la distancia entre A y B?**

	ESPACIO (en km)	VELOCIDAD (en km/h)	TIEMPO (en h)
LLENO	x	60	$t + 1/4$
VACÍO	x	100	t



$$\left.\begin{array}{l} x = 60t \\ x = 100\,(t - 0{,}25) \end{array}\right\} \rightarrow 60t = 100t - 25 \rightarrow 40t = 25 \rightarrow t = 0{,}625 \rightarrow x = 60 \cdot 0{,}625 = 37{,}5$$

La distancia entre A y B es 37,5 km.

52 **Una empresa recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para una fecha determinada. Al planificar la producción, la gerente advierte que si se fabricasen 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo. Pero que si se fabricasen 260 macetas diarias, sobrarían 80. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron?**

Llamamos x al número de días de plazo e y al número de macetas.

$$\left.\begin{array}{l} 250x - y = -150 \\ 260x - y = 80 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -250x + y = 150 \\ 260x - y = 80 \end{array}\right\} \rightarrow 10x = 230 \rightarrow x = 23 \rightarrow y = 5\,900$$

Tienen 23 días de plazo para un encargo de 5 900 macetas.

53 **En un restaurante han preparado dos kilos de hamburguesas grandes y otros dos de hamburguesas pequeñas. Una de las grandes pesa 20 gramos más que una de las pequeñas y en total han salido 45 piezas. ¿Cuántas han hecho de cada tipo?**

$x \rightarrow$ número de hamburguesas pequeñas, que pesan $\dfrac{2000}{x}$ g.

$y \rightarrow$ número de hamburguesas grandes, que pesan $\dfrac{2000}{y}$ g.

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ \dfrac{2000}{x} + 20 = \dfrac{2000}{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 45 - y \\ \dfrac{100}{x} + 1 = \dfrac{100}{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 45 - y \\ 100y + xg = 100x \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 100y + (45 - y) \cdot y = 100(45 - y) \rightarrow 100y + 45y - y^2 = 4\,500 - 100y \rightarrow$$

$$\rightarrow y^2 - 245y + 4\,500 = 0 \begin{array}{l} y = 20 \rightarrow x = 25 \\ y = 225 \quad \text{(No vale)} \end{array}$$

Se han hecho 25 hamburguesas pequeñas y 20 grandes.

AUTOEVALUACIÓN

Página 131

1 **¿Verdadero o falso?**

a) Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene una sola solución.

b) Al representar en el plano cartesiano las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas, se obtiene una recta.

c) Las soluciones de la ecuación $x = 0$ coinciden con el eje horizontal (de abscisas).

d) La solución de un sistema indeterminado coincide con el punto de corte de las rectas que lo representan.

e) En el plano cartesiano, el punto de corte de dos rectas coincide con la solución del sistema que forman sus correspondientes ecuaciones.

f) Las ecuaciones de dos rectas paralelas forman un sistema con infinitas soluciones.

a) Falso. Tiene infinitas soluciones (todos los puntos de la recta que la representa).

b) Verdadero.

c) Falso. Coinciden con el eje vertical.

d) Falso. Un sistema indeterminado tiene infinitas soluciones.

e) Verdadero.

f) Falso. Dos rectas paralelas representan a un sistema sin solución

2 **Resuelve estos sistemas; el primero por sustitución, el segundo por reducción y el tercero por igualación:**

a) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 3y = 0 \ \to \ x = -3y \\ 2x + y = -5 \ \to \ 2(-3y) + y = -5 \ \to \ -6y + y = -5 \ \to \ y = 1 \end{cases}$

$x = -3 \cdot 1 = -3$

Solución: $x = -3$, $y = 1$.

b) $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \to \begin{cases} x + 3y = -4 \\ -x + 2y = -6 \end{cases}$

$5y = -10 \ \to \ y = -2$

$x + 3 \cdot (-2) = -4 \ \to \ x = 2$

Solución: $x = 2$, $y = -2$.

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 2x - y = -4 \end{cases} \to \begin{cases} y = \dfrac{2-4x}{3} \\ y = 2x + 4 \end{cases} \to \dfrac{2-4x}{3} = 2x + 4 \ \to$

$\to \ 2 - 4x = 6x + 12 \ \to \ 10x = -10 \ \to \ x = -1$

$y = 2(-1) + 4 = 2$

Solución: $x = -1$, $y = 2$.

3 **Resuelve este sistema de ecuaciones no lineales:**

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \ \rightarrow \ x = 5 + y \\ x^2 + y^2 = 13 \ \rightarrow \ (5 + y)^2 + y^2 = 13 \ \rightarrow \ 25 + 10y + y^2 + y^2 = 13 \ \rightarrow \end{cases}$$

$$\rightarrow \ 2y^2 + 10y + 12 = 0 \ \rightarrow \ y^2 + 5y + 6 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \begin{cases} y = -2 \ \rightarrow \ x = 3 \\ y = -3 \ \rightarrow \ x = 2 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

4 **El precio en un museo es 7 € la entrada adulta y 3 € la infantil. El martes visitaron el museo 235 personas y se recaudaron 1 485 €. ¿Cuántas entradas adultas y cuántas infantiles se vendieron?**

$x \rightarrow$ personas adultas.

$y \rightarrow$ niños y niñas.

$$\begin{cases} x + y = 235 \\ 7x + 3y = 1485 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x - 3y = -705 \\ 7x + 3y = 1485 \end{cases}$$

$$4x \quad = 780 \ \rightarrow \ x = 195$$

$195 + y = 235 \ \rightarrow \ y = 40$

Se vendieron 195 entradas adultas y 40 infantiles.

5 **Roberto sale a pasear en bici a 8 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarle su hija, también en bici, a 20 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarle y qué distancia habrá recorrido hasta conseguirlo?**

(Resuélvelo mediante un sistema de ecuaciones. Después, si quieres, vuelve a resolverlo con una ecuación, teniendo en cuenta la velocidad de alcance a la que la hija se acerca al padre y la distancia que debe recuperar).

	VELOCIDAD	TIEMPO	DISTANCIA
ROBERTO	8	$x + 0{,}25$	y
HIJA	20	x	y

$$\begin{cases} 8 \cdot (x + 0{,}25) = y \\ 20x = y \end{cases} \rightarrow \ 8(x + 0{,}25) - 20x \ \rightarrow \ 8x + 2 = 20x \ \rightarrow \ x = \frac{1}{6} \text{ h} = 10 \text{ mín}$$

$$y = 20 \cdot \frac{1}{6} = 3{,}33 \text{ km}$$

Tarda 10 mín en alcarle y habrá recorrido 3,33 km.

6 **El perímetro de una parcela rectangular es 80 m, y el área, 375 m². ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?**

Llamamos x e y a las dimensiones del rectángulo.

$$\begin{cases} 2(x+y) = 80 \;\rightarrow\; x = 40 - y \\ x \cdot y = 375 \;\rightarrow\; (40-y)\cdot y = 375 \;\rightarrow\; 40y - y^2 = 375 \;\rightarrow \end{cases}$$

$$\rightarrow\; y^2 - 40y + 375 = 0$$

$$y = \frac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4\cdot 1\cdot 375}}{2} = \frac{40 \pm 10}{2} \begin{cases} y = 25 \\ y = 15 \end{cases}$$

Si $y = 25$, $x = 15$. Si $y = 15$, $x = 25$.

La parcela mide 25 m de largo y 15 m de ancho.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

Página 131

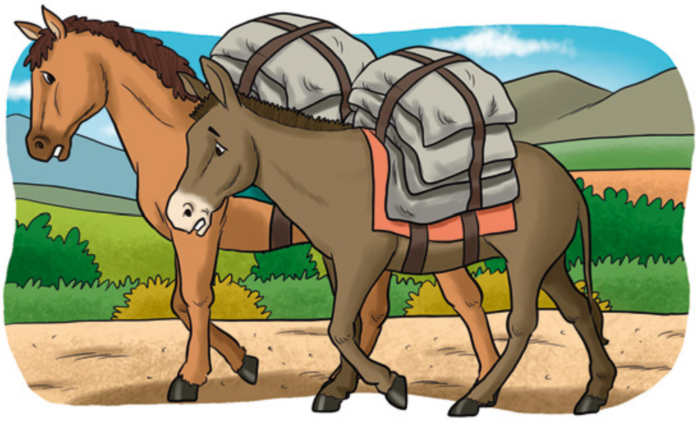
Acertijo...

- **Un caballo y un mulo, cargados con sacos, iban juntos. El caballo se quejaba de su carga, y el mulo le dijo:**

  — ***¿De qué te quejas? Si yo cargara con uno de tus sacos, mi carga sería el doble de la tuya. En cambio, si tú cargaras con uno de los míos, tu carga sería igual que la mía.***

  ¿Cuántos sacos llevaba cada uno?

  Intenta resolverlo de cabeza, tanteando con números sencillos. Después, tanto si has sido capaz de llegar a la solución como si no, resuélvelo mediante un sistema de ecuaciones.



- El caballo carga $\rightarrow$ x sacos

  El mulo carga $\rightarrow$ y sacos

$$\begin{cases} 2(x-y)=y+1 \\ x+y=y-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-2=y+1 \\ x-y=-1-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y=2+1 \\ x-y=-2 \end{cases} \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-1) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ -x+y=2 \end{cases}$$

$$x \quad = 5 \rightarrow -5+y=2 \rightarrow y=7$$

El caballo carga con 5 sacos y el mulo con 7.