9 FUNCIONES ACADÉMICAS

2 LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

Página 136

1 Observa la gráfica del helicóptero y responde:

a) ¿Cuánto tiempo ha empleado en realizar la misión?

b) ¿A qué altura estaba a los 20 min? ¿A qué altura baja a coger agua? ¿Y para apagar el fuego?

c) ¿Cuánto tiempo necesita para llenar de agua el depósito? ¿Y para soltarla sobre el fuego?

d) ¿A qué velocidad media (en m/min) sube desde que sale de la base hasta que llega a 300 m de altura?

a) Ha empleado 27 minutos.

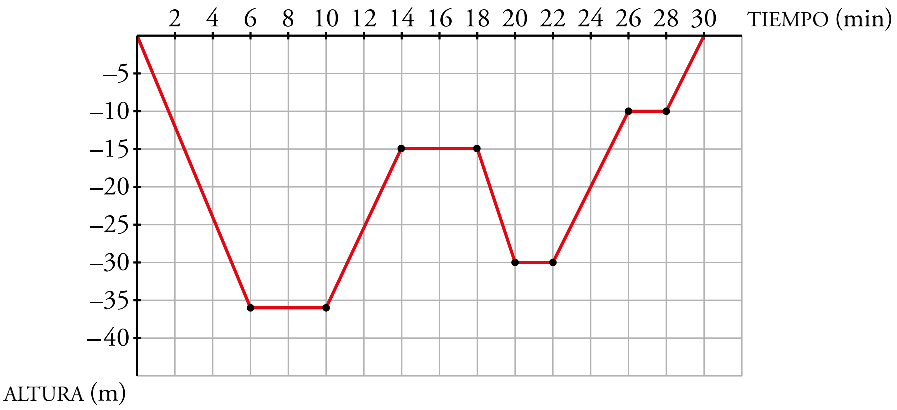
b) A los 20 min estaba a 60 metros. Baja a coger agua a 10 metros. Para apagar el fuego se sitúa a 60 metros.

c) Necesita 2 minutos para llenar el depósito. Para soltar el agua necesita 1,5 minutos, aproximadamente.

d) $v = \dfrac{300 \text{ m}}{3 \text{ min}} = 100 \text{ m/min}$

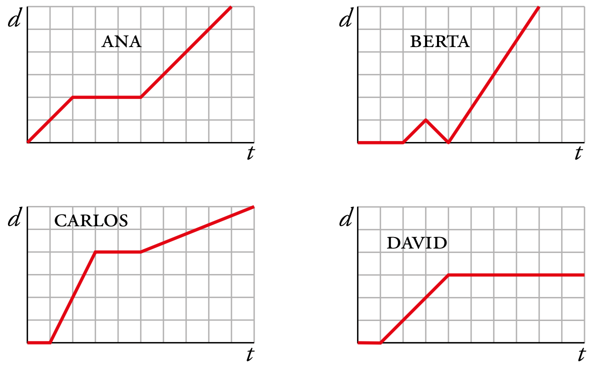
2 Representa en unos ejes cartesianos los 30 minutos que ha estado en inmersión un buceador: sale del barco; baja hasta 36 m; se queda un rato recreándose con los corales; sube un poco y juega con unos delfines; vuelve a bajar porque ha visto una morena y, por último, se queda 2 min a 10 m de profundidad, antes de volver al barco, para realizar la descompresión.

En el eje horizontal, da 2 min a cada cuadradito. En el vertical (solo la parte negativa), 5 m por cuadradito.



Página 137

3 **Dos hermanas y dos hermanos de una familia van al mismo centro de estudios. Observa la gráfica distancia (*d*) - tiempo (*t*) de cada uno:**



A la vista de las gráficas, contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Quién ha salido antes?

b) ¿Quién ha llegado más tarde?

c) Dos han ido a buscar a sus amigos para ir a clase. ¿Quiénes son?

d) ¿A cuál se le ha olvidado algo en casa?

e) ¿Cuál no ha ido hoy a clase?

f) ¿Quién ha andado más lento en algún momento?

g) ¿Quién ha ido más rápido?

h) ¿Quién ha estado más tiempo sin moverse?

a) Ha salido antes Ana.

b) Ha llegado más tarde Carlos.

c) Ana y Carlos.

d) Se le ha olvidado algo a Berta.

e) No ha ido a clase David.

f) Ha andado más lento Carlos.

g) Berta ha ido más rápido.

h) David.

3 ASPECTOS RELEVANTES DE UNA FUNCIÓN

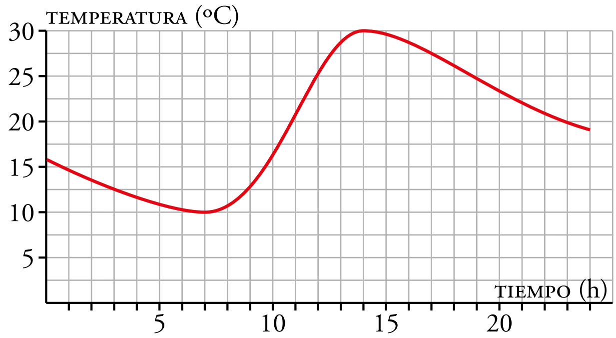
Página 138

1 La gráfica de la derecha da la temperatura en Jaca a lo largo de un día.

a) Indica los intervalos de tiempo en los que crece la temperatura y aquellos en los que decrece.

b) ¿Por qué crees que se producen esos aumentos y disminuciones de temperatura en esos tramos?

c) ¿Crees que en la ciudad es verano o invierno? Justifícalo.



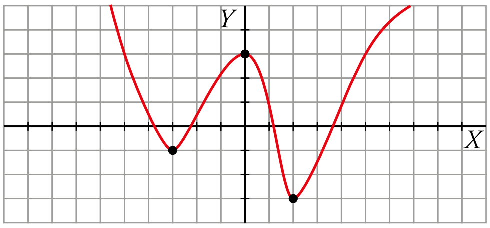
a) La temperatura en Jaca aumenta en el intervalo 7-14 horas y decrece en los intervalos 0-7 horas y 14-24 horas.

b) Por los cambios de temperatura a lo largo del día. Por la mañana las temperaturas van aumentando y, al acercarse la noche, las temperaturas disminuyen.

c) La temperatura más alta que alcanza son los 30 °C durante el día y la temperatura más baja que alcanza son los 10 °C. Por tanto, cuando se ha hecho esta gráfica era verano.

Página 139

2 **a) Indica en qué puntos de la gráfica hay máximos y mínimos relativos.**



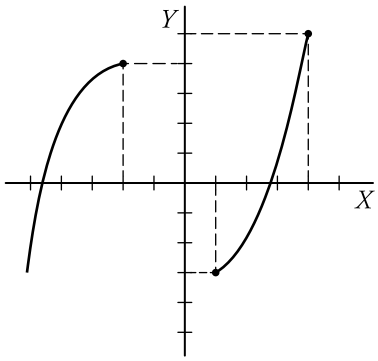
b) Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

a) Máximo relativo en (0, 3). Mínimos relativos en (–3, –1) y en (2, –3).

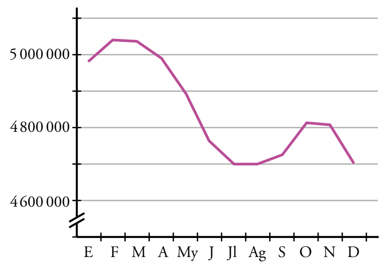
b) La función crece en (–3, 0) ∪ (2, +∞), y decrece en (–∞, –3) ∪ (∞, 2).

3 **Sobre unos ejes, dibuja una gráfica creciente que tenga dos máximos relativos en (–2, 4) y (4, 5) y un mínimo relativo en (1, –3).**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



4 Meta 8.5. **La siguiente gráfica muestra la tasa de paro en un cierto país en 2020:**



a) ¿En qué meses se encuentran los máximos y mínimos relativos?

b) ¿Qué crees que causa estas fluctuaciones en la tasa de paro?

c) ¿Has oído hablar del empleo estacional? Búscalo en Internet y relaciónalo con lo que ocurre en la gráfica.

a) Los máximos, en Marzo y Noviembre. Los mínimos, en Enero, Agosto y Diciembre.

b) El descenso en el paro lo provoca las campañas de Navidad y de verano.

c) El empleo estacional es el que se produce en determinadas épocas del año por estar asociado a una industria o sector económico donde la demanda de empleo es mucho más alta en unas temporadas que en otras.

Por ejemplo, en nuestra gráfica, la campaña comercial de Navidad o la campaña turística veraniega hacen que descienda mucho el paro.

Página 140

5 **La entrada al parque de atracciones vale 5 €, y por cada atracción hay que pagar 1 €.**

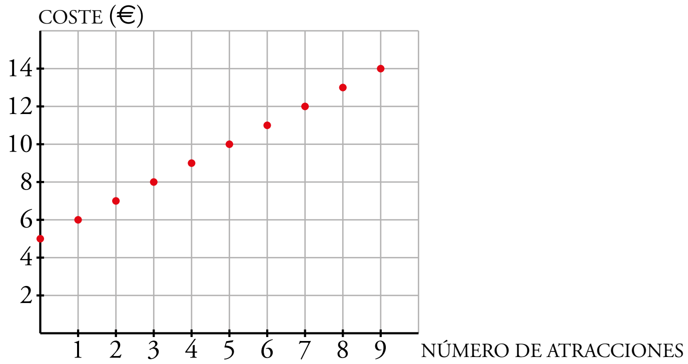
a) Representa esta función:

atracciones en las que se monta → coste

b) ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?

c) ¿Cuánto costará subir a 12 atracciones? ¿Y a 20?

a)



b) No pueden unirse porque una persona no puede montarse en media atracción o solo pagar medio viaje.

c) Subir a doce atracciones costará 5 € más un euro por atracción, es decir, 5 + 12 = 17 €.

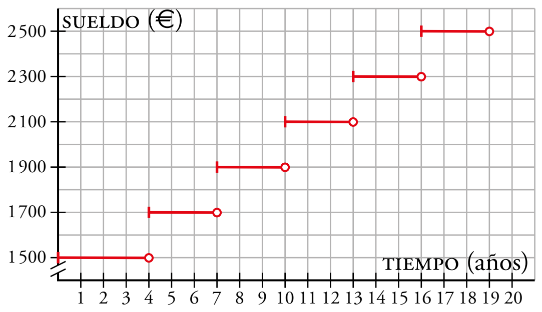
Subir a 20 atracciones costará 5 + 20 = 25 €.

6 **La gráfica de la derecha muestra el sueldo mensual de una persona en una empresa a lo largo de su vida.**

a) ¿Cuánto tiempo lleva la persona en la empresa cuando le suben el sueldo por primera vez?

b) ¿Cuánto gana a los 12 años de entrar? Suponiendo que se sigue la tendencia, ¿cuánto gana a los 20 años?

c) ¿Es una función continua?



a) Cuando le suben el sueldo por primera vez, la persona lleva en la empresa 4 años.

b) A los 12 años de entrar cobra 2 100 €, y a los 20, 2 500 €.

c) No, no es continua.

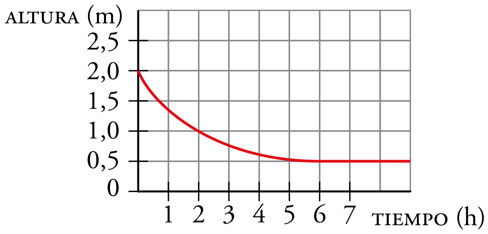
Página 141

7 **A un depósito cilíndrico de 2 m de alto lleno de agua se le hace un pequeño agujero a una distancia de 0,5 m de su base. El agua sale al principio con mucha presión, pero según se va vaciando el depósito, el agua va perdiendo presión hasta que, a las 4 h, el agujero rezuma solo un hilillo y no para hasta las 5 h.**

a) Representa la gráfica de la función:

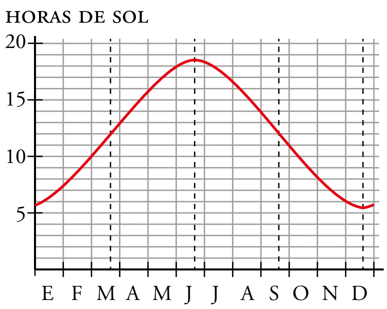
tiempo transcurrido → altura del agua

b) ¿A cuánto tiende la función? ¿En qué se traduce dicha tendencia?

a) 

b) La función tiende a 0,5 m, lo que quiere decir que la altura del agua en el depósito tiende a estabilizarse a 0,5 m.

8 **Esta gráfica muestra las horas de sol que hay a lo largo del año en Oslo (Noruega).**



a) ¿Es una función periódica? ¿Cuál es su periodo?

b) ¿Cuántas horas de sol hay en el solsticio de invierno? ¿Y en el de verano?

c) ¿Aproximadamente en qué momentos del año hay 14 horas de sol?

a) Sí, es periódica de periodo 1 año.

b) 5,5 h, aproximadamente, en el de invierno. En el de verano hay 18,5 h, aproximadamente.

c) A mitad de abril, y a finales de agosto y principios de septiembre.

4 EXPRESIÓN ANALÍTICA DE UNA FUNCIÓN

Página 142

1 Indica cuáles de los siguientes pares de valores corresponden a la base y al área de algún rectángulo del ejemplo anterior:

a) Base: $x = 1$ cm $\rightarrow$ Área: $A = 39$ cm^2

b) $x = 5 \rightarrow A = 35$

c) $x = 22 \rightarrow A = 396$

d) $x = 42 \rightarrow A = -84$

La fórmula que deben cumplir para que sean como el ejemplo anterior es $A = x(40 - x)$.

a) $1 \cdot 39 = 39 = A \rightarrow$ Sí es igual.

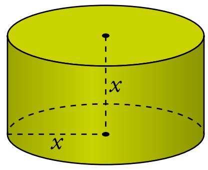
b) $5 \cdot 35 = 175 \neq 35 \rightarrow$ No es igual.

c) $22 \cdot 18 = 396 = A \rightarrow$ Sí es igual.

d) El área no puede ser negativa.

Página 143

2 **Imagina un cilindro cuya altura, x, sea igual al radio de su base.**



a) ¿Cuál es la expresión analítica de su volumen?

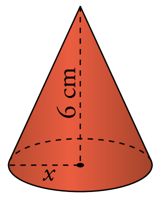
Recuerda que el volumen de un cilindro es el área de la base por la altura.

b) Obtén la expresión analítica del área del cilindro.

a) $V = \pi x^2 \cdot x \rightarrow V = \pi x^3$

b) $A_{\text{CILINDRO}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h \rightarrow A = 2\pi x^2 + 2\pi x^2 \rightarrow A = 4\pi x^2$

3 **Indica cuál es la expresión analítica del volumen de un cono sabiendo que su altura son 6 cm y el radio de su base es variable.**



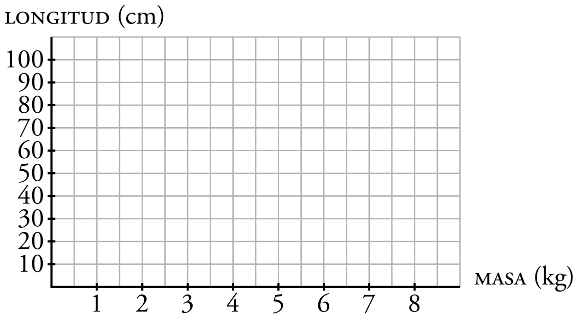
Recuerda que el volumen de un cono es 1/3 del área de la base por la altura.

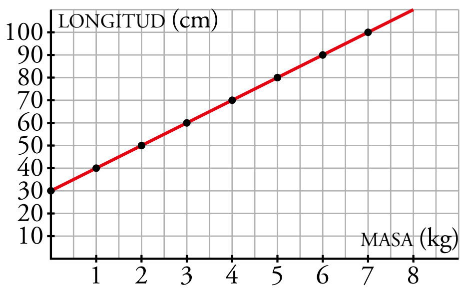
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi x^2 \cdot 6 \rightarrow V = 2\pi x^2$

4 **Un muelle mide 30 cm y se alarga otros 10 cm por cada kilogramo que se cuelga de él. Pero no se pueden colgar más de 7,5 kg.**

La función que relaciona la longitud, L, del muelle con la masa, m, que soporta es: $L = 30 + 10m$.

Represéntala en tu cuaderno en unos ejes cartesianos como estos:





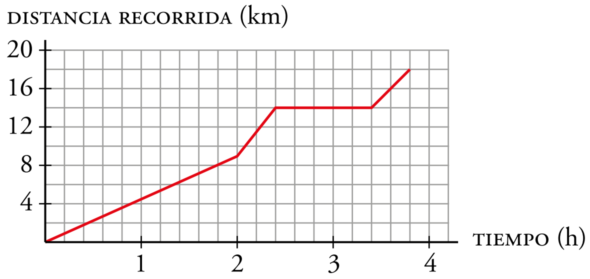
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 144

Practica

Interpretación de gráficas

1 **Ana sale a las 10:00 con la intención de subir una montaña para luego volver por el mismo camino hasta llegar al punto de partida. Esta gráfica muestra la distancia recorrida a lo largo de su caminata:**



a) ¿Cuánto tiempo dura la caminata? ¿A qué hora acaba de andar?

b) ¿Cuándo ha llegado a la cima?

c) ¿Qué distancia ha recorrido antes de parar a descansar? ¿Cuánto tiempo descansa?

d) ¿En qué intervalo de tiempo baja la cuesta más empinada?

e) Explica por qué la gráfica nunca es decreciente.

a) La caminita dura 4,8 h = 4 h 48 min. Acaba de andar a las 10 h + 3 h 48 min = 13 h 48 min.

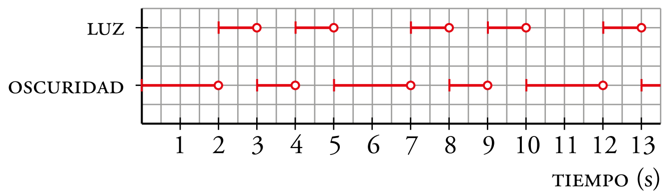
b) Ha llegado a la cima a las 2 horas; es decir, a las 12:00.

c) Ha recorrido 14 km antes de parar a descansar. Descansa durante 1 horas.

d) Entre las 2 h y las 2,4 h de empezar a caminar; es decir, entre las 12:00 y las 12:24 h.

e) Nunca es decreciente porque la distancia que camina aumenta constantemente, nunca puede decrecer.

2 **La luz de un faro que se enciende y se apaga varias veces en una secuencia de tiempo única (cada faro tiene la suya propia) se muestra en esta gráfica:**



a) ¿Cada cuánto tiempo se repite, es decir, cuál es el periodo de esta función?

b) La luz a los 6 s, ¿está encendida o apagada? ¿Y a los 7 s?

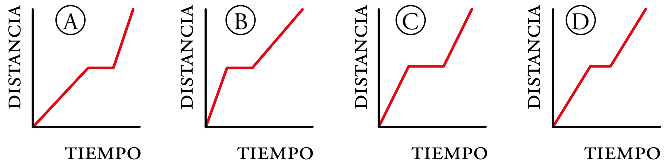
c) ¿Cómo estará la luz a los 15 s? ¿Y al minuto?

a) Se repite cada 5 segundos. Es una función periódica de periodo 5 segundos.

b) A los 6 segundos está apagada. A los 7 segundos se enciende.

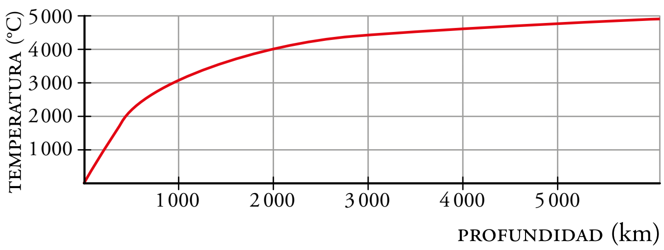
c) A los 15 segundos estará apagada. Al minuto también estará apagada.

3 **Guillermo sale corriendo de casa para no llegar tarde a clase. A medio camino para un rato a descansar y continúa andando tranquilamente hasta que llega. Indica qué gráfica muestra la distancia que recorre.**



La gráfica correspondiente es la B: al principio, como Guillermo va corriendo, la recta tiene mucha inclinación, lo que significa que la distancia que recorre aumenta rápidamente; a mitad de camino se para, lo que indica que la distancia que recorre se mantiene constante, ni sube ni baja; por último, sigue andando, más despacio que al principio, por lo que aumenta la distancia pero a menor velocidad, por lo que la recta tiene menos pendiente.

4 **La temperatura de la Tierra va aumentando en función de la profundidad. Al principio aumenta de manera constante y poco a poco se estabiliza. La gráfica muestra una estimación de dicha variación:**



a) ¿Qué temperatura hay a 1 500 km de profundidad, aproximadamente? ¿Y a 3 000 km?

b) Estima la temperatura en el centro de la Tierra (6 371 km).

c) Suponiendo que en el primer tramo la temperatura crece de forma constante unos 20 °C/km, ¿a qué profundidad se alcanzan 1 000 °C? ¿Y 2 000 °C?

d) El punto de fusión del hierro es de 1 538 °C. ¿Desde qué profundidad podemos asegurar que el hierro se encuentra en estado líquido?

a) A 1 500 km, unos 3 500 °C. A 3 000 km, unos 4 500 °C.

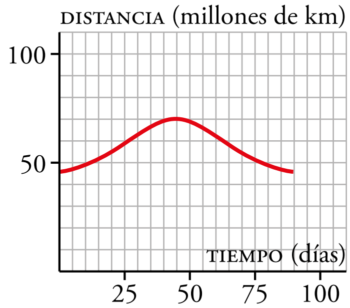
b) La función parece que tiende a estabilizarse a 5 000 °C, por lo que estimamos que en el centro de la Tierra hará esa temperatura.

c) $\frac{1000}{20} = 50 \rightarrow$ A 50 km se alcanzan 1 000 °C, aproximadamente.

$\frac{2\,000}{20} = 100 \rightarrow$ A 100 km se alcanzan 2 000 °C, aproximadamente.

d) $\frac{1538}{20} = 76{,}9 \rightarrow$ A partir de los 76,9 km.

5 **Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de kilómetros. Esta gráfica muestra su distancia al Sol:**

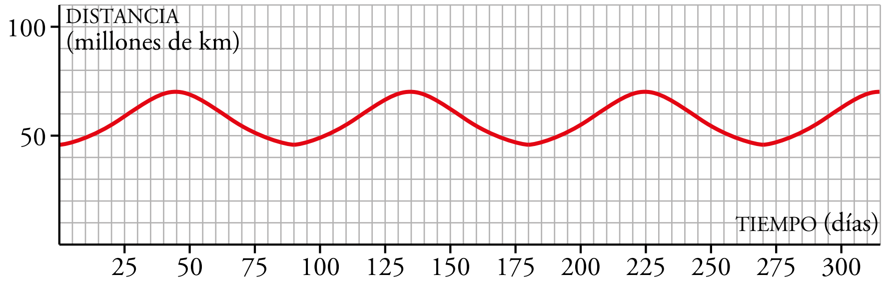


a) Copia y completa la gráfica para 300 días.

b) Estima su distancia al Sol dentro de dos años terrestres.

c) Cuando comienza la gráfica, Mercurio se encuentra a 46 millones de kilómetros del Sol. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que está a 60 millones de kilómetros?

a)



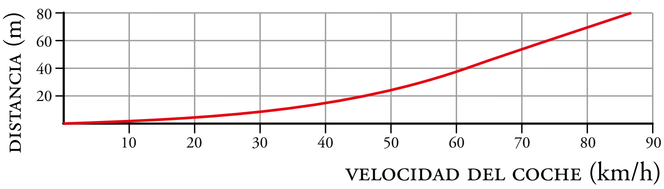
b) 2 años = $365 \cdot 2 = 730$ días.

730 días = $88 \cdot 8 + 26$ $\longrightarrow$ En el día 730 estará en la misma posición que en el día 26.

Mirado la gráfica, estimamos que su distancia al sol dentro de dos años será de 62 millones de kilómetros.

c) Mirando la gráfica vemos que pasan 25 días, pues la función pasa por el punto (25, 60).

6 **La siguiente gráfica muestra la distancia que recorre un vehículo desde que presiona el freno hasta que para, en función de la velocidad que lleva:**



a) Aproximadamente, ¿cuántos metros recorre un vehículo al frenar si va a 55 km/h?

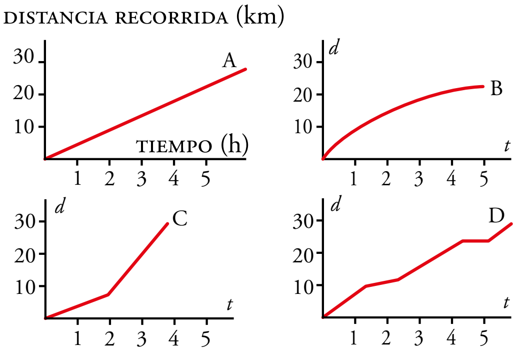
b) ¿A qué velocidad iba un vehículo que ha necesitado 50 m para frenar?

a) Aproximadamente, 30 metros.

b) Aproximadamente, a 65 km/h.

Página 145

7 **Las siguientes gráficas nos muestran la distancia recorrida por cuatro senderistas en función del tiempo que dura su marcha:**



a) Describe el ritmo de cada senderista.

b) ¿Quién recorre menos camino?

c) ¿Quién camina durante menos tiempo?

d) ¿Quién alcanza más velocidad?

e) Inventa una gráfica correspondiente a una senderista que tarda lo mismo que B, recorre la misma distancia que C y descansa durante una hora a mitad de camino.

a) El montañero A lleva un ritmo constante.

El montañero B va decreciendo el ritmo según avanza el tiempo.

El montañero C comienza a un ritmo y a las dos horas acelera hasta que se para a las cuatro horas.

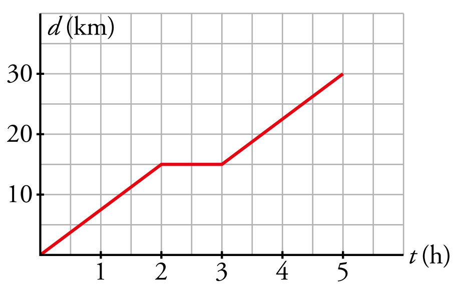
El montañero D va alternando un ritmo rápido con un ritmo más lento.

b) El montañero B recorre menos camino, recorre 20 km aproximadamente.

c) El montañero C camina durante menos tiempo, camina casi cuatro horas.

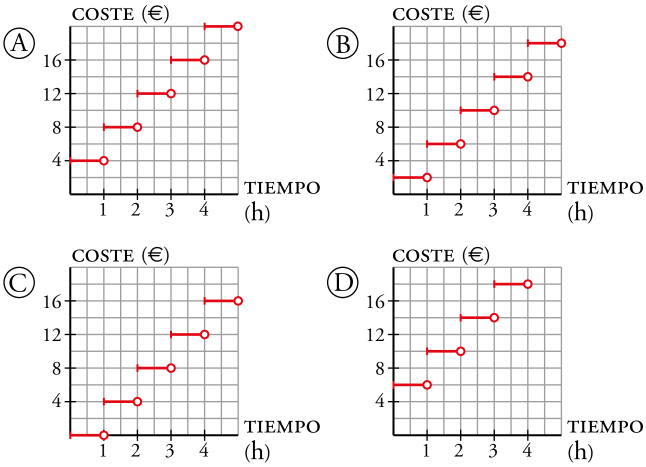
d) Alcanza más velocidad el montañero C.

e)



8 **La entrada a un parque de atracciones cuesta 2 €, y la pulsera para subir a todas las atracciones, 4 € cada hora o fracción (es decir, que te cobran la hora completa aunque la uses solo un rato).**

a) ¿Cuál de estas gráficas representa mejor el coste de entrar y montar en las atracciones?

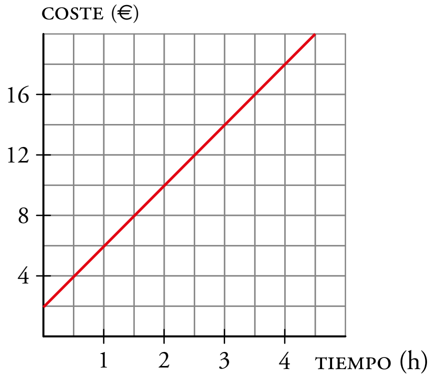


b) Dibuja en tu cuaderno una gráfica que represente el coste si cobran exactamente por el tiempo que has utilizado la pulsera.

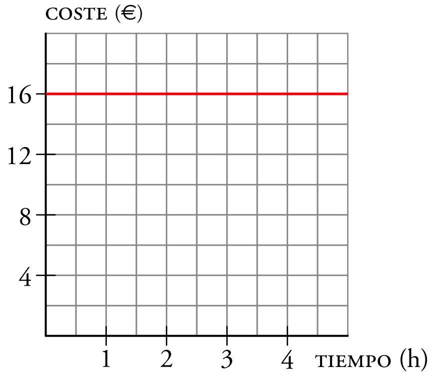
c) Dibuja otra que represente el coste de un bono en el que pagas 16 € para entrar y montarte en todas las atracciones el tiempo que quieras hasta que cierre el parque.

a) La gráfica D, ya que por estar la 1ª hora te cobran 2 € de entrada más 4 € de la pulsera; es decir 6 €. Después, el precio de cada hora siguiente sube de 4 € en 4 €.

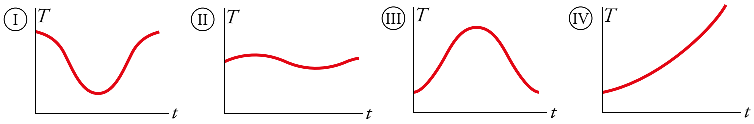
b)



c)



9 **Estas cuatro gráficas representan la temperatura máxima diaria (T) de cuatro ciudades, a lo largo del tiempo (t), durante un cierto año:**



a) A la vista de las gráficas, ¿en cuál de estas cuatro ciudades oscila en menor medida la temperatura?

b) Una gráfica corresponde a una ciudad de nuestro país, y otra, a una ciudad de nuestras antípodas. ¿Qué gráficas son? Razona tu respuesta.

c) Una gráfica es absurda. ¿Cuál es? ¿Por qué?

d) Elige una escala adecuada para cada variable y gradúa cada uno de los ejes en tu cuaderno.

e) ¿Cuál es el dominio de las cuatro gráficas? A la vista de los recorridos de I y II, ¿qué puedes decir del clima de estas ciudades?

f) Dibuja una gráfica correspondiente a un lugar en el desierto del Sahara y otra a uno en la Antártida.

a) En la ciudad b.

b) Las gráficas a y c, porque cuando en una la temperatura es alta en la otra es baja y al revés.

c) La grafica d es absurda, porque la temperatura solo crece.

d) Para la variable tiempo, podemos hacer corresponder cada cuadradito con un mes.

Para la variable temperatura, cada cuadradito pueden ser 2 ó 5 grados centígrados.

e) El dominio es el intervalo 1-12 (o de Enero a Diciembre).

Son ciudades que no tienen inviernos muy fríos, ya que en ningún caso se alcanzan temperaturas bajo cero. La ciudad a tiene más variación entre sus temperaturas. En la ciudad b, la temperatura no varía demasiado a lo largo de los meses.

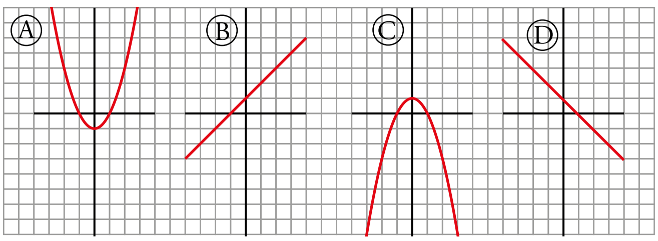
f) Respuesta abierta.

Relaciones gráficas y expresiones analíticas

10 **Relaciona cada gráfica con una de estas expresiones analíticas:**

I) $y = x + 1$ **II)** $y = 1 - x^2$

III) $y = x^2 - 1$ **IV)** $y = -x + 1$



i) → B ii) → C iii) → A iv) → D

11 **a) Sabiendo que la libra es una unidad de peso que equivale a 0,45 kg, copia y completa esta tabla:**

x (LIBRAS)	0,5	1	1,5	2	3	4
y (KILOS)		0,45				

b) Escribe la expresión analítica que convierte libras en kilos.

c) Escribe la que convierte kilos en libras.

d) Representa en unos ejes coordenados las dos expresiones analíticas anteriores.

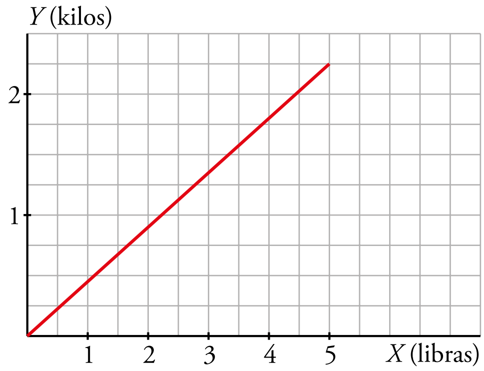
a)

x (LIBRAS)	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**3**	**4**	$\boldsymbol{x}$
y (KILOS)	0,225	**0,45**	0,675	0,9	1,35	1,8	$0{,}45x$

b) $y = 0{,}45x \;\to\; 0{,}45x - y = 0$

c) $\dfrac{y}{0{,}45} = x \;\to\; 0{,}45x - y = 0$

d)



Son la misma gráfica.

Página 146

Resuelve problemas

12 **Indica, como en el ejemplo, la expresión analítica que corresponde a cada una de las siguientes situaciones:**

- **¿Cuánto tiempo de viaje nos queda si vamos a 120 km/h hacia nuestro destino, que está a x km?**

$$t = \frac{x}{120}$$

a) Si una garrafa vale 1,30 € y el litro de mosto, 0,90 €, ¿cuánto cuesta una garrafa con x litros de mosto?

b) ¿Cuál es el área de un triángulo de 10 cm de base y x cm de altura?

c) Si una botella de 5 litros tiene 1,5 litros de agua en su interior, ¿cuántos litros caben todavía después de echar x litros?

d) En una carrera de 10 km, ¿a qué distancia me encontraré de la meta después de correr a 8 km/h durante x horas?

e) ¿Cuál es el volumen de un ortoedro de base cuadrada de lado x cm y 20 cm de altura?

f) Si la temperatura de un líquido desciende 3 °C cada dos minutos, ¿qué temperatura tendrá un café t min después de sacarlo del microondas a 70 °C?

a) $y = 1{,}3 + 0{,}9x$

b) $A = \frac{10 \cdot x}{2} = 5x$

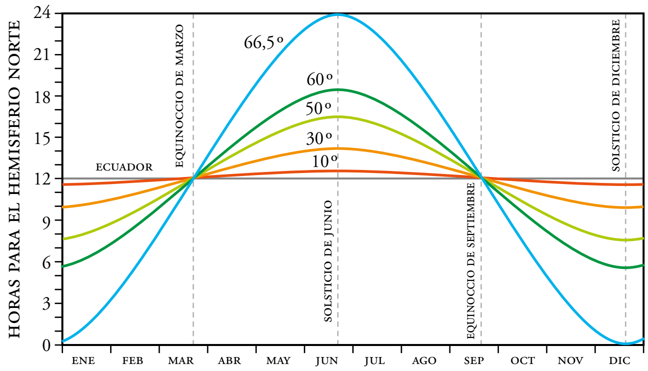
c) $y = 3{,}5 - x$

d) $e = 10 - 8x$

e) $V = 20x^2$

f) $T = 70 - \frac{3}{2}\,t$

13 **En esta gráfica se muestra la duración del día (en horas) según la latitud:**



a) ¿Cuántas horas de sol tiene como máximo una persona que vive en el paralelo 60°? ¿Y como mínimo?

b) En el ecuador, ¿varían las horas de sol según el mes?

c) ¿Qué ocurre en el paralelo 66,5° el 21 de junio? ¿Y el 21 de diciembre? Busca una ciudad que se encuentre más o menos en ese paralelo.

d) ¿Cuántas horas de sol tienen en cualquier lugar del planeta en los equinoccios de primavera y otoño?

e) Busca información sobre el número de horas de sol en el Polo Norte a lo largo del año.

a) Como máximo, 18 horas. Como mínimo, casi 6 horas.

b) No, no varían.

c) El 21 de junio no se pone el sol. El 21 de diciembre no sale el sol. Por ejemplo, la ciudad noruega de Bodø.

d) Tienen 12 horas de sol.

e) En el polo Norte, el sol sale y se pone solo una vez por año. Por tanto, la mitad del año es de día y la otra mitad, de noche.

14 **En la factura mensual del gas de una ciudad se paga una cantidad fija de 15 € y 0,75 € más por cada metro cúbico consumido.**

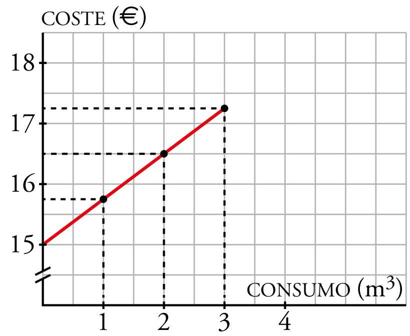
a) ¿Cuánto se paga por consumir 15 m^3 en un mes?

b) Dibuja la función: ***metros cúbicos consumidos-coste.***

c) Escribe la expresión analítica que indique el importe de la factura en función del volumen de gas consumido.

a) Por 15 m^3 se pagan $15 + 0,75 \cdot 15 = 26,25$ €

b)



c) $y = 15 + 0,75x$, donde x son los metros cúbicos consumidos e y es el importe total de la factura.

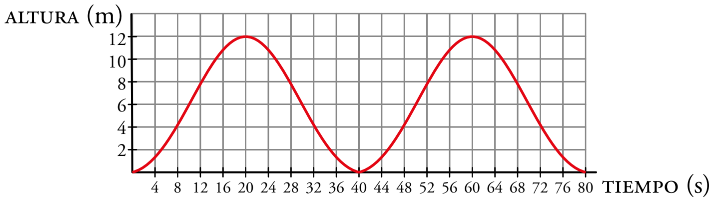
15 **Los cestillos de una noria suben y bajan a medida que la noria gira. Estos son los datos de una cesta que sube desde el punto más bajo al más alto:**

TIEMPO (s)	0	4	8	12	16	20
ALTURA (m)	0	1,2	4,1	7,9	10,8	12

a) Representa la gráfica de la función *tiempo-altura* de uno de los cestillos a lo largo de 80 segundos.

b) ¿Es una función periódica? ¿A qué tiempos corresponden sus máximos y mínimos relativos?

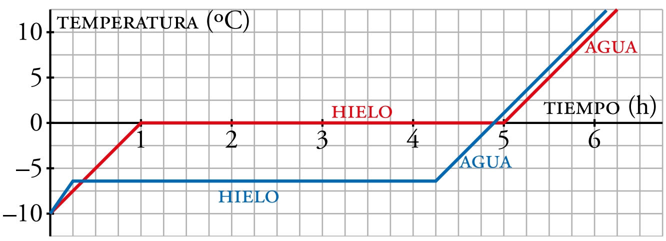
c) ¿A qué altura estará la cesta a los 150 segundos?

a)


b) Sí, es periódica de periodo 40. Los máximos y mínimos están en los múltiplos de 20.

c) $150 = 40 \cdot 3 + 30 \rightarrow$ A los 150 s estará a la misma altura que a los 30 segundos. Es decir, a unos 6 m.

16 **Cuando nieva, se echa sal en las calles. Al echarle sal, el hielo se derrite a menor temperatura (a unos –6 °C). Hasta que un bloque de hielo no está derretido completamente, no empieza a aumentar su temperatura. Estas son las gráficas *tiempo-tempertura* de un bloque de hielo (luego agua) con sal y de otro sin sal:**



a) ¿Cuál corresponde a cada uno?

b) ¿Cuánto tiempo tarda cada uno en derretirse?

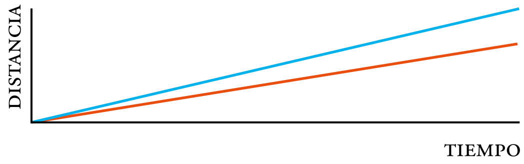
c) ¿Tendría sentido echar sal a la nieve con una temperatura ambiente de –12 °C? ¿Por qué?

a) La gráfica azul es el bloque de hielo con sal.

b) Los dos tardan 4 horas en derretirse.

c) No tendría sentido, ya que a esa temperatura el hielo no se derretiría aunque echásemos sal.

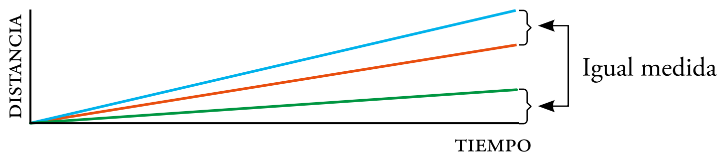
17 **Ana camina sobre el pasillo móvil de un aeropuerto y Marcos prefiere ir andando sobre el suelo. El siguiente gráfico permite comparar sus movimientos:**



Si ambos caminan igual de rápido, representa otra recta que muestre a Ana quieta sobre el pasillo móvil.

En el enunciado, la recta roja representa a Marcos y la azul, a Ana.

Si ambos caminan a la misma velocidad, la diferencia de alturas entre ambas rectas en cada punto la aporta el movimiento del pasillo móvil. Por tanto:

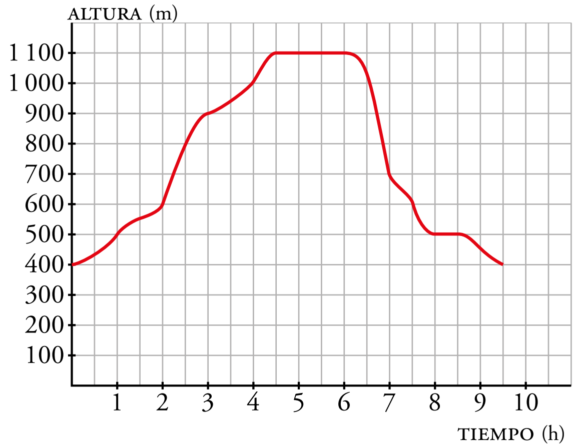


La recta verde representa a Ana quieta sobre el pasillo móvil.

AUTOEVALUACIÓN

Página 147

1 **Esta gráfica muestra la altura sobre el nivel del mar alcanzada por Ana y Miguel al realizar una ascensión a cierta montaña:**



a) ¿Qué variables intervienen? ¿Qué escala se utiliza para cada variable? ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

b) ¿Cuánto ha durado la marcha? ¿Desde qué altura empiezan a andar? ¿Qué altura máxima han alcanzado? ¿Cuándo han parado a comer?

c) ¿En qué intervalo de tiempo suben más rápido? ¿En cuál bajan más rápido?

d) Haz una descripción del transcurso de la marcha.

a) Intervienen las variables tiempo y altura. La variable tiempo utiliza un cuadradito para media hora; la variable altura, un cuadradito para 100 metros. El dominio de la función es 0 – 9,5.

b) La marcha ha durado 9 horas y media. Comienzan a 400 metros de altura. Alcanzan una altura máxima de 1 100 metros. Han parado a comer cuando llevaban 4 horas y media de camino, al llegar a la cima.

c) Suben más rápido entre las 2 y las 3 horas del comienzo. Bajan más rápido entre las 6 y las 7 horas.

d) Comienzan su marcha a 400 metros. En dos horas han ascendido hasta los 600 metros, y en ese momento comienzan a subir más rápido, y mantienen ese ritmo durante una hora, hasta llegar a los 900 metros de altura. Entonces disminuyen la velocidad y continúan su ascensión dos horas más hasta llegar a la cima, a 1 100 metros de altitud. Pasan allí dos horas. Inician su descenso a las 6 horas de travesía, lo hacen rápidamente la primera hora, hasta volver a los 700 metros, y andan una hora más a un ritmo más lento. Hacen una parada de media hora a los 500 metros y reanudan la marcha una hora y media más, descendiendo hasta los 400 metros.

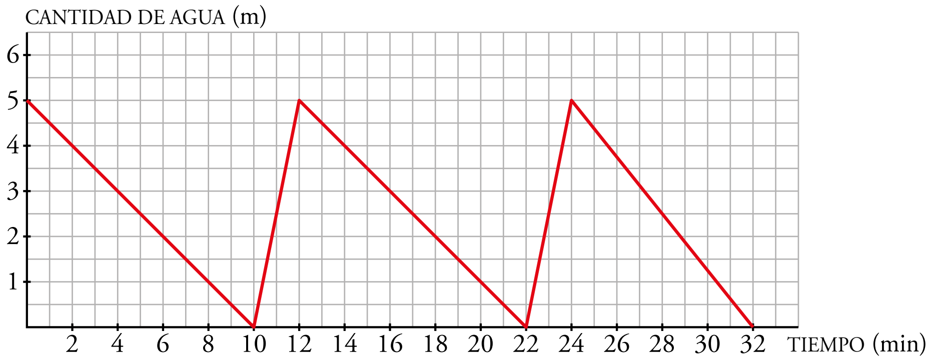
2 **Una cisterna contiene 5 L de agua para pulverizarla en una terraza. Tarda 10 min en vaciarse. En cuanto se vacía, hay un mecanismo que la llena en 2 min.**

a) Representa la función *tiempo-cantidad de agua*.

b) Explica si la función es periódica.

c) Durante la primera media hora, ¿en qué momentos está llena? ¿Y vacía?

a)

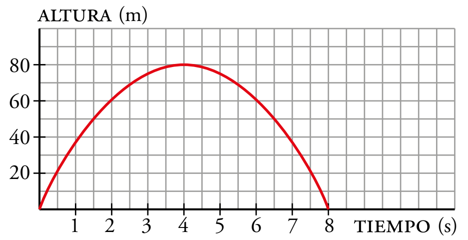


b) Es periódica, puesto que su comportamiento se va repitiendo en periodos de 12 minutos.

c) La cisterna está llena en los minutos 0, 12 y 24; y vacía en 10 y 22.

3 **Una de estas ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h, alcanzada por una pelota que se lanza hacia arriba, y el tiempo, t. ¿Cuál de ellas es?**

Ⓐ $h = 8t - t^2$ Ⓑ $h = 40t - 5t^2$ Ⓒ $h = -4t^2 + 80t$



a) ¿Qué altura alcanza? ¿Cuánto tarda en caer?

b) Di la altura de la pelota a los 5 segundos:

— De forma aproximada, mirando la gráfica.

— Utilizando la expresión analítica.

Es la ecuación Ⓑ

a) Alcanza 80 m de altura y tarda 8 s en caer de nuevo hasta el suelo.

b) — Mirando la gráfica, la altura es, aproximadamente, de 75 metros.

— Utilizando la expresión analítica: $40 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 = 75$ m.

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

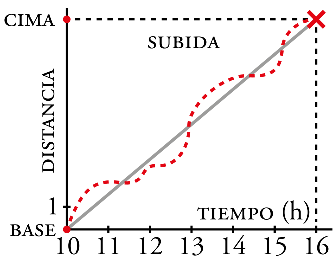
Página 147

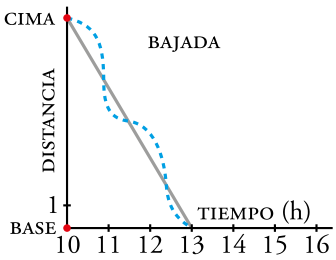
Subir y bajar

- **Un montañero inicia la ascensión a un pico a las 10 de la mañana y llega a la cima a las 4 de la tarde. Duerme en el refugio y, al día siguiente, también a las 10 h, inicia el descenso, llegando a la base a la una de la tarde.**

¿Crees que hay algún punto del camino por el que ha pasado en la bajada a la misma hora que en la subida? ¿A qué hora ocurrió tal cosa, suponiendo que ha bajado y subido a velocidades constantes?

Observa las gráficas de la derecha y, si aún no lo tienes claro, dibuja ambas sobre los mismos ejes, suponiendo que han sido dos montañeros haciendo caminos inversos en el mismo día.





Al subir, a las 12 h el montañero ha recorrido $\frac{1}{3}$ del camino.

Al bajar, a las 12 h ha recorrido $\frac{2}{3}$ del camino, y le falta $\frac{1}{3}$ del camino para llegar a la falda de la montaña.

Por tanto, pasa por el mismo lugar a la misma hora, a las 12 h.