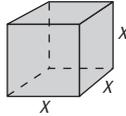


5. Operaciones con polinomios

1. POLINOMIOS. SUMA Y RESTA

PIENSA Y CALCULA

Dado el cubo de la figura, calcula en función de x :



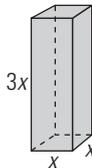
- a) El área. b) El volumen.
 a) $A(x) = 6x^2$ b) $V(x) = x^3$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: $758,49 : 2,4$
 $C = 316,03; R = 0,018$

APLICA LA TEORÍA

1. Dado el prisma cuadrangular del dibujo, calcula en función de x :



- a) El área. b) El volumen.
 a) $A(x) = 2x^2 + 4 \cdot 3x \cdot x = 14x^2$ b) $V(x) = 3x^3$

2. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

- a) $5x^3y$ b) $3x^{-2}y^3$ c) $7x^2y^5 + 3xy^2$ d) $4a$

Son monomios: a) y d).
 El grado de a) es 4
 El grado de d) es 1

3. Ordena de forma decreciente, según los grados, los siguientes polinomios y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

- a) $7x^2 - 5x^3 + 4$ b) $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$
 c) $8x^2 - 5x + 4x^5$ d) $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$

- a) $-5x^3 + 7x^2 + 4$
 Grado: 3; coeficiente principal: -5
 Término independiente: 4
 b) $4x^6 - 6x^5 - 9x^2 - 7$
 Grado: 6; coeficiente principal: 4
 Término independiente: -7
 c) $4x^5 + 8x^2 - 5x$
 Grado: 5; coeficiente principal: 4
 Término independiente: 0
 d) $-x^8 - 4x^6 - 7x^2 - 7x + 9$
 Grado: 8; coeficiente principal: -1
 Término independiente: 9

4. Halla el valor de a, b y c para que los siguientes polinomios sean iguales:

$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$
 $Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$
 $a = 5, b = -6, c = 0$

5. Suma los siguientes polinomios:

$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3$
 $Q(x) = x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$
 $P(x) + Q(x) = 8x^4 + 2x^3 - x^2 + 9x + 3$

6. Halla el opuesto de los siguientes polinomios:

$P(x) = 5x^5 - 7x^3 + 4x - 1$
 $Q(x) = -x^4 + 6x^3 - x^2 + 5x + 1$
 $P(x) = -5x^5 + 7x^3 - 4x + 1$
 $Q(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 5x - 1$

7. Calcula $P(x) - Q(x)$:

$P(x) = 5x^4 + x^3 - 2x^2 - 5$
 $Q(x) = 7x^4 - 5x^2 + 3x + 2$
 $P(x) - Q(x) = -2x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 7$

8. Los ingresos y los gastos de una empresa en millones de euros, en función del número de años que lleva funcionando, vienen dados por:

$I(t) = t^2 - 3t + 5$ $G(t) = t^2 - 4t + 9$

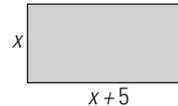
Halla la expresión $B(t)$ de los beneficios.

$B(t) = I(t) - G(t) = t - 4$

2. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

PIENSA Y CALCULA

Calcula, en función de x , el área del rectángulo de la figura:



$A(x) = (x + 5)x = x^2 + 5x$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{7}{6} - \frac{5}{2} \left(\frac{4}{3} - \frac{7}{10} \right) = -\frac{5}{12}$

APLICA LA TEORÍA

9. Multiplica los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$
 $Q(x) = 3x^2 + x - 4$
 $6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

10. Multiplica los polinomios:

$P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$
 $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$
 $2x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 4x + 20$

11. Multiplica los polinomios:

$P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$
 $Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$
 $6x^9 + 10x^7 - 23x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 4x^2 + 15x - 3$

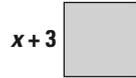
12. Calcula mentalmente:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| a) $(x + 2)^0$ | b) $(x - 3)^1$ | c) $(x - 7)^1$ |
| d) $(2x + 6)^0$ | e) $(x + 5)^2$ | f) $(x - 6)^2$ |
| g) $(x + 9)^2$ | h) $(x - 4)^2$ | i) $(x + 3)(x - 3)$ |
| a) 1 | b) $x - 3$ | c) $x - 7$ |
| d) 1 | e) $x^2 + 10x + 25$ | f) $x^2 - 12x + 36$ |
| g) $x^2 + 18x + 81$ | h) $x^2 - 8x + 16$ | i) $x^2 - 9$ |

13. Desarrolla y simplifica:

- a) $(2x + 1/2)^2$ b) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$
 c) $(6x - 2/3)^2$ d) $(5x + 3/4)(5x - 3/4)$
 a) $4x^2 + 2x + 1/4$ b) $x^2 - 5$
 c) $36x^2 - 8x + 4/9$ d) $25x^2 - 9/16$

14. Halla el polinomio que da el área del cuadrado de la figura:



$A(x) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

15. Desarrolla los siguientes productos:

- a) $5x^2(2x^3 - 3x)$ b) $-2x^3(7x^4 - 4x^2)$
 c) $-3x(-8x^5 - 5x^2)$ d) $6x^4(-x^5 + 2x)$
 a) $10x^5 - 15x^3$ b) $-14x^7 + 8x^5$
 c) $24x^6 + 15x^3$ d) $-6x^9 + 12x^5$

16. Opera y simplifica

- a) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$ b) $(x + 4)^2 - (x + 4)(x - 4)$
 a) $12x$ b) $8x + 32$

17. Factoriza mentalmente:

- a) $2x^2 + 6x$ b) $x^2 - 6x + 9$
 c) $x^2 - 25$ d) $x^2 + 8x + 16$
 a) $2x(x + 3)$ b) $(x - 3)^2$
 c) $(x + 5)(x - 5)$ d) $(x + 4)^2$

18. Factoriza:

- a) $12x^4 + 8x^3$ b) $5x^3 + 20x^2 + 20x$
 c) $x^2 - 3$ d) $9x^2 - 30x + 25$
 a) $4x^3(3x + 2)$ b) $5x(x + 2)^2$
 c) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ d) $(3x - 5)^2$

3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

PIENSA Y CALCULA

Realiza mentalmente las siguientes divisiones:

- a) $(x^3 + 6x^2 - 7x) : x$ b) $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$
 c) $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$ d) $(x^2 - 25) : (x + 5)$
 a) $x^2 + 6x - 7$ b) $x + 3$
 c) $x - 4$ d) $x - 5$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: $8,57 : 40$

$C = 0,21; R = 0,17$

APLICA LA TEORÍA

19. Divide y haz la comprobación:

$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$

entre $Q(x) = x^2 - 3x - 1$

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

20. Divide por Ruffini:

$P(x) = 2x^3 - 13x + 8$

entre $Q(x) = x + 3$

$C(x) = 2x^2 - 6x + 5$

$R = -7$

21. Divide:

$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$

entre

$Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$C(x) = 3x^2 + x - 4$

$R(x) = -12x^2 + 3x - 5$

22. Divide por Ruffini:

$P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$

entre

$Q(x) = x - 3$

$C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 18$

$R = -44$

23. Divide:

$P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$

entre

$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$

$C(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4$

$R(x) = 5x^2 - 11x - 12$

24. Divide por Ruffini:

$P(x) = x^5 - 4x^3 + 7x + 12$

entre

$Q(x) = x + 1$

$C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4$

$R = 8$

25. Divide por Ruffini

$(3x^4 - 7x^2 - 8x - 1) : (x - 2)$

$C(x) = 3x^3 + 6x^2 + 5x + 2$

$R = 3$

26. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre

$2x^3 - 5x + 1$

se obtenga de cociente:

$x^2 + 3x - 4$

y de resto:

$-7x^2 + x + 8$

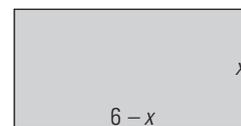
$(2x^3 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 4) - 7x^2 + x + 8 =$

$= 2x^5 + 6x^4 - 13x^3 - 21x^2 + 24x + 4$

4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR

PIENSA Y CALCULA

Tenemos un rectángulo de 12 m de perímetro, luego la base más la altura medirán 6 m. Si la altura mide x metros, la base medirá $6 - x$ m. La fórmula del área será:



$A(x) = (6 - x)x \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$

Completa en tu cuaderno la tabla de la derecha y halla cuándo el área es máxima.

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$					

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$	5	8	9	8	5

El área es máxima cuando $x = 3$ m

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{6} : \frac{5}{4} = -\frac{1}{10}$

APLICA LA TEORÍA

27. Calcula mentalmente el valor numérico del siguiente polinomio $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$ para los valores que se indican:

- a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$
 a) $P(0) = -8$ b) $P(1) = -4$

28. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

- a) Para $x = 3$ b) Para $x = -3$
 a) $P(3) = 13$ b) $P(-3) = 145$

29. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ entre $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:
 $R = P(2) = -11$

30. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir el polinomio $P(x) = x^4 + 3x^3 - 5x - 7$ entre $x + 3$

Se aplica el teorema del resto:
 $R = P(-3) = 8$

31. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5:

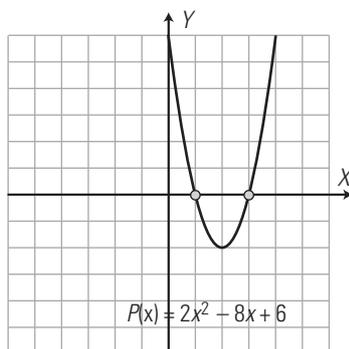
$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

Se aplica el teorema del resto:
 $P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

32. ¿Cuál de los números, 3 o -3, es raíz del polinomio $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$?

Se aplica el teorema del factor:
 $R = P(3) = 0 \Rightarrow x = 3$ es raíz
 $R = P(-3) = 0 \Rightarrow x = -3$ es raíz

33. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



$x_1 = 1, x_2 = 3$

34. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ es divisible entre $x + 1$

Se aplica el teorema del factor:
 $R = P(-1) = 0 \Rightarrow$ sí es divisible.

35. Halla el valor de k para que el polinomio:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$$

sea divisible entre $x - 1$
 Se aplica el teorema del factor:
 $R = P(1) = 0 \Rightarrow 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$

36. ¿El polinomio $x^2 + 9$ tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

No, porque x^2 siempre es mayor o igual que cero y al sumarle 9, siempre es positivo; por tanto, nunca puede ser cero.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. POLINOMIOS. SUMA Y RESTA

37. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de estos.

- a) $5x^4 + x^3y$ b) $5x^2y^3$ c) $x^2y^5 - 4xy^2$ d) 7

Son monomios: b) y d).
 El grado del b) es 5
 El grado del d) es 0

38. Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomios, binomios o trinomios.

- a) $x + y + z$ b) $-7x^5y^3$
 c) $x - y$ d) $3x^2 - 3$
 a) Trinomio b) Monomio
 c) Binomio d) Binomio

39. Calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los siguientes polinomios:

- a) $5x^4 - 2x^3 + 1$ b) $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$
 c) $5x^2 - 4x + 3$ d) $-6x^{10} - x^8 - 3x^6 + 8x - 7$

- a) Grado: 4; coeficiente principal: 5
 Término independiente: 1
 b) Grado: 7; coeficiente principal: -4
 Término independiente: -1
 c) Grado: 2; coeficiente principal: 5
 Término independiente: 3
 d) Grado: 10; coeficiente principal: -6
 Término independiente: -7

40. Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

$$7x^5 - 3x^4 - x^2 + 3x$$

41. Calcula $P(x) - Q(x)$:

$$P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$$

$$Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$$

$$4x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 8x - 4$$

2. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

42. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

$$2x^6 - 4x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 15x + 3$$

43. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^3 - 2x + 7$$

$$2x^7 - 4x^6 - 4x^5 + 17x^4 - 27x^3 + 10x^2 - 37x + 7$$

44. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$$

$$x^9 - 7x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 16x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 2$$

45. Desarrolla mentalmente:

a) $(x + 3)^2$

b) $(x + 1)(x - 1)$

c) $(x/2 - 2/3)^2$

d) $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $x^2 - 1$

c) $x^2/4 - 2x/3 + 4/9$

d) $x^2 - 2$

46. Desarrolla los siguientes productos:

a) $4x(5x^4 - 6x)$

b) $-7x^2(5x^3 - 3x^2)$

c) $-3x^3(-6x^2 - 1)$

d) $5x^4(-x^2 + 5x)$

a) $20x^5 - 24x^2$

b) $-35x^5 + 21x^4$

c) $18x^5 + 3x^3$

d) $-5x^6 + 25x^5$

47. Opera y simplifica:

a) $(2x + 5)^2 - (2x + 5)(2x - 5)$

b) $(x - 1/3)^2 + (x + 1/3)$

a) $20x + 50$

b) $x^2 + 2/9$

48. Factoriza mentalmente:

a) $8x^3 + 12x^2$

b) $x^2 + 10x + 25$

c) $x^2 - 5$

d) $x^2 - 14x + 49$

a) $4x^2(2x + 3)$

b) $(x + 5)^2$

c) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

d) $(x - 7)^2$

3. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

49. Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$$

entre $Q(x) = x^3 - 5x + 3$

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 10$$

$$R(x) = -16x^2 + 30x - 18$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

50. Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$$

entre $Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$

$$C(x) = 2x^3 - x + 3$$

$$R(x) = -5x^2 + 16x + 6$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

51. Divide $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$

entre $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$$C(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 16$$

$$R(x) = 4x^2 + 3x + 12$$

52. Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$$

entre $Q(x) = x + 2$

$$C(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$$

$$R = -11$$

53. Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$$

entre $Q(x) = x - 1$

$$C(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

$$R = 5$$

54. Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$$

entre $Q(x) = x - 2$

$$C(x) = x^5 + 2x^4 + 6x^2 + 12x + 24$$

$$R = 49$$

4. TEOREMA DEL RESTO Y DEL FACTOR

55. Calcula mentalmente el valor numérico del polinomio $P(x) = 4x^7 - 5x^3 + 9x^2 - 6$ para los valores que se indican:

a) Para $x = 0$

b) Para $x = 1$

a) $P(0) = -6$

b) $P(1) = 2$

56. Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x - 1$$

a) Para $x = 2$

b) Para $x = -1$

a) $P(2) = 23$

b) $P(-1) = -4$

57. ¿Cuál de los números, 2 o -2, es raíz del polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$?

$$R = P(2) = 12 \Rightarrow \text{No es raíz.}$$

$$R = P(-2) = 0 \Rightarrow \text{Sí es raíz.}$$

58. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea -11

$$P(x) = x^3 + kx^2 + 7 \text{ entre } x - 3$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(3) = -11 \Rightarrow k = -5$$

59. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x - 3 \text{ entre } x + 2$$

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(-2) = 15$$

60. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ es divisible entre $x - 3$

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow \text{Sí es divisible.}$$

61. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 7:

$$(x^4 + kx^2 - 5x + 6) : (x + 1)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(-1) = 7 \Rightarrow k + 12 = 7 \Rightarrow k = -5$$

PARA AMPLIAR

62. Halla el valor de a , b y c para que los siguientes polinomios sean iguales:

$$P(x) = 6x^5 - bx^3 + 3x - 4$$

$$Q(x) = ax^5 + 3x - c$$

$$a = 6, b = 0, c = 4$$

63. Calcula mentalmente:

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) $(2x/3 + 5)^0$ | b) $(3x - 25)^1$ |
| c) $(7x - 3/5)^1$ | d) $(5x + 13)^0$ |
| a) 1 | b) $3x - 25$ |
| b) $7x - 3/5$ | d) 1 |

64. Factoriza:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $24x^3 - 18x^2$ | b) $2x^3 + 12x^2 + 18x$ |
| c) $9x^2 - 4$ | d) $5x^4 - 10x^3 + 5x^2$ |
| a) $6x^2(4x - 3)$ | b) $2x(x + 3)^2$ |
| c) $(3x + 2)(3x - 2)$ | d) $5x^2(x - 1)^2$ |

65. Opera y simplifica:

- | | |
|--|------------|
| a) $(2x + 3/2)(2x - 3/2)^2 - (2x - 3/2)^2$ | |
| b) $(x/2 - 2/3)^2 - (x/2 + 2/3)^2$ | |
| a) $3x - 9/2$ | b) $-4x/3$ |

66. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 13:

$$(x^5 + kx^3 - 7x^2 + 4) : (x - 1)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(1) = 13 \Rightarrow k - 2 = 13 \Rightarrow k = 15$$

67. Halla el valor de k para que el polinomio:

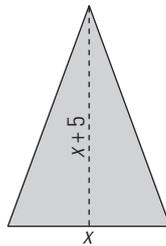
$$P(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$$

sea divisible entre $x + 2$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2k = 0 \Rightarrow k = 2$$

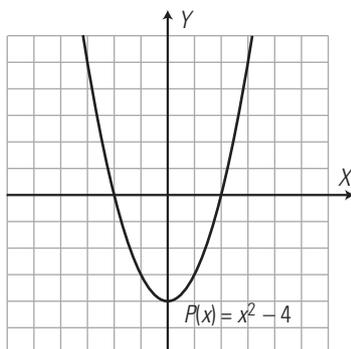
68. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo:



$$A(x) = \frac{x(x + 5)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{2}$$

69. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio

$$P(x) = x^2 - 4$$



$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

PROBLEMAS

70. Escribe en forma de polinomio, en una variable, cada uno de los enunciados siguientes:

- a) El cuadrado de un número, menos dicho número, más 5
- b) El cubo de un número, más el doble del cuadrado del número, menos el triple del número, más 4
- c) El área de un cuadrado de lado x
- d) El área de un rombo en el que una diagonal es el doble de la otra.

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| a) $P(x) = x^2 - x + 5$ | b) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ |
| c) $A(x) = x^2$ | d) $A(x) = x \cdot 2x/2 = x^2$ |

71. ¿Qué polinomio tenemos que sumar a

$$P(x) = 5x^3 - 9x + 8$$

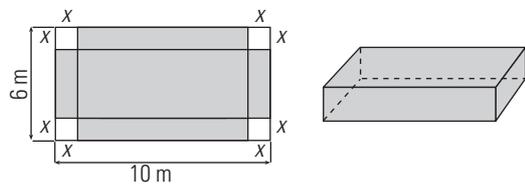
para obtener el polinomio

$$Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1?$$

$$Q(x) - P(x) = -3x^3 - 4x^2 + 14x - 7$$

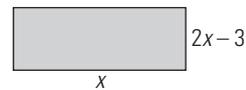
72. Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de x :

- a) El área.
- b) El volumen.



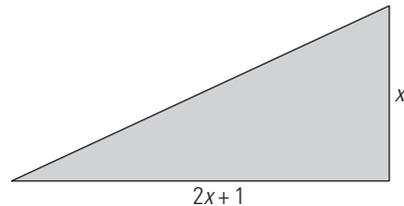
- a) $A(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) + 2x(10 - 2x) + 2x(6 - 2x) = 60 - 4x^2$
 $A(x) = 60 - 4x^2$
- b) $V(x) = (10 - 2x)(6 - 2x)x = 4x^3 - 32x^2 + 60x$

73. Halla el polinomio que da el área del siguiente rectángulo:



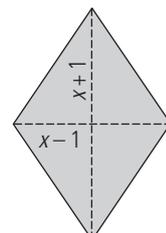
$$A(x) = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$$

74. Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo rectángulo:



$$A(x) = (2x + 1)x/2 = x^2 + x/2$$

75. Halla el polinomio que da el área del siguiente rombo:



$$A(x) = (x + 1)(x - 1)/2 = x^2/2 - 1/2$$

76. Halla un polinomio tal que al dividirlo entre $x^3 - 3x + 1$ se obtenga de cociente $2x^2 + 5x - 3$ y de resto $5x^2 - 3x + 9$

$$(x^3 - 3x + 1)(2x^2 + 5x - 3) + 5x^2 - 3x + 9 = 2x^5 + 5x^4 - 9x^3 - 8x^2 + 11x + 6$$

77. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x - 2)$$

Se aplica el teorema del resto:

$$P(2) = 5 \Rightarrow 4k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1/4$$

78. Halla el valor de k para que el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 19x^2 + kx + 30$$

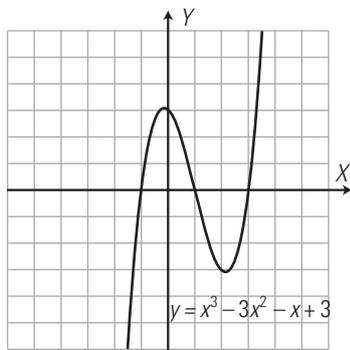
sea divisible entre $x + 3$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-3) = 0 \Rightarrow -3k - 33 = 0 \Rightarrow k = -11$$

79. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio

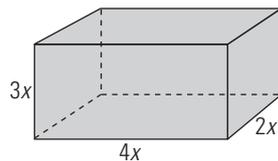
$$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$



$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$$

PARA PROFUNDIZAR

80. Dado el siguiente paralelepípedo:

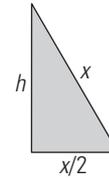
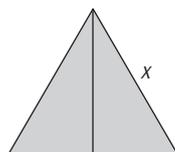


calcula en función de x el área y el volumen.

$$A(x) = 2 \cdot 4x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 2x + 2 \cdot 3x \cdot 2x = 52x^2$$

$$V(x) = 4x \cdot 3x \cdot 2x = 24x^3$$

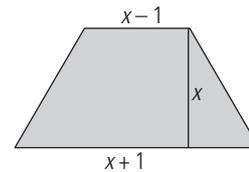
81. Halla el monomio que da el área de un triángulo equilátero en el que el lado mide x



$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

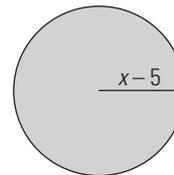
$$A(x) = \frac{1}{2} x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

82. Halla el polinomio que da el área del siguiente trapecio:



$$A(x) = \frac{x+1+x-1}{2} \cdot x = x^2$$

83. Halla el polinomio que da el área del siguiente círculo:



$$A(x) = \pi(x-5)^2 = \pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$$

84. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 9:

$$(x^4 - x^3 - 13x^2 - x + k) : (x - 4)$$

Se aplica el teorema del factor:

$$P(4) = 9 \Rightarrow k - 20 = 9 \Rightarrow k = 29$$

85. Halla el valor de k para que el polinomio

$$P(x) = x^4 + 8x^3 + kx^2 - 8x - 15$$

sea divisible entre $x + 5$

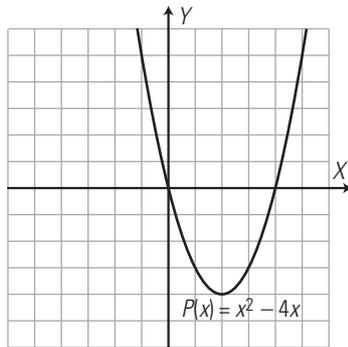
Se aplica el teorema del resto:

$$P(-5) = 0 \Rightarrow 25k - 350 = 0 \Rightarrow k = 14$$

86. ¿El polinomio $x^2 + 25$ tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

x^2 es siempre positivo o cero y al sumarle 25 es positivo. Por tanto, nunca se puede hacer cero. No tiene raíces reales.

87. Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 4x$



$x_1 = 0, x_2 = 4$

APLICA TUS COMPETENCIAS

88. Calcula el polinomio que define un movimiento uniformemente acelerado en el que:

$a = 6 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s}$ y $e_0 = 3 \text{ m}$

$e(t) = 3t^2 + 8t + 3$

89. Calcula el espacio que lleva recorrido cuando hayan pasado 5 s

$e(5) = 118 \text{ m}$

90. Calcula el espacio que recorre entre el segundo 10 y el segundo 20

$e(20) - e(10) = 1363 - 383 = 980 \text{ m}$

COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Enuncia el teorema del resto y pon un ejemplo.

El resto que se obtiene al dividir el polinomio $P(x)$ entre el binomio $x - a$ es el valor numérico del polinomio para $x = a \Rightarrow R = P(a)$

Ejemplo:

Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$P(x) = x^3 - 7x + 15$

entre $x + 3$

$R = P(-3) = (-3)^3 - 7 \cdot (-3) + 15 = -27 + 21 + 15 = 9$

2. Ordena el siguiente polinomio de forma decreciente según los grados y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$

$-6x^7 + 5x^3 - 5x + 9$

Grado: 7

Coficiente principal: -6

Término independiente: 9

3. Desarrolla mentalmente los apartados a) y b) y factoriza los apartados c) y d):

a) $(2x - 5)^2$

b) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

c) $3x^3 + 12x^2 + 12x$

d) $x^2 - 5$

a) $4x^2 - 20x + 25$

b) $x^2 - 3$

c) $3x(x + 2)^2$

d) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

4. Multiplica los polinomios:

$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3$ $Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$

$15x^5 - 13x^4 + 22x^3 + 5x^2 - 6x + 12$

5. Divide $P(x) = 8x^5 - 16x^4 + 21x^2 - 19x + 10$ entre $Q(x) = 2x^2 - 5x + 4$. Haz la comprobación.

$C(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$

$R(x) = -12x + 14$

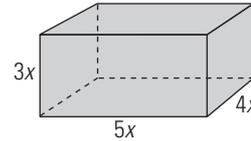
Se comprueba que $Q(x) \cdot C(x) + R(x) = P(x)$

6. Divide por Ruffini $P(x) = x^4 - 10x^2 + 12$ entre $Q(x) = x + 3$

$C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$R = 3$

7. Dado el siguiente paralelepípedo:



Calcula en función de x :

a) El área.

b) El volumen.

a) $A(x) = 2 \cdot 5x \cdot 4x + 2 \cdot 5x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 3x = 94x^2$

b) $V(x) = 3x \cdot 4x \cdot 5x = 60x^3$

8. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5: $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$

Se aplica el teorema del resto y se tiene que verificar que:

$P(2) = 5$

$2^3 + 2k - 6 = 5$

$8 + 2k - 6 = 5$

$2k = 3$

$k = 3/2$

WINDOWS/LINUX WRIS

PASO A PASO

91. Dados los polinomios:

$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3$ y $Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$

Calcula:

$P(x) + Q(x), P(x) - Q(x), P(x) \cdot Q(x)$

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Desarrolla $(5x + 3/7)^2$

Resuelto en el libro del alumnado.

93. Factoriza $x^3 + 10x^2 + 25x$

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Divide $D(x) = 6x^5 - 30x^2 - 48$ entre $d(x) = 3x^3 + 6$

Resuelto en el libro del alumnado.

95. Calcula el valor numérico del polinomio

$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17$

para $x = 2, x = 0, x = 1$

Resuelto en el libro del alumnado.

96. Representa la parábola $y = x^2 - 2x - 3$ y, observando la gráfica calcula las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 2x - 3$

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

97. Halla el valor de k para que el resto de la división $(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$ sea 5

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

98. Desarrolla:

a) $4x^3(2x + 3)^2$

b) $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

a) $16x^5 + 48x^4 + 36x^3$

b) $x^4 - 12x^2 + 27$

99. Factoriza:

a) $x^3 - 9x$

b) $x^2 - 5$

a) $x(x + 3)(x - 3)$

b) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

100. Dados los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$Q(x) = 3x^2 + x - 4$

Calcula:

$P(x) + Q(x); P(x) - Q(x); P(x) \cdot Q(x)$

$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4x + 9$

$P(x) \cdot Q(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

101. Divide y haz la comprobación:

$2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$ entre $x^2 - 3x - 1$

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

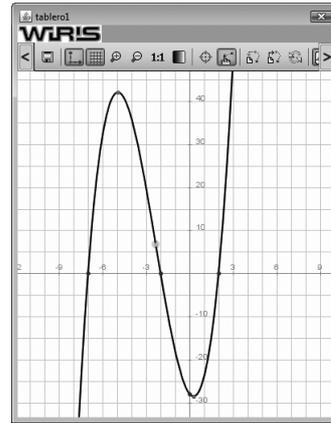
102. Divide $6x^3 - 13x + 5$ entre $x + 2$

$C(x) = 6x^2 - 12x + 11$

$R = -17$

103. Halla gráficamente las raíces del polinomio:

$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$



$x_1 = -7, x_2 = -2, x_3 = 2$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

104. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$x^3 - 6x^2 + 5$

entre $x - 2$

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(2) = -11$

105. Halla un polinomio sabiendo que al dividirlo entre $x^2 - 3x + 5$ da de cociente $2x^2 + 7x - 4$, y de resto, $8x - 9$.

Se aplica la prueba de la división:

$2x^4 + x^3 - 15x^2 + 55x - 29$

106. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ es divisible entre $x - 3$

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(3) = 0 \Rightarrow$ Sí es divisible.

107. Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea 5: $(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$

Se aplica el teorema del resto:

$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

108. Halla el valor de k para que $x^3 + 5x + k$ sea divisible entre $x + 2$

Se aplica el teorema del factor: $k = 18$