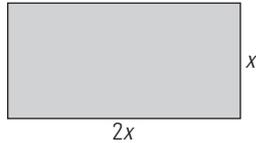


8. Características globales de las funciones

1. FUNCIONES

PIENSA Y CALCULA

Considera los rectángulos con un lado de doble longitud que el otro. Expresa el perímetro y el área en función del lado menor.



$$P = 2(x + 2x) = 6x \quad A = 2x \cdot x = 2x^2$$

CARNÉ CALCULISTA

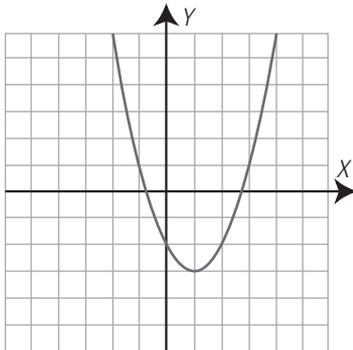
Desarrolla: $\left(\frac{x}{3} + 3\right)^2 = \frac{x^2}{9} + 2x + 9$

Factoriza: $9x^2 - 49 = (3x + 7)(3x - 7)$

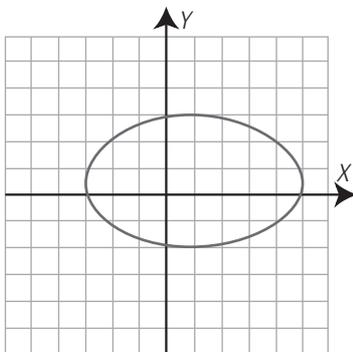
APLICA LA TEORÍA

1. Dibuja una gráfica que sea función y otra que no.

Esta gráfica es una función.



Esta gráfica no es una función.



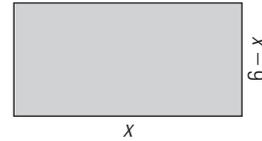
2. En la representación gráfica de una función, la suma de la abscisa y de la ordenada de cada punto es 5

- a) Escribe la ecuación que relaciona la ordenada, y , en función de la abscisa, x
- b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?

- a) $x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - x$
- b) Es un polinomio de grado uno.

3. Un rectángulo tiene 12 m de perímetro.

- a) Escribe el área del rectángulo, y , en función de la longitud de la base, x
- b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?
- c) Haz una tabla de valores.
- d) Halla el dominio.
- e) Halla la imagen o recorrido.



- a) $y = x(6 - x) = 6x - x^2$
- b) Es un polinomio de grado dos.
- c) Tabla:

Base: x	0	1	2	3	4	5	6
Área: y	0	5	8	9	8	5	0

- d) Dominio: $0 \leq x \leq 6$
- e) Imagen o recorrido: $0 \leq x \leq 9$

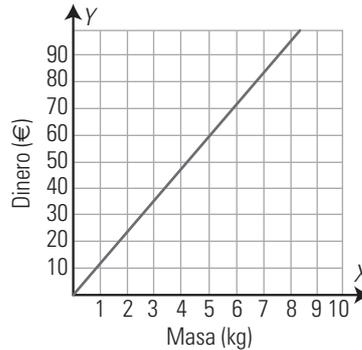
Cada una de las siguientes funciones está expresada de una de las cuatro formas. Halla, en cada una de ellas, la expresión de las otras tres formas:

4. El precio de un jamón es de 12 €/kg

a) Tabla:

Masa (kg): x	1	2	3	4	5	...
Dinero (€): y	12	24	36	48	60	...

b) Gráfica:

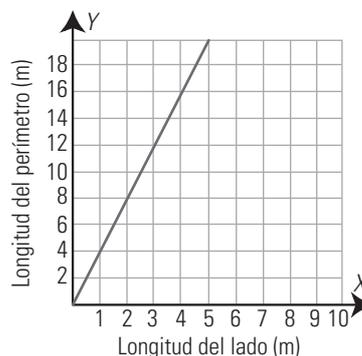


c) Fórmula: $y = 12x$

5.

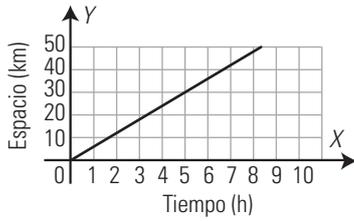
Lado (m): x	1	2	3	...
Perímetro (m): y	4	8	12	...

- a) Enunciado: el perímetro de un cuadrado de lado x
- b) Gráfica:



c) Fórmula: $y = 4x$

6.



- a) Enunciado: espacio que recorre una persona que va a una velocidad de 6 km/h
 b) Tabla:

Tiempo (h): t	1	2	3	4	5	...
Longitud (km): e	6	12	18	24	30	...

c) Fórmula: $e = 6t$

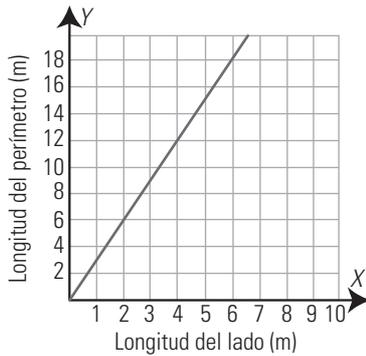
7. $y = 3x$

Es una solución abierta, por ejemplo:

- a) Enunciado: perímetro de un triángulo equilátero en función del lado.
 b) Tabla:

Lado (m): x	1	2	3	...
Perímetro (m): y	3	6	9	...

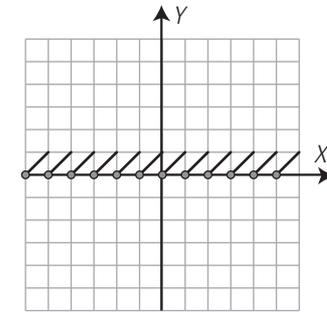
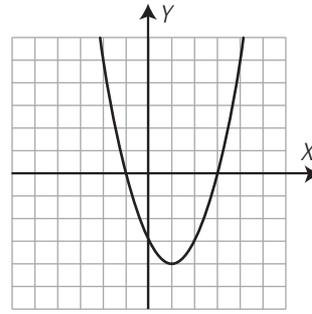
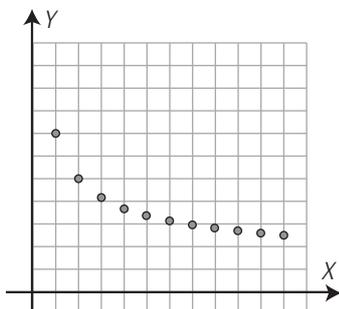
c) Gráfica:



2. CONTINUIDAD, ASÍNTOTAS Y PERIODICIDAD

PIENSA Y CALCULA

Observa las gráficas y contesta a las siguientes preguntas:



- a) ¿Qué gráfica se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel?
 b) ¿En alguna de las gráficas se repite algún trozo?

a) La segunda. b) La tercera.

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación:

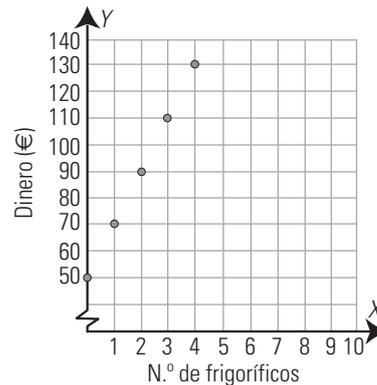
$$\frac{7x+2}{4} - \frac{3x-5}{3} = x + \frac{5}{2}$$

$$x = -4/3$$

APLICA LA TEORÍA

8. Un dependiente de una tienda gana 50 € por cada día que va a trabajar, más 20 € por cada frigorífico que vende.

- a) Expresa el salario del vendedor durante un día en función de los frigoríficos que vende.
 b) Esboza la gráfica de la función.
 c) ¿Es continua? ¿Por qué?
- a) $y = 50 + 20x$
 b) Gráfica:

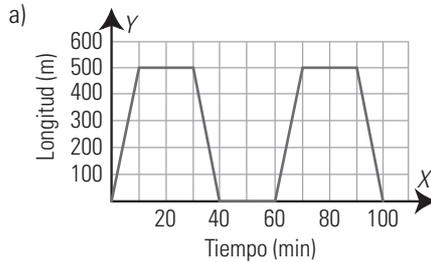


c) No es continua. Los valores de x son discretos.

9. Un funicular emplea 10 minutos en subir desde la base de una montaña a la cima, que se encuentra a 500 m. Espera 20 minutos y vuelve a bajar en otros 10 minutos. En la base espera 20 minutos y comienza de nuevo el recorrido.

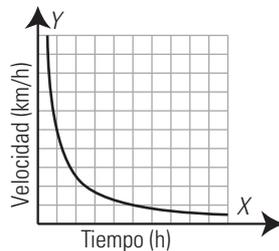
a) Representa la función que expresa la altura a la que se encuentra el funicular en función del tiempo.

b) Analiza si la función es continua y periódica.



b) Es una función continua y periódica.

10. La siguiente gráfica recoge la velocidad ($v = e/t$) de una persona que recorre 5 km. Indica las asíntotas de la gráfica y explica su significado.

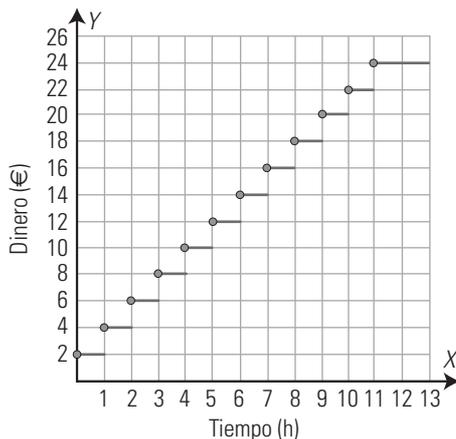


Asíntota horizontal: $y = 0$

Si recorre los 5 km en mucho tiempo, la velocidad debe ser muy baja. Al aumentar mucho el tiempo, la velocidad se aproximará a cero. Asíntota vertical: $x = 0$

Si recorre los 5 km en poco tiempo, la velocidad debe ser muy alta. Al disminuir mucho el tiempo y aproximarse a cero, la velocidad tenderá a ser muy alta.

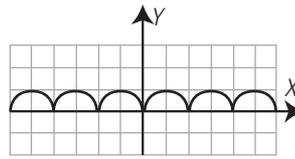
11. En un aparcamiento público se cobran 2 € por cada hora o fracción, con un máximo de 24 € por un día. Representa la función que expresa el coste por aparcar un coche en función del tiempo durante un día y analiza si es continua.



No es continua. Cada hora se da un salto de 2 € hasta llegar a 11 h. A partir de 11 h se cobra el máximo, que es 24 €

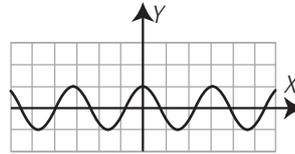
Analiza si las siguientes gráficas son periódicas, y en caso afirmativo calcula el período:

12.



Es periódica de período 2

13.



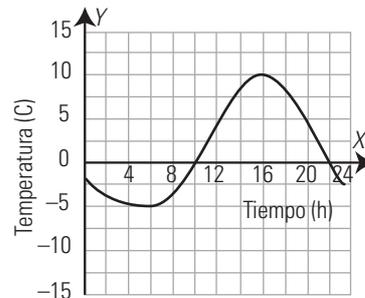
Es periódica de período π

3. CRECIMIENTO Y PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

PIENSA Y CALCULA

La gráfica adjunta recoge la evolución de la temperatura en una ciudad durante las 24 horas de un día.

- ¿En qué momento del día se alcanzó la temperatura máxima?
- ¿A qué hora se alcanzó la temperatura mínima?
- ¿En qué intervalos del día aumenta la temperatura? ¿En cuáles disminuye?
- ¿En qué momentos se hace cero la temperatura?



- A las 4 de la tarde.
- A las 6 de la mañana.
- Aumenta desde las 6 de la mañana hasta las 4 de la tarde. Disminuye desde las 0 horas hasta las 6 de la mañana y desde las 4 de la tarde hasta las 12 de la noche.
- A las 10 de la mañana y a las 10 de la noche.

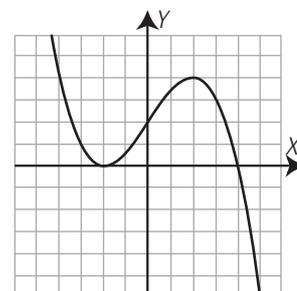
CARNÉ CALCULISTA

Resuelve la ecuación: $x^2 - \frac{13x}{6} - \frac{5}{2} = 0$

$x_1 = 3; x_2 = -5/6$

APLICA LA TEORÍA

14. Analiza la gráfica siguiente y contesta:

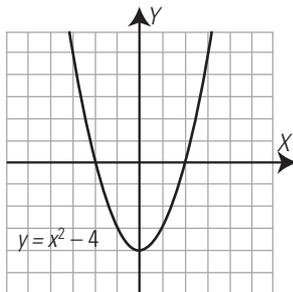


- a) ¿Dónde es creciente? ¿Dónde es decreciente?
- b) ¿En qué punto alcanza el máximo y el mínimo?
- c) ¿Dónde es convexa (∪) y cóncava (∩)?
- d) Halla los puntos de corte con los ejes.

- a) Creciente: entre -2 y 2
Decreciente: a la izquierda de -2 y a la derecha de 2
- b) Máximo: $A(2, 4)$
Mínimo: $B(-2, 0)$
- c) Convexa (∪): a la izquierda de cero.
Cóncava (∩): a la derecha de cero.
- d) Eje X: $B(-2, 0), C(4, 0)$
Eje Y: $D(0, 2)$

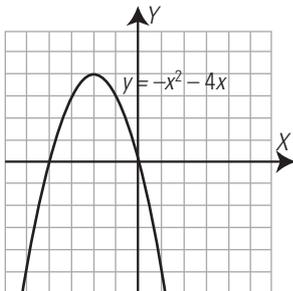
Halla los puntos de corte con los ejes X e Y:

15.



Eje X: $A(-2, 0), B(2, 0)$ Eje Y: $C(0, -4)$

16.



Eje X: $A(-4, 0), O(0, 0)$ Eje Y: $O(0, 0)$

Calcula los puntos de corte con los ejes X e Y:

17. $y = 2x - 1$

Eje X: $A(1/2, 0)$ Eje Y: $B(0, -1)$

18. $y = x^2 - 3x$

Eje X: $A(3, 0), O(0, 0)$ Eje Y: $O(0, 0)$

19. $y = x^2 - 16$

Eje X: $A(-4, 0), B(4, 0)$ Eje Y: $C(0, -16)$

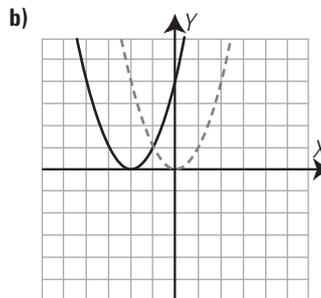
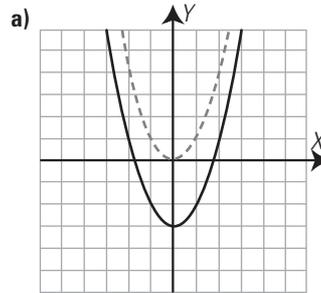
20. $y = x^2 + 2x - 15$

Eje X: $A(-5, 0), B(3, 0)$ Eje Y: $C(0, -15)$

4. TRASLACIONES. SIMETRÍAS. INTERPRETACIÓN CONJUNTA DE GRÁFICAS

PIENSA Y CALCULA

¿Qué movimiento debes hacer, en cada caso, con la gráfica roja para que coincida con la gráfica azul?



- a) Trasladarla verticalmente 3 unidades hacia abajo.
- b) Trasladarla horizontalmente 2 unidades hacia la izquierda.

CARNÉ CALCULISTA

Resuelve el sistema por el método más sencillo:

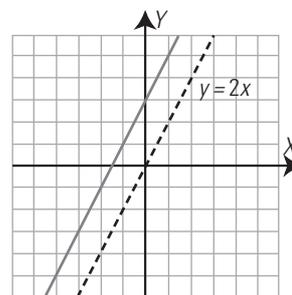
$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 4x + y = 10 \end{cases}$$

$x = 3, y = -2$

APLICA LA TEORÍA

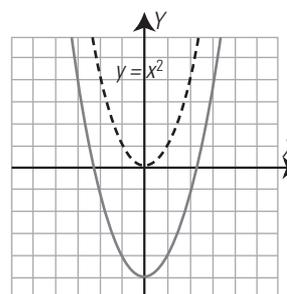
Escribe, en cada caso, la ecuación de la gráfica azul, que es una traslación vertical de la gráfica roja. ¿Cuáles son simétricas respecto del eje Y?

21.



$y = 2x + 3$

22.

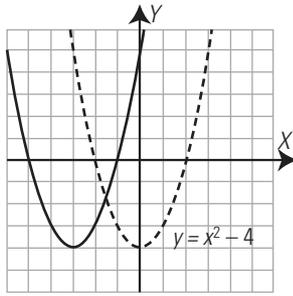


$y = x^2 - 5$

Las dos parábolas son simétricas respecto del eje Y

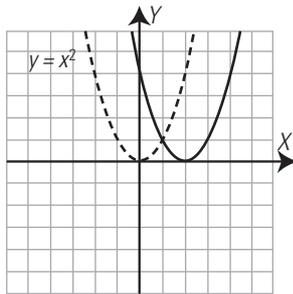
Escribe, en cada caso, la ecuación de la gráfica azul, que es una traslación horizontal de la gráfica roja:

23.



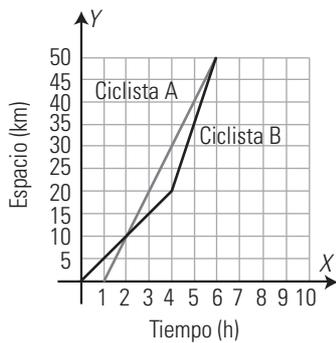
$y = (x + 3)^2 - 4$

24.



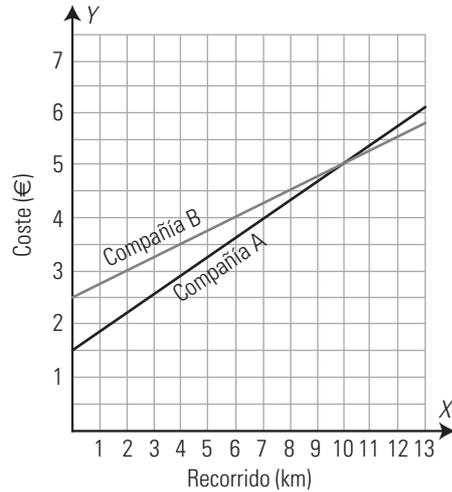
$y = (x - 2)^2$

25. Las gráficas siguientes recogen el recorrido de dos ciclistas. Analízalas y contesta: ¿Qué distancia recorren? ¿Salen a la vez? ¿Qué ciclista ha ido más rápido? ¿Se encuentran en algún momento?



- a) Distancia: 50 km
- b) No. El ciclista A sale una hora después que el B.
- c) El ciclista A.
- d) A los 10 km de la salida y en la meta.

26. En una pequeña isla hay dos compañías de taxi. La compañía A cobra 1,5 € por bajada de bandera y 0,35 € por cada kilómetro recorrido. La compañía B cobra 2,5 € por bajada de bandera y 0,25 € por kilómetro recorrido. Representa las gráficas de las funciones del coste de un viaje en función de los kilómetros recorridos para cada compañía, y deduce qué compañía es más económica para hacer un viaje.



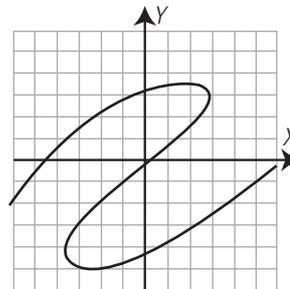
Para hacer un recorrido menor de 10 km, la compañía A es más económica. Para hacer un recorrido de más de 10 km, la compañía B es más barata.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. FUNCIONES

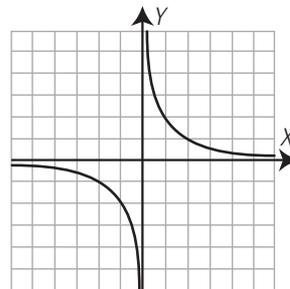
Indica cuál de las siguientes gráficas es una función:

27.



No es función.

28.

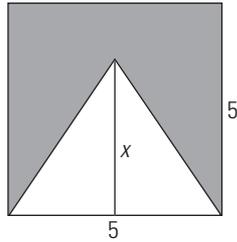


Sí es función.

29. En la representación gráfica de una función, cada ordenada, y , disminuida en 3 unidades, es igual al doble de la abscisa.

- a) Escribe la ecuación que relaciona la ordenada, y , en función de la abscisa, x
 - b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?
- a) $y - 3 = 2x \Rightarrow y = 2x + 3$
 b) Es de grado uno o primer grado.

30. Dado el siguiente dibujo:



- a) Escribe el área de la superficie azul, y , en función de la altura del triángulo, x
- b) ¿De qué grado es la función polinómica que se obtiene?
- c) Halla el dominio.
- d) Halla la imagen o recorrido.

- a) $y = 25 - 2,5x$
- b) De grado uno o primer grado.
- c) Dominio: $0 \leq x \leq 5$
- d) Imagen o recorrido: $12,5 \leq y \leq 25$

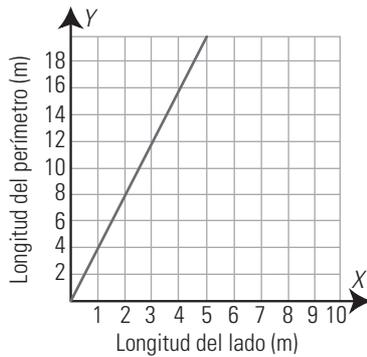
Cada una de las siguientes funciones está expresada de una de las cuatro formas. Halla, en cada una de ellas, la expresión de las otras tres formas:

31. El perímetro de un rombo en función de la medida del lado.

a) Tabla:

Longitud del lado (m): x	1	2	3	...
Longitud del perímetro (m): y	4	8	12	...

b) Gráfica:

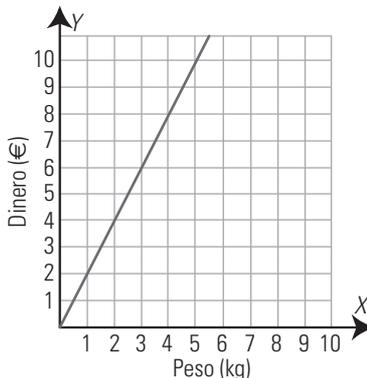


c) Fórmula: $y = 4x$

32. Tabla:

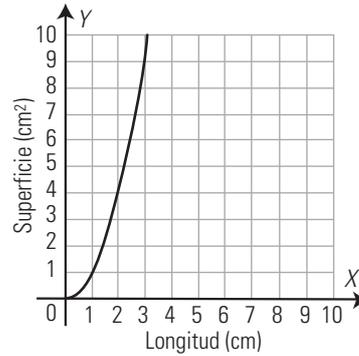
Masa (kg): x	1	2	3	...
Dinero (€): y	2	4	6	...

- a) Enunciado: el precio de un kilo de melocotones es de 2 €
- b) Gráfica:



c) Fórmula: $y = 2x$

33. Gráfica:



- a) Enunciado: área de un cuadrado en función del lado.
- b) Tabla:

Longitud del lado (cm): x	1	2	3	4	...
Área (cm²): y	1	4	9	16	...

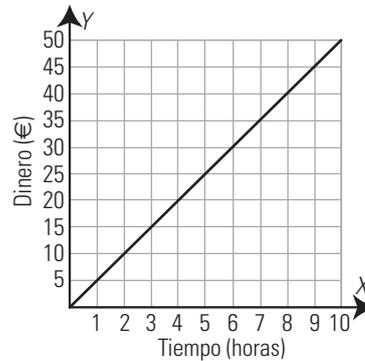
c) Fórmula: $y = x^2$

34. Fórmula: $y = 5x$

- a) Enunciado: un trabajador cobra 5 € por cada hora trabajada.
- b) Tabla:

Tiempo (h): x	1	2	3	...
Dinero (€): y	5	10	15	...

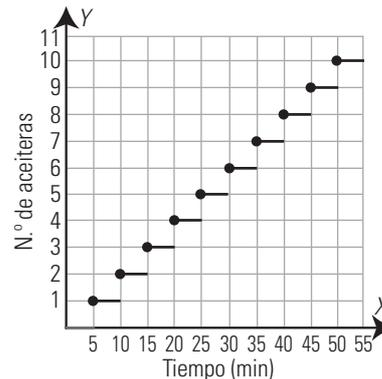
c) Gráfica:



2. CONTINUIDAD, ASÍNTOTAS Y PERIODICIDAD

35. Un artesano hace una aceitera de vidrio en 5 minutos. Expresa el número de aceiteras que hace el artesano en función del tiempo, esboza la gráfica de la función y analiza si es continua.

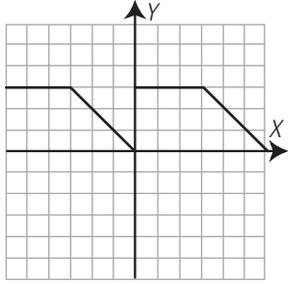
$$y = \frac{x}{5}$$



No es continua. Hay un salto cada 5 minutos que acaba una aceitera.

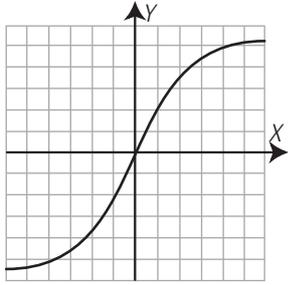
Indica cuál de las siguientes gráficas es continua y cuál no:

36.



No es continua. Tiene un salto en $x = 0$ de 3 unidades.

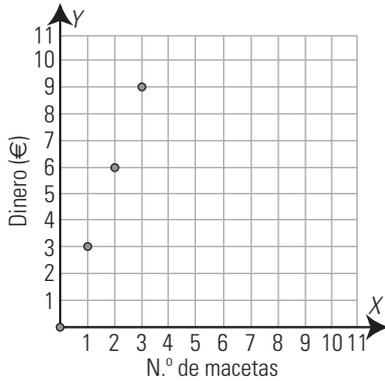
37.



Es continua.

38. En una floristería cobran 3 € por cada maceta que venden. Escribe la fórmula que expresa el dinero cobrado en función de las macetas vendidas. Representa y analiza si es continua.

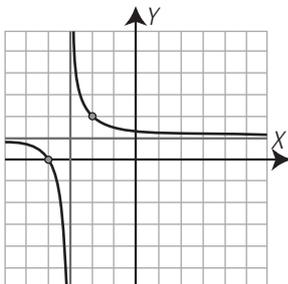
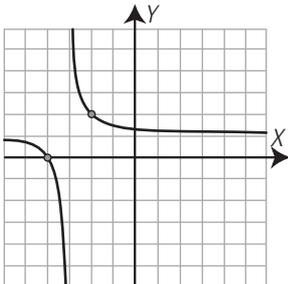
$$y = 3x$$



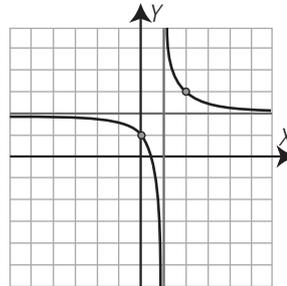
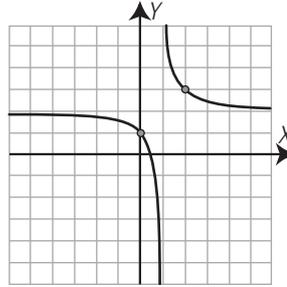
Es discontinua porque la variable x es discreta.

Copia y dibuja las asíntotas de las siguientes gráficas:

39.

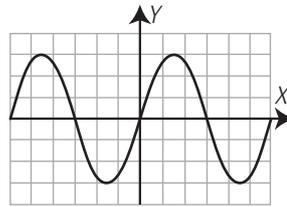


40.



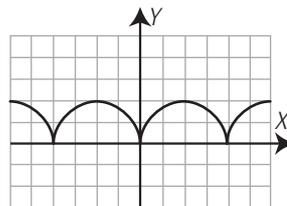
Analiza si las siguientes gráficas son periódicas y, en caso afirmativo, calcula el período:

41.



Sí es periódica. Su período es 6

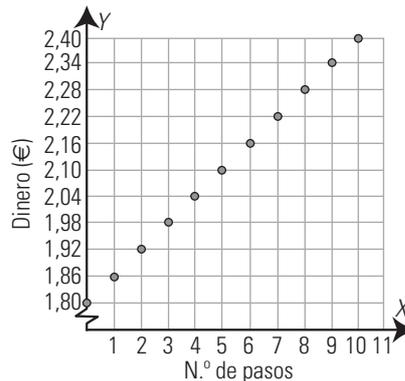
42.



Sí es periódica. Su período es 4

43. Un taxi cobra 1,8 € por bajada de bandera y 0,06 € por cada paso del taxímetro. Expresa el precio de un viaje en taxi en función de los pasos del taxímetro. ¿Es continua la gráfica de la función?

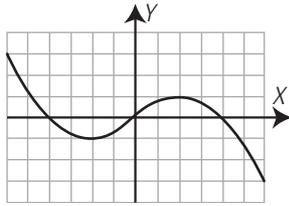
$$y = 1,8 + 0,06x$$



Es discontinua. En cada paso de taxímetro hay un salto de 0,06 €

3. CRECIMIENTO Y PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

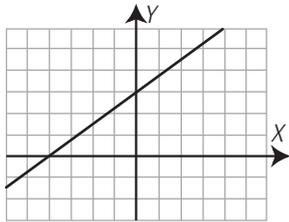
44. Analiza la gráfica siguiente y contesta:



- a) ¿Dónde es creciente? ¿Dónde es decreciente?
 - b) ¿En qué punto alcanza el máximo? ¿En cuál el mínimo?
 - c) ¿Dónde es convexa (∪) y cóncava (∩)?
- a) Creciente: entre -2 y 2
 Decreciente: a la izquierda de -2 y a la derecha de 2
- b) Máximo: $A(2, 1)$
 Mínimo: $B(-2, -1)$
- c) Convexa (∪): a la izquierda de cero.
 Cóncava (∩): a la derecha de cero.

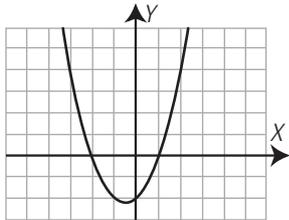
Observando las gráficas, señala los puntos de corte con el eje X y con el eje Y:

45.



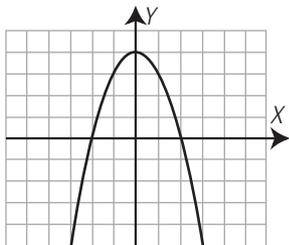
Eje X: $A(-4, 0)$ Eje Y: $B(0, 3)$

46.



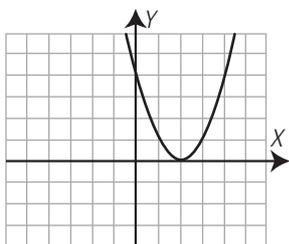
Eje X: $A(-2, 0), B(3, 0)$ Eje Y: $C(0, -2)$

47.



Eje X: $A(-2, 0), B(2, 0)$ Eje Y: $C(0, 4)$

48.



Eje X: $A(2, 0)$ Eje Y: $B(0, 4)$

Halla los puntos de corte con el eje X y con el eje Y:

49. $y = -2x + 4$

Eje X: $A(2, 0)$
 Eje Y: $B(0, 4)$

50. $y = 2x^2 - 6x$

Eje X: $O(0, 0), B(3, 0)$
 Eje Y: $C(0, 0)$

51. $y = x^2 - 25$

Eje X: $A(-5, 0), B(5, 0)$
 Eje Y: $C(0, -25)$

52. $y = x^2 - x - 12$

Eje X: $A(-3, 0), B(4, 0)$
 Eje Y: $C(0, -12)$

53. $y = 5$

Eje X: no corta.
 Eje Y: $A(0, 5)$

54. $y = x - 3$

Eje X: $A(3, 0)$
 Eje Y: $B(0, -3)$

55. $y = x^2 + 3x - 40$

Eje X: $A(-8, 0), B(5, 0)$
 Eje Y: $C(0, -40)$

56. $y = -x^2 + 9$

Eje X: $A(-3, 0), B(3, 0)$
 Eje Y: $C(0, 9)$

57. $y = x^2 + 2x + 1$

Eje X: $A(-1, 0)$
 Eje Y: $B(0, 1)$

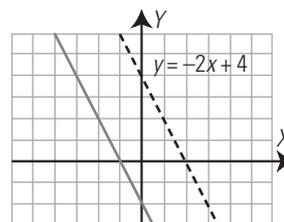
58. $y = x^2 - 4x + 3$

Eje X: $A(1, 0), B(3, 0)$
 Eje Y: $C(0, 3)$

4. TRASLACIONES. SIMETRÍAS. INTERPRETACIÓN CONJUNTA DE GRÁFICAS

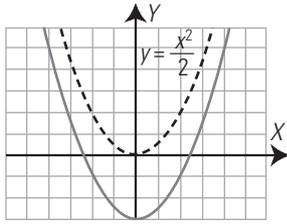
Escribe la fórmula de la gráfica azul, que es una traslación de la gráfica roja, en cada caso. ¿Cuáles son simétricas respecto del eje Y?

59.



$y = -2x - 2$

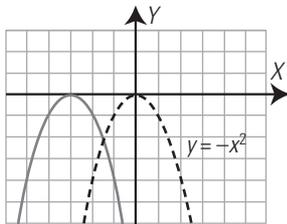
60.



$$y = \frac{x^2}{2} - 3$$

Las dos parábolas son simétricas respecto del eje Y

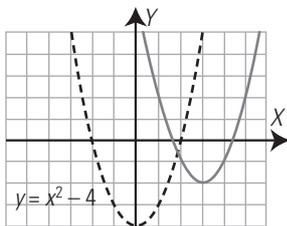
61.



$$y = -(x + 3)^2$$

La función $y = -x^2$ es simétrica respecto del eje Y

62.



$$y = (x - 3)^2 - 2$$

La función $y = x^2 - 4$ es simétrica respecto del eje Y

63. ¿Cuáles de las siguientes funciones son pares?

a) $y = x + 2$

b) $y = x^2 - 3$

¿Alguna de ellas es simétrica respecto del eje Y ?

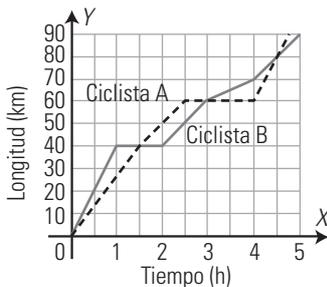
¿Por qué?

a) $f(-x) = -x + 2 \neq f(x) \Rightarrow$ No es par.

b) $f(-x) = (-x)^2 - 3 = x^2 - 3 = f(x) \Rightarrow$ Sí es par.

La función $y = x^2 - 3$ es simétrica respecto del eje Y por ser par.

64. Las gráficas siguientes recogen el recorrido de dos ciclistas. Analízalas y contesta:



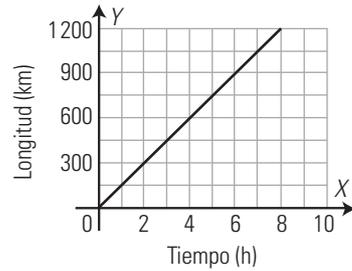
- a) ¿Qué distancia recorre cada uno? ¿Salen a la vez?
- b) ¿Qué ciclista ha ido más rápido? ¿Dónde ha llegado? ¿Se encuentran en algún momento?

a) Ciclista A: 90 km Ciclista B: 90 km
Sí salen a la vez.

b) El ciclista B. Llega a 90 km. Se encuentran a los 40 km de la salida, a los 60 km y a los 80 km

PARA AMPLIAR

65. La siguiente gráfica representa la relación que hay entre el tiempo y el espacio recorrido por un tren:



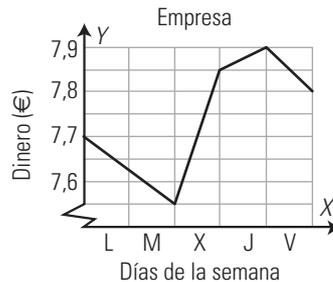
- a) Haz una tabla de valores a partir de la gráfica.
- b) ¿Es continua?
- c) ¿Es creciente o decreciente?
- d) ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 8 horas?
- e) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 600 km?

a)

Tiempo (h)	0	1	2	3	4	...
Longitud (km)	0	150	300	450	600	...

- b) Sí.
- c) Es creciente.
- d) $150 \cdot 8 = 1200$ km
- e) $600 : 150 = 4$ horas.

66. La gráfica de la cotización en bolsa de cierta empresa durante una semana es la siguiente:

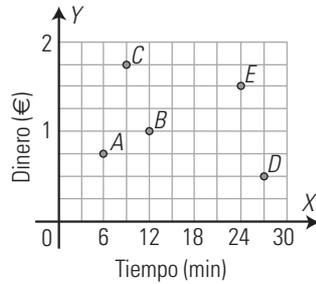


- a) ¿En qué momento alcanza la mayor cotización? ¿Cuál es el valor?
- b) ¿En qué momento alcanza la menor cotización? ¿Cuál es el valor?
- c) ¿Durante qué días ha subido?
- d) ¿Durante qué días ha bajado?
- e) Durante la semana, ¿ha subido o ha bajado? ¿Cuánto?

- a) Al cierre del jueves con 7,9 €
- b) Al cierre del martes con 7,55 €
- c) Miércoles y jueves.
- d) Lunes, martes y viernes.
- e) Ha subido: $7,8 - 7,7 = 0,1$ €

PROBLEMAS

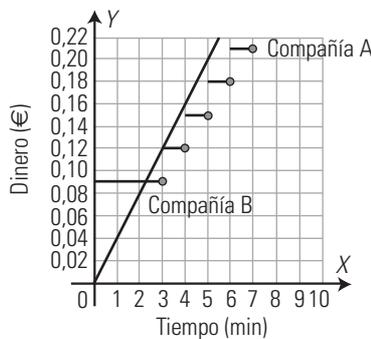
67. La siguiente gráfica representa la duración y el coste de ciertas llamadas telefónicas:



- a) ¿Esta gráfica representa una función?
- b) ¿Es continua?
- c) ¿Qué llamada es la que más tiempo ha durado?
- d) ¿Qué llamada es la que menos tiempo ha durado?
- e) ¿Qué llamada ha sido la más cara?
- f) ¿Qué llamada ha sido la más barata?

- a) Sí. b) No.
- c) La D d) La A
- e) La C f) La D

68. La compañía telefónica A cobra por llamadas locales 0,09 € durante los tres primeros minutos de conversación, y después 0,03 € por cada minuto o fracción de minuto. La compañía telefónica B cobra por segundos a razón de 0,04 € por cada minuto desde el comienzo de la llamada:



- a) Si las llamadas duran menos de 2,25 minutos, ¿qué compañía interesa más?
- b) Si las llamadas duran más de 2,25 minutos, ¿qué compañía interesa más?
- c) Si las llamadas duran exactamente 3 minutos, ¿qué compañía interesa más?

- a) La compañía B
- b) La compañía A
- c) Las dos compañías cobran lo mismo.

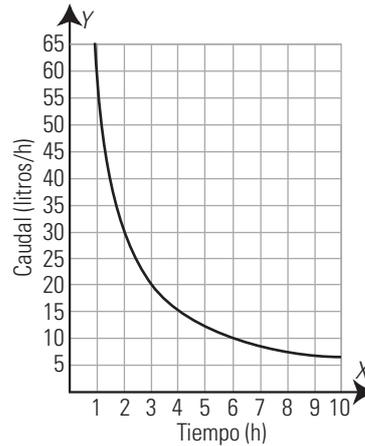
69. Un depósito se llena con un grifo que vierte 60 litros en una hora.

- a) Haz una tabla de valores.
- b) Representa la función del caudal en función del tiempo.
- c) Analiza si tiene asíntotas y explica su significado.

a) Tabla:

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	...
Caudal (litros/h)	60	30	20	15	12	...

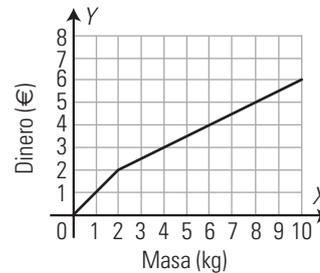
b) Gráfica:



c) Asíntotas:

Asíntota horizontal: $y = 0$
 Si aumenta muchísimo el tiempo para llenar el depósito, el caudal debe ser muy pequeño. Se aproxima a cero.
 Asíntota vertical: $x = 0$
 Si el depósito se llena en muy poco tiempo, el caudal debe ser muy grande. Al aproximarse el tiempo a cero, el caudal tendería al infinito.

70. Dada la gráfica de la oferta de naranjas:



- a) ¿Es una gráfica de puntos o de líneas?
- b) ¿Es creciente o decreciente?
- c) ¿Cuánto cuesta 1 kg de naranjas?
- d) ¿Y 2 kg?
- e) ¿Y 3 kg?
- f) ¿Y 4 kg?
- g) ¿Cómo definirías con palabras la oferta?

- a) Es de líneas.
- b) Creciente.
- c) 1 €
- d) 2 €
- e) 2,5 €
- f) 3 €
- g) A partir de 2 kg el precio del kilo es 0,5 €, la mitad de lo que vale el kilo si se compran uno o dos kilos.

71. Un técnico de televisores cobra 5 € por ir al domicilio y 10 € por cada hora o fracción de hora.

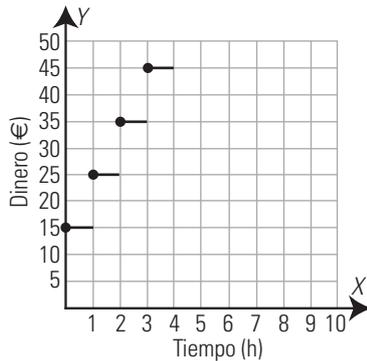
Tiempo (h)	1	2	3	4	5	...
Dinero (€)			35			...

- a) Completa la tabla.
- b) Representa la tabla en unos ejes coordenados.
- c) ¿Es una función continua?

a)

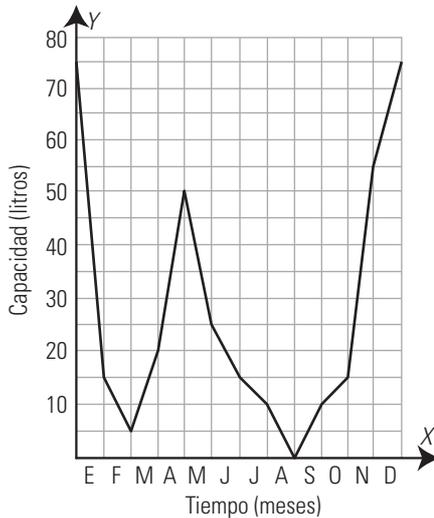
Tiempo (h)	1	2	3	4	5	...
Dinero (€)	15	25	35	45	55	...

b) Si cobra la fracción de hora como hora completa, la gráfica es:

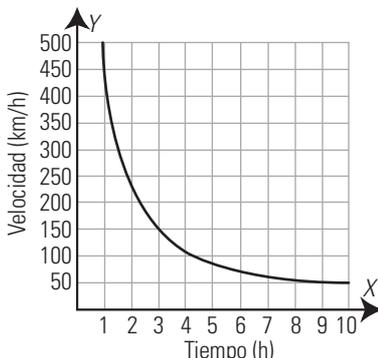


c) No es continua. En cada hora da un salto de 10 €

72. Se considera que la media de agua de lluvia recogida en un depósito en los días lluviosos es de 10 litros. A partir de este dato, representa de forma aproximada en unos ejes coordenados la cantidad de agua que se recogería en dicho depósito a lo largo de un año si estuviese situado en tu ciudad. (Representa en el eje de abscisas los meses del año y en el eje de ordenadas la cantidad de agua recogida).



73. Sabiendo que un coche realiza un recorrido en 5 horas a 90 km/h, representa la velocidad en función del tiempo, analiza si dicha función tiene asíntotas y explica su significado.



Asíntota horizontal: $y = 90$

Si aumenta muchísimo el tiempo para recorrer la distancia, la velocidad debe ser muy baja. Se aproxima a cero.

Asíntota vertical: $x = 0$

Si el tiempo dedicado a recorrer la distancia es muy pequeño, la velocidad debe ser muy alta. Al aproximarse el tiempo a cero, la velocidad tendería al infinito.

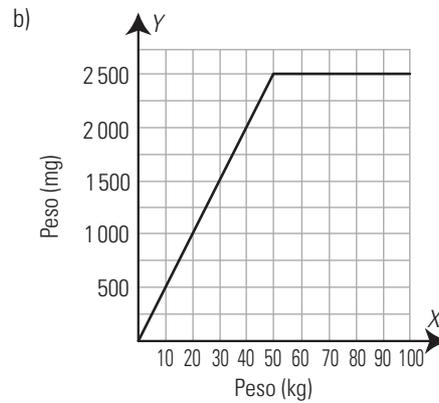
PARA PROFUNDIZAR

74. La dosis de un medicamento es de 10 mg/kg por toma hasta un máximo de 5 tomas al día, sin sobrepasar los 2500 mg al día.

- a) Haz una tabla de valores en la que se recoja la cantidad máxima de medicamento en función del peso del paciente.
- b) Representa la gráfica que expresa la máxima cantidad de medicamento en función del peso.
- c) ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima diaria?

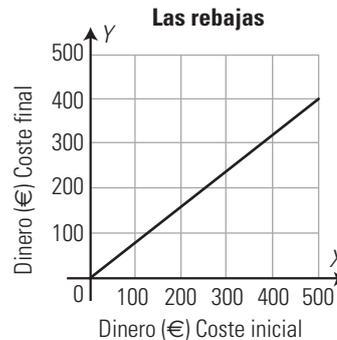
a)

Peso (kg)	10	20	30	40	50	...
Peso (mg)	500	1000	1500	2000	2500	...



c) A partir de 50 kg

75. La siguiente gráfica representa la relación que hay entre el coste inicial de un producto y el coste final que pagamos en temporada de rebajas:



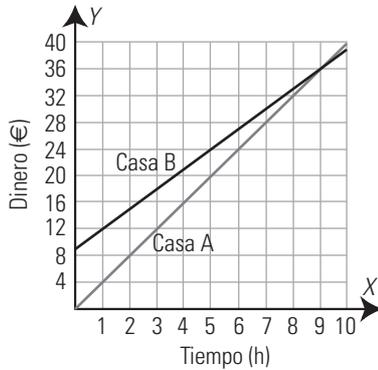
- a) ¿Es creciente o decreciente?
- b) ¿Cuánto pagamos por un artículo que costaba inicialmente 500 €?
- c) ¿Qué tanto por ciento descuentan?
- d) Si hemos pagado por un artículo 200 €, ¿cuánto costaba antes de la rebaja?

- a) Es creciente.
- b) 400 €
- c) El 20%
- d) 250 €

76. Una casa A de alquiler de coches cobra 4 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 9 € más 3 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y cuándo en la casa B

Casa A: $y = 4x$

Casa B: $y = 3x + 9$

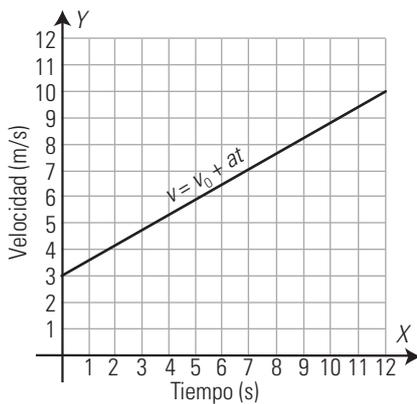


Resolviendo $4x = 3x + 9 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow y = 36$

La casa A es más barata hasta 9 horas de alquiler. A partir de 9 horas es más barata la casa B

APLICA TUS COMPETENCIAS

77. La gráfica adjunta recoge el movimiento de una motocicleta. Calcula la velocidad inicial y la aceleración.



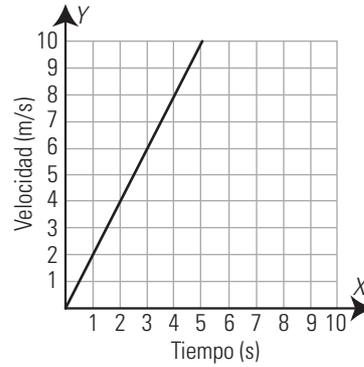
La velocidad inicial es $v_0 = 3 \text{ m/s}$

La aceleración es la pendiente de la recta.

$7/12 = 0,58 \text{ m/s}^2$

78. Un móvil parte del reposo y lleva una aceleración de 2 m/s^2 . Haz una tabla de valores que represente la velocidad del móvil en función del tiempo y representa la gráfica.

Tiempo (h)	1	2	3	4	5	...
Velocidad (m/s)	2	4	6	8	10	...

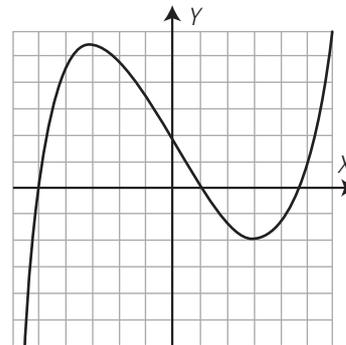


COMPRUEBA LO QUE SABES

1. Escribe las distintas formas de expresar una función. Pon un ejemplo de una gráfica.

Las funciones se pueden expresar mediante un enunciado, una tabla, una gráfica y una fórmula.

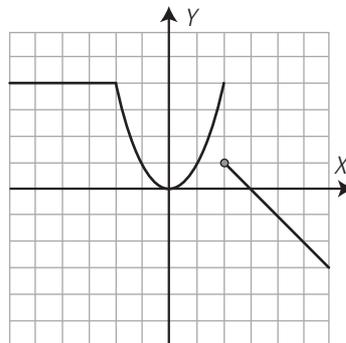
Ejemplo:



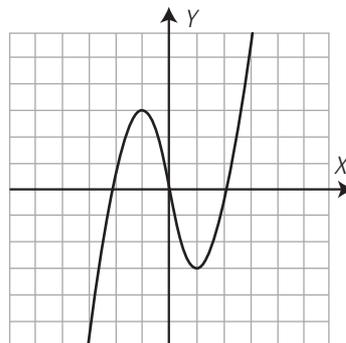
Sí es función.

2. Indica cuál de las siguientes funciones son continuas y cuál no:

a)



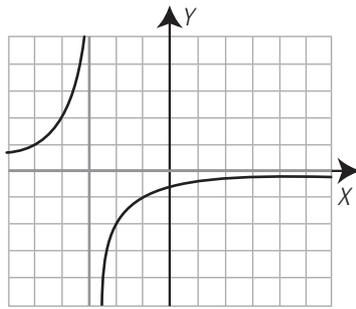
b)



a) Es discontinua en $x = 2$

b) Es continua.

3. Dada la función de la gráfica.



- a) ¿Es continua?
- b) ¿Es periódica?
- c) ¿Es simétrica respecto al eje Y?
- d) Halla sus asíntotas.

- a) No es continua, es discontinua en $x = -3$
- b) No es periódica.
- c) No es simétrica respecto del eje Y
- d) Asíntota vertical $x = -3$
Asíntota horizontal $y = 0$

4. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

- a) $y = -3x + 6$
- b) $y = 3x^2 + 4x - 4$

- a) Eje X: A(2, 0)
Eje Y: B(0, 6)
- b) Eje X: A(2/3, 0), B(- 2, 0)
Eje Y: C(0, - 4)

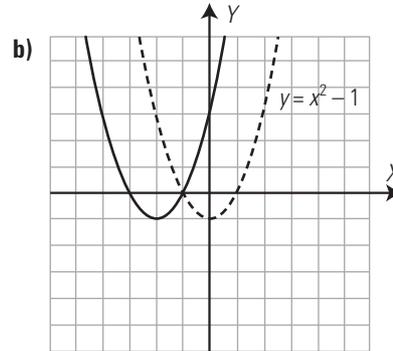
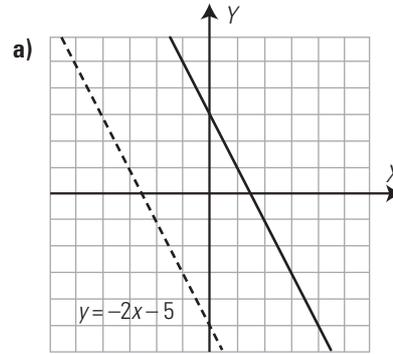
5. La gráfica de la cotización en bolsa de cierta empresa durante una semana es la siguiente:



- a) ¿En qué momento alcanza la mayor cotización? ¿Cuál es el valor?
- b) ¿En qué momento alcanza la menor cotización? ¿Cuál es el valor?
- c) ¿Durante qué días ha subido?
- d) ¿Durante qué días ha bajado?
- e) En la semana, ¿ha subido o ha bajado? ¿Cuánto?

- a) Al cierre del jueves con 7,9 €
- b) Al cierre del martes con 7,55 €
- c) Miércoles y jueves.
- d) Lunes, martes y viernes.
- e) Ha subido: $7,8 - 7,7 = 0,1$ €

6. Escribe la ecuación de la gráfica azul, que es una traslación de la gráfica roja. ¿Cuál es simétrica respecto del eje Y?



- a) $y = -2x - 5 + 8$ $y = -2x + 3$
- b) $y = (x + 2)^2 - 1$ $y = x^2 + 4x + 3$

La función $y = x^2 - 1$ es simétrica respecto del eje Y

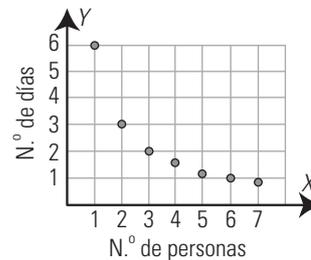
7. Una persona tarda 6 días en recoger las fresas de una finca.

- a) Haz una tabla que exprese el tiempo que se tarda en recoger las fresas en función del número de personas.
- b) Representa la gráfica
- c) ¿Es continua la función?

a) Tabla:

N.º de personas	1	2	3	4	5	6
Tiempo (días)	6	3	2	1,5	1,2	1

b) Gráfica:



c) Es discontinua. La variable independiente es discreta.

8. Un vendedor recibe dos ofertas de trabajo. La empresa A le ofrece un sueldo mensual de 600 € y 60 € por cada ordenador que venda. La empresa B le ofrece 500 € y 80 € por cada ordenador que venda.

- a) Expresa, en cada caso, el salario en función del número de ordenadores que venda.
- b) ¿Cuándo le interesa trabajar en la empresa A?
- c) ¿Cuándo le interesa trabajar en la empresa B?

- a) Empresa A: $y = 600 + 60x$ Empresa B: $y = 500 + 80x$
- b) Cuando venda menos de 5 ordenadores.
- c) Cuando venda más de 5 ordenadores.

WINDOWS/LINUX **WIRIS**

PASO A PASO

79. Dada la función $y = \cos(\pi x)$, ¿es continua?, ¿es periódica?, ¿es simétrica respecto al eje Y?

Resuelto en el libro del alumnado.

80. Dada la función $y = 1 + \frac{2}{x-3}$, ¿es continua?, ¿es periódica?, ¿es simétrica respecto al eje Y? Halla sus asíntotas.

Resuelto en el libro del alumnado.

81. Representa la siguiente función:

$$y = -\frac{x^3}{8} + \frac{3x}{2} + 2$$

- a) ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- b) Halla los máximos y los mínimos.
- c) ¿Dónde es convexa (∪) y cóncava (∩)?
- d) Halla los puntos de corte con los ejes.

Resuelto en el libro del alumnado.

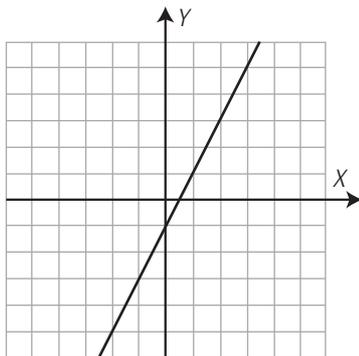
82. Representa la función: $y = x^2$. Haz una traslación de 3 unidades a la izquierda y luego de 4 unidades hacia abajo.

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

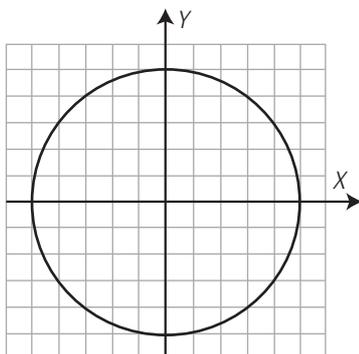
Representa las siguientes fórmulas y razona cuáles son funciones y cuáles no lo son:

83. $y = 2x - 1$



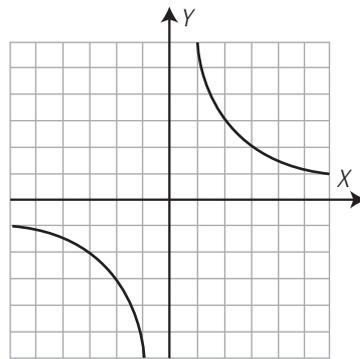
Sí es función.

84. $x^2 + y^2 = 25$



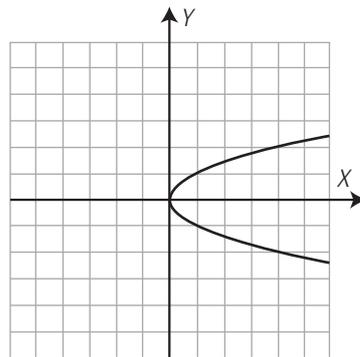
No es función.

85. $x \cdot y = 6$



Sí es función.

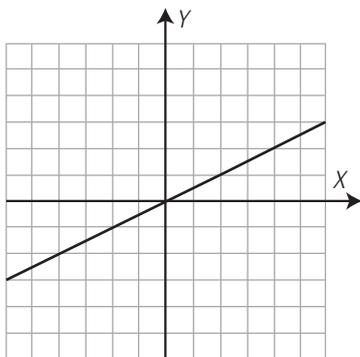
86. $x - y^2 = 0$



No es función.

Representa las funciones y, para cada una de ellas, contesta: ¿Es continua? ¿Es periódica? ¿Es simétrica respecto del eje Y? Halla las asíntotas.

87. $y = \frac{x}{2}$



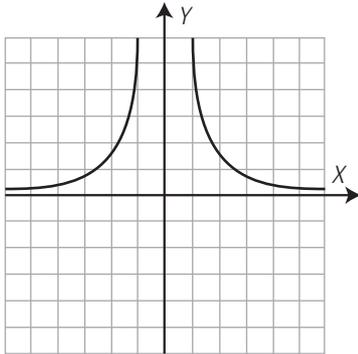
Es continua.

No es periódica.

No es simétrica respecto del eje Y

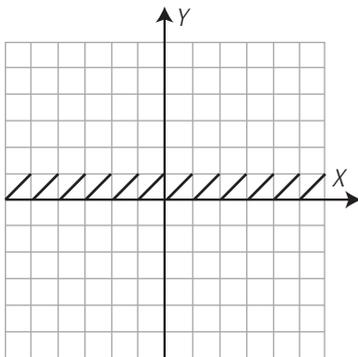
No tiene asíntotas.

88. $y = \frac{6}{x^2}$



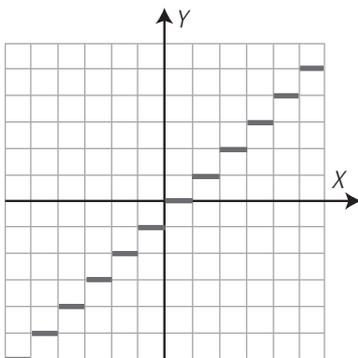
No es continua. Es discontinua en $x = 0$
 No es periódica.
 Es simétrica respecto del eje Y
 Asíntota vertical $x = 0$
 Asíntota horizontal $y = 0$

89. $y = \text{decimal}(x)$



No es continua. Da saltos en los valores enteros de x
 Es periódica de período 1
 No es simétrica respecto del eje Y
 No tiene asíntotas.

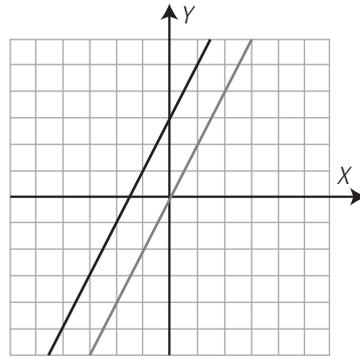
90. $y = \text{suelo}(x)$



No es continua.
 Es periódica de período π
 No es simétrica respecto del eje Y

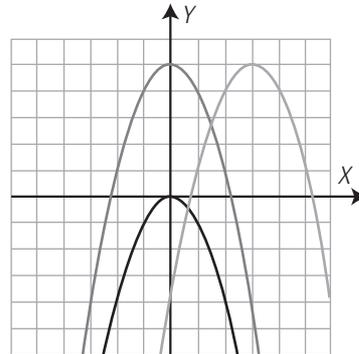
91. Representa la función $y = 2x$
 Haz una traslación de 3 unidades hacia arriba.

$y = 2x + 3$



92. Representa la función $y = -x^2$. Haz una traslación de 5 unidades hacia arriba, y luego haz una traslación de 3 unidades hacia la derecha.

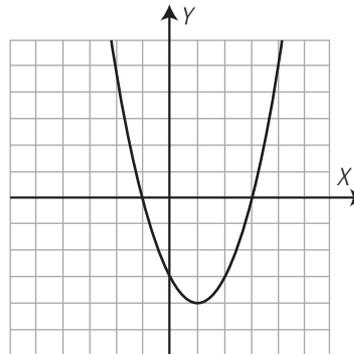
$y = -x^2 + 5$
 $y = -(x - 3)^2 + 5$



Representa las funciones y , para cada una de ellas, halla:

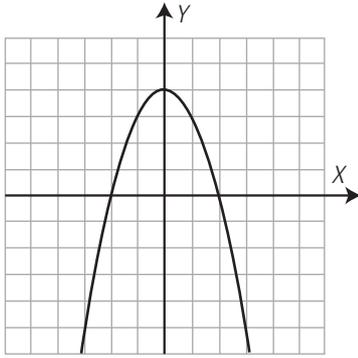
- a) ¿Dónde son crecientes y dónde decrecientes?
- b) Máximos y mínimos.
- c) ¿Dónde son convexas (\cup) y dónde cóncavas (\cap)?
- d) Los puntos de corte con los ejes.

93. $y = x^2 - 2x - 3$



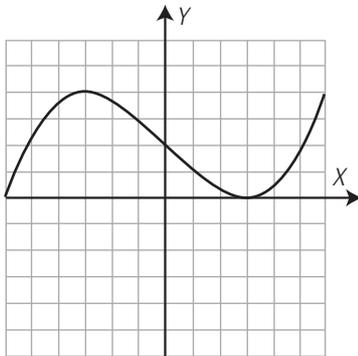
- a) Creciente: a la derecha de 1
 Decreciente: a la izquierda de 1
- b) Mínimo: $A(1, -4)$
- c) Convexa (\cup): en todo el dominio.
 Cóncava (\cap): no es cóncava nunca.
- d) Eje X : $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$
 Eje Y : $C(0, -3)$

94. $y = -x^2 + 4$



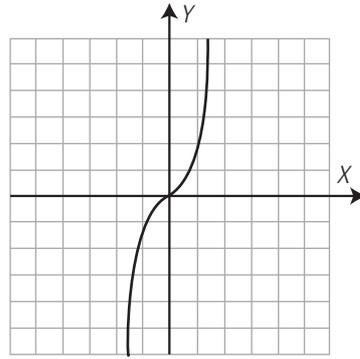
- a) Creciente: a la izquierda de cero.
Decreciente: a la derecha de cero.
- b) Máximo: $A(0, 4)$
- c) Convexa (\cup): no es convexa nunca.
Cóncava (\cap): en todo el dominio.
- d) Eje X: $A(-2, 0), B(2, 0)$
Eje Y: $C(0, 4)$

95. $y = \frac{x^3}{27} - x + 2$



- a) Creciente: a la izquierda de -3 y a la derecha de 3
Decreciente: entre -3 y 3
- b) Máximo: $A(-3, 4)$
Mínimo: $B(3, 0)$
- c) Convexa (\cup): a la derecha de cero.
Cóncava (\cap): a la izquierda de cero.
- d) Eje X: $A(-6, 0), B(3, 0)$
Eje Y: $C(0, 2)$

96. $y = x^3$

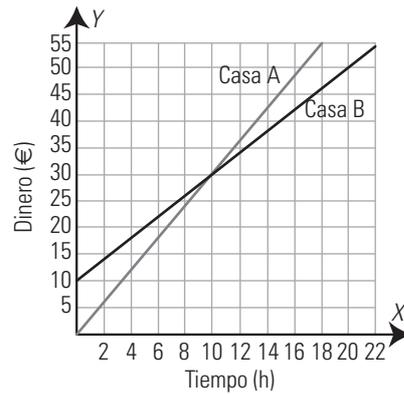


- a) Creciente: siempre.
Decreciente: nunca.
- b) No tiene máximos ni mínimos.
- c) Convexa (\cup): después de $x = 0$
Cóncava (\cap): antes de $x = 0$
- d) Eje X: $O(0, 0)$
Eje Y: $O(0, 0)$

97. Una casa A de alquiler de coches cobra 3 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 10 € más 2 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y cuándo en la casa B

Casa A: $y = 3x$

Casa B: $y = 2x + 10$



Es más barata la casa A hasta 10 horas. Después es más barata la casa B