

## Los conjuntos numéricos

**1.** Respuesta sugerida:

NATURALES:

- Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y operaciones combinadas.
- Propiedades: suma: conmutativa y asociativa. Multiplicación: conmutativa, asociativa, elemento unidad, distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
- Representación: sobre la recta numérica, a la derecha del 0.

ENTEROS:

- Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y operaciones combinadas.
- Propiedades: suma: conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento opuesto. Multiplicación: conmutativa, asociativa, elemento unidad, distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
- Representación: sobre toda la recta numérica.

FRACCIONARIOS:

- Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y operaciones combinadas.
- Propiedades: suma: conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento opuesto. Multiplicación: conmutativa, asociativa, elemento unidad, distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
- Representación: sobre toda la recta numérica.

DECIMALES:

- Operaciones: suma, resta, multiplicación, división y operaciones combinadas.
- Propiedades: suma: conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento opuesto. Multiplicación: conmutativa, asociativa, elemento unidad, distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
- Representación: sobre toda la recta numérica.

**2.** Respuesta sugerida: a) Contar el número de piezas de un puzle; b) Medir la temperatura ; c) Comprar productos que se dividen en partes: medio kilo de manzanas...; d) Pagar un producto : 2,65 €...

**3.** Limitados: 6,762; -1,5. Ilimitados periódicos puros: 2,36363636...  $0,2\overline{5}$ ;  $4,9\overline{1}$ ; Ilimitados periódicos mixtos: -1,7555...

## Fracciones decimales y porcentajes

**4.** a) Para obtener las fracciones, dividimos el número de millones de habitantes de cada país entre el número total de millones de habitantes de la UE.

$$\text{Alemania: } \frac{82}{500} = 0,164 \cdot 100 = 16,4 \%$$

$$\text{Finlandia: } \frac{5,3}{500} = 0,0106 \cdot 100 = 1,06 \%$$

$$\text{Malta: } \frac{0,4}{500} = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0,08 \%$$

$$\text{España: } \frac{46}{500} = 0,092 \cdot 100 = 9,2 \%$$

$$\text{Italia: } \frac{60}{500} = 0,12 \cdot 100 = 12 \%$$

b) Para obtener las fracciones, dividimos el número de kilómetros cuadrados de cada país entre el número total de kilómetros cuadrados de la UE.

$$\text{Suecia: } \frac{450000}{4000000} = 0,1125 \cdot 100 = 11,25 \%$$

Reino Unido:

$$\frac{245000}{4000000} = 0,0612 \cdot 100 = 6,12 \%$$

$$\text{Francia: } \frac{550000}{4000000} = 0,1375 \cdot 100 = 13,75 \%$$

Dinamarca:

$$\frac{43000}{4000000} = 0,0108 \cdot 100 = 1,08 \%$$

$$\text{Lituania: } \frac{65000}{4000000} = 0,0163 \cdot 100 = 1,63 \%$$

c) Para calcular la densidad de población, dividimos el número de habitantes de cada país entre su número de kilómetros cuadrados.

$$\text{Finlandia: } \frac{5300000 \text{ hab}}{338000 \text{ km}^2} = 15,68 = 16 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

$$\text{Alemania: } \frac{82000000 \text{ hab}}{357000 \text{ km}^2} = 229,7 = 230 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

$$\text{Malta: } \frac{400000 \text{ hab}}{316 \text{ km}^2} = 1265,8 = 1266 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

$$\text{España: } \frac{46000000 \text{ hab}}{505000 \text{ km}^2} = 91,09 = 91 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

$$\text{Bulgaria: } \frac{7600000 \text{ hab}}{112000 \text{ km}^2} = 67,85 = 68 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

$$\text{Bélgica: } \frac{11000000 \text{ hab}}{30000 \text{ km}^2} = 366,66 = 367 \frac{\text{hab}}{\text{km}^2}$$

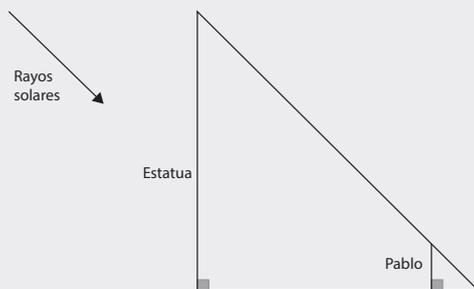
d) Respuesta abierta.

## Funciones

5. a) El tiempo en minutos es la variable independiente y el número de personas presentes en la sala de conciertos es la variable dependiente.
- b) Había 1800 personas.
- c)  $1800 : 2049 = 0,88 = 88 \%$
- d) 15 minutos.
- e) La función es decreciente porque a medida que aumenta el tiempo, disminuye el número de personas en la sala.
- f) Sí. La función tiene un máximo en  $(0, 1800)$  y un mínimo en  $(15, 0)$ .
- g) La función pasa por  $(0, 1800)$ , por lo tanto  $n = 1800$ . Su pendiente es:
- $$m = \frac{-1800}{15} = -120.$$
- Así, la expresión algebraica de la función es  $y = -120x + 1800$

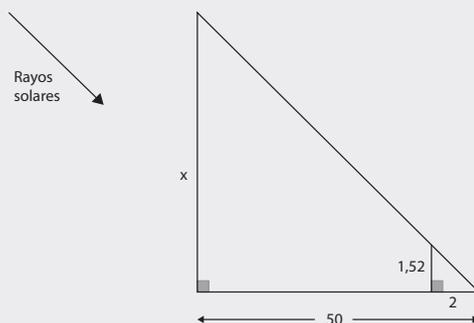
## Semejanza

6. a) Pablo debe estar situado en la zona de la sombra del monumento, para que la sombra de su cabeza coincida con la sombra de la cabeza del Cristo, formando dos triángulos rectángulos en posición de Tales:



Después debe medir las longitudes de su sombra y las del monumento. Finalmente, debe utilizar una proporción para calcular la altura del monumento.

- b) Representemos con  $x$  la altura del monumento:



Los dos triángulos rectángulos son semejantes. Así, sus segmentos correspondientes son proporcionales. Entonces, tenemos:

$$\frac{1,52}{x} = \frac{2}{50} \leftrightarrow 2x = 1,52 \cdot 50 \rightarrow x = \frac{1,52 \cdot 50}{2} = 38 \text{ m}$$

El monumento mide 38 metros de altura.

La razón de semejanza es  $r = \frac{50}{2} = 25$ .

- c)  $\frac{4}{19} \cdot 38 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m}$ . El pedestal tiene 8 metros de altura.
- d) La escala es  $1 : 2000$ . Así, 1 cm en la réplica corresponde a  $200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$  en el monumento.
- Tenemos, por lo tanto, una proporción. Representemos con  $x$  la altura de la réplica. Así,
- $$\frac{1}{x} = \frac{2}{38} \leftrightarrow 2x = 38 \rightarrow x = \frac{38}{2} = 19 \text{ cm}$$
- La réplica del Cristo Redentor mide 19 cm de altura.

## Áreas y volúmenes

7. a)  $A_{\text{base}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3,5^2 = \pi \cdot 12,25 = 38,5 \text{ cm}^2$

- b) La altura de la mermelada en el frasco es:

$$h = 9 \cdot \frac{8}{9} = 8 \text{ cm}.$$

Así, tenemos,  $V_{\text{mermelada}} = A_{\text{base}} \cdot h = 38,5 \cdot 8 = 308 \text{ cm}^3$

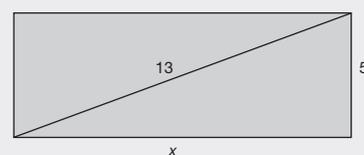
- c) El volumen de mermelada del nuevo frasco es  $V = 308 \cdot 1,25 = 385 \text{ cm}^3$

- d) Tenemos la siguiente proporción:

$$\frac{308}{385} = \frac{3,2}{x} \leftrightarrow x = \frac{3,2 \cdot 385}{308} \rightarrow x = 4$$

Así,  $385 \text{ cm}^3$  deberían costar 4 €. Como solo cuesta 3,70 €, el nuevo frasco es más económico.

- e) Por el teorema de Pitágoras y representando con  $x$  la longitud del rectángulo, tenemos:



$$13^2 = 5^2 + x^2$$

$$169 = 25 + x^2$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144} \rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

El área de la etiqueta es  $A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$

f) No es posible debido a que la longitud de la etiqueta es mayor que el perímetro del frasco, y causaría una superposición:  $P_{\text{frasco}} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3,5 = 7\pi = 22 \text{ cm}$  y  $23 > 22$ .

- 8.** 1. Arista lateral. 2. Cara lateral. 3. Arista básica.  
4. Base. 5. Altura. 6. Base.

## Estadística

- 9.** a) Fueron encuestados  $4 + 11 + 3 + 5 + 4 + 1 + 2 = 30$  periodistas.  
b) Tenemos:

$$\text{media} = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 11 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2}{30} = \frac{65}{30} = 2,2$$

Por lo tanto, cada periodista realizó, de media, 2,2 viajes el año pasado.

- c) Respuesta gráfica.  
d) La moda de la distribución es 4.  
e) Los datos ordenados:

000011111111111111222333334444566  
Me

La mediana es:  $Me = \frac{1 + 2}{2} = 1,5$ .

- f) La afirmación es falsa. Solo el 25 % de los periodistas realizaron entre 3 y 6 viajes el año pasado.