

- 1.** a) $15 \cdot 49 = 735$
 $35 \cdot 21 = 735$
 Son equivalentes
 b) $8 \cdot 119 = 952$
 $28 \cdot 34 = 952$
 Son equivalentes
 c) $72 \cdot 98 = 7056$
 $168 \cdot 42 = 7056$
 Son equivalentes

2. $\frac{-24}{36} = \frac{-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{-2}{3}$
 $\frac{105}{540} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{7}{36}$
 $\frac{42}{18} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{7}{3}$
 $\frac{-342}{-285} = \frac{342}{285} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19}{3 \cdot 5 \cdot 19} = \frac{6}{5}$

3. $\frac{8}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{1}$
 Representante canónico: $\frac{2}{1}$
 $\frac{1032}{36} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 43}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{86}{3}$

Representante canónico: $\frac{86}{3}$

$\frac{30}{25} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{6}{5}$

Representante canónico: $\frac{6}{5}$

$\frac{3}{12} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{4}$

Representante canónico: $\frac{1}{4}$

$\frac{33}{-187} = \frac{-3 \cdot 11}{11 \cdot 17} = \frac{-3}{17}$

Representante canónico: $\frac{-3}{17}$

- 4.** Tendremos tantos números racionales distintos como distintos representantes canónicos correspondan a estos números. Los representantes canónicos correspondientes son:

$\frac{-10}{3}, \frac{8}{5}, \frac{8}{5}, \frac{-10}{3}, \frac{7}{13}, \frac{8}{5}$

Por lo tanto, solo tenemos tres números racionales:

$\frac{-10}{3}, \frac{8}{5}$ y $\frac{7}{13}$

- 5.** $21,5\overline{64}$; $56,23\overline{65}$; $12,5\overline{4}$; $0,1\overline{25}$;
 $5,4\overline{32}$; $4,5\overline{9}$

Periódicos puros: $21,5\overline{64}$; $12,5\overline{4}$; $0,1\overline{25}$;

$5,4\overline{32}$; $4,5\overline{9}$

Periódicos mixtos: $56,23\overline{65}$

- 6.** Decimales limitados: $1,425$; $0,42$; $-1,53$
 Decimales ilimitados periódicos puros: $2,424242\dots$;
 $3,2\overline{5}$; $2,14\overline{3}$; $-0,\overline{4}$
 No hay ningún decimal ilimitado periódico mixto.

7. $\frac{13}{11} = 1,1\overline{8}$; $\frac{2}{7} = 0,2\overline{85714}$

$\frac{4}{13} = 1,3\overline{07692}$; $\frac{-5}{6} = -0,8\overline{3}$

$\frac{4}{-4} = -1$; $\frac{-2}{-5} = 0,4$; $\frac{11}{9} = 1,2\overline{2}$

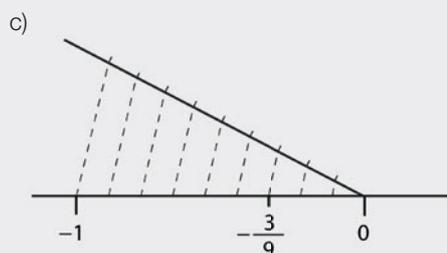
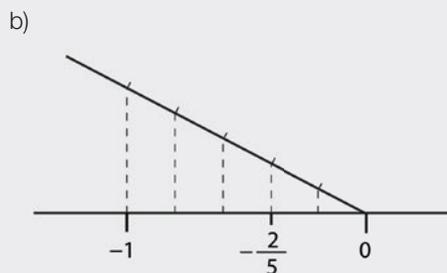
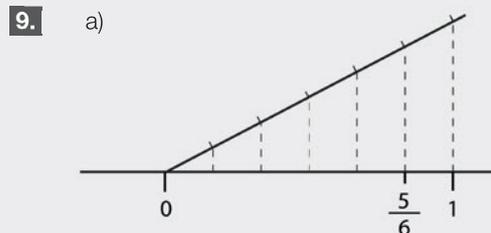
8. $2,036 = \frac{509}{250}$; $75,01\overline{2} = \frac{24979}{333}$;

$9,99 = \frac{999}{100}$; $9,07\overline{632} = \frac{36269}{3996}$;

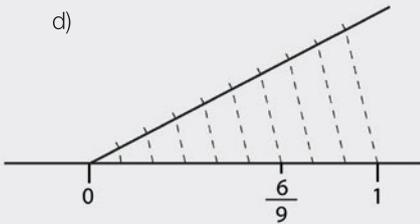
$1,2\overline{03} = \frac{1202}{999}$; $0,01\overline{6} = \frac{1}{60}$; $0,9 = 1$;

$21,4\overline{5} = \frac{236}{11}$; $0,43\overline{6} = \frac{24}{55}$

Si el número decimal es periódico puro de período 9, el número racional correspondiente es un número entero que se forma prescindiendo del 9 de la parte periódica y sumando 1 a la parte entera.

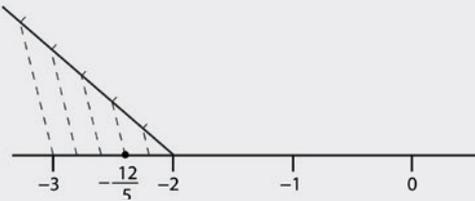


d)



10. El número es $-\frac{3}{5}$.

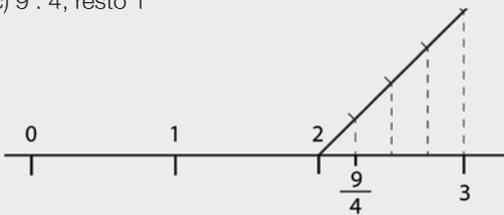
11. a)



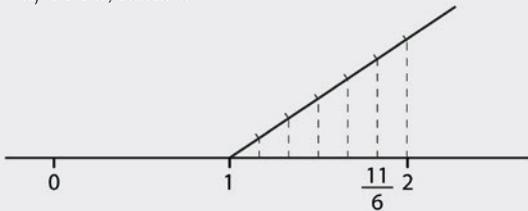
b)



c) $9 : 4$, resto 1



d) $11 : 6$, resto 5



$$\frac{9}{4} > \frac{11}{6} > -\frac{7}{3} > -\frac{12}{5}$$

12. a) $\frac{1}{6}$

c) $-\frac{12}{25}$

b) $\frac{-4}{15}$

d) $\frac{5}{49}$

13. Respuesta sugerida:

Propiedades de la suma:

— Propiedad conmutativa:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$$

— Propiedad asociativa:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{5} &= \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6}\right) + \frac{3}{5} = \\ &= \frac{7}{6} + \frac{3}{5} = \frac{53}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) &= \frac{1}{2} + \left(\frac{10}{15} + \frac{9}{15}\right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{19}{15} = \frac{53}{30} \end{aligned}$$

— Elemento neutro:

$$\frac{3}{2} + \frac{0}{1} = \frac{3}{2}$$

— Elemento opuesto:

$$\frac{3}{2} + \frac{-3}{2} = \frac{0}{2} = \frac{0}{1}$$

Propiedades de la multiplicación:

— Propiedad conmutativa:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

— Propiedad asociativa:

$$\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{45}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{45}$$

— Elemento neutro:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{3}{2}$$

— Elemento inverso:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = \frac{1}{1}$$

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{19}{20} = \frac{19}{60}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{15} + \frac{3}{12} = \frac{19}{60}$$

14.

$$\frac{-3}{4} \rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{-2} \rightarrow \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{-1}{2}$$

$$\frac{12}{-17} \rightarrow \frac{12}{17}$$

$$\frac{-4}{9} \rightarrow \frac{4}{9}$$

15. a) $\frac{41}{15}$ b) $\frac{-5}{12}$

16. a)
$$\frac{\frac{6}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} + 2}{\frac{1}{5} + 2} = \frac{\frac{6}{5} - 1 + 2}{\frac{11}{5}} =$$

$$= \frac{\frac{6}{5} + 1}{\frac{11}{5}} = \frac{11}{5} : \frac{11}{5} = 1$$

b)
$$\frac{\frac{17}{6} \cdot 2 + \frac{2}{5}}{\frac{4}{3} + 1} = \frac{\frac{17}{3} + \frac{2}{5}}{\frac{7}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{91}{15}}{\frac{7}{3}} = \frac{91}{15} : \frac{7}{3} = \frac{13}{5}$$

c)
$$\frac{3 - \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = \frac{4 - \frac{3}{10}}{4} =$$

$$= \frac{\frac{37}{10}}{4} = \frac{37}{10} : 4 = \frac{37}{40}$$

17. a) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-9}{20}\right) : \frac{15}{28} + \frac{3}{5} = \frac{-7}{25} + \frac{3}{5} = \frac{8}{25}$

b) $\frac{-1}{10} \cdot \frac{13}{4} : \frac{2}{3} = \frac{-39}{80}$

c)
$$\frac{\frac{7}{15} \cdot \frac{1}{6} - 1 + \frac{1}{6}}{\frac{7}{2}} : \frac{7}{2} = \frac{7}{90} - 1 + \frac{1}{21} =$$

$$= \frac{-551}{630}$$

d) $\frac{-7}{12} : \frac{7}{4} = \frac{-1}{3}$

e) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4} : \frac{1}{2} = \frac{7}{5}$

f) $\frac{5}{4} : \frac{11}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{22}$

18. a) Podemos hacer una estimación:

$$L = 0,02 \cdot 40 = 0,80 \text{ m}$$

b) La longitud exacta es: $L = 0,017 \cdot 40,2 = 0,68 \text{ m}$.
 En este caso, la estimación no es suficientemente precisa.

19. Porque si un número es un cuadrado perfecto su raíz cuadrada es un número entero.

20. $\sqrt{20^2 + 35^2} = \sqrt{1625} = 5\sqrt{65} = 40,311\dots$
 El tercer lado mide 40,311... cm.

- 21.** a) Racional, porque su expresión decimal es exacta.
 b) Racional, porque su expresión decimal es exacta.
 c) Racional, porque la raíz es exacta.
 d) Racional, porque su expresión decimal es periódica.
 e) Irracional, porque se trata de una raíz no entera.
 f) Racional, porque su expresión decimal es periódica.

22. $2 \cdot \pi \cdot 3 = 6\pi = 18,849\dots$
 La longitud de la circunferencia es 18,849... cm.
 Se trata de un número irracional, puesto que es el producto de un número racional por uno irracional.

23. $\sqrt{4} = \pm 2$ y $\sqrt{100} = \pm 10$ no son irracionales.
 $\sqrt{8}$ y $\sqrt{18}$ son irracionales.
 — Son números irracionales, por ejemplo:

$$\sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}; 3\sqrt{2}; \sqrt{7}; \frac{\sqrt{7}}{3}$$

24. $\sqrt{5} = 2,2360679\dots$
 Aproximación por truncamiento: 2,23. Cota del error absoluto: 0,007.
 Aproximación por redondeo: 2,24. Cota del error absoluto: 0,004.

25. 9,857; cota del error absoluto: 0,0005.

- 26.** a) 6 cifras significativas; 2,36
 b) 6 cifras significativas; 0,00956
 c) 4 cifras significativas; 32,5
 d) 5 cifras significativas; 42,2
 e) 5 cifras significativas; 0,950
 f) 7 cifras significativas; 669

27. Medida 1:
 Error absoluto = 0,1 cm.
 Error relativo = $\frac{0,1}{75,5} = 1,32 \cdot 10^{-3}$

Medida 2:
 Error absoluto = 0,5 m.
 Error relativo = $\frac{0,5}{1558} = 3,21 \cdot 10^{-4}$

El error absoluto de la segunda medida es mayor. Sin embargo, el error relativo de esta medida es menor.

La bondad o calidad de una medida viene dada por el error relativo y no por el error absoluto. Por lo tanto, concluimos que la segunda medida es mejor.

28. Tercer hermano: 1; segundo hermano: $\frac{1}{2}$;
 primer hermano: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$\frac{7}{4}$ del dinero que recibe el tercero es 350 €.

$$\frac{7}{4}x = 350 \rightarrow x = \frac{350 \cdot 4}{7} = 200$$

El tercer hermano tendrá 200 €; el segundo, 100 € y el primer hermano, 50 €.

$$29. \quad \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}x + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}x = 1226$$

$$\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} \right) x = 1226$$

$$\frac{613}{2520}x = 1226$$

$$x = \frac{1226 \cdot 2520}{613} = 5040$$

Actividades finales

$$30. \quad 9 \cdot 20 : 12 = 15 \rightarrow \frac{9}{12} = \frac{15}{20}$$

No se puede hallar una fracción equivalente con denominador 5, puesto que $9 \cdot 5 = 45$ no es divisible por 12.

$$31. \quad a) \quad \frac{360}{420} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$$

$$b) \quad \frac{42}{75} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 5^2} = \frac{2 \cdot 7}{5^2} = \frac{14}{25}$$

$$c) \quad \frac{-150}{84} = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = -\frac{5^2}{2 \cdot 7} = -\frac{25}{14}$$

$$d) \quad \frac{-1206}{855} = -\frac{2 \cdot 3^3 \cdot 19}{3^2 \cdot 5 \cdot 19} = -\frac{2 \cdot 3}{5} = -\frac{6}{5}$$

32. Son equivalentes, puesto que el producto en cruz de sus términos da el mismo resultado:

$$\frac{15}{12} = \frac{10}{8}$$

$$15 \cdot 8 = 12 \cdot 10$$

$$120 = 120$$

Las dos fracciones tienen la misma fracción irreducible:

$$\frac{15}{12} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

Las dos fracciones dan lugar al mismo número decimal:

$$\frac{15}{12} = 1,25$$

$$\frac{10}{8} = 1,25$$

También podríamos haber comprobado que las dos fracciones determinan el mismo punto sobre la recta.

$$33. \quad \frac{3}{4}, \frac{14}{15}, \frac{6}{7}, \frac{15}{4}, \frac{3}{4}$$

— Porque de esta manera los cálculos son más sencillos.

34. No se puede hallar, puesto que un número decimal ilimitado no periódico no es un número racional.

35. Las fracciones $\frac{-14}{35}$ y $\frac{70}{-175}$ son equivalentes,

puesto que $-14 \cdot (-175) = 35 \cdot 70 = 2450$.

Por lo tanto, ambas fracciones son representantes del mismo número decimal.

El representante canónico de dicho número racional

$$\text{es } \frac{-2}{5}.$$

— Todas las fracciones que son representantes del mismo número racional son equivalentes. Por lo tanto, lo son las dos consideradas.

$$36. \quad \frac{16}{5} = 3,2; \quad \frac{-28}{6} = -4,\bar{6}$$

$$\frac{3}{-4} = -0,75; \quad \frac{22}{9} = 2,\bar{4}$$

$$\frac{-54}{27} = -2; \quad \frac{125}{4} = 31,25$$

37. Decimales limitados: 3,25; 71,34567812; 12,1515.

Decimales ilimitados periódicos puros: 2,111...; 0,7777...; 102,393939...

Decimales ilimitados periódicos mixtos: 54,2373737...; 0,0020202...

$$38. \quad \frac{25}{4}; \frac{1}{6}; \frac{9}{10}; 2$$

$$39. \quad \text{Opuestos: } \frac{7}{4}; \frac{1}{5}; \frac{-12}{5}; \frac{-6}{23}; \frac{3}{1}$$

$$\text{Inversos: } \frac{-4}{7}; \frac{-5}{1}; \frac{5}{12}; \frac{23}{6}; \frac{-1}{3}$$

$$40. \quad a) \quad -\frac{3}{5} - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{7}{15} = \frac{-46}{45}$$

$$b) \quad \frac{2}{9} - \left(-\frac{2}{4} - \frac{1}{15} + \frac{4}{3} \right) - \frac{1}{9} = \frac{2}{9} - \frac{46}{60} - \frac{1}{9} = \frac{-118}{180} = \frac{-59}{90}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} = \left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{21}\right) : \\ & \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} = -\frac{52}{105} : \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} = \\ & = \frac{104}{175} - \frac{2}{9} = \frac{586}{1575} \end{aligned}$$

41. Cierta.

La media aritmética de dos números racionales distintos es otro número racional cuyo valor está comprendido entre los valores de los números de partida.

42. $\frac{3}{28} = 0,10714285$

$$\frac{21}{14} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{109}{240} = 0,4541\hat{6}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1,\hat{6}$$

$$\frac{51}{300} = \frac{17}{100} = 0,17$$

$$\frac{35}{49} = \frac{5}{7} = 0,714285$$

Factores del denominador: 2, 5 o ambos. Ni 2 ni 5. 2, 5 o ambos, junto a otros.

43. $7,6 = \frac{38}{5}$; $0,019 = \frac{19}{1000}$;

$$3,4 = \frac{31}{9}$$
; $2,9 = 3$; $27,4\hat{1} = \frac{2741}{99}$

$$5,1\hat{2} = \frac{169}{33}$$
; $3,29 = \frac{326}{99}$

$$9,34\hat{6} = \frac{9253}{990}$$
; $2,11\hat{6} = \frac{419}{198}$

$$0,346\hat{3} = \frac{3463}{9999}$$

44. $-3,28 = -\frac{328-3}{99} = -\frac{325}{99}$

$$0,57\hat{3} = \frac{573-0}{999} = \frac{573}{999} = \frac{191}{333}$$

$$-0,0\hat{8} = \frac{8-0}{90} = -\frac{8}{90} = -\frac{4}{45}$$

$$103,8\hat{2} = \frac{10382-103}{99} = \frac{10279}{99}$$

$$10,0\hat{1} = \frac{1001-100}{90} = \frac{901}{90}$$

$$2,27 = \frac{227}{100}$$

$$-11,0\hat{5}3 = -\frac{11053-110}{990} = -\frac{10943}{990}$$

$$7,11\hat{3}9 = \frac{71139-711}{9900} = \frac{70428}{9900} = \frac{5869}{825}$$

$$-3,9\hat{1} = -\frac{391-3}{99} = -\frac{388}{99}$$

$$5,8\hat{7} = \frac{587-5}{99} = \frac{582}{99} = \frac{194}{33}$$

Los números periódicos mixtos son:

$$-0,0\hat{8}, 10,0\hat{1}, -11,0\hat{5}3, 7,11\hat{3}9$$

45. a) $\frac{1 - \frac{1}{3}}{2 + \frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{13}{5}} = \frac{10}{39} = 0,256410$

b) $1 - 2 \cdot \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{11}{5}} = 1 + 2 \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 11} = 1 + \frac{15}{22} =$
 $= \frac{37}{22} = 1,68\hat{1}$

46. a) $2 + \frac{5}{3} - 3,0\hat{8} + 0,2\hat{5} =$
 $= 2 + \frac{5}{3} - \frac{278}{90} + \frac{25}{99} = 2 + \frac{5}{3} - \frac{139}{45} + \frac{25}{99} =$
 $= \frac{137}{165}$

b) $\frac{5,13 \cdot 2,15}{2} = \frac{508 \cdot 194}{99 \cdot 90} = \frac{508 \cdot 97}{99 \cdot 45} =$
 $= \frac{508 \cdot 97}{99 \cdot 45 \cdot 2} = \frac{24638}{4455}$

c) $5 - \frac{2,5}{3} + \frac{2}{1,5} = 5 - \frac{10}{3} + \frac{2}{1,5} =$
 $= 5 - \frac{5}{6} + \frac{4}{3} = \frac{11}{2}$

d) $\frac{-\frac{2}{13} + 5 - \frac{1,3}{2}}{1 - \frac{1,2}{3}} = \frac{-\frac{2}{13} + 5 - \frac{9}{2}}{1 - \frac{11}{9}} =$
 $= \frac{-\frac{2}{13} + 5 - \frac{12}{18}}{1 - \frac{11}{27}} = \frac{\frac{(-20)}{13} + 5 - \frac{12}{18}}{\frac{16}{27}} =$

$$= \frac{654}{\frac{234}{16}} = \frac{654 \cdot 16}{234} = \frac{981}{208}$$

47. a) $2,\widehat{3} + 3,\widehat{125} = \frac{7}{3} + \frac{3122}{999} =$
 $= \frac{5453}{999} = 5,\widehat{458}$

b) $2,\widehat{7} - 3,\widehat{5} = \frac{25}{9} - \frac{32}{9} = \frac{-7}{9} = -0,\widehat{7}$

c) $3,5 \cdot 5,\widehat{6} = \frac{7}{2} \cdot \frac{17}{3} = \frac{119}{6} = 19,8\widehat{3}$

d) $(0,\widehat{6} + 5,\widehat{4}) : (1,\widehat{3} + 3,\widehat{6}) =$
 $= \left(\frac{2}{3} + \frac{49}{9}\right) : \left(\frac{4}{3} + \frac{11}{3}\right) =$
 $= \frac{55}{9} : \frac{15}{3} = \frac{11}{9} = 1,\widehat{2}$

48. a) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} : \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} : 1} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = 0$

b) $\frac{\frac{107}{33} : \frac{83}{33} + \frac{1}{2} : \frac{7}{3}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{107}{83} + \frac{1}{2} : \frac{7}{3}}{\frac{3}{2}} =$
 $= \frac{297}{166} : \frac{3}{2} : \frac{7}{3} = \frac{99}{83} : \frac{7}{3} = \frac{297}{581}$

49. a) $5,\widehat{217} + 2,\widehat{21} \approx 7,429$
 $\frac{5217 - 5}{999} + \frac{221 - 2}{99} = \frac{5212}{999} + \frac{73}{33}$
 $= \frac{81641}{10989} = 7,\widehat{429338}$

b) $1,\widehat{278} - 2,\widehat{078} = -0,8$
 $\frac{1278 - 1}{999} - \frac{2078 - 20}{990} = \frac{1277}{999} - \frac{2058}{990} =$
 $= \frac{1277}{999} - \frac{343}{165} = -\frac{43984}{54945} = -0,8005096$

c) $13,\widehat{6} - 7,\widehat{26} = 6,4$
 $\frac{136 - 13}{9} - \frac{726 - 72}{90} = \frac{123}{9} - \frac{654}{90} =$
 $= -\frac{41}{3} - \frac{109}{152} = \frac{32}{5} = 6,4$

d) $-3,\widehat{09} - 2,\widehat{01} = -5,1$
 $-\frac{309 - 3}{90} - \frac{201 - 20}{90} = -\frac{279}{90} - \frac{181}{90} =$

$$= -\frac{460}{90} = -\frac{46}{9} = -5,\widehat{1}$$

50. a) $\frac{5}{21} - \frac{1}{2,1} = \frac{5}{21} - \frac{1}{\frac{21}{10}} = \frac{5}{21} - \frac{10}{21} = -\frac{5}{21}$

b) $-\frac{2,3}{5} + \frac{10}{2,5} = -\frac{\frac{23}{10}}{5} + \frac{10}{\frac{25}{10}} = -\frac{23}{50} + \frac{100}{25} =$
 $= -\frac{23}{50} + \frac{200}{50} = \frac{177}{50}$

c) $\frac{5}{3} : \frac{2,6}{13} = \frac{5}{3} : \frac{\frac{26}{10}}{13} = \frac{5 \cdot 130}{3 \cdot 26} =$
 $= \frac{650}{78} = \frac{325}{39}$

d) $\frac{-5}{1,2} : \frac{10}{-6} = \frac{-5}{\frac{12}{10}} : \frac{10}{-6} = \frac{-5 \cdot 10 \cdot (-6)}{12 \cdot 10} = \frac{5}{2}$

e) $\frac{7}{21} \cdot \frac{(-9)}{6} = \frac{7 \cdot (-9)}{21 \cdot 6} = \frac{-1}{2}$

f) $\frac{7}{-5} \cdot \frac{3}{6,3} = \frac{7}{-5} \cdot \frac{3}{\frac{63}{10}} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 10}{-5 \cdot 63} = \frac{2}{-3}$

51. Un número irracional sí que puede expresarse en forma decimal, como un número decimal ilimitado y no periódico. Sin embargo, no puede expresarse en forma fraccionaria, pues esto es propiedad exclusiva de los números racionales.

52. Porque el resultado de sumar y dividir racionales es siempre un número racional.

53. $d = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$
 El resultado es un número irracional.

54. Respuesta sugerida:
 Números racionales:
 $\sqrt{4} = \pm 2; \sqrt{9} = \pm 3; \sqrt{16} = \pm 4$
 Números irracionales: $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}$

55. Racionales: 4,487252; 8,454545; $0,\widehat{253}$; $32,\widehat{29}$;
 $7,56211$
 Irracionales: 54,235412...; 0,4785125...

56. Para poder contestar la pregunta, escribiremos los resultado en forma de fracciones e intentaremos sacar fuera de la raíz el máximo número de factores posibles. También podemos usar la calculadora, recordando que, aunque la expresión de la pantalla sea finita, el número puede tener decimales infinitos.

a) $-\sqrt{6,25} = -\sqrt{\frac{625}{100}} = -\sqrt{\frac{25^2}{10^2}} = -\frac{25}{10}$

Racional

b) $\sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 2}$, por lo tanto, no pueden salir factores de la raíz. Es un número irracional.

c) $-\sqrt{0,128} = -\sqrt{\frac{128}{1000}} = -\sqrt{\frac{2^7}{2^3 \cdot 5^3}} = -\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}$

Irracional

d) $\sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

Racional

e) $-\sqrt{0,3} = -\sqrt{\frac{3}{9}} = -\sqrt{\frac{1}{3}}$

No podemos extraer más factores fuera de la raíz, por lo tanto, es irracional.

f) $\sqrt{-9}$. No hay ningún número que al cuadrado nos dé como resultado un signo negativo, por lo tanto, este número no es ni racional ni irracional. No es un número real.

g) $-\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -3$

Racional.

h) $\sqrt[3]{-0,125} = \sqrt[3]{\frac{125}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{5^3}{10^3}} = \frac{5}{10}$

Racional

i) $\sqrt[3]{64} = 4$

57. a) $\sqrt{49} = \pm 7$ racional

b) $\sqrt{900} = \pm 30$ racional

c) $\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \pm \frac{6}{5}$ racional

d) $\sqrt{62}$ irracional

e) $\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \pm \frac{1}{5}$ racional

f) $\sqrt{0,05} = \sqrt{\frac{1}{20}}$ irracional

58. Respuesta sugerida:

Número natural: 1

Número entero no natural: -1

Número racional no entero: $\frac{5}{3}$

Número real no racional: $+\sqrt{5}$



$$-5 < -1 < 1 < \frac{5}{3} < +\sqrt{5} < 3$$

59. $-\sqrt{1} < \frac{-3}{4} < 0 < \frac{2}{7} < 0,75 < \sqrt{5} < 3 = \sqrt{9} < 5$

60. Respuesta sugerida:

Habría infinitas soluciones, pero una de ellas sería la siguiente.

Queremos que:

$$\frac{3}{5} = 0,6 < \text{Irracional} < \frac{3}{4} = 0,75$$

Pensemos en $\sqrt{2} \approx 1,41$. La raíz de dos no está en el rango anterior, pero sí lo está $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$.

Por lo tanto:

$$\frac{3}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$

61. a) Sí. Por ejemplo:

$$a = 3 + \sqrt{2}; b = 3 - \sqrt{2} \rightarrow a + b = 6$$

$$c = 5 + \sqrt{3}; d = \sqrt{3} \rightarrow c - d = 5$$

b) Sí. Por ejemplo:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4; \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$$

c) El cuadrado de un número irracional sí que puede ser un número racional. Por ejemplo:

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

La raíz cuadrada de un número irracional no puede ser un número racional porque el cuadrado de un número racional siempre es otro número racional.

62. Sea $\frac{a}{b} = \phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Demostramos que $\frac{a+b}{a} = \phi$

$$\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\phi}$$

Y si sustituimos ϕ por su valor numérico:

$$1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} + \frac{2}{1 + \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} \cdot \frac{1 - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{3 - 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 5}{1^2 - 5} = \frac{-2 - 2\sqrt{5}}{-4} =$$

$$= \frac{-2(1 + \sqrt{5})}{-4} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi$$

63. Respuesta sugerida:

Aproximaciones por defecto: 15,6; 15,69; 15,692; 15,6924; 5,69241

Aproximaciones por exceso: 15,7; 15,70; 15,693; 15,6925; 15,69242

- 64.** a) 2,080... → 2
 b) 0,25 → 0,3
 c) 9,5874... → 9,59
 d) $4,2375 \cdot 10^5 \text{ m} \rightarrow 424 \text{ km}$

- 65.** $\sqrt{3} = 1,732050808$
 Aproximación: 1,73
 Cota de error absoluto: 0,003

- 66.** a) Décimas de kilogramo
 b) Kilómetros
 c) Décimas de milímetro
 d) Centésimas de segundo

- 67.** a) El error absoluto en ambas medidas es de 1 g.
 b) Nos fijamos en el error relativo:

$$\text{Error relativo} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{Error relativo} = \frac{1}{100} = 0,01$$

El error relativo es mayor en la medida de 10 g.

- 68.** Respuesta sugerida:
 a) 3,74... Aproximación por redondeo o truncamiento: 3,7.

b) $|4,82 - x| = 0,003$

Existen dos soluciones.

Solución 1:

$$4,82 - x = +0,003;$$

$$x = 4,82 - 0,003 = 4,817$$

Solución 2:

$$4,82 - x = -0,003;$$

$$x = 4,82 + 0,003 = 4,823$$

- c) Hallamos los dos números que pueden ser aproximados por el valor 15,025 con un error absoluto igual a 0,0005.

$$|15,025 - x| = 0,0005$$

Solución 1:

$$15,025 - x = +0,0005$$

$$x = 15,025 - 0,0005 = 15,0245$$

Solución 2:

$$15,025 - x = -0,0005$$

$$x = 15,025 + 0,0005 = 15,0255$$

Para obtener un error absoluto menor que 0,0005 debemos escoger dos números comprendidos entre los dos límites que hemos hallado, por ejemplo, 15,0246 y 15,0254.

69. $\sqrt{0,6} = \sqrt{\frac{3}{5}} = 0,774... \text{ m}$

Obtenemos un número irracional.

70. $h^2 + 1^2 = 2^2$
 $h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \text{ cm}$

Obtenemos un número irracional.

— $h \approx 1,732$. De esta manera tenemos un número racional.

71. En un día atrasa $\frac{3}{4} : 7 = \frac{3}{28}$ de hora.

En cuatro días atrasará $4 \cdot \frac{3}{28} = \frac{3}{7}$ de hora.

En un mes atrasará $30 \cdot \frac{3}{28} = \frac{45}{14}$ de hora.

72. Vende $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$.

La fracción de tela que le queda por vender es:

$$1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

73. $\frac{8}{15} - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} =$
 $= \frac{8}{15} - \frac{4}{15} + \frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{3}$

Quedó llena $\frac{1}{3}$ parte del depósito.

- 74.** a) Representamos por x el número de personas con las que el tren inicia su recorrido en la primera estación.

Personas en el tren al salir de la segunda estación:

$$x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x$$

Personas en el tren al salir de la tercera estación:

$$\frac{7}{5}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5}x = \frac{14}{15}x$$

Personas en el tren al salir de la cuarta estación:

$$\frac{14}{15}x - 2$$

Puesto que al final quedan 12 personas,

$$\frac{14}{15}x - 2 = 12$$

$$\frac{14}{15}x = 14$$

$$x = 15$$

Al iniciar el trayecto hay 15 personas.

- b) Utilizan el transporte las personas que salen de la primera estación más todas las que suben en las siguientes.

Personas de la primera estación: x

Personas que suben en la segunda estación:

$$\frac{2}{5}x$$

Personas que suben en la tercera estación: 0

Personas que suben en la cuarta estación: 0

Si sumamos estas cantidades:

$$x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x$$

$$\frac{7}{5} \cdot 15 = 21$$

Utilizan el servicio 21 personas.

75. $S = \pi \cdot 20^2 = 400 \cdot \pi = 1256,637061\dots \text{ cm}^2$

Aproximación por defecto: 1256,637061... cm²

Aproximación por exceso: 1256,64 cm². Cota del error absoluto: 0,01 cm².

76. Valor exacto: -15,676825.

Valor aproximado: -15,677.

Error absoluto: $|-15,676825 - (-15,677)| = 1,75 \cdot 10^{-4}$

Error relativo: $\left| \frac{1,75 \cdot 10^{-4}}{-15,676825} \right| = 1,1 \cdot 10^{-5}$

77. a) Las piezas 1, 6 y 4 representan $\frac{1}{16}$ del tangram, la pieza 3 representa $\frac{1}{8}$, las piezas 2 y 5 representan $\frac{1}{8}$ y la pieza 7 representa $\frac{3}{16}$.

b) La fracción del tangram que está coloreada es:

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1+1+4}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

78. Tenemos:

$$\frac{3}{4} \cdot 500 = 375$$

Así, Marta cambió 375 €.

Sabemos que 1 euro valía 7,2079 pesos argentinos.

Así, $375 \cdot 7,2079 = 2702,9625$

Queremos que el resultado tenga 4 cifras significativas. Por lo tanto, Marta tenía 2 703 pesos argentinos.

79. La fórmula para el volumen de un cilindro es:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, donde r es el radio de la base y h es la altura del cilindro.

Para conocer la altura de agua en el tanque tenemos que calcular

$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$$

Así,

$$V = 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot \frac{4}{3} = 3,14 \cdot 0,25 \cdot \frac{4}{3} =$$

$$= 3,14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{3,14}{3} = 1,046$$

Por lo tanto, el volumen de agua en el tanque es de 1,05 m³.

80. Según los datos del problema, la asignación de cada hijo es:

Pequeño: x

Mediano: $\frac{3}{2}x$

Mayor: $\frac{3}{4}\left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{9}{8}x$

Por lo tanto:

$$\frac{9}{8}x + \frac{3}{2}x + x = 23580 \rightarrow x = 6504,83$$

Por lo tanto:

Pequeño: $x = 6504,83$ €

Mediano: $\frac{3}{2}x = 9757,24$ €

Mayor: $\frac{3}{4}\left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{9}{8}x = 7317,93$ €

81. Como una pera cuesta el doble que una manzana, el dinero gastado por Rafael en 12 peras y 4 manzanas equivale al dinero gastado en $12 \cdot 2 + 4 = 28$ manzanas.

Las 28 manzanas representan 4 partes del dinero gastado. Así, una parte del dinero equivale a

$\frac{1}{4}$ de 28 = 7 manzanas que son las que podría comprar.

82. En primer lugar se calcula la temperatura máxima del día: $28 \cdot 1,15 = 32,2$.

Error absoluto: $|32,2 - 28| = 4$

Error relativo: $\frac{4,2}{32,2} = 0,13043$

83. Por la fórmula del error relativo:

$$0,15625 = \frac{0,3}{\text{valor exacto}}$$

Así,

$$\text{valor exacto} = \frac{0,3}{0,15625} = 19,2$$

Por lo tanto, la casa mide 19,2 m de altura.

84. Tenemos: $18,15 \leq \text{largo} < 18,25$ y $7,45 \leq \text{ancho} < 7,55$

El área más pequeña posible es: $A = 18,15 \cdot 7,45 = 132,2175 \text{ cm}^2$

El área más grande posible es: $A = 18,25 \cdot 7,55 = 137,7875 \text{ cm}^2$

El área medida es: $A = 18,2 \cdot 7,5 = 136,5 \text{ cm}^2$

Para calcular el error absoluto, tenemos en cuenta el valor más grande del área.

$$\text{Error absoluto: } |137,7875 - 136,5| = 1,2875$$

Por lo tanto, el error absoluto es 1,288.

- 85.** Tenemos: $5,65 \leq \text{arista} < 5,75$

$$\text{El volumen más pequeño posible es: } V = 5,65^3 = 180,362125 \text{ cm}^3$$

$$\text{El volumen más grande posible es: } V = 5,7^3 = 185,193 \text{ cm}^3$$

$$\text{El volumen medido es: } V = 5,7^3 = 185,193 \text{ cm}^3$$

Para calcular el error absoluto, tenemos en cuenta el valor más grande del volumen.

$$\text{Error absoluto: } |185,193 - 190,109375| = 4,916375$$

$$\text{Error relativo: } \frac{4,916375}{185,193} = 0,0265473047\dots$$

Así, el error relativo es 0,0265.

86. $\sqrt{150^2 + 260^2} = 300,1666204\dots$

Valor aproximado: 300 cm

- 87.** Se trata simplemente de encontrar el mínimo común múltiplo de los tiempos que necesitan en sus trabajos el jardinero y el pintor:

$$\text{Jardinero: } 12,5 \text{ min} = 750 \text{ s}$$

$$\text{Pintor: } 40,5 \text{ min} = 2430 \text{ s}$$

Factorizando ambos números, obtenemos que:

$$\text{m.c.m. } (750, 2430) = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^3 = 60750 \text{ s} = 1012,5 \text{ min}$$

Al cabo de 1012,5 min acabarán simultáneamente su trabajo en un jardín.

- 88.** Número de niños: $0,4 \cdot 4720 = 1888$

$$\text{Número de adultos: } 4720 - 1888 = 2832$$

Sabemos que $\frac{1}{4}$ de los niños han visto la película

más de una vez:

$$\frac{1}{4} \cdot 1888 = 472$$

Sabemos también que $\frac{1}{3}$ de los adultos han visto

la película más de una vez:

$$\frac{1}{3} \cdot 2832 = 944$$

$$\text{Añadimos los últimos dos valores: } 472 + 944 = 1416$$

Así, 1416 personas vieron la película más de una vez. Esto es, $4720 - 1416 = 3304$ personas vieron la película por primera vez.

Calculamos la proporción:

$$\frac{3304}{4720} = 0,7$$

Por lo tanto, 70 % de los espectadores vieron la película por la primera vez.

- 89.** Cromos repetidos: $0,2 \cdot 180 = 36$

Cromos repetidos intercambiados:

$$\frac{1}{4} \cdot 36 = 9$$

Total de cromos no repetidos después de haberlos intercambiado: $(180 - 36) + 9 = 153$

Proporción de cromos no repetidos:

$$\frac{153}{180} = 0,85$$

Carla tiene un 85 % de cromos no repetidos en su colección.

Pon a prueba tus competencias

- 1.** a) Los conceptos de gasto son:

$$\text{Por potencia: } 4,4 \cdot 2 \cdot 21,413629 = 24,87987 \text{ €}$$

$$\text{Por consumo: } 397 \cdot 0,142138 = 56,4287 \text{ €}$$

$$\text{Alquiler: } 0,58 \cdot 2 = 1,16$$

$$\text{Añadiéndole el IVA a la suma de los conceptos: } 82,46866 \cdot 1,21 = 99,78708 \text{ €}$$

- b) Basándonos en la tabla de los consumos:

$$\text{Lavadora: } 0,33 \text{ kW} \cdot 2 \text{ h} \cdot 60 \text{ días} = 39,6 \text{ kWh consumidos.}$$

$$\text{Lavavajillas: } 0,797 \text{ kW} \cdot 2 \text{ h} \cdot 60 \text{ días} = 47,82 \text{ kWh consumidos.}$$

$$\text{Plancha: } 1,2 \text{ kW} \cdot 5 \text{ h} \cdot 8 \text{ semanas} = 48 \text{ kWh consumidos.}$$

$$\text{Pequeños electrodomésticos: } 0,06 \text{ kW} \cdot 2 \text{ h} \cdot 8 \text{ semanas} = 0,96 \text{ kWh consumidos.}$$

En total 136,38 kWh consumidos por estos conceptos en una semana.

- c) Una estimación razonable sería una lámpara mediana de 40 W encendida durante 20 h al día (tengamos en cuenta que hay varias habitaciones en una casa).

$$\text{Iluminación: } 0,04 \text{ kW} \cdot 20 \text{ h} \cdot 60 \text{ días} = 48 \text{ kWh consumidos.}$$

- d) Utilizando las expresiones del enunciado:

$$\text{Por potencia: } 5,5 \cdot 2 \cdot 21,413629 = 31,10 \text{ €}$$

$$\text{Por consumo: } 186,38 \cdot 0,142138 = 26,207 \text{ €}$$

$$\text{Alquiler: } 0,58 \cdot 2 = 1,16$$

$$\text{Añadiéndole el IVA a la suma de los conceptos: } 58,467 \cdot 1,21 = 70,745 \text{ €}$$

Nota: el consumo ha sido sensiblemente inferior al del apartado a), pero solo hemos tenido en cuenta los conceptos indicados, faltarían otros, como calefacción o aire acondicionado, horno, microondas, frigorífico... que aumentarían sensiblemente el consumo hasta los niveles del primer apartado de la actividad.

Con medidas como poner la calefacción o el aire acondicionado en torno a 22 °C, dobles

acristalamientos, utilizar electrodomésticos AAA... se estima que una familia española podría ahorrar el 25 % de su consumo eléctrico.

- 2.** a) Usando una regla de tres, llamando x a la diagonal de la pantalla:

$$x = \frac{42 \cdot 0,0254}{1} = 1,0668$$

Así, la pantalla tiene 107 cm.

- b) Usando una regla de tres, llamando x al largo de la pantalla (16:9):

$$x = \frac{52,4 \cdot 16}{9} = 93,2$$

La pantalla tiene 93,2 cm de largo.

Nota: también puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal, pero implica tener que efectuar más cálculos.

- c) La televisión tiene un marco de 2,5 cm de largo y una peana de 3 cm de altura.

Así, largo = $93,2 + 5 = 98,2$ cm;

altura = $52,4 + 5 + 3 = 60,4$ cm

- d) No es posible, porque en la altura tenemos $0,604 > 0,6$.

3. a) $230 \$ \cdot \frac{1€}{1,26\$} = 182,54 €$

b) $500 \$ \cdot \frac{1,59CHF}{1,26\$} = 630,95 CHF$

c) $400 € \cdot \frac{0,67£}{1€} = 268 £$

d) $800 £ \cdot \frac{1,59CHF}{0,67£} = 1898,51CHF$

e) $500 CHF \cdot \frac{1€}{1,59CHF} = 314,47 €$

f) $300 £ \cdot \frac{1,26\$}{0,67£} = 564,18 \$$

g) $600 € \cdot \frac{1,26\$}{1€} = 756 \$$

4. a) arista = $\sqrt[3]{133848} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 13^3} =$
 $= 26 \cdot \sqrt[3]{99} = 120,2778$ cm

Error absoluto: $|120,2778 - 120| = 0,2778$

b) Error relativo: $\frac{0,2778}{120,2778} = 0,0023$

- c) La mitad del volumen es 66924 cm^3

arista = $\sqrt[3]{66924} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 13^2} =$
 $= 40,6$ cm

d) $\frac{40,6}{120,2778} = 0,3376 = 33,76\%$