

Movimientos en el plano

1. Aplicando el factor de escala de reducción:

$$a) \frac{1}{2,5} = \frac{500\,000}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 1\,250\,000 \text{ cm} = 12,5 \text{ km}$$

$$b) \frac{1}{x} = \frac{500\,000}{1\,500\,000} \rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

2. De manera similar a la actividad anterior:

$$a) \frac{7}{3\,500\,000} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 500\,000$$

El mapa está dibujado a escala 1:500 000

$$b) \frac{1}{3,5} = \frac{500\,000}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 1\,750\,000 \text{ cm} = 17,5 \text{ km}$$

3. Dimensiones de la cama en el dibujo: $1,5 \text{ cm} \cdot 2,2 \text{ cm}$

$$\frac{1}{1,5} = \frac{50}{x} \rightarrow x = 75 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{2,2} = \frac{50}{x} \rightarrow x = 110 \text{ cm}$$

Dimensiones de la cama en la realidad:
 $75 \text{ cm} \cdot 110 \text{ cm}$

Dimensiones del dormitorio en el dibujo:
 $3,5 \text{ cm} \cdot 3,8 \text{ cm}$

$$\frac{1}{3,5} = \frac{50}{x} \rightarrow x = 175 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{3,8} = \frac{50}{x} \rightarrow x = 190 \text{ cm}$$

Dimensiones del dormitorio en la realidad:
 $175 \text{ cm} \cdot 190 \text{ cm}$

4. Tienen la misma dirección y el mismo sentido:

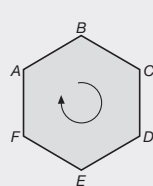
$$\vec{b} \text{ y } \vec{g}; \vec{e} \text{ y } \vec{i}; \vec{f} \text{ y } \vec{j}$$

Tienen la misma dirección y sentido contrario:

$$\vec{a} \text{ y } \vec{h}; \vec{d} \text{ y } \vec{f}; \vec{c} \text{ y } \vec{j}$$

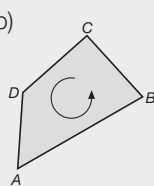
5.

a)



Sentido horario

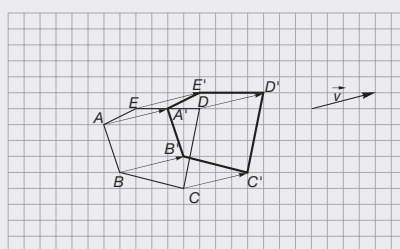
b)



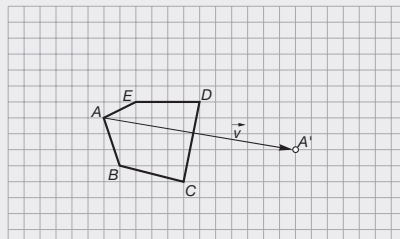
Sentido antihorario

6.

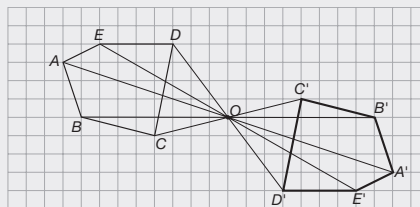
a)



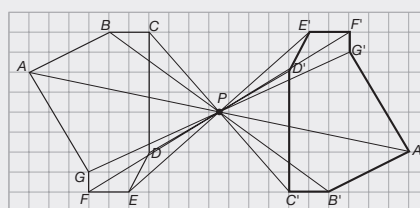
b)



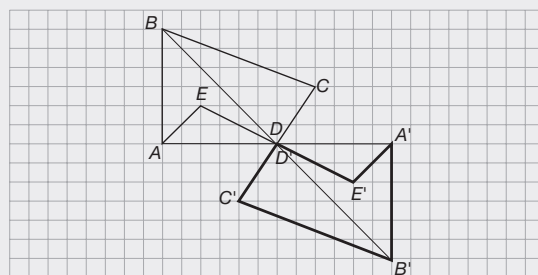
7.



8.



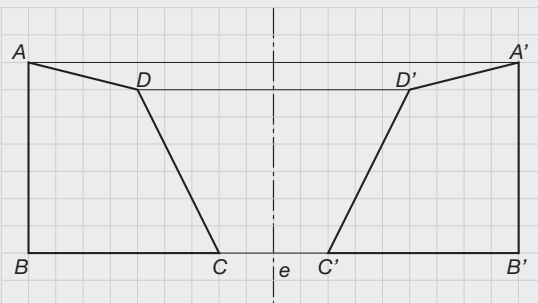
9.



10.

En ambos casos, el centro geométrico de las figuras coincide con su centro de simetría.

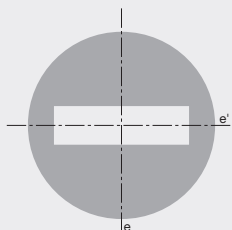
11.



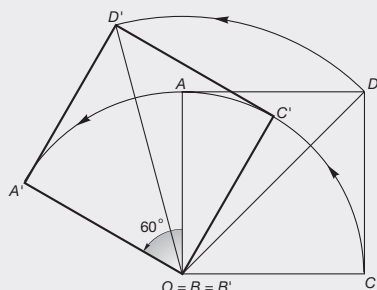
12. a)



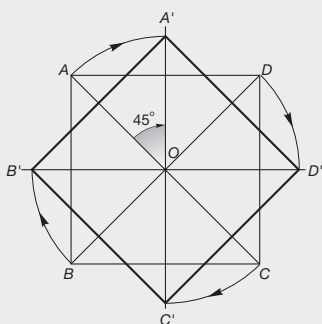
b)



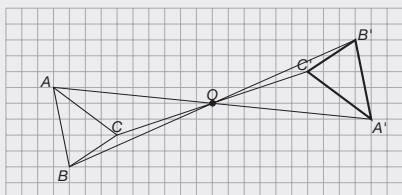
13. a)



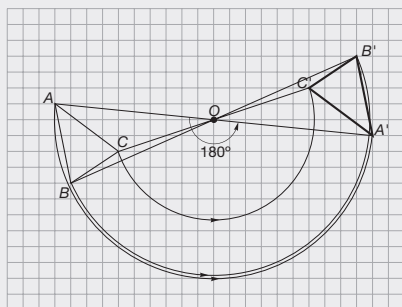
b)



14.

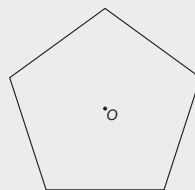


Simetría central de centro O .



Giro de centro O y ángulo 180° .

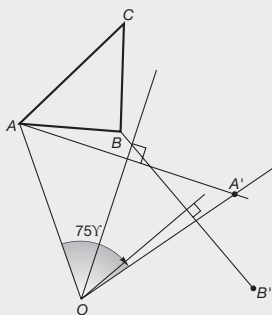
15.



El centro de giro que deja invariante la figura es el punto O (el centro del pentágono).

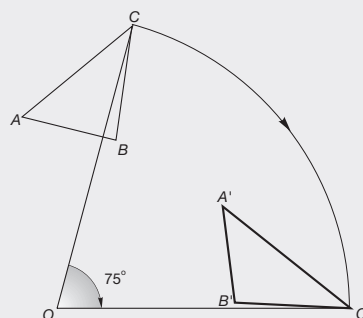
Los ángulos de giro en la primera vuelta que dejan invariante la figura son 72° , 144° , 216° , 288° y 360° .

16.



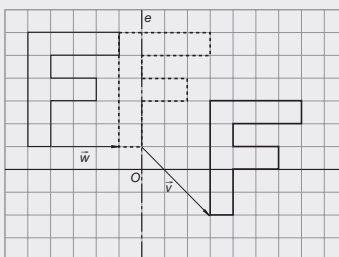
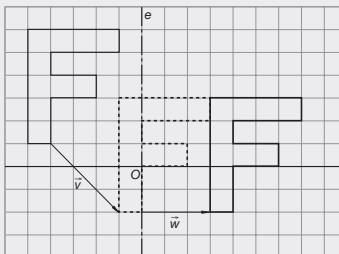
El centro de giro es el punto O .

El ángulo de giro es 75° .



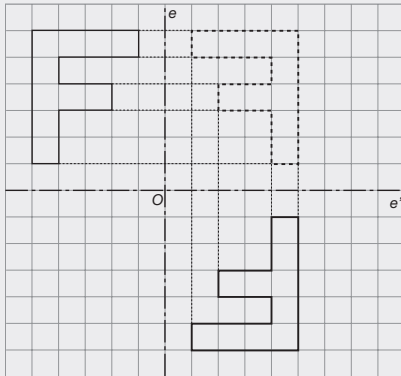
La figura transformada del triángulo ABC es el triángulo $A'B'C'$.

17.

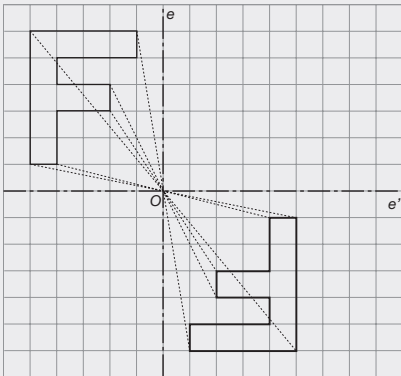


En efecto, obtenemos el mismo resultado.

18.

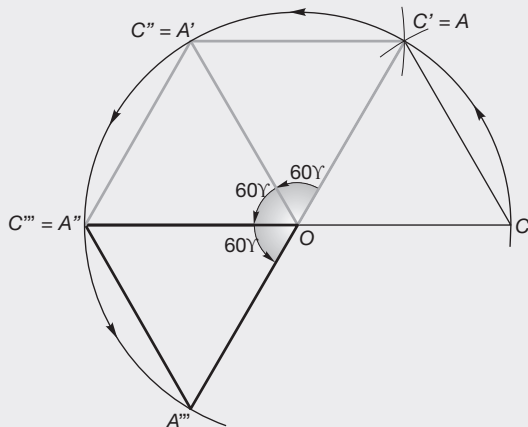


Composición de una simetría axial de eje e y una simetría axial de eje e' .



Simetría central de centro O .

19.



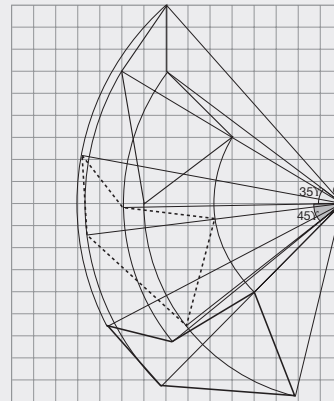
El resultado de la composición es un giro del mismo centro y ángulo 180° .

20.

Una simetría central con centro en el del cuadrado se corresponde con un giro de 180° . Por lo tanto, debemos aplicar cuatro giros consecutivos de 45° .

— Debemos aplicar dos giros para que el resultado sea una simetría central.

21.



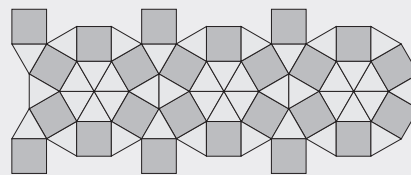
22.



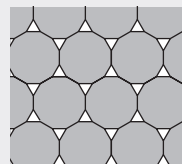
23.

No se puede construir un mosaico complejo porque la longitud de los lados es distinta.

24.



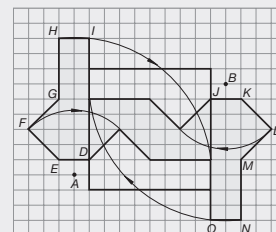
25.



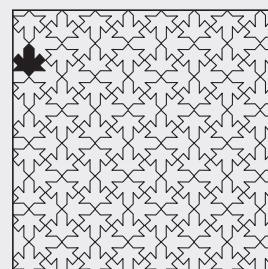
26.

La parte $EFGHI$ se gira 90° en sentido negativo con centro en el punto A .

La parte $JKLMNO$ se gira 90° en sentido positivo con centro en el punto B .



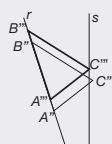
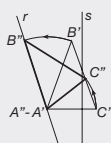
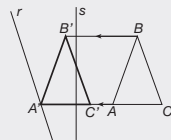
27.



28. Actividad TIC.

29. Actividad TIC.

30.

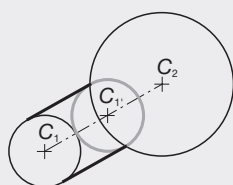


Desplazamos primero el triángulo ABC hasta situar el vértice A sobre la recta r .

Después, con centro en el vértice A' , realizamos un giro al triángulo hasta que el vértice B' esté sobre la recta r .

Finalmente, trasladamos el triángulo $A''B''C''$, según la dirección de la recta r , hasta situar el vértice C'' sobre la recta s , obteniendo el triángulo $A'''B'''C'''$.

31.



Desplazamos una de las dos circunferencias según la recta que une sus centros una distancia igual a la longitud del segmento AB .

Situamos el segmento paralelo a la dirección de traslación sobre los puntos de corte, y obtenemos la solución.

Actividades finales

32. La longitud del póster es $3 \cdot 12 = 36$ y su anchura es $3 \cdot 20 = 60$ cm.

33. Tenemos que $69,504 : 120 = 0,5792$ m = 579,2 mm y que $60,96 : 120 = 0,508$ m = 508 mm. Así, el modelo tiene 579,2 mm de longitud y 508 mm de altura.

34. Tenemos que el enlace químico mide:

$$\frac{1}{10^{-11}} = \frac{0,142}{x}$$

$$x = 0,142 \cdot 10^{-11} = 1,42 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$$

Por tanto, utilizando la escala tenemos:

$$\frac{5\,000\,000\,000\,000}{1} = \frac{x}{1,42 \cdot 10^{-12}}$$

$$\frac{5 \cdot 10^{12}}{1} = \frac{x}{1,42 \cdot 10^{-12}}$$

$$x = 5 \cdot 10^{12} \cdot 1,42 \cdot 10^{-12} = 5 \cdot 1,42 \cdot 10^{12-12} = 7,1 \cdot 10^0 \rightarrow x = 7,1 \text{ cm}$$

Así, el enlace químico mide 7,1 cm en la figura.

35. Tenemos que:

$$\frac{1}{10\,000\,000} = \frac{6 \cdot 10^{-8}}{x}$$

$$\frac{1}{10^7} = \frac{6 \cdot 10^{-8}}{x}$$

$$x = 10^7 \cdot 6 \cdot 10^{-8} = 6 \cdot 10^{-1} = 0,6 \text{ cm}$$

Por lo tanto, la mitocondria vista a través del microscopio electrónico mide 0,6 cm.

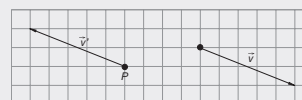
36. Teniendo en cuenta que el factor de escala entre las áreas es el cuadrado del factor entre las longitudes:

$$\frac{1}{30} = \frac{15000^2}{x} \rightarrow x = 6,75 \cdot 10^9 \text{ cm}^2 = 0,675 \text{ km}^2$$

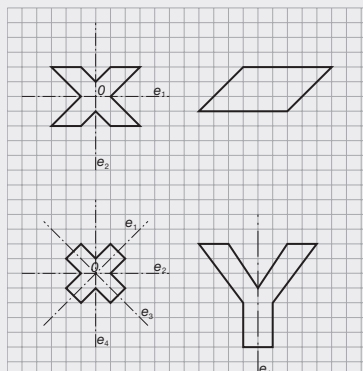
37. d) El sentido de las figuras no se conserva. Así pues, decimos que la traslación es un movimiento inverso del plano.

38. Una simetría, un giro, una traslación, una simetría y una simetría.

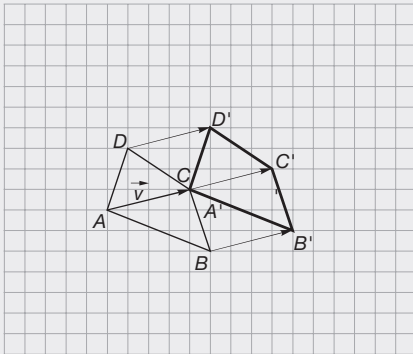
39.



40.



41.



42.

Figura simétrica respecto al centro O .

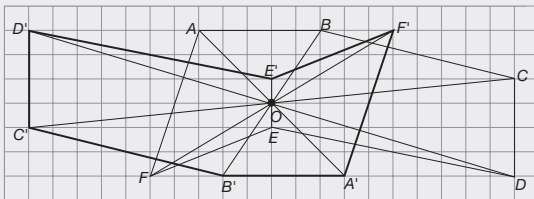
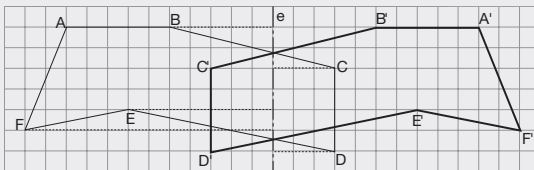


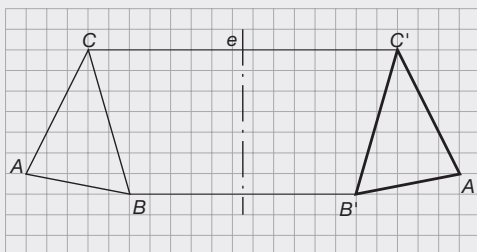
Figura simétrica respecto al eje e .



43.

Porque los vértices homólogos no equidistan del eje e .

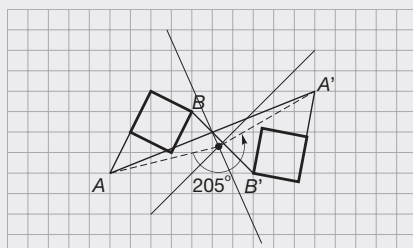
— Sobre la mediatriz del segmento que une dos vértices homólogos.



44.

Si consideramos giros que no superen una vuelta, habrá 6 giros en sentido positivo y 6 en sentido negativo con ángulos: 60° , 120° , 180° , 240° , 300° y 360° .

45.



El centro de giro es el punto O .

El ángulo de giro es 205° , en sentido positivo.

46.

Sabemos que el punto B' coincide con el punto P .

Según tomemos el punto A' sobre la recta r hacia arriba o hacia abajo de P , tendremos un cuadrilátero diferente. Veamos el procedimiento si lo tomamos hacia abajo.

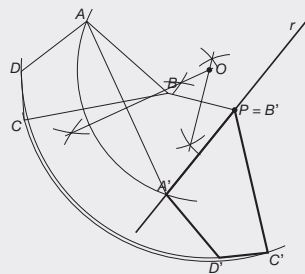
Trazamos la mediatriz del segmento AA' .

Trazamos la mediatriz del segmento BB' .

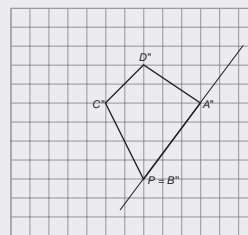
El punto de corte de las mediatrices es el centro de giro, O .

Medimos el ángulo AOA' .

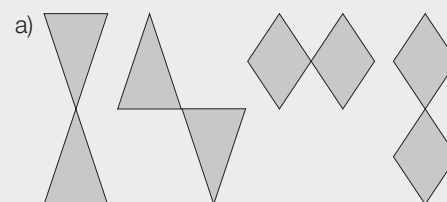
Aplicamos el giro a los puntos C y D para determinar C' y D' .



Si tomamos el punto A' en la recta por encima de P , obtenemos otro cuadrilátero.

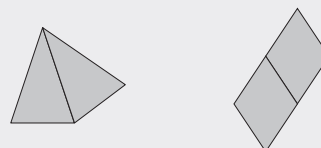


47.



Estas operaciones equivalen a realizar un giro de 180° con centro en el vértice que se ha dejado invariante.

b)



Corresponde a una simetría axial de la figura, donde el eje es la recta que une los dos vértices invariantes.

Depende de los elementos que dejemos invariantes podemos obtener resultados iguales utilizando transformaciones diferentes.

48. a) **B**

Tiene 1 eje de simetría y ningún centro de simetría.

b) **C**

Tiene 1 eje de simetría y ningún centro de simetría

c) **E**

Tiene 1 eje de simetría y ningún centro de simetría.

d) **H**

Tiene 2 ejes de simetría y 1 centro de simetría.

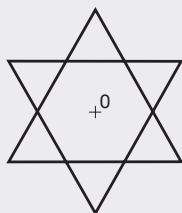
e) **M**

Tiene 1 eje de simetría y ningún centro de simetría.

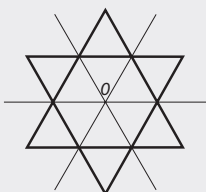
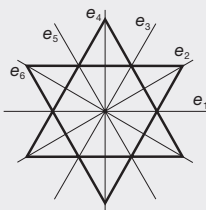
f) **Z**

No tiene eje de simetría y tiene 1 centro de simetría.

49. Simetría central de centro el de la figura.



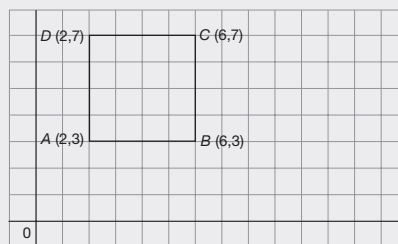
Simetrías axiales de ejes e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 y e_6 .



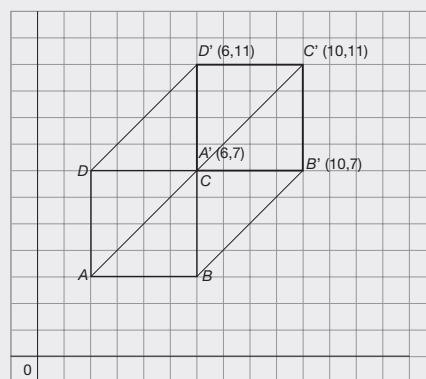
Giros con centro el de la figura y ángulos de $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ y 360° .

Fíjate en que el giro de ángulo 180° corresponde a una simetría central, de centro el de la figura.

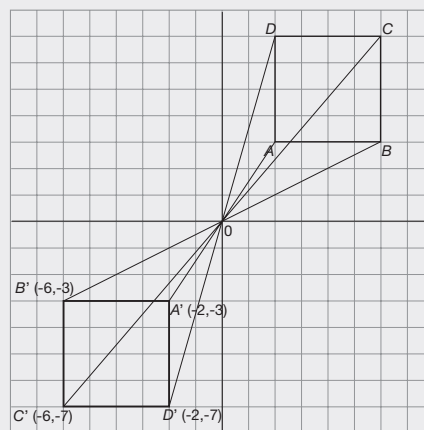
50.



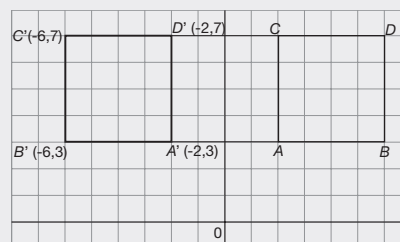
a) El homólogo de A es el vértice C. Las nuevas coordenadas de A' serán A'(6,7). Trazamos semirrectas paralelas desde los otros vértices B, C y D, y obtenemos B', C' y D'.



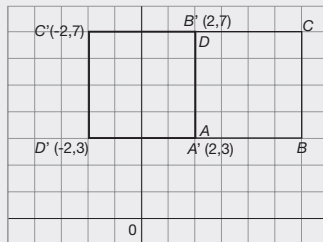
b) Trazamos semirrectas con origen en cada uno de los vértices y que pasen por 0. Determinamos así los vértices homólogos.



c) Trazamos semirrectas perpendiculares al eje de ordenadas con origen en cada uno de los vértices. Determinamos así los vértices homólogos.



- d) Realizamos un giro positivo de 90° con centro en A.



51. Respuesta abierta.

- a) Para responder, los alumnos pueden estudiar la distribución de sillas y mesas, sus estuches, sus libretas o la misma pizarra. Cada uno de los objetos que los rodean tienen más de un eje de simetría.

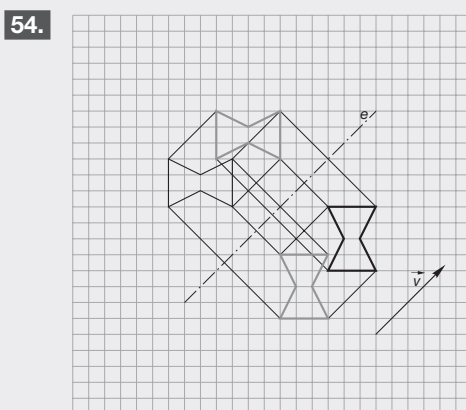
Si en lugar de considerar el dibujo plano realizan las consideraciones sobre objetos en tres dimensiones, los lapiceros tienen un eje central de simetría que pasa por la mina del lápiz o bien el tubo de tinta en un bolígrafo.

- b) La distribución de la clase se obtiene por traslaciones de mesas y sillas. La posición de los libros de texto encima de sus mesas o con la mesa del profesor.

- c) Las mismas consideraciones que los apartados anteriores.

52. Una traslación.

53. Un giro.



Comprobamos que, en efecto, obtenemos el mismo resultado.

55. Procedimiento 1:

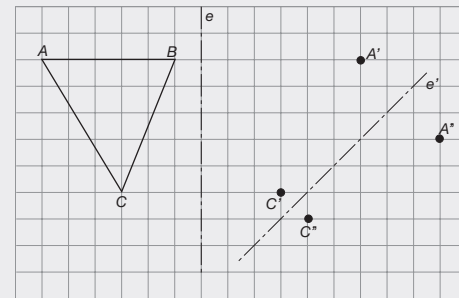
Determinamos el punto C' , simétrico de C respecto al eje e.

El eje e' será la mediatriz del segmento $C'C''$.

Procedimiento 2:

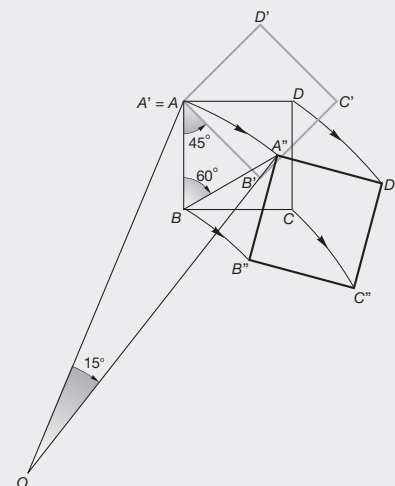
Determinamos el punto A' , simétrico de A respecto al eje e.

El eje e' será la mediatriz del segmento $A'A''$.



56. Respuesta gráfica.

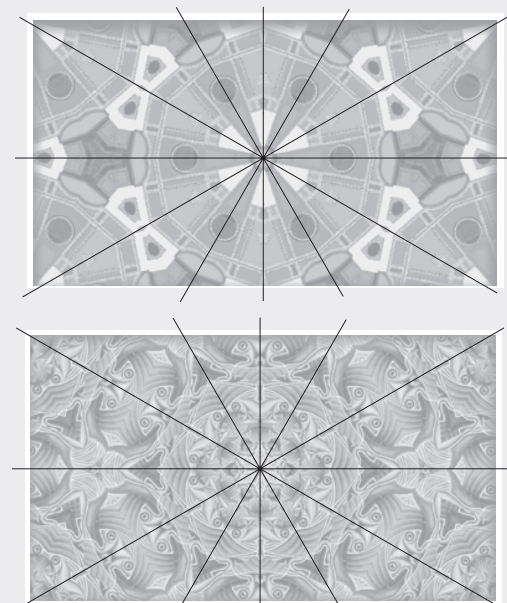
57.

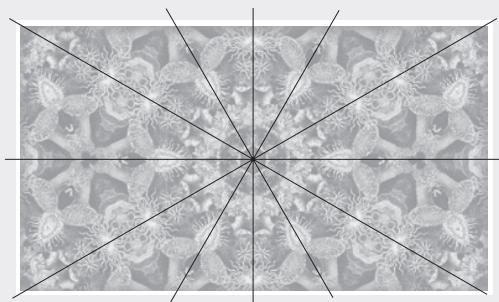


O es el centro de giro y el ángulo de giro es 15° .

58. Respuesta abierta.

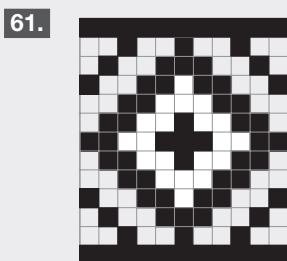
59.





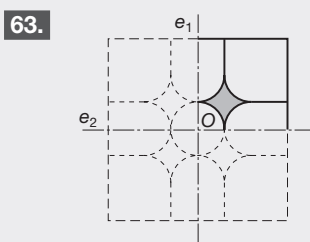
Las tres figuras se obtienen a partir de las simetrías del dodecágono central del dibujo, resultando seis ejes de simetría, y un centro de giro.

- 60.** — El ángulo para que la cesta se encuentre en B es de $360^\circ : 12 = 30^\circ$.
— El ángulo para que la cesta se encuentre en C es de $30^\circ \cdot 8 = 240^\circ$.

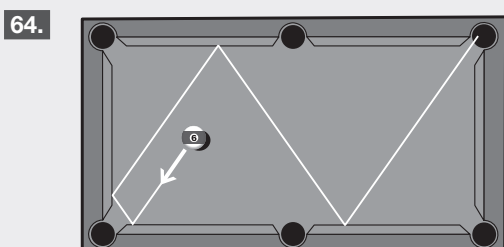


- 62.** Tenemos que $1,2 \text{ km} = 1\,200 \text{ m}$. Así,
$$\frac{8}{1} = \frac{1200}{x} \rightarrow x = \frac{1200}{8} \rightarrow x = 150 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la distancia del lince ibérico percibida por Enrique a través de los prismáticos era de 150 m.



Una simetría axial de eje e_1 , otra simetría axial de eje e_2 y una simetría central de centro O .



La bola efectuará 4 choques con las bandas antes de entrar en la tronera.

- 65.** La distancia recorrida en el mapa es $3,5 + 7 = 10,5 \text{ cm}$. Por lo tanto, teniendo en cuenta la escala del mapa:

$$\frac{3}{10\,000} = \frac{10,5}{x}$$

$$x = \frac{10\,000 \cdot 10,5}{3} \rightarrow x = \frac{105\,000}{3}$$

$$x = 35\,000 \text{ cm} \rightarrow x = 350 \text{ m}$$

Así, los dos personajes recorrieron 350 m.

- 66.** Se pueden poner puertas a 2 armarios, ya que tenemos 2 puertas de la derecha y 4 puertas de la izquierda.

- 67.** Tenemos que $12\,576,2 \text{ km} = 12\,576\,200 \text{ m}$. Teniendo en cuenta la escala del globo terráqueo:

$$\frac{1}{40\,000\,000} = \frac{x}{12\,576\,200}$$

$$x = \frac{12\,576\,200}{40\,000\,000} \rightarrow x = 0,318905 \text{ m} \rightarrow x = 32 \text{ cm}$$

El volumen de la esfera es dado por la fórmula

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Así, el radio del globo es $32 : 2 = 16 \text{ cm}$. Por lo tanto,

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 16^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4\,096 = 17\,157,3$$

$$V = 17\,157,3 \text{ cm}^3$$

El volumen del globo terráqueo es de $17\,157,3 \text{ cm}^3$.

Pon a prueba tus competencias

- 1.** a) Simetría respecto a un punto: 4 y 11, 6 y 9, 7 y 12.
Simetría respecto a un eje: 1 y 10, 3 y 8, 4 y 5, 8 y 14.
b) Respuesta abierta.
- 2.** a) Dividiendo las dimensiones en píxeles entre 85,3: $9,1 \cdot 4,9$ pulgadas
b) Multiplicando las dimensiones en pulgadas por 2,54:
 $23,1 \cdot 12,4 \text{ cm}$
c) Cada dimensión se ha reducido en un factor de 0,75. Multiplicando cada dimensión por este valor:
 $17,3 \cdot 9,3 \text{ cm}$
d) $A = 160,9 \text{ cm}^2$

3. a) Aplicando la razón de semejanza:

$$l = \frac{6}{3} = 2 \text{ cm}$$

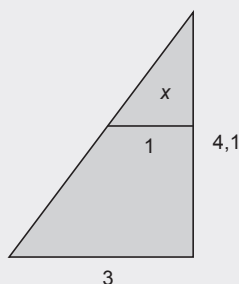
- b) Multiplicando por el factor de escala:

$$P = 30 \cdot 295 = 8\,850 \text{ cm} = 88,5 \text{ m}$$

- c) Aplicando, de nuevo, el factor de escala:

$$P' = 10 \cdot 295 = 2\,950 \text{ cm} = 29,5 \text{ m}$$

- d) Aplicando el teorema de Tales:



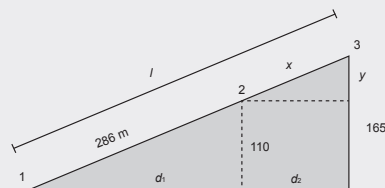
$$\frac{4,1}{3} = \frac{x}{1} \rightarrow x = 1,37 \text{ cm}$$

- e) A partir del radio real de la pared circular:

$$R = 4,04 \text{ m}$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot R = 25,4 \text{ m}$$

4.



- a) Aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{165}{l} = \frac{110}{286} \rightarrow l = 429 \text{ m}$$

- b) Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$d_1 = \sqrt{286^2 - 110^2} = 264 \text{ m}$$

- c) Calculando previamente las longitudes x e y , y aplicando de nuevo el teorema de Pitágoras:

$$x = 429 - 286 = 143 \text{ m}$$

$$y = 165 - 110 \text{ m} = 55 \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt{143^2 - 55^2} = 132 \text{ m}$$

- d) Como son proporcionales:

$$\frac{9}{429} = \frac{x}{286} \rightarrow x = 6 \text{ €}$$

- e) Transformamos los km/h en m/s:

$$9 \text{ km/h} = 2,5 \text{ m/s}$$

En recorrer los 429 m a 2,5 m/s el teleférico tarda:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{429}{2,5} = 171,6 \text{ s}$$

En recorrer el trayecto tarda:

$$t = 171,6 + 20 = 191,6 \text{ s} = 3,19 \text{ min}$$