# Estadística

**1.** — Población: naranjas de una cosecha; variable estadística: diámetro. Cuantitativa continua.

— Población: habitantes de un país; variable estadística: edad a la cual acaban sus estudios. Cuantitativa discreta.

— Población: alumnos de una clase; variable estadística: color favorito. Cualitativa nominal.

**2.** a) Sobre toda la población, ya que se puede contactar con todos los alumnos de 3.º de ESO de un colegio.

b) Sobre una muestra, ya que es muy difícil contactar con todos los habitantes de una ciudad.

**3.** No es representativa, porque los oyentes de la emisora tendrán unos gustos musicales afines.

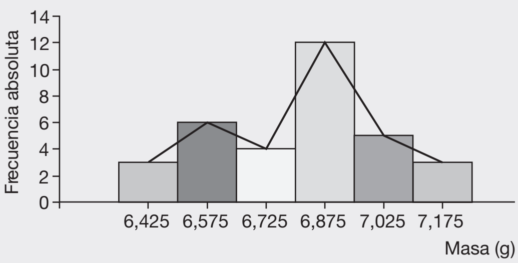
**4.**

| Número | $n_i$ | $f_i$ (%) | $N_i$ | $F_i$ (%) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 19,05 | 8 | 19,05 |
| 2 | 8 | 19,05 | 16 | 38,10 |
| 3 | 5 | 11,90 | 21 | 50,00 |
| 4 | 7 | 16,67 | 28 | 66,67 |
| 5 | 6 | 14,29 | 34 | 80,95 |
| 6 | 8 | 19,05 | 42 | 100 |
| | $\sum n_i = 42$ | $\sum f_i = 100$ | | |

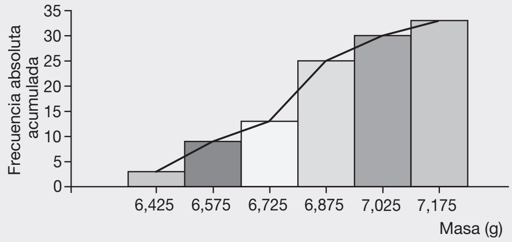
**5.**

| Masa (g) | Marca de clase | $n_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| [6,35, 6,50) | 6,425 | 3 | 0,0909 | 3 | 0,0909 |
| [6,50, 6,65) | 6,575 | 6 | 0,1818 | 9 | 0,2727 |
| [6,65, 6,80) | 6,725 | 4 | 0,1212 | 13 | 0,3939 |
| [6,80, 6,95) | 6,875 | 12 | 0,3636 | 25 | 0,7576 |
| [6,95, 7,10) | 7,025 | 5 | 0,1515 | 30 | 0,9091 |
| [7,10, 7,25) | 7,175 | 3 | 0,0909 | 33 | 1 |
| | | $\sum n_i = 33$ | $\sum f_i = 1$ | | |

**6.** a) Histograma de frecuencias absolutas.




b) Histograma de frecuencias absolutas acumuladas.



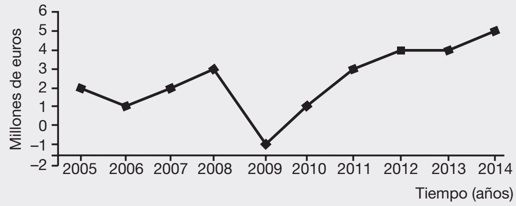

**7.** Menos de 80 000 €: Andalucía, Castilla-La Mancha y Extremadura.

De 80 000 a 100 000 €: Principado de Asturias, Canarias, Cantabria, Castilla y León, Galicia, Murcia, Comunidad Valenciana, Ceuta y Melilla.

De 100 000 a 120 000 €: Aragón, Baleares, Cataluña y La Rioja.

Más de 120 000 €: Comunidad de Madrid, Navarra y País Vasco.

**8.**




— Mejor momento: año 2014; peor momento: año 2009.

**9.** Actividad TIC

**10.** La moda nos indica el valor de la variable con una frecuencia absoluta mayor.

La media aritmética es la suma de todos los valores dividido por el número total de ellos. Nos da una idea global de cuáles pueden ser estos valores.

La mediana es el valor que ocupa el lugar central al situar todos los datos ordenados.

— La moda es *X*, puesto que es el valor que más veces se repite.

**11.** Hay dos modas: castaño y moreno.

Ca = castaño y *Mo* = moreno.

**12.** a)

| $x_i$ | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 25 | 30 | 35 | 20 | 15 |
| $N_i$ | 25 | 55 | 90 | 110 | 125 |

Moda:

El valor de la variable con una frecuencia absoluta mayor es 5.

*Mo* = 5

Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 25 + 3 \cdot 30 + 5 \cdot 35 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 15}{125} = 4{,}52$$

Mediana:

Puesto que hay 125 datos, el dato central es el que ocupa la posición 63.

Las frecuencias absolutas acumuladas nos informan de que:

— los datos del 1 al 25 tienen un valor 1.

— los datos del 26 al 55 tienen un valor 3.

— los datos del 56 al 90 tienen un valor 5.

— los datos del 91 al 110 tienen un valor 7.

— los datos del 111 al 125 tienen un valor 9.

Por lo tanto, el dato que ocupa la posición 63 tiene un valor 5.

$Me = 5$

Primer cuartil:

$$i = k_i \cdot \frac{N}{4} = 1 \cdot \frac{125}{4} = 31{,}25$$

Como 31,25 no es un número entero, se redondea al primer entero mayor que 31,25, es decir, 32.

El primer cuartil es el valor del dato que ocupa la posición 32:

$Q_1 = 3$

Tercer cuartil:

$$i = k_i \cdot \frac{N}{4} = 3 \cdot \frac{125}{4} = 93{,}75$$

Como 93,75 no es un número entero, se redondea al primer entero mayor que 93,75, es decir, 94.

El tercer cuartil es el valor del dato que ocupa la posición 94:

$Q_3 = 7$

b)

| Intervalo de clase | [2, 8) | [8, 14) | [14, 20) | [20, 26) |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 5 | 11 | 17 | 23 |
| $n_i$ | 6 | 14 | 7 | 3 |
| $N_i$ | 6 | 20 | 27 | 30 |

Moda:

El intervalo con mayor frecuencia absoluta es [8, 14); por lo tanto, la moda será su marca de clase.

$Mo = 11$

Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 6 + 11 \cdot 14 + 17 \cdot 7 + 23 \cdot 3}{30} = 12{,}4$$

Los datos centrales son los que ocupan los lugares 15 y 16. Ambos pertenecen al intervalo [8, 14); por lo tanto, la clase medianal es el intervalo [8, 14).

Como aproximación a la mediana tomamos la marca de clase de dicho intervalo:

Mediana:

$Me = 11$

Primer cuartil:

$$i = k_i \cdot \frac{N}{4} = 1 \cdot \frac{30}{4} = 7{,}5$$

Como 7,5 no es un número entero, se redondea al primer entero mayor que 7,5, es decir, 8.

El primer cuartil es el valor del dato que ocupa la posición 8:

$Q_1 = 11$

Tercer cuartil:

$$i = k_i \cdot \frac{N}{4} = 3 \cdot \frac{30}{4} = 22{,}5$$

Como 22,5 no es un número entero, se redondea al primer entero mayor que 22,5, es decir, 23.

El tercer cuartil es el valor del dato que ocupa la posición 23:

$Q_3 = 17$

**13.**

| $x_i$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| $N_i$ | 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 |

$r = 12 - 2 = 10$

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 +}{13}$$
$$\frac{+10 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + 12 \cdot 1}{13} = 5{,}615$$

$$d_m = \frac{|2 - 5{,}615| \cdot 3 + |3 - 5{,}615| \cdot 3 +}{13}$$
$$\frac{+|4 - 5{,}615| \cdot 1 + |5 - 5{,}615| \cdot 1 + |8 - 5{,}615| \cdot 2 +}{13}$$
$$\frac{+|10 - 5{,}615| \cdot 1 + |11 - 5{,}615| \cdot 1 + |12 - 5{,}615| \cdot 1}{13} =$$
$$= 3{,}219$$

$$\sigma^2 = \frac{|2 - 5{,}615|^2 \cdot 3 + |3 - 5{,}615|^2 \cdot 3 +}{13}$$
$$\frac{+|4 - 5{,}615|^2 \cdot 1 + |5 - 5{,}615|^2 \cdot 1 + |8 - 5{,}615|^2 \cdot 2 +}{13}$$
$$\frac{+|10 - 5{,}615|^2 \cdot 1 + |11 - 5{,}615|^2 \cdot 1 +}{13}$$
$$\frac{+|12 - 5{,}615|^2 \cdot 1}{13} = 12{,}544$$

$$\sigma = \sqrt{12{,}544} = 3{,}452$$

$$CV = \frac{3{,}542}{5{,}615} = 0{,}631$$

**14.** a) $r = 9 - 1 = 8$

$$d_m = \frac{|1-4{,}52|\cdot 25 + |3-4{,}52|\cdot 30 +}{125}$$
$$\frac{+|5-4{,}52|\cdot 35 + |7-4{,}52|\cdot 20 +}{125}$$
$$\frac{+|9-4{,}52|\cdot 15}{125} = 2{,}14$$

$$\sigma^2 = \frac{|1-4{,}52|^2\cdot 25 + |3-4{,}52|^2\cdot 30 +}{125}$$
$$\frac{+|5-4{,}52|^2\cdot 35 + |7-4{,}52|^2\cdot 20 +}{125}$$
$$\frac{+|9-4{,}52|^2\cdot 15}{125} = 6{,}49$$

$$\sigma = \sqrt{6{,}49} = 2{,}55$$

$$CV = \frac{2{,}55}{4{,}52} = 0{,}56$$

b) $r = 23 - 5 = 18$

$$d_m = \frac{|5-12{,}4|\cdot 6 + |11-12{,}4|\cdot 14 + |17 -|}{30}$$
$$\frac{|-12{,}4|\cdot 7 + |23-12{,}4|\cdot 3}{30} = \frac{128}{30} = 4{,}26$$

$$\sigma^2 = \frac{|5-12{,}4|^2\cdot 6 + |11-12{,}4|^2\cdot 14 + |17 -|}{30} =$$
$$= \frac{|-12{,}4|^2\cdot 7 + |23-12{,}4|^2\cdot 3}{30} = \frac{841{,}2}{30} = 28{,}04$$

$$\sigma = \sqrt{28{,}04} = 5{,}30$$

$$CV = \frac{5{,}30}{12{,}4} = 0{,}43$$

**15.**

| Intervalo de clase | [1, 3) | [3, 5) | [5, 7) | [7, 9) |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 2 | 4 | 6 | 8 |
| $n_i$ | 12 | 16 | 24 | 11 |
| $N_i$ | 12 | 28 | 52 | 63 |

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 12 + 4\cdot 16 + 6\cdot 24 + 8\cdot 11}{63} = 5{,}079$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{|2-5{,}079|^2\cdot 12 + |4-5{,}079|^2\cdot 16 +}{63}}$$
$$\frac{+|6-5{,}079|^2\cdot 24 + |8-5{,}079|^2\cdot 11}{63} = 1{,}98$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2^2\cdot 12 + 4^2\cdot 16 + 6^2\cdot 24 +}{63}}$$
$$\frac{+\ 8^2\cdot 11}{63} - 5{,}079^2 = 1{,}98$$

**16.** a) La profesión D es la que tiene más salario.

La profesión C es la que tiene más dispersión.

b) La categoría A es la más simétrica.

La categoría B es la que presenta más valores atípicos.

**17.** a)

| $x_i$ | $n_i$ | $N_i$ | $x_i \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \overline{x}\rvert$ | $\lvert x_i - \overline{x}\rvert \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \overline{x}\rvert^2$ | $\lvert x_i - \overline{x}\rvert^2 \cdot n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 12 | 12 | 3,6216 | 43,4592 | 13,1160 | 157,392 |
| 2 | 15 | 27 | 30 | 2,6216 | 39,3240 | 6,8728 | 103,092 |
| 3 | 9 | 36 | 27 | 1,6216 | 14,5944 | 2,6296 | 23,6664 |
| 4 | 18 | 54 | 72 | 0,6216 | 11,1888 | 0,3864 | 6,9552 |
| 5 | 17 | 71 | 85 | 0,3784 | 6,4328 | 0,1432 | 2,4344 |
| 6 | 15 | 86 | 90 | 1,3784 | 20,6760 | 1,9000 | 28,5 |
| 7 | 11 | 97 | 77 | 2,3784 | 26,1624 | 5,6568 | 62,2248 |
| 8 | 6 | 103 | 48 | 3,3784 | 20,2704 | 11,4136 | 68,4816 |
| 9 | 8 | 111 | 72 | 4,3784 | 35,0272 | 19,1704 | 153,3632 |
|  | 111 |  | 513 |  | 217,1352 |  | 606,1096 |

$Mo = 4$

$\frac{N}{2} = \frac{111}{2} = 55{,}5$ El dato central ocupa el lugar 56. $Me = 5$.

$$\overline{x} = \frac{513}{111} = 4{,}62$$

$r = 9 - 1 = 8$

$d_m = \frac{217{,}1352}{111} = 1{,}96$

$\sigma = \sqrt{5{,}4604} = 2{,}34$

$\sigma^2 = \frac{606{,}1096}{111} = 5{,}46$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2{,}34}{4{,}62} = 0{,}51$ La serie es bastante dispersa, pues el coeficiente de variación es superior al 50 %.

b)

| $x_i$ | $n_i$ | $N_i$ | $x_i \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert^2$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert^2 \cdot n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 3 | 3 | 54 | 3,6449 | 10,9347 | 13,2853 | 39,8559 |
| 19 | 12 | 15 | 228 | 2,6449 | 31,7388 | 6,9955 | 83,946 |
| 20 | 54 | 69 | 1080 | 1,6449 | 88,8246 | 2,7057 | 146,1078 |
| 21 | 66 | 135 | 1386 | 0,6449 | 42,5634 | 0,4159 | 27,4494 |
| 22 | 57 | 192 | 1254 | 0,3551 | 20,2407 | 0,1261 | 7,1877 |
| 23 | 55 | 247 | 1265 | 1,3551 | 74,5305 | 1,8363 | 100,9965 |
| 24 | 18 | 265 | 432 | 2,3551 | 42,3918 | 5,5465 | 99,837 |
| 25 | 11 | 276 | 275 | 3,3551 | 36,9061 | 11,2567 | 123,8237 |
| | 276 | | 5974 | | 348,1306 | | 629,204 |

$Mo = 21$

$\frac{N}{2} = \frac{276}{2} = 138$ Los datos centrales ocupan los lugares 138 y 139. Ambos tienen un valor de 22. $Me = 22$.

$\bar{x} = \frac{5974}{276} = 21{,}6449 \approx 21{,}64$

$r = 25 - 18 = 7$

$d_m = \frac{348{,}1306}{276} = 1{,}2613 \approx 1{,}26$

$\sigma^2 = \frac{629{,}204}{276} = 2{,}2797 \approx 2{,}28$

$\sigma = \sqrt{2{,}2797} = 1{,}51$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1{,}51}{21{,}64} = 0{,}07$ La serie es poco dispersa, pues el coeficiente de variación es inferior al 10 %.

**18.** Actividad TIC.

**19.**

| $x_i$ | | $n_i$ | $N_i$ | $x_i \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert \cdot n_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert^2$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert^2 \cdot n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalo de clase | Marca de clase | | | | | | | |
| [1, 3) | 2 | 52 | 52 | 104 | 4,6210 | 240,2920 | 21,3536 | 1110,3872 |
| [3, 5) | 4 | 35 | 87 | 140 | 2,6210 | 91,7350 | 6,8696 | 240,4360 |
| [5, 7) | 6 | 41 | 128 | 246 | 0,6210 | 25,4610 | 0,3856 | 15,8096 |
| [7, 9) | 8 | 22 | 150 | 176 | 1,3790 | 30,3380 | 1,9016 | 41,8352 |
| [9, 11) | 10 | 36 | 186 | 360 | 3,3790 | 121,6440 | 11,4176 | 411,0336 |
| [11, 13) | 12 | 19 | 205 | 228 | 5,3790 | 102,2010 | 28,9336 | 549,7384 |
| [13, 15) | 14 | 14 | 219 | 196 | 7,3790 | 103,3060 | 54,4496 | 762,2944 |
| | | 219 | | 1450 | | 714,9770 | | 3131,5344 |

Clase modal: [1, 3); $Mo = 2$

$\frac{N}{2} = \frac{219}{2} = 109{,}5$ La mediana coincidirá con el dato que ocupa el lugar 110. La clase medianal es [5, 7) y como aproximación a la mediana tomaremos $Me = 6$.

$\bar{x} = \frac{1450}{219} = 6{,}6210$

$r = 15 - 1 = 14$

$d_m = \frac{714{,}9770}{219} = 3{,}2647$

$\sigma^2 = \frac{3131{,}5344}{219} = 14{,}2992$

$\sigma = \sqrt{14{,}2992} = 3{,}7814$

## Actividades finales

**20.** a) Porque recoge, ordena y analiza datos para estudiar el comportamiento de un colectivo.

b) La población: alumnos de la clase. Variable estadística: puntuación obtenida en el examen.

c) Suponiendo que el profesor pone notas numéricas, e independientemente de si estas son números enteros o con uno o dos decimales, se trata de una variable cuantitativa discreta.

**21.** La frecuencia absoluta de un valor de la variable estadística es el número de veces que se repite dicho valor.

La frecuencia relativa de un valor de la variable estadística es el resultado de dividir la frecuencia absoluta de dicho valor por el número total de datos.

La suma de las frecuencias absolutas de todos los posibles valores de una variable estadística coincide con el número total de datos:

$N_1 + \ldots + n_N = \Sigma n_i = N$

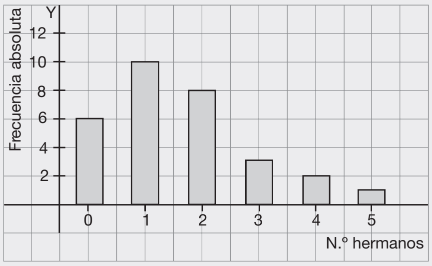
La suma de las frecuencias relativas de todos los posibles valores de una variable estadística es 1 si se expresan en forma fraccionaria o decimal y es 100 si se expresan en porcentaje:

$\frac{n_1}{N} + \ldots + \frac{n_N}{N} = \frac{n_1 + \ldots + n_N}{N} = \frac{N}{N} = 1$

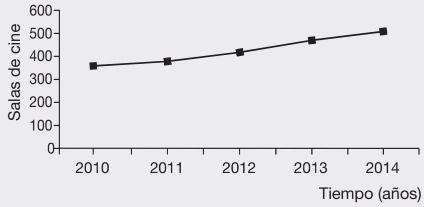
**22.** a)

| Número de hermanos | $n_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 | 0,20 | 6 | 0,20 |
| 1 | 10 | 0,33 | 16 | 0,53 |
| 2 | 8 | 0,27 | 24 | 0,80 |
| 3 | 3 | 0,10 | 27 | 0,90 |
| 4 | 2 | 0,107 | 29 | 0,97 |
| 5 | 1 | 0,03 | 30 | 1 |
| | 30 | 1 | | |

b)




**23.**




**24.** a) $N = 3 + 6 + 12 + 15 + 11 + 9 + 6 + 5 + 3 + 2 = 72$

b) Entre 20 y 30 años hay 18 trabajadores.

$\frac{18}{72} \cdot 100 = 25\ \%$

c) Hay 9 trabajadores que tienen menos de 25 años.

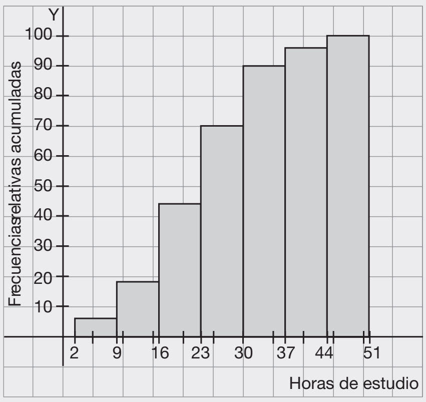
$\frac{9}{72} \cdot 100 = 12{,}5\ \%$

**25.** a) $51 - 2 = 49 \rightarrow \frac{49}{7} = 7$

La amplitud de los intervalos debe ser de 7 unidades.

| Horas de estudio | Marca de clase | $n_i$ | $f_i$ (%) | $N_i$ | $F_i$ (%) |
|---|---|---|---|---|---|
| [2, 9) | 5,5 | 3 | 6 | 3 | 6 |
| [9, 16) | 12,5 | 6 | 12 | 9 | 18 |
| [16, 23) | 19,5 | 13 | 26 | 22 | 44 |
| [23, 30) | 26,5 | 13 | 26 | 35 | 70 |
| [30, 37) | 33,5 | 10 | 20 | 45 | 90 |
| [37, 44) | 40,5 | 3 | 6 | 48 | 96 |
| [44, 51) | 47,5 | 2 | 4 | 50 | 100 |
| | | 30 | 100 | | |

b)



**26.** a) Para poder responder a la pregunta primero es necesario calcular los porcentajes de cada curso:

1.º curso:

$$P_1 = \frac{11749 - 7315}{11749} = \frac{4434}{11749} \cdot 100 = 37{,}74\ \%$$

$$P_2 = \frac{10888 - 6885}{10888} = \frac{4003}{10888} \cdot 100 = 36{,}77\ \%$$

$$P_3 = \frac{11864 - 7493}{11864} = \frac{4371}{11864} \cdot 100 = 36{,}84\ \%$$

$$P_4 = \frac{7829 - 4838}{7829} = \frac{2991}{7829} \cdot 100 = 38{,}20\ \%$$

Por lo tanto, el curso que tiene más chicos en porcentaje es el 4.º curso.

b) Si hacemos los cálculos:

$P_1 = 100 - 37{,}74 = 62{,}26\ \%$

$P_2 = 100 - 36{,}77 = 63{,}23\ \%$

$P_3 = 100 - 36{,}84 = 63{,}16\ \%$

$P_4 = 100 - 38{,}20 = 61{,}80\ \%$

No hay ningún curso en que el porcentaje de mujeres doble el de hombres.

c) $$P_{total} = \frac{7315 + 6885 + 7493 + 4838}{11749 + 10888 + 11864 + 7829} = \frac{26531}{42330} = 62{,}67\ \%$$

**27.** a) 3,5 %

b) Hombres: 1 %. Mujeres: 1 %.

Total: 1 % + 1 % = 2 %

c) Hombres: 3,0 % + 2,5 % + 2,0 % = 7,5 %

Mujeres: 3,0 % + 3,0 % + 2,0 % = 8,0 %

Total: 7,5 % + 8,0 % = 15,5 %

d) La pirámide de población *A* corresponde claramente a un país en proceso de desarrollo. Su típica forma triangular con una ancha base que se va estrechando al aumentar la edad revela un elevado índice de natalidad y una corta esperanza de vida.

En los países más desarrollados las franjas de menor edad son más cortas debido al bajo índice de natalidad, por lo que el máximo se desplaza hacia edades mayores. Los avances en medicina alargan la esperanza de vida, de forma que las franjas de mayor edad están más pobladas que las correspondientes a un país en proceso de desarrollo.

**28.** Si $x$ representa las ventas de E, $3x$ representa las ventas de D, $9x$ representa las ventas de C, $27x$ representa las ventas de B y $81x$ representa las ventas de A.

Entonces, el total de ventas es:

$x + 3x + 9x + 27x + 81x = 121x$

$$f_A = \frac{81x}{121x} \cdot 100 = 67\ \%$$

$$f_B = \frac{27x}{121x} \cdot 100 = 22{,}3\ \%$$

$$f_C = \frac{9x}{121x} \cdot 100 = 7{,}4\ \%$$

$$f_D = \frac{3x}{121x} \cdot 100 = 2{,}5\ \%$$

$$f_E = \frac{x}{121x} \cdot 100 = 0{,}8\ \%$$

Amplitud de los sectores:

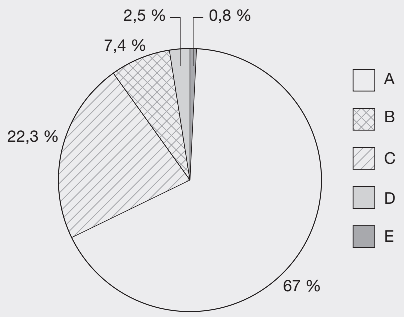
$0{,}670 \cdot 360° = 241{,}2°$

$0{,}223 \cdot 360° = 80{,}3°$

$0{,}074 \cdot 360° = 26{,}6°$

$0{,}025 \cdot 360° = 9°$

$0{,}008 \cdot 360° = 2{,}9°$




**29.** Es un valor que describe de manera resumida algunas características importantes de la serie de datos.

Ambos tipos de parámetros se calculan a partir de la serie de datos; pero los de centralización pueden considerarse representativos de esta serie mientras que los de dispersión informan sobre la dispersión (o agrupamiento) de los datos.

**30.** La moda, puesto que para calcularla no es preciso ordenar los datos y tampoco que estos sean numéricos.

**31.** $$\overline{x} = \frac{6{,}8 \cdot 28 + 5{,}7 \cdot 36}{28 + 36} = 6{,}18$$

**32.** Respuesta abierta.

**33.** $\overline{x} = 1{,}8 \rightarrow 1{,}8$ fallos.

**34.** $Mo = 9{,}50$

$N = 6 \rightarrow \frac{N}{2} = 3$ Los datos centrales son los que ocupan los lugares 3 y 4. Ambos corresponden al valor 9,50.

$Me = 9{,}50$;

$\overline{x} = 9{,}54$

$r = 0{,}50$

$d_m = 0{,}14$

$\sigma^2 = 0{,}03$

$\sigma = \sqrt{0{,}03} = 0{,}17$

**35.** a)

| T (ºC) | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 5 | 2 | 1 |
| $N_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 12 | 14 | 15 |

b) $Mo = 18$ °C

$N = 15$; $\frac{N}{2} = 7{,}5$. El dato central es el que ocupa el octavo lugar y corresponde al valor 18.

Por lo tanto, $Me = 18$ °C.

$\overline{x} = 16{,}67$

$r = 12$

$d_m = 2{,}31$

$\sigma^2 = 8{,}76$

$s = 2{,}96$

$CV = 0{,}18$

**36.**

| $x_i$ | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 55 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 2 | 7 | 16 | 6 | 4 | 2 | 1 |

$Mo = 50$

$\frac{N}{2} = \frac{39}{2} = 19{,}5$. El valor del dato que ocupa el lugar 20 es 50.

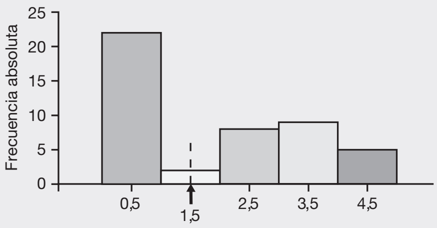
$Me = 50$

$\overline{x} = 50{,}28$

**37.** En ambos casos se obtiene un mismo valor para la media aritmética, pero la desviación típica es distinta.

Es más fiable el test A, ya que la desviación típica es menor. Esto significa que los valores obtenidos estarán más agrupados.

**38.**




$Mo = 0{,}5$, pues la clase modal es [0, 1).

$\frac{N}{2} = \frac{46}{2} = 23$ Los datos centrales son los que ocupan los lugares 23 y 24. Ambos datos pertenecen al intervalo [1, 2).

Clase medianal: [1, 2); $Me = 1{,}5$

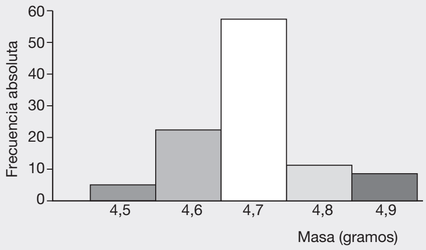
$\overline{x} = 1{,}91$

**39.** Respuesta abierta.

**40.** $\overline{x} = 592{,}33$

— La duración media de las bombillas ha sido de 592,33 h.

**41.** a)




b)

| Intervalo de clase | Marca de clase | $n_i$ | $N_i$ |
|---|---|---|---|
| [4,45, 4,55) | 4,5 | 3 | 3 |
| [4,55, 4,65) | 4,6 | 23 | 26 |
| [4,65, 4,75) | 4,7 | 56 | 82 |
| [4,75, 4,85) | 4,8 | 11 | 93 |
| [4,85, 4,95) | 4,9 | 7 | 100 |

Moda: Clase modal: [4,65, 4,75); $Mo = 4{,}7$

Media aritmética:

$$\overline{x} = \frac{4{,}5 \cdot 3 + 4{,}6 \cdot 23 + 4{,}7 \cdot 56 +}{100}$$
$$\frac{+\ 4{,}8 \cdot 11 + 4{,}9 \cdot 7}{100} = 4{,}7$$

Mediana:

$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$ Los datos centrales ocupan los lugares 50 y 51.

Ambos se encuentran en el intervalo [4,65, 4,75).

Clase medianal: [4,65, 4,75) ; $Me = 4{,}7$

Recorrido:

$r = 4{,}95 - 4{,}45 = 0{,}50$

Desviación media:

$$d_m = \frac{|4{,}5 - 4{,}7| \cdot 3 + |4{,}6 - 4{,}7| \cdot 23 +}{100}$$
$$\frac{+|4{,}7 - 4{,}7| \cdot 56 + |4{,}8 - 4{,}7| \cdot 11 +}{100}$$
$$\frac{+|4{,}9 - 4{,}7| \cdot 7}{100} = 0{,}05$$

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{|4{,}5-4{,}7|^2\cdot 3 + |4{,}6-4{,}7|^2\cdot 23 +}{100}$$
$$\frac{+|4{,}7-4{,}7|^2\cdot 56 + |4{,}8-4{,}7|^2\cdot 11 +}{100}$$
$$\frac{+|4{,}9-4{,}7|^2\cdot 7}{100} = 0{,}01$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{0{,}01} = 0{,}1$$

Coeficiente de variación:

$$CV = \frac{0{,}1}{4{,}7} = 0{,}02$$

**42.** Sí, en determinadas series que presentan una gran dispersión.

Por ejemplo, en la serie 0, 3, 3, 0.

$$\bar{x} = \frac{0\cdot 2 + 3\cdot 2}{4} = 1{,}5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0^2\cdot 2 + 3^2\cdot 2}{4} - 1{,}5^2} = 1{,}5$$

**43.** $Mo = 5$; $Me = 5{,}5$; $\bar{x} = 5{,}67$

$d_m = 1{,}33$; $\sigma^2 = 2{,}56$; $\sigma = 1{,}60$

a) 6, 10, 10, 12, 14, 16.

$Mo = 10$; $Me = 11$; $\bar{x} = 11{,}33$

$d_m = 2{,}67$; $\sigma^2 = 10{,}22$; $\sigma = 3{,}20$

b) 15, 25, 25, 30, 35, 40.

$Mo = 25$; $Me = 27{,}5$; $\bar{x} = 28{,}33$

$d_m = 6{,}67$; $\sigma^2 = 63{,}89$; $\sigma = 8$

c) La moda, la mediana, la media aritmética, la desviación media y la desviación típica de las series resultantes son el resultado de multiplicar el número positivo por el valor original del parámetro correspondiente. La varianza queda multiplicada por el cuadrado del número positivo.

**44.** 73, 56, 56, 56, 56, 56, 56, 31,

31, 31, 31, 15, 15, 15, 15, 15.

a) 56 es la moda, 38 es la media aritmética y 31 es la mediana.

b) Los resultados son tan diferentes porque los valores extremos influyen bastante en la media aritmética.

**45.** Agrupamos los datos en 6 intervalos de una amplitud igual a 10 unidades.

| Edad | Marca de clase | $n_i$ |
|---|---|---|
| [10, 20) | 15 | 7 |
| [20, 30) | 25 | 14 |
| [30, 40) | 35 | 3 |
| [40, 50) | 45 | 1 |
| [50, 60) | 55 | 0 |
| [60, 70) | 65 | 1 |

La mayoría de las edades están situadas entre 20 y 30 años. Por ello, el anuncio más efectivo será el dirigido a estas edades.

$\bar{x} = 25{,}77$

$\sigma = 10{,}71$

Estos resultados confirman que la respuesta que hemos dado es correcta.

**46.** Respuesta TIC.

$\bar{x} = 2{,}65$

$\sigma = 0{,}118$

**47.** Respuesta TIC.

Clase modal: [8, 9); $Mo = 8{,}5$

Clase medianal: [8, 9); $Me = 8{,}5$

$\bar{x} = 8{,}75$

**48.** 20 % + 25 % = 45 % de las personas tenían entre 20 y 30 años. Por lo tanto, 0,45 · 15 500 = 6 975 de las personas que asistieron al concierto tenían entre 20 y 30 años.

**49.** El número de unidades del videojuego vendidas el lunes son: $a_1 = 45$

El martes se vendieron: $a_2 = 45 - (2-1)\cdot 3 = 42$ unidades.

El miércoles: $a_3 = 45 - (3-1)\cdot 3 = 39$ unidades.

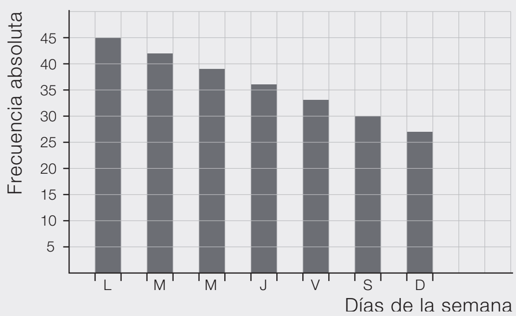
El jueves: $a_4 = 45 - (4-1)\cdot 3 = 36$ unidades.

El viernes: $a_5 = 45 - (5-1)\cdot 3 = 33$ unidades.

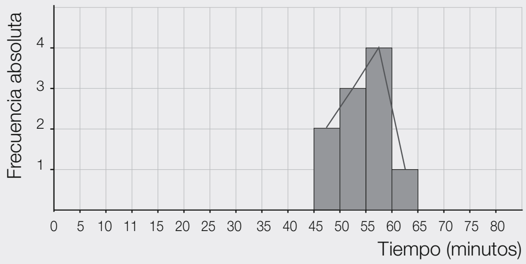
El sábado: $a_6 = 45 - (6-1)\cdot 3 = 30$ unidades.

El domingo: $a_7 = 45 - (7-1)\cdot 3 = 27$ unidades.

El diagrama de barras siguiente representa las frecuencias absolutas del número de unidades vendidas del videojuego:



**50.**




**51.** Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3 +}{30}$$

$$\frac{+\ 6 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 1}{30} \rightarrow \bar{x} = \frac{87}{30} = 2{,}9$$

Mediana:

$$0\,0\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,2\,2\,2\,2\quad \underbrace{2\,2}_{Me = \frac{2+2}{2} = 2}\quad 3\,3\,3\,4\,4\,4\,5\,5\,5\,6\,6\,7\,7\,8$$

Moda:

$Mo = 2$

**52.** Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{9 \cdot 2 + 10 + 11 + 12 + 13 \cdot 2}{7} \rightarrow \bar{x} = \frac{77}{7} = 11$$

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{|9-11|^2 \cdot 2 + |10-11|^2 + |11-11|^2 +}{7}$$

$$\frac{+\ |12-11|^2 + |13-11|^2 \cdot 2}{7} \rightarrow \sigma^2 =$$

$$= \frac{8+1+1+8}{7} \rightarrow \sigma^2 = \frac{18}{7} \approx 1{,}6$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{2{,}6} \approx 1{,}6$$

**53.** Para el primer conjunto de datos, tenemos:

$$\bar{x}_1 = \frac{2x + 3y + 19 + 18}{4} = 17 \rightarrow 2x + 3y +$$

$$+\ 37 = 4 \cdot 17 \rightarrow 2x + 3y = 68 - 37 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x + 3y = 31$$

Y para el segundo conjunto de datos:

$$\bar{x}_2 = \frac{x + 4y + 21 + 16 + 20}{5} = 17 \rightarrow x +$$

$$+\ 4y + 57 = 5 \cdot 17 \rightarrow x + 4y = 85 - 57 \rightarrow$$

$$\rightarrow x + 4y = 28$$

Por lo tanto, tenemos un sistema con dos variables:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 31 \\ x + 4y = 28 \end{array}\right\} \rightarrow x + 4y = 28;\ x = 28 - 4y$$

$2x + 3y = 31$

$2 \cdot (28 - 4y) + 3y = 31$

$56 - 8y + 3y = 31$

$-5y = -25$

$y = 5$

$x = 28 - 4 \cdot 5 = 8$

Sustituyendo $x$ e $y$, obtenemos los dos conjuntos de datos:

16, 15, 19, 18 y 8, 20, 21, 16, 20

**54.** Tabla de frecuencias absolutas y frecuencias absolutas acumuladas:

| Nº de veces que se utilizó el transporte público | Frecuencia absoluta | Frecuencia absoluta acumulada: |
|---|---|---|
| 0 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 4 |
| 2 | 1 | 5 |
| 3 | 2 | 7 |
| 4 | 1 | 8 |
| 5 | 3 | 11 |
| 6 | 1 | 12 |
| 7 | 1 | 13 |
| 8 | 2 | 15 |
| 11 | 1 | 16 |
| 12 | 1 | 17 |
| 15 | 1 | 18 |
| 17 | 1 | 19 |
| 21 | 1 | 20 |
| | 20 | |

Vamos a calcular los cuartiles $Q_1$, $Q_2$ y $Q_3$.

El primer cuartil es:

$$i = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot 20 = 5;\ Q_1 = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

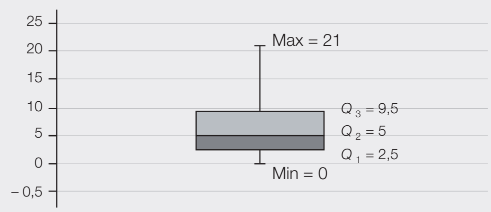
El segundo cuartil es:

$$i = \left(\frac{2}{4}\right) \cdot 20 = 10;\ Q_2 = 5$$

El tercer cuartil es:

$$i = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot 20 = 15;\ Q_3 = \frac{8+11}{2} = \frac{19}{2} = 9{,}5$$

A continuación, representamos el diagrama de cajas y bigotes:



**55.** Las marcas de clase son:

| Clase | $x_i$ |
|---|---|
| [3,7) | 5 |
| [7,11) | 9 |
| [11,15) | 13 |
| [15,19) | 17 |
| [19,23) | 21 |

La media aritmética es:

$$\overline{x} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 9 + 7 \cdot 13 + 4 \cdot 17 + 1 \cdot 21}{20} =$$

$$= \frac{15 + 45 + 91 + 68 + 21}{20} = \frac{240}{20} = 12$$

Por lo tanto, la desviación media es:

$$d_m = \frac{|5-12| + |9-12| + |13-12| + |17-12| +}{20}$$

$$\frac{+\ |21-12|}{20} = \frac{7+3+1+5+9}{20} = \frac{25}{20} = 1{,}25$$

**56.** Como la mediana es 3, tenemos:

$$Me = \frac{Me + 4}{2} = 3 \rightarrow x + 4 = 6 \rightarrow x = 2$$

Moda:

$Mo = 2$

Media aritmética:

$$\overline{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 8}{10} =$$

$$= \frac{2 + 6 + 8 + 7 + 16}{10} = \frac{39}{10} = 3{,}9$$

Desviación media:

$$d_m = \frac{|1-3{,}9| \cdot 2 + |2-3{,}9| \cdot 3 + |4-3{,}9| \cdot 2 +}{10}$$

$$\frac{+\ |7-3{,}9| + |8-3{,}9| \cdot 2}{10} = \frac{2{,}9 \cdot 2 + 1{,}9 \cdot 3 +}{10}$$

$$\frac{+\ 0{,}1 \cdot 2 + 3{,}1 + 4{,}1 \cdot 2}{10} = \frac{23}{10} = 2{,}3$$

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{|1-3{,}9|^2 \cdot 2 + |2-3{,}9|^2 \cdot 3 + |4-3{,}9|^2 \cdot 2}{10}$$

$$\frac{+\ |7-3{,}9|^2 + |8-3{,}9|^2 \cdot 2}{10} = \frac{2{,}9^2 \cdot 2 + 1{,}9^2 \cdot 3 +}{10}$$

$$\frac{+\ 0{,}1^2 \cdot 2 + 3{,}1^2 + 4{,}1^2 \cdot 2}{10} = \frac{16{,}82 + 10{,}83 +}{10}$$

$$\frac{+\ 0{,}02 + 9{,}61 + 33{,}62}{10} = \frac{70{,}9}{10} = 7{,}09$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{7{,}09} \approx 2{,}66$$

## Pon a prueba tus competencias

**1.** a) Tenemos que la suma de las canicas es 40:

$x^2 - 3x + 15 - 2x + 11 - x + 18 - x + 12 - x = 40$

$x^2 - 8x + 56 = 40$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

Sustituyendo el valor de $x$ en las expresiones algebraicas, tenemos:

Primer bolsa: $4^2 - 3 \cdot 4 = 16 - 12 = 4$ canicas

Segundo bolsa: $15 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7$ canicas

Tercer bolsa: $11 - 4 = 7$ canicas

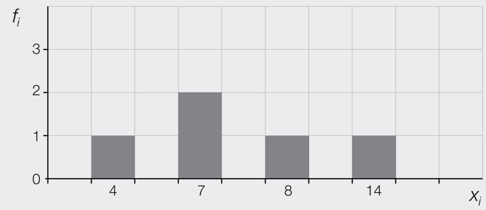
Cuarto bolsa: $18 - 4 = 14$ canicas

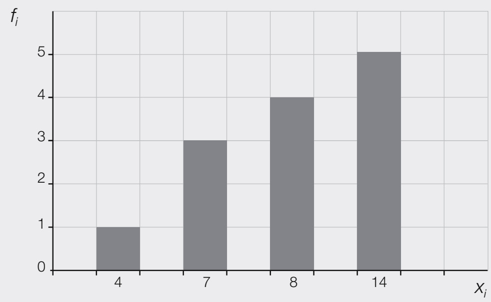
Quinto bolsa: $12 - 4 = 8$ canicas

b)

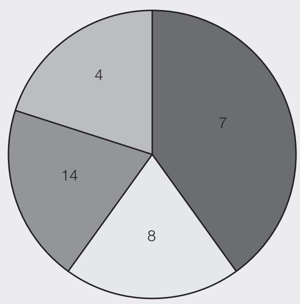
| $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| 4 | 1 | 1 |
| 7 | 2 | 3 |
| 8 | 1 | 4 |
| 14 | 1 | 5 |

c)



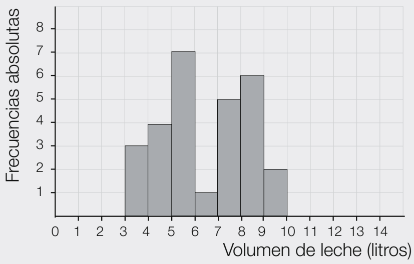

d) Tenemos que $\frac{360°}{5} = 72°$



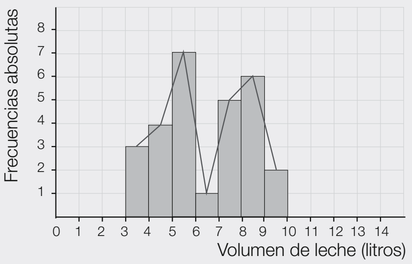
**2.** a)

| Clase | [3,4) | [4,5) | [5,6) | [6,7) | [7,8) | [8,9) | [9,10) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N.º de litros | 3 | 4 | 7 | 1 | 5 | 6 | 2 |

b)




c)




d) Se produjeron 176,4 L de leche en ese día.

e) $\bar{x} = \dfrac{176{,}4}{28} = 6{,}3\ \text{L}$

f) En la tabla del apartado a), vemos que hay 14 valores inferiores a 6 correspondientes a la suma de los intervalos [3,4), [4,5) y [5,6). En la clase [6,7) tenemos un solo valor, el 6, que también es inferior a 6,3. Por lo tanto, $\dfrac{15}{28} \approx 0{,}54$.

Aproximadamente el 54 % de las vacas lecheras produjeron un volumen de leche inferior a la media.

**3.** a) La media aritmética es:

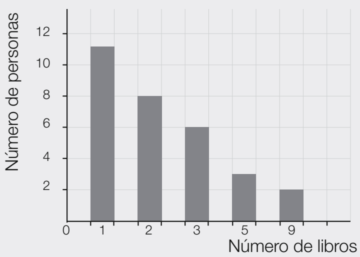
$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 11 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + (x+2) \cdot 2}{30} =$$

$$= 2{,}6 \rightarrow \frac{11 + 16 + 18 + 15 + 2x + 4}{30} = 2{,}6 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2x + 64}{30} = 2{,}6 \rightarrow 2x + 64 = 78 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$$

b)




c) La varianza es:

$$\sigma^2 = \frac{(1-2{,}6)^2 + (2-2{,}6)^2 + (3-2{,}6)^2 +}{30}$$

$$\frac{(5-2{,}6)^2 + (9-2{,}6)^2}{30} \rightarrow \sigma^2 = \frac{2{,}56 + 0{,}36 +}{30}$$

$$\frac{+\ 0{,}16 + 5{,}76 + 40{,}96}{30} \rightarrow \sigma^2 = \frac{49{,}8}{30} = 1{,}66$$

d) La desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{1{,}66} \approx 1{,}29$$

**4.** a) $0{,}35 \cdot 36 = 12{,}6 \rightarrow$ 13 sortijas

b) 20 % + 10 % = 30 %
Por lo tanto, $0{,}3 \cdot 36 = 10{,}8 \rightarrow$ 11 sortijas

c) Los extremos de la clase son 1 800 y 1 950. Al hacer el descuento de 16 % en estos dos valores, tenemos:
$0{,}84 \cdot 1\,800 = 1\,512$ y $0{,}84 \cdot 1\,950 = 1\,638$, respectivamente. Esos dos nuevos valores y todos los valores intermedios pertenecen a la clase [1 500, 1 650). Por lo tanto, la última clase desaparece y solo existen 4 clases.

d) Entre 1 800 € y 1 950 € había $0{,}10 \cdot 36 = 3{,}6$ sortijas, es decir, 4 sortijas. Estas 4 sortijas ahora pertenecen a la clase [1 500, 1 650). Como la clase [1 500, 1 650) tenía $0{,}15 \cdot 36 = 5{,}4$ sortijas, es decir, 6 sortijas. El intervalo de clase pasa a tener 10 sortijas, que corresponden al 25 % de las 36 sortijas.

Así, el nuevo diagrama de barras es: