Probabilidad

1. a) Experimento aleatorio.

b) Experimento determinista.

c) Experimento determinista.

d) Experimento aleatorio.

e) Experimento determinista.

2. Respuesta sugerida:

Experimentos aleatorios:

— Hacer girar una ruleta y observar el número obtenido.

— Determinar el caballo ganador de la próxima carrera en el hipódromo.

— Calcular las piedras que tiene en su mano nuestro contrincante cuando jugamos a los chinos.

Experimentos deterministas:

— Marcar un número de teléfono y determinar el teléfono que sonará.

— Conocer el volumen de líquido que se consigue al mezclar volúmenes conocidos de aceite y agua.

— Determinar la hora que será de aquí a 35 min.

3. *A*: Sacar el as de oros: suceso elemental.

B: Sacar una figura: suceso compuesto.

C: Sacar una carta par: suceso compuesto.

D: Sacar espada o par: suceso compuesto.

4. Respuesta abierta.

5. A = {2, 4, 6, 8, 10, 12}

B = {1, 3, 5, 7, 9, 11}

C = {7, 9, 11}

D = ∅

— Si obtenemos un 9 al realizar el experimento aleatorio, ocurren los sucesos *B* y *C*.

— Son sucesos compatibles *B* y *C,* ya que pueden verificarse a la vez. *A* y *B* son sucesos contrarios. *D* es un suceso imposible, ya que no ocurrirá nunca.

6. a) Siempre se obtiene 7.

b) No, ya que siempre podemos predecir su resultado con seguridad.

7. Respuesta sugerida:

Vicente, Empar, Jon, Arantxa, Mohamed, Gladis, Vladimir, Isabel.

Suceso	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
a	𝍸 |||	8	0,40
e	𝍸	5	0,25
i	𝍸	5	0,25
o	||	2	0,10
u		0	0

8. Respuesta sugerida:

Suceso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
cara	47	$\frac{47}{100} = 0{,}47$
cruz	53	$\frac{53}{100} = 0{,}53$

— La frecuencia relativa de los sucesos cara y cruz se aproxima al valor de 0,5. Es decir, la mitad de los resultados obtenidos son cara y la otra mitad, cruz. Por lo tanto, podemos considerar que es igual de probable obtener cara o cruz al lanzar la moneda.

9. *C* - *B* - *A* - *E* - *D*.

10. Respuesta sugerida: Los resultados dependen del experimento aleatorio realizado. Una posible tabla estadística obtenida al efectuar 100 lanzamientos sería:

Suceso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	48	0,48
x	34	0,34
2	18	0,18

— Los sucesos 1, *X* y 2 no son equiprobables, ya que no presentan la misma frecuencia relativa.

— A medida que aumentamos el número de realizaciones, la frecuencia relativa tiende a estabilizarse en torno a un determinado valor, la probabilidad del suceso. Para calcular esta probabilidad partimos del número de elementos del suceso y del espacio muestral:

© grupo edebé

Suceso	Frecuencias relativas ideales
1	$\frac{3}{6} = 0{,}5$
x	$\frac{2}{6} = 0{,}333...$
2	$\frac{1}{6} = 0{,}166...$

— Observamos que tras los 100 lanzamientos la frecuencia relativa se acerca a la probabilidad.

11. Si se repiten las cifras, tenemos el siguiente diagrama en árbol.

1.ª cifra	2.ª cifra	Resultados
1	1	11
	2	12
	3	13
2	1	21
	2	22
	3	23
3	1	31
	2	32
	3	33

A: Obtener el número 33 de la rifa.

$$P(A) = \frac{1}{9} = 0{,}111...$$

Si no se repiten las cifras, $A = \emptyset$. $P(A) = 0$.

12. Respuesta sugerida:

	Diestro	Zurdo
Hombre	9	1
Mujer	10	2

$$P(M \text{ y } Z) = \frac{2}{22} = \frac{1}{11} = 0{,}09$$

La probabilidad es 0,09.

13. a) $P_5 = 5! = 120$ formas.

b) $P_8 = 8! = 40\,320$ formas.

c) $PR_4^{1,1,2} = \frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 2!} = 12$ formas.

14. Si el experimento se realiza correctamente las frecuencias obtenidas serán muy similares.

La simulación con recursos digitales reduce el tiempo y, en experimentos más complejos, abarata los costes de la realización de experimentos aleatorios.

15. Respuesta sugerida:

Sucesos	n_i	N_i
1	175	0,175
2	179	0,179
3	165	0,165
4	161	0,161
5	155	0,155
6	165	0,165
Total:	1 000	1

Las frecuencias relativas se van acercando a 1/6 = 0,167, ya que los sucesos son equiprobables.

16. a) 0,275

b) 0,45

17. No es un error. Sabemos que $(k + 1)! = (k + 1) \cdot k!$.

Si $k = 0$ obtenemos: $(0 + 1)! = (0 + 1) \cdot 0!$; $1! = (1) \cdot 0!$; $0! = 1$

18.

1.ª moneda	2.ª moneda	Resultados
c	c	cc
	x	cx
x	c	xc
	x	xx

$\Omega = \{cc, cx, xc, xx\}$

$$P(cc) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Actividades finales

19. a) aleatorio; b) determinista; c) determinista.

En los experimentos deterministas podemos prever su resultado y, si los repetimos en las mismas circunstancias, el resultado será el mismo. En el experimento aleatorio no podemos prever el resultado y, si lo repetimos en las mismas circunstancias, el resultado puede variar, dentro de un conjunto de resultados posibles.

20. a) $\Omega = \{c, x\}$

b) $\Omega = \{cc, cx, xc, xx\}$

c) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

d) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

21. $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

A: obtener rojo y número par en la ruleta.

$A = \{12, 14, 16, 18, 30, 32, 34, 36\}$

© grupo edebé

22. Sí, puesto que no pueden verificarse de manera simultánea.

Por ejemplo, obtener cara y obtener cruz al lanzar una moneda al aire.

23. *(O: oros, C: copas, E: espadas, B: bastos)*

A = {1 O, 2 O,..., 12 O}

B = {1 O,..., 9 O, 1 C,..., 9 C, 1 E,..., 9 E, 1 B,..., 9 B}

C = {5 O, 5 C, 5 E, 5 B}

D = {10 O, 11 O, 10 C, 11 C, 10 E, 11 E, 10 B, 11 B}

— Suceso contrario: *No obtener oros,* o también se puede indicar como *obtener copas, espadas o bastos al sacar la carta de la baraja española.*

24. Respuesta sugerida:

Sucesos compatibles: *Sacar un número par* y *sacar un número mayor que 5.*

Sucesos incompatibles: *Sacar un número par* y *sacar el número 7.*

25. 1. 0.

26. Aunque el resultado depende del experimento realizado, las frecuencias relativas han de aproximarse a $\frac{1}{3} = 0{,}33...$

27. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

B = {2, 4, 6, 8, 10}

C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

D = {10}

E = ∅

F = {1, 2}

G = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Imposible	E
Muy improbable	D
Improbable	F
Tan probable como improbable	B
Probable	G
Muy probable	C
Seguro	A

28. $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$

29. Que todos ellos tienen igual probabilidad de verificarse. Por ejemplo, al lanzar un dado: obtener 1, obtener 2, obtener 3, obtener 4, obtener 5 y obtener 6.

30. Resultados posibles: CCCC, CCCX, CCXC, CXCC, XCCC, **CCXX, CXCX, CXXC, XCCX, XCXC, XXCC,** CXXX, XCXX, XXCX, XXXC, XXXX.

Observando los posibles resultados, vemos que es más probable sacar dos caras y dos cruces que tres caras y una cruz.

31. Un ejemplo de suceso equiprobable es obtener cualquiera de los números de un dado al lanzarlo. Los seis sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrir.

Un ejemplo de suceso no equiprobable es la elección de un partido político por parte de una persona. Los sucesos no tienen la misma probabilidad de ocurrir.

32. Aplicando la regla de Laplace:

$$P(\textit{sacar más de } 3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

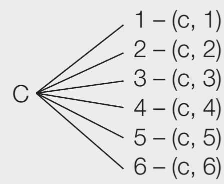
$$P(\textit{sacar menos de } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

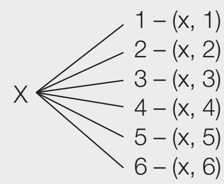
En la segunda situación el número de casos favorables (2) es menor que en el primero (3), de ahí que la probabilidad sea menor.

33. Las posibilidades de salir par o impar son las mismas, pues cada uno de los sucesos tiene el mismo número de casos favorables.

La posibilidad de sumar 8 es mayor, pues este suceso tiene más casos favorables que el sucesos de sumar 4.

34. Si escribimos el diagrama de árbol, obtenemos las combinaciones:





La probabilidad de sacar una cara y un 5 será:

$$P(\text{c},5) = \frac{1}{12} = 0{,}083 = 8{,}33\ \%$$

La probabilidad de cara y par:

$$P(\text{cara} \cap \text{par}) = \frac{3}{12} = 0{,}25 = 25\ \%$$

© grupo edebé

35. El total de bolas en la bolsa es de 20 bolas. Así pues:

a) Sacar una bola roja.

$$P(roja) = \frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\ \%$$

b) Sacar una bola amarilla

$$P(amarilla) = \frac{0}{20} = 0{,}0 = 0\ \%$$

c) Si añadimos dos bolas de color azul, sacar una bola blanca.

$$P(blanca) = \frac{4}{22} = 0{,}18 = 18{,}18\ \%$$

d) Si introducimos dos bolas blancas a la bolsa inicial:

$$P(roja) = \frac{6}{22} = 0{,}27 = 27{,}27\ \%$$

36. La cantidad de figuras en una baraja es de 3 por cada palo, haciendo un total de 12 figuras, mientras que la cantidad de ases es solo de una por palo, siendo así 4. Así, es más probable el suceso de sacar dos figuras pues el número de casos favorables es mayor que el de sacar dos ases:

$$P(\text{fig} \cap \text{fig}) = \frac{12}{48} \cdot \frac{11}{47} = \frac{132}{2256} = 0{,}0585$$

$$P(\text{as} \cap \text{as}) = \frac{4}{48} \cdot \frac{3}{47} = \frac{12}{2256} = 0{,}00532$$

37. a) Elaboramos la tabla:

x_i	n_i	x_i	n_i
1	5	11	2
2	4	12	6
3	1	13	0
4	1	14	1
5	2	15	1
6	2	16	1
7	1	17	2
8	3	18	0
9	2	19	3
10	2	20	1

b) El resultado más probable es el 12 con 6 repeticiones.

c) Sí, el 13 y el 18 no han aparecido en las extracciones. No podemos garantizar que no salgan en las extracciones puesto que no hay suficiente número de tiradas como para poder estimar el resultado.

38. Para cada opción del primero, 3 corredores, hay 2 opciones del segundo, y para cada opción del segundo, solo un corredor por distribuir. Las posibles maneras de llegar a la meta son: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

39.

x_i	n_i	fi
1	23	**0,23**
2	**19 = 0,19 · 100**	0,19
4	**21 = 100 − 19 − 20 − 17 − 23**	**0,21**
5	**20 = 0,20 · 100**	0,20
6	17	**0,17**
N	100	**1**

a) $P(6) = 0{,}17 = 17\ \%$

b) $P(\text{par}) = 0{,}19 + 0{,}21 + 0{,}17 = 0{,}57 = 57\ \%$

40. En la primera fila, la ruleta de la izquierda; en la segunda fila, las tres ruletas.

41. *A: obtener bola roja.*

En el primer saco (saco *A*) tenemos:

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

En el segundo saco (saco *B*) tenemos:

$$P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

42. A_1 = Área del círculo rojo; A_2 = Área de la corona circular amarilla; A_3 = Área de la corona circular azul; A_T = Área total de la diana.

Suceso *B: colocar el dardo en el círculo rojo.*

$$P(B) = \frac{A_1}{A_T} = \frac{\pi \cdot 1^2}{\pi \cdot 3^2} = \frac{1}{9}$$

Suceso *C: colocar el dardo en la corona circular amarilla.*

$$P(C) = \frac{A_2}{A_T} = \frac{\pi \cdot (2^2 - 1^2)}{\pi \cdot 3^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Suceso *D: colocar el dardo en la corona circular azul.*

$$P(D) = \frac{A_3}{A_T} = \frac{\pi \cdot (3^2 - 2^2)}{\pi \cdot 3^2} = \frac{5}{9}$$

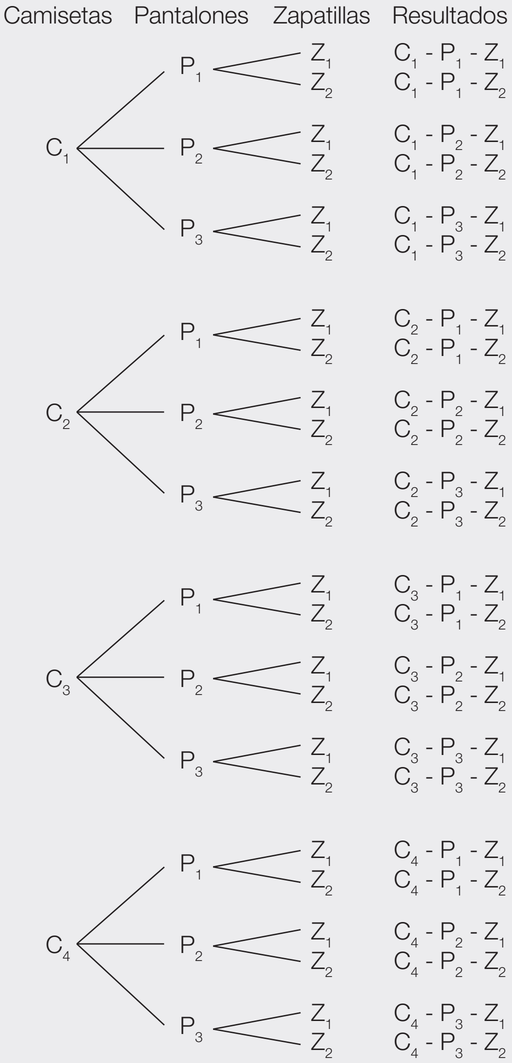
43. Para cada número de la primera rueda, 10, tenemos 5 de la segunda; y para cada uno de estos, 3 de la tercera. Las combinaciones que podemos realizar son: $10 \cdot 5 \cdot 3 = 150$ combinaciones.

La probabilidad será de $1/150 = 0{,}00666$

44. Este problema se resuelve como el ejemplo 8. Respuesta abierta.

© grupo edebé

45. a)



b) Podrá vestirse de 24 formas diferentes.

46. De *a)* se deduce que hay el mismo número de bolas rojas que de azules, y de *b),* que hay la mitad de bolas verdes que de azules.

Así, si llamamos x al número de bolas rojas, se cumple:

$10 < x + x + \frac{x}{2} = \frac{5x}{2} < 20$ y $\frac{5x}{2}$ ha de ser un número entero.

De aquí resulta $x = 6$; por lo tanto, hay 6 bolas rojas, 6 azules y 3 verdes.

47. a) $P(M) = \frac{1}{6}96 = 16$

Tiene móvil el 16 %.

b) $P(T) = 0{,}96$

$P(M) = 0{,}16$

$P(N) = 0{,}04$

La probabilidad de que un habitante de la provincia tenga teléfono es 0,96, de que tenga móvil es 0,16 y de que no tenga ni teléfono fijo ni móvil es 0,04.

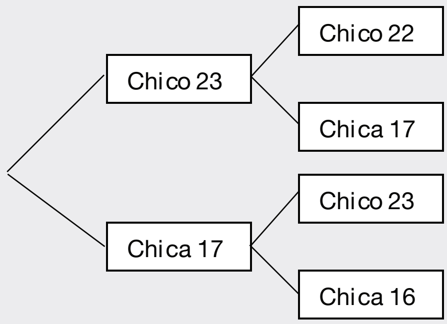
c) $0{,}96 \cdot 1\,500 = 1\,440$

$0{,}16 \cdot 1\,500 = 240$

$0{,}04 \cdot 1\,500 = 60$

El número previsible de habitantes con teléfono es 1 440; con teléfono móvil, 240; y sin teléfono, 60.

48. Dar un premio a una chica equivale a escoger las ramas del árbol que tengan chicas en su camino:



La probabilidad de que un premio le corresponda a una chica:

$$P = \frac{17}{40} \cdot \frac{16}{39} + \frac{17}{40} \cdot \frac{23}{39} + \frac{23}{40} \cdot \frac{17}{39} = \frac{1054}{1560} = 0{,}676$$

Del mismo modo, la probabilidad de que un premio le corresponda a un chico será:

$$P = \frac{23}{40} \cdot \frac{22}{39} + \frac{23}{40} \cdot \frac{17}{39} + \frac{17}{40} \cdot \frac{23}{39} = \frac{1288}{1560} = 0{,}826$$

49. a)

	Hombre	Mujer	Total
No habla inglés	126	**124**	250
Habla inglés	**174**	**76**	250
Total	300	**200**	250

b) $P(\text{hombre}) = \frac{300}{500} = 0{,}60$

$P(\text{no habla inglés}) = \frac{250}{500} = 0{,}50$

c) $P(\text{mujer} \cap \text{habla inglés}) = \frac{76}{500} = 0{,}152$

50. a) (0, 2)

b)

Suceso	Frecuencia relativa
6	0,27
7	0,25
8	0,23
9	0,25

© grupo edebé

c) Las frecuencias relativas de los sucesos {6}, {7}, {8} y {9} se aproximan al valor 0,25. Atribuimos a cada uno una probabilidad de 0,25.

51. Los comandos que introducimos en los experimentos son:

a) *Lanzar una moneda:*

= ENTERO(ALEATORIO() ∗ 2 + 1)

Consideramos que el valor 1 es el suceso *Obtener cara* y el valor 2, el suceso *Obtener cruz*.

b) *Lanzar un dado de quinielas:*

= ENTERO(ALEATORIO() ∗ 6 + 1)

Consideramos que los valores 1, 2 y 3 son el suceso *Obtener 1;* los valores 4 y 5, el suceso *Obtener X,* y el valor 6, el suceso *Obtener 2.*

c) *Sacar una bola de una urna que contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10:*

= ENTERO(ALEATORIO() ∗ 10 + 1)

Interpretamos, respectivamente, los valores obtenidos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 como los sucesos {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9} y {10}.

— Los posibles resultados obtenidos pueden presentar ciertas diferencias debido a que el número de realizaciones del experimento aleatorio, 100 veces, no es muy elevado.

52. Los números primos presentes en las bolas son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23.

Así,

$$P(\text{salir núm. primo} > 5) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

53. Los cuadrados perfectos inscritos en las bolas son: 1, 4, 9, 16, 25, 36 y 49.

$$P(\text{salir cuadrado perfecto}) = \frac{7}{50} = 0{,}14$$

54. Se trata del número de permutaciones de 7 elementos:

$P_7 = 7! = 5040$ formas.

El número de permutaciones circulares de 7 personas es:

$PC_7 = P_6 = 6! = 720$ formas.

55. Se trata del número de permutaciones con repetición de 12 elementos, donde la victoria puede repetirse 7 veces, el empate 3 veces y la derrota 2, por tanto:

$$PR_{12}^{7,3,2} = \frac{P_{12}}{7! \cdot 3! \cdot 2!} = 7\,920 \text{ maneras}$$

56. Se trata del número de permutaciones con repetición de 8 elementos, donde el 4 puede repetirse tres veces, el 5 una vez y el 6 cuatro veces, por lo tanto:

$$PR_8^{3,1,4} = \frac{P_8}{3! \cdot 1! \cdot 4!} = 280 \text{ claves}$$

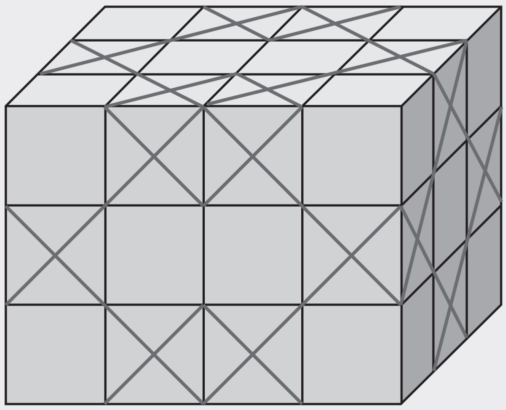
— Como hay tres posibilidades de empezar por 4 y una sola de continuar con 5, habría tres claves que empezarán por un 4 seguido de un 5.

57. El suceso contrario de salir un bolígrafo de tinta de color azul es salir un bolígrafo de tinta negra.

Así, *P* (salir bolígrafo de tinta negra) = 1 – *P* (salir bolígrafo de tinta azul) = 1 – 0,3 = 0,7

Por lo tanto, como hay 60 bolígrafos en la bolsa, hay 60 · 0,7 = 42 bolígrafos de tinta negra.

58. Después de haber coloreado el paralelepípedo de amarillo, se marcan con cruces rojas los cubos con dos caras amarillas:



Así, tenemos:

$$P(\text{cubo con dos caras amarillas}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

59. Tenemos 2 casos favorables (para –1 000 € y –10 %) en 8 casos posibles.

Por lo tanto,

$$P(\text{quedar con } 9000\ €) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

60. Después de retirar 10 cartas de la baraja, quedan 30 cartas, siendo 2 cartas figuras. Por lo tanto, quedan 28 cartas en la baraja que no son figuras.

Por lo tanto, tenemos:

$$P(\text{obtener carta que no sea figura}) = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$$

© grupo edebé

61.

Negro \ Rojo	1	2	3	4	5	6	7	8
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(1,8)
2	**(2,1)**	(2,2)	**(2,3)**	(2,4)	**(2,5)**	(2,6)	**(2,7)**	(2,8)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)	(3,8)
4	**(4,1)**	(4,2)	**(4,3)**	(4,4)	**(4,5)**	(4,6)	**(4,7)**	(4,8)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)	(5,8)
6	**(6,1)**	(6,2)	**(6,3)**	(6,4)	**(6,5)**	(6,6)	**(6,7)**	(6,8)
7	(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)	(7,8)
8	**(8,1)**	(8,2)	**(8,3)**	(8,4)	**(8,5)**	(8,6)	**(8,7)**	(8,8)

En la tabla tenemos todos los casos posibles y los casos favorables están marcados en negrita. Por lo tanto,

$$P(\text{salir negro par y rojo impar}) = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

62. El diagrama en árbol es:

$$\textit{cian}\begin{cases}\textit{cian} \rightarrow \textit{cian}\\ \textit{amarillo} \rightarrow \textit{verde}\\ \textit{magenta} \rightarrow \textit{azul}\end{cases}$$

$$\textit{amarillo}\begin{cases}\textit{cian} \rightarrow \textit{verde}\\ \textit{amarillo} \rightarrow \textit{amarillo}\\ \textit{magenta} \rightarrow \textit{rojo}\end{cases}$$

$$\textit{magenta}\begin{cases}\textit{cian} \rightarrow \textit{azul}\\ \textit{amarillo} \rightarrow \textit{rojo}\\ \textit{magenta} \rightarrow \textit{magenta}\end{cases}$$

Por lo tanto, tenemos dos casos favorables en nueve posibles:

$$P(\text{obtener mezcla de color verde}) = \frac{2}{9}$$

63. Tenemos que: $x + 3x + 20 + 15 + 5 = 100 \rightarrow 4x + 40 =$ $= 100 \rightarrow 4x = 60 \rightarrow x = 15$

Así, sustituyendo el valor de x en la tabla:

Bolas	A	B	C	D	E
Frecuencia absoluta	15	45	20	15	9

Por lo tanto,

$$P(\text{salir bola con etiqueta B}) = \frac{45}{100} = 0{,}45$$

64.

Dado 1 \ Dado 2	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{1+1}{2}=1$	$\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$	$\frac{1+3}{2}=2$	$\boldsymbol{\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}}$	$\frac{1+5}{2}=3$	$\frac{1+6}{2}=\frac{7}{2}$
2	$\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$	$\frac{2+2}{2}=2$	$\boldsymbol{\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}}$	$\frac{2+4}{2}=3$	$\frac{2+5}{2}=\frac{7}{2}$	$\frac{2+6}{2}=4$
3	$\frac{3+1}{2}=2$	$\boldsymbol{\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}}$	$\frac{3+3}{2}=3$	$\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}$	$\frac{3+5}{2}=4$	$\frac{3+6}{2}=\frac{9}{2}$
4	$\boldsymbol{\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}}$	$\frac{4+2}{2}=3$	$\frac{4+3}{2}=\frac{7}{2}$	$\frac{4+4}{2}=4$	$\frac{4+5}{2}=\frac{9}{2}$	$\frac{4+6}{2}=5$
5	$\frac{5+1}{2}=3$	$\frac{5+2}{2}=\frac{7}{2}$	$\frac{5+3}{2}=4$	$\frac{5+4}{2}=\frac{9}{2}$	$\frac{5+5}{2}=5$	$\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2}$
6	$\frac{6+1}{2}=\frac{7}{2}$	$\frac{6+2}{2}=4$	$\frac{6+3}{2}=\frac{9}{2}$	$\frac{6+4}{2}=5$	$\frac{6+5}{2}=\frac{11}{2}$	$\frac{6+6}{2}=6$

Los casos favorables son 4 (marcados en negrita) y los casos posibles son 36. Por lo tanto,

$$P\left(\text{media sea } \frac{5}{2}\right) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

© grupo edebé

Pon a prueba tus competencias

1. a) $P(\text{participante hombre}) = \frac{28}{50} = 0{,}56$

b) El suceso de que el jugador sea mujer es contrario del suceso de que el jugador sea hombre:

P (participante mujer) = 1 – P (participante hombre) = 1 – 0,56 = 0,44

c) $P(\text{alcance entre 3000 y 4000 puntos}) = \frac{6+2}{50} = \frac{8}{50} = 0{,}16$

d) $P(\text{participante hombre y alcance entre 4000 y 5000 puntos}) = \frac{6}{50} = 0{,}12$

e) $P(\text{participante mujer y alcance menos que 4000 puntos}) = \frac{10}{50} = 0{,}2$

2. a)Tenemos cuatro esquinas. Así,

$P(\text{extraer pieza de esquina}) = \frac{4}{500} = 0{,}008$

b) Existen 86 piezas en el margen. Así,

$P(\text{extraer pieza del cuadro}) = \frac{86}{500} = 0{,}172$

c) Tenemos 86 + 132 = 218 con tres conexiones. Así,

$P(\text{extraer pieza con tres conexiones}) = \frac{218}{500} = 0{,}436$

d) Existen 282 piezas con cuatro conexiones. Así,

$P(\text{extraer pieza con tres conexiones}) = \frac{282}{500} = 0{,}564$

3. a) $E = \{\text{amarilla, roja, azul, verde}\}$

b) $P(\text{cabina sea amarilla}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

c) $P(\text{cabina sea naranja}) = 0$

d) $P(\text{cabina sea roja o azul}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

4. a) Tenemos: $x + (2x + 5) + 80 = 100 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

b) 5 % y 2 · 5 + 5 = 15 %

c) El área negra de la diana tiene una probabilidad del 25 %. Así, 0,25 · 80 = 20 flechas se han clavado en el área de color negro.

d) El área central amarilla tiene una probabilidad del 5 %. Así, 0,05 · 80 = 4 flechas. Como cada flecha situada en esa área vale 10 puntos, se han obtenido 40 puntos en la zona central amarilla.

© grupo edebé

Evaluación de competencias

1. a) $x + (x + 1) + 3x + (5x - 3) + (3x - 1) + x^2 + (x - 1) = 28$

$x^2 + 14x - 32 = 0$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 128}}{2} = \frac{-14 \pm 18}{2}$$

$x_1 = -16$; $x_2 = 2$

En el último año, dos personas no vieron ninguna película.

b) Tenemos que sumar las personas que vieron seis y nueve películas:

$x^2 + (x - 1) \rightarrow 2^2 + (2 - 1) = 5$

Cinco personas encuestadas vieron más de cinco películas.

c) $$\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 9 \cdot 1}{28} = 3{,}4$$

Cada persona vio de promedio 3,4 películas.

d) $$\sigma^2 = \frac{|0 - 3{,}4|^2 + |1 - 3{,}4|^2 + |2 - 3{,}4|^2 + |3 - 3{,}4|^2 + |5 - 3{,}4|^2 + |6 - 3{,}4|^2 + |9 - 3{,}4|^2}{28}$$

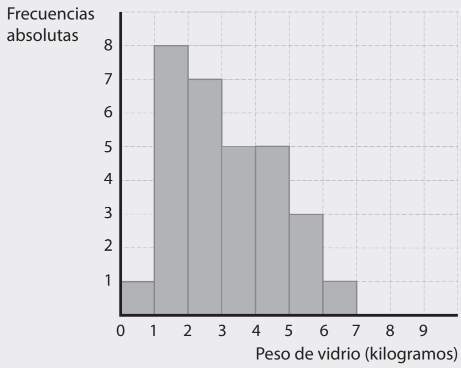
$$\sigma^2 = \frac{60{,}12}{28} = 2{,}15$$

La desviación típica es $\sigma = \sqrt{2{,}15} \approx 1{,}47$.

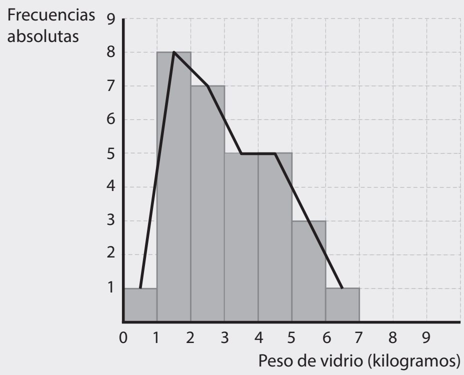
2. a)

Clases	[0, 1)	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)	[5, 6)	[6, 7)
kilogramos	1	8	7	5	5	3	1

b)



c)



d) 89,6 kg

e) Las marcas de clase son:

Clases	[0, 1)	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)	[5, 6)	[6, 7)
x_i	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5

La media es:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 0{,}5 + 8 \cdot 1{,}5 + 7 \cdot 2{,}5 + 5 \cdot 3{,}5 + 5 \cdot 4{,}5 + 3 \cdot 5{,}5 + 1 \cdot 6{,}5}{30} = 3{,}1\,\text{kg}$$

De promedio ha habido 3,1 kg de vidrio por día en el contenedor.

3. a) $x + x + 10 + 15 + (4x + 10) + 35 = 100 \rightarrow x = 5$

Los partidos *A* y *E* han obtenido el 5 % de los votos.

b) $(4 \cdot 5 + 10)\% = 30\%$

La abstención ha sido del 30 %.

c) $31\,457\,280 \cdot 0{,}3 = 9\,437\,184$

No han votado 9 437 184 personas.

d) $31\,457\,280 \cdot 0{,}35 = 11\,010\,048$

Han votado al partido *C* un total de 11 010 048.

© grupo edebé

4. a) $P(\text{N}) = \frac{10}{3} \cdot P(\text{L}) = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{3}$

b) $P(\text{L}) + P(\text{N}) + P(\text{P}) = 1$

$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + P(\text{P}) = 1$

$P(\text{P}) = 1 - \frac{1}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

c) $\frac{2}{15}x = 6 \rightarrow x = 45$

La bolsa contiene 45 caramelos de piña.

d) Al retirar un caramelo de naranja, quedan 44 en la bolsa.
En total hay $\frac{1}{5} \cdot 45 = 9$ caramelos de limón.

$P(L) = \frac{9}{44} \approx 0{,}205$

La probabilidad es de 0,205.

5. a) Tenemos tres números pares en el dado.
P(par en los tres lanzamientos) =

$= \frac{3^3}{6^3} = \frac{27}{216} =$

b) Tenemos tres números primos: 2, 3 y 5 .
P(primos en los tres lanzamientos) =

$= \frac{3^3}{6^3} = \frac{27}{216} = 0{,}125$

c) Los casos favorables son 10: (4, 5, 6), (4, 6, 5), (5, 4, 6), (5, 6, 4), (6, 4, 5), (6, 5, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 3), (3, 6, 6) (6, 6, 3).

$P(\text{Suma} = 15) = \frac{10}{216} \approx 0{,}046$

d) P(Suma = 20) = 0, pues la suma como máximo valdrá 18.

e) Los casos favorables son 6: (6, 6, 4), (6, 4, 6), (4, 6, 6), (5, 6, 5), (6, 5, 5), (5, 5, 6).

$P(\text{Suma} = 16) = \frac{6}{216} \approx 0{,}028$

6. a)

x_i	f_i
0	4
1	5
2	3
3	2
4	1

b) 15 – 4 = 11

11 personas habían ido al teatro al menos una vez en los últimos 3 meses.

c) $\bar{x} = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{15} =$

$= \frac{21}{15} = 1{,}4$

d) $\frac{4}{15} \approx 0{,}27$

El 27 % de las personas no fueron al teatro en los últimos 3 meses.

7. a) Fueron encuestados 400 alumnos.

b) $P = \frac{19 + 5}{400} = \frac{24}{400} = 0{,}06$

c) $P = \frac{29 + 18}{400} = \frac{47}{400} = 0{,}1175$

d) $P = \frac{73}{400} = 0{,}1825$

e) $P = \frac{17}{400} = 0{,}0425$

© grupo edebé

Actividades de síntesis

1. Población: jóvenes de un país.

Variable estadística: estilo de música preferido.

2. Cualitativas ordinales: estado de salud, opinión política sobre la actuación del gobierno.

Cualitativas nominales: color del cabello, marca de automóvil.

Cuantitativas discretas: número de hermanos, número de miembros de la unidad familiar.

Cuantitativas continuas: estatura, peso.

3. Son deterministas los experimentos *a* y *b*.

Son aleatorios los experimentos *c* y *d*.

4. En cada lanzamiento, el resultado puede ser un número del 1 al 4. Por lo tanto, el espacio muestral es:

$W = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

5. a) Una población.

b) Una muestra.

c) Una muestra.

d) Una población.

6. Variable estadística cuantitativa discreta.

7. a) Experimento determinista.

b) Experimento aleatorio.

c) Experimento aleatorio.

d) Experimento determinista.

8. Variable estadística cualitativa.

9. Calculamos el beneficio medio anual de las dos empresas (en millones de euros):

Empresa *A*: $\bar{x} = \dfrac{30 + 36 + 42 + 46 + 54 + 58 + 50 + 54 + 58 + 52}{10} = 48$

Empresa *B*: $\bar{x} = \dfrac{57 + 36 + 27 + 52 + 25 + 54 + 74 + 54 + 30 + 61}{10} = 47$

La empresa *A* es más rentable.

10. Utilizando la calculadora se obtienen los resultados (en millones de euros):

Empresa *A*: $\bar{x} = 48$; $\sigma = 8{,}944$

Empresa *B*: $\bar{x} = 47$; $\sigma = 15{,}627$

11. a) $P(A) = 0$. Suceso imposible

b) $P(B) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

c) $P(C) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

12. a)

x(L)	7,5	7,6	7,7	7,8
n	3	1	4	6

b) El valor más repetido es 7,8. Por lo tanto:

Moda = 7,8 L

Calculamos la media aritmética:

© grupo edebé

$$\overline{x} = \frac{7{,}5 \cdot 3 + 7{,}6 \cdot 1 + 7{,}7 \cdot 4 + 7{,}8 \cdot 6}{14} = 7{,}69$$

La media aritmética es 7,69 L.

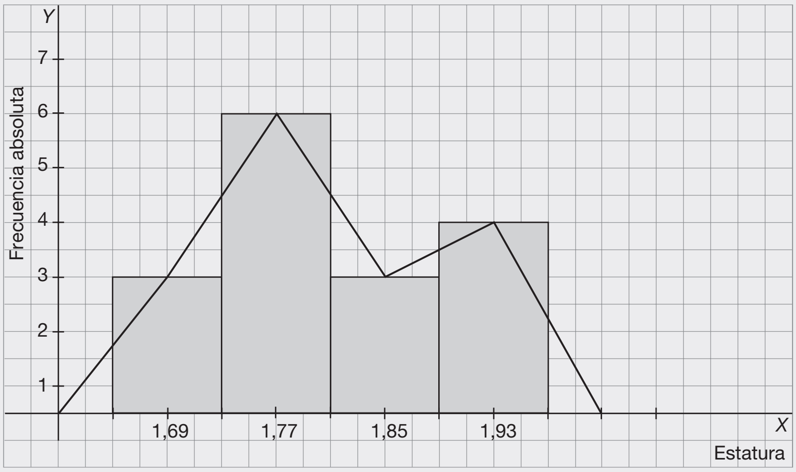
Los dos datos centrales corresponden al valor 7,7. Así:

Mediana = 7,7 L

13. a)

Intervalo de clase	[1,65, 1,73)	[1,73, 1,81)	[1,81, 1,89)	[1,89, 1,97)
n	3	6	3	4

b)



14.

Intervalo de clase	Marca de clase	n_i	N_i	$X_i \cdot n_i$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert \cdot n_i$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert^2$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert^2 \cdot n_i$
[65, 70)	67,5	18	18	1215	8,7	156,6	75,69	1362,42
[70, 75)	72,5	30	48	2175	3,7	111	13,69	410,7
[75, 80)	77,5	24	72	1860	1,3	31,2	1,69	40,56
[80, 85)	82,5	16	88	1320	6,3	100,8	39,69	635,04
[85, 90)	87,5	12	100	1050	11,3	135,6	127,69	1532,28
		100		7620		535,2		3981

La clase modal es [70, 75), pues tiene la mayor frecuencia absoluta. Así, *Mo* = 72,5.

- Los dos datos centrales son los que ocupan los lugares 50 y 51. Ambos pertenecen al intervalo [75, 80). Así, como aproximación a la mediana, tomaremos *Me* = 77,5.
- $\overline{x} = \dfrac{7\,620}{100} = 76{,}2$
- $\sigma^2 = \dfrac{3981}{100} = 39{,}81$
- $r = 90 - 65 = 25$
- $\sigma = \sqrt{39{,}81} = 6{,}31$
- $d_m = \dfrac{535{,}2}{100} = 5{,}35$

15. Puesto que el número de resultados posibles es 48, aplicando la regla de Laplace se obtiene:

a) $P(A) = \dfrac{4}{48} = \dfrac{1}{12}$

b) $P(B) = \dfrac{28}{48} = \dfrac{7}{12}$

c) $P(C) = \dfrac{6}{48} = \dfrac{1}{8}$

© grupo edebé

16. Dibujamos el diagrama en árbol correspondiente:

Camisetas	**Pantalones**	**Zapatillas**	**Resultado**
Negra	Rojos	Rojas	N R R
		Blancas	N R B
	Blancos	Rojas	N B R
		Blancas	N B B
Roja	Rojos	Rojas	R R R
		Blancas	R R B
	Blancos	Rojas	R B R
		Blancas	R B B
Blanca	Rojos	Rojas	B R R
		Blancas	B R B
	Blancos	Rojas	B B R
		Blancas	B B B

Vemos que hay 12 resultados posibles.

a) El suceso *A* corresponde al resultado *N R B*. Por lo tanto, hay un solo resultado favorable. Aplicando la regla de Laplace, se obtiene:

$$P(A) = \frac{1}{12}$$

b) El suceso *B* se verifica al obtener los resultados *R R R* y *B B B*. Por lo tanto, hay dos resultados favorables. Aplicando la regla de Laplace, se obtiene:

$$P(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

17. a) El mes en el que se produjo un menor consumo de agua fue en abril.

b) El mayor consumo se produjo en el mes de agosto.

c) $\bar{x} = \dfrac{156{,}6}{12} = 13{,}05$

El consumo medio de agua fue de 13,05 L.

18. $3 = \dfrac{x + 2x + 3x + 4x}{4} \rightarrow 3 = \dfrac{10x}{4}$

$$x = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

Los datos son 1,2, 2,4, 3,6 y 4,8.

19. $\sigma^2 = \dfrac{(1{,}2 - 3)^2 + (2{,}4 - 3)^2 + (3{,}6 - 3)^2 + (4{,}8 - 3)^2}{4} =$

$$= \frac{(-1{,}8)^2 + (-0{,}6)^2 + (0{,}6)^2 + (1{,}8)^2}{4} =$$

$$= \frac{7{,}2}{4} = 1{,}8 \rightarrow \sigma \approx 1{,}34$$

© grupo edebé

Actividades de síntesis

20. Respuesta sugerida: 5, 5, 6, 7, 9, 9, 9.

En este caso, la media es

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 6 + 7 + 4 \cdot 9}{8} = 7{,}375$$

21. W = {(M, A), (M, T), (M, E), (M, S), (A, M), (A, T), (A, E), (A, S), (E, M), (E, A), (E, T), (E, S), (T, M), (T, A), (T, E), (T, S), (S, M), (S, A), (S, T), (S, E)}

22. $6! = 720$

Podemos sentarlos de 720 maneras distintas.

23. Las chicas tienen 5 maneras diferentes de sentarse, una al lado de la otra, sin tener en cuenta su orden. Si tenemos en cuenta el orden tienen $5 \cdot 2! = 10$ maneras diferentes.

Los 4 chicos tienen $4! = 24$ maneras diferentes de sentarse. Así, la probabilidad de que las dos chicas se sienten una al lado de la otra es:

$$P = \frac{5 \cdot 2! \cdot 4!}{720} = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$$

24. En la primera extracción existen dos casos probables de los cinco posibles, el 8 y el 4. En la segunda extracción tenemos 1 caso favorable de 4 posibles, pues si hemos sacado un 8 deberemos sacar un 4, y si hemos sacado un 4 deberemos sacar un 2. Por lo tanto:

$$P = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

25. Se trata una permutación de 5 elementos:

$P_5 = 5! = 120$ números

Los números mayores de 60 000 serán los que empiecen por 7 o 9, es decir, $\frac{2}{5}$ partes de los 120 números. Por lo tanto hay 48 números mayores de 60 000.

26. Se trata de una permutación circular de 9 elementos:

$PC_9 = P_8 = 8! = 40\,320$ formas

27. a) Tendremos 3 elementos que hay que permutar:

$P_3 = 3! = 6$ formas distintas

b) En este caso, como las novelas de aventuras tienen que ir juntas, computan como un único elemento. Las demás novelas sí van individualmente. Tendríamos entonces la permutación de 9 elementos donde las novelas de misterio se repiten 6 veces, las de ciencia ficción 2 y las de aventuras 1:

$$PR_9^{6,2,1} = \frac{9!}{6! \cdot 2! \cdot 1!} = 252 \text{ formas distintas.}$$

© grupo edebé