1. a) $2(a + b)$ c) $2y^3 - (2x)^2$

b) $(3x)^2$ d) $3a^2 - \frac{a}{b} = 2b$

2. a) *a* más el triple del cuadrado de *b*.

b) El cubo de *a* menos el doble de *b*.

3. a) $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10$

b) $\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{3} + 3 \cdot 2 = 4 + 6 = 10$

4.

Monomio	Indeterminada	Coeficiente	Grado
$45x^3$	x	45	3
$18b^9$	b	18	9
–25	---	–25	0
$\frac{3}{4}x^7$	x	$\frac{3}{4}$	7

5. $12x^3, \frac{3}{4}x^3; 6y^2, -3y^2; -25, \sqrt{7}$

6. $5x^6,\ 5y^6,\ 5z^6$

7. a) Falso. 3 y 6 son dos monomios semejantes de grado cero y no son iguales.

b) Falso. $3x^2$ y $3y^2$ son dos monomios con el mismo grado y el mismo coeficiente y no son semejantes. Por lo tanto, tampoco son iguales.

8. a) $4a$ b) $\frac{4}{3}\pi r^3$ c) b^2

9. a) $\frac{1}{3}x^5$ b) z^5

10. a) $7x^3 - 4x^5$ b) $3x^2 + x^3$

11. a) $\left(2 + \frac{2}{3} - \frac{1}{9} + 5\right)y^5 = \frac{18 + 6 - 1 + 45}{9}y^5 =$

$= \frac{68}{9}y^5$

b) $(16 - 4 + 7 - 5)\, a^3 = 14a^3$

c) $(-1 - 2 - 5 + 7)\, x^2 = -x^2$

d) $(-7 \cdot 3)x^4 + 2 = -21x^6$

e) $(12 \cdot 9)a^3 + 2 = 108a^5$

f) $\frac{25}{5}x^{5-2} = 5x^3$

g) $\frac{12}{3}y^{4-1} = 4y^3$

h) $2^3\,(x^4)^3 = 8x^{12}$

12. a) No es un polinomio, pues en el primer término la indeterminada no está elevada a un número natural.

b) No es un polinomio, pues en el primer término la indeterminada no está elevada a un número natural.

c) Sí es un polinomio, pero tenemos dos indeterminadas.

13. $P(2) = 2 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 1 = 35$

14. a) $Q(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 + 2 = 0$

2 es raíz del polinomio.

b) $Q(-3) = (-3)^3 - 3 \cdot (-3)^2 + (-3) + 2 = -55$

–3 no es raíz del polinomio.

c) $Q(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 0 + 2 = 2$

0 no es raíz del polinomio.

15. a) Cierto, tendrá los términos de grados 4, 3, 2, 1 y 0.

b) Cierto, tendrá el término de grado 4 pero le faltará alguno de los términos de grados 3, 2, 1 o 0.

c) Falso. Lo que sabemos es que no puede tener 5 términos por ser incompleto, correspondientes a los exponentes del 0 al 5, pero puede tener desde 1 término hasta 4.

16.

Polinomio	Grado	Término independiente
$-6 + 3x^2 - 3x^3$	3	–6
$5y^5 - 3y^3 - 4y^2$	5	0
$7x^6 + 2x^2 - 3x$	5	0

17. a) $(5 + 2)x^3 + (-4 + 5 - 4)x^2 + 2 =$

$= 7x^3 - 3x^2 + 2 \rightarrow$ incompleto

b) $\left(3 + \frac{7}{2} - 6\right)x^2 + (4 - 6)x + (-5 + 10) =$

$= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5 \rightarrow$ completo

c) $-5x^4 + (4 + 3)x^2 + \left(7 + 5 + \frac{4}{7}\right)x - 2 =$

$= -5x^4 + 7x^2 + \frac{88}{7}x - 2 \rightarrow$ incompleto

18. a) $x^7 - 3x^6 - x^5 + x^4 - 7x^3 + x^2 - x + 5$

b) $6x^5 - 8x^4 - 7x^3 + 4x^2 - 3x + 5$

c) $x^5 - 7x^4 - 7x^3 + 4x + 5$

d) $3x^6 - x^5 + 9x^4 - 3x^3 + x^2$

19. a) Falso. El polinomio suma será de grado igual o menor.

b) Falso. El resultado ha de ser un polinomio de igual o menor grado.

c) Falso. Sí que podemos obtener un polinomio de grado menor que 4.

20. Para restar dos polinomios se suma el primero de ellos con el opuesto del segundo.

$P(x) - Q(x) = P(x) + (-Q(x))$

$P(x) = 2x^2 + 3x^2 - 4$

$Q(x) = x^2 - 2x^2 + 1 \rightarrow -Q(x) = -x^2 + 2x^2 - 1$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x^2 - 4 \\ -x^2 + 2x^2 - 1 \\ \hline x^2 + 5x^2 - 5 \end{array}$$

$P(x) + (-Q(x)) = x^2 + 5x^2 - 5$

21. a)

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 + 7 \\ 4x^2 + 3x - 2 \\ \hline 3x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \end{array}$$

$P(x) + Q(x) = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 5$

b)

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 + 7 \\ -4x^2 - 3x + 2 \\ \hline 3x^3 - 6x^2 - 3x + 9 \end{array}$$

$P(x) - Q(x) = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 9$

c)

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 3x - 2 \\ -3x^3 + 2x^2 - 7 \\ \hline -3x^3 + 6x^2 + 3x - 9 \end{array}$$

$Q(x) - P(x) = -3x^3 + 6x^2 + 3x - 9$

22. $(2x^4 + 5x^3 - 4x + 3) + (x^4 + 3x^3 + 5x - 3) +$
$+ (-6x^2 - x + 1) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 1$

23. $(7x^5 - 5x^2 + 6x - 3) - (-5x^3 - 2x^2 + 5) =$
$= 7x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 8$

24. a) Grado 3.

$4P(x) = 4(-5x^2 + 2x - 3) =$
$= -20x^2 + 8x - 12$

$3Q(x) = 3(3x^3 - 2x^2 + 7) =$
$= 9x^3 - 6x^2 + 21$

$$\begin{array}{r} -20x^2 + 8x - 12 \\ 9x^3 - 6x^2 + 21 \\ \hline 9x^3 - 26x^2 + 8x + 9 \end{array}$$

$4P(x) + 3Q(x) = 9x^3 - 26x^2 + 8x + 9$

b) Grado 2.

$2R(x) = 2(4x^2 + 3) = 8x^2 + 6$

$$\begin{array}{r} -5x^2 + 2x - 3 \\ -8x^2 - 6 \\ \hline -13x^2 + 2x - 9 \end{array}$$

$P(x) - 2R(x) = -13x^2 + 2x - 9$

c) Grado 4.

$$\begin{array}{r} -5x^2 + 2x - 3 \\ 4x^2 + 3 \\ \hline -15x^2 + 6x - 9 \\ -20x^4 + 8x^3 - 12x^2 \\ \hline -20x^4 + 8x^3 - 27x^2 + 6x - 9 \end{array}$$

$P(x) \cdot R(x) = -20x^4 + 8x^3 - 27x^2 + 6x - 9$

d) Grado 5.

$$\begin{array}{r} -5x^2 + 2x - 3 \\ 3x^3 - 2x^2 + 7 \\ \hline -35x^2 + 14x - 21 \\ 10x^4 - 4x^3 + 6x^2 \\ -15x^5 + 6x^4 - 9x^3 \\ \hline -15x^5 + 16x^4 - 13x^3 - 29x^2 + 14x - 21 \end{array}$$

$P(x) \cdot Q(x) = -15x^5 + 16x^4 - 13x^3 - 29x^2 +$
$+ 14x - 21$

25. a) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 + 2) = (x^2 + 2)^2 =$
$= (x^2)^2 + 2x^2 \cdot 2 + 2^2 = x^4 + 4x^2 + 4$

b) $(x + 2)^2 = x^2 + 2x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

c) $(3x^3 - 2) \cdot (3x^3 + 2) = (3x^3)^2 - 2^2 =$
$= 9x^6 - 4$

d) $(x^2 - 3)^2 = (x^2)^2 - 2x^2 \cdot 3 + 3^2 =$
$= x^4 - 6x^2 + 9$

26. a) $3x^4 - 15x^3 + 12x^2 = 3x^2 (x^2 - 5x + 4)$

b) $8x^4 - 12x^2 - 28x = 4x (2x^3 - 3x - 7)$

27. $(2x^4 - 5x^2 - x + 2) \cdot (2x^2) =$
$= 4x^6 - 10x^4 - 2x^3 + 4x^2$

28.

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 1 \\ x^3 + 6x + 3 \\ \hline 6x^2 - 15x + 3 \\ 12x^3 - 30x^2 + 6x \\ 2x^5 - 5x^4 + 1x^3 \\ \hline 2x^5 - 5x^4 + 13x^3 - 24x^2 - 9x + 3 \end{array}$$

29. a) $b^2 + 6b + 9$

b) $a^2 + 4a + 4$

c) $9a^2 + 24a + 16$

d) $16x^4 - 16x^6 + 4x^8$

e) $49x^2y^2 - 70x^4y + 25x^6$

f) $x^2 - 8x + 16$

g) $4a^2 + 4a + 1$

h) $x^2 - 4$

30. a) $(x + 3)^2$
b) $(x - 5)^2$
c) $(x + 4) \cdot (x - 4)$
d) $(x - 2) \cdot (x + 3)$
e) $(3x + 2)$
f) $x \cdot (x - 1)$

31. a) $5\,(x + 1)\,(x - 1)\,(x + 3)$
b) $(x + 3)^2$
c) $(x + 5)^2$
d) $(3x + 5)^2$. No tiene raíces enteras.
e) $(x + 5)\,(x - 5)$
f) $(5x + 4) \cdot (5x - 4)$. No tiene raíces enteras.
g) $x\,(x - 5)^2$
h) $2(x + 3)\,(x - 3)$
i) $3x^2\,(x + 3)^2$
j) $3\,(x - 5)^2$
k) $(x + 3)\,(x + 4)$
l) $2x^2\,(x^2 + 2)$

32. a) $(2x^2 + 3x)^2 = 4x^4 + 12x^3 + 9x^2$
b) $4z^2\,(4z^2y^6 - 4zx^2y^3 + x^4) = (4z^2y^3 - 2zx^2)^2$
c) $(a^2 + b^2)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 2\,(a^4 + b^4)$

Actividades finales

33. a) $x + 10$
b) $x - 10$
c) $40 - y$

34. a) $x^3 - x^2 = 18$
b) $(x + x + 1)^2 = 225$
$(2x + 1)^2 = 225$
c) $x^2 + (x + 1)^2 = 145$
$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 145$
$2x^2 + 2x + 1 = 145$
d) $(2x)^2 - x = 14$
$4x^2 - x = 14$
e) $\dfrac{a}{2b} = 25$

35. a) El triple de un número más otro número.
b) El triple de la suma de dos números.
c) El doble del cubo de la suma de un número y el triple de otro.
d) El triple del cuadrado de la suma del doble del cuadrado de un número y otro.
e) El triple del cubo de un número más el cuadrado de otro.
f) El triple de la suma de un número con la mitad de otro.

36. a) $2 - 5 \cdot (-3) + 3 = 20$
b) $4 \cdot 3 \cdot (-1) - 5 \cdot \dfrac{2}{3} + 3 \cdot 3 \cdot \dfrac{2}{3} =$
$= -12 - \dfrac{10}{3} + 6 = \dfrac{-28}{3}$
c) $\left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{-2}{5}\right)\left[\dfrac{1}{4} - \left(\dfrac{-2}{5}\right)\right] + 2 \cdot \dfrac{1}{4} \cdot \left(\dfrac{-2}{5}\right) =$
$= \dfrac{-3}{20} \cdot \dfrac{13}{20} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{-39}{400} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{-119}{400}$

37.

$x = 0$	$y = 1$	$2 \cdot 0^2 + 5 - 3 \cdot 1 = 2$
$x = 1$	$y = 4$	$2 \cdot 1^2 + 5 - 3 \cdot 4 = -5$
$x = 2$	$y = 3$	$2 \cdot 2^2 + 5 - 3 \cdot 3 = 4$

38. a) Indeterminada: x; coeficiente: 2; grado: 2.
b) Indeterminada: y; coeficiente: $\dfrac{-7}{3}$; grado: 5.
c) Indeterminada: —; coeficiente: $\dfrac{8}{5}$; grado: 0.
d) Indeterminada: t; coeficiente: 5,3; grado: 2.

39. Dividendo = Divisor · Cociente = $5a^3 \cdot 3a^5 =$
$= (5 \cdot 3)a^{3+5} = 15a^8$
El monomio dividendo es $15a^8$.

40. a) $\left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{6}\right)x^4 = \dfrac{7}{60}x^4$
b) $(1 + 2 + 4)\,z^3 + (-3 - 5 + 6)\,z^2 = 7z^3 - 2z^2$
c) $\dfrac{1}{4}x^4 \cdot \left(\dfrac{8}{3} \cdot \dfrac{3}{2}\right)x^{5+2} = \dfrac{1}{4}x^4 \cdot 4x^7 =$
$= \left(\dfrac{1}{4} \cdot 4\right)x^{4+7} = x^{11}$
d) $\left(9 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{16}{81}\right)y^{4+3+2} = \dfrac{8}{9}y^9$
e) $(25 \cdot 16)\,z^{2+3} : (10z^4) = 400z^5 : (10z^4) =$
$= \dfrac{400}{10}z^{5-4} = 40z$

41. Todos los polinomios son expresiones algebraicas. No todas las expresiones algebraicas son polinomios.
Por ejemplo, la expresión algebraica $\dfrac{1}{x} + 2$ no es un polinomio.

42. a) Falso. El grado del monomio resultante es igual a la suma de los grados de los monomios iniciales.
b) Cierto.
c) Cierto. Un polinomio de grado 4, si no es completo, puede tener solo dos términos.

43. Cierto. Veamos un ejemplo.

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 2x - 5 \\ 4x^2 - 2x + 2 \\ \hline 7x^2 \qquad - 3 \end{array}$$

44. a)

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 3 \\ 4x^2 - 5x + 2 \\ -2x^2 + 3x - 7 \\ \hline 3x^2 \qquad - 2 \end{array}$$

$(x^2 + 2x + 3) + (4x^2 - 5x + 2) + (-2x^2 + 3x - 7) =$
$= 3x^2 - 2$

b)

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 3 \\ -2x^2 - 2x - 7 \\ \hline -x^2 \qquad - 4 \end{array}$$

$(x^2 + 2x + 3) - (2x^2 + 2x + 7) = -x^2 - 4$

c)

$$\begin{array}{r} 5x^2 \\ 6x \\ 3x^2 \\ \hline 8x^2 + 6x \end{array}$$

$5x^2 + 6x + 3x^2 = 8x^2 + 6x$

45. a) $(2x^2 + x) + (3x - 1) = 2x^2 + 4x - 1$
b) $(2x^2 + x) - (3x - 1) = 2x^2 - 2x + 1$

46. a) $P(2) = 6 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 - 10 = 54$
2 no es raíz de $P(x)$.
b) $P(1) = 6 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 - 10 = 0$
1 es raíz de $P(x)$.
c) $P(-1) = 6 \cdot (-1)^3 + 4 \cdot (-1)^2 - 10 = -12$
-1 no es raíz de $P(x)$.

47. $P(x) = x^3 + 4x^2 - 2x + 3$
$P(0) = 0^3 + 4 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 3$
$Q(x) = x^2 - 3x - 2$
$Q(0) = 0^2 - 0 \cdot 0 - 2 = -2$
El valor numérico de un polinomio para $x = 0$ coincide con su término independiente.

48. a) $P(x) = -9x^7 - 18x^5 + 7x^4 - 24x^3 + 7$; grado: 7.
b) $Q(x) = -6x^5 + 10x^3 + 5x^2 - 4$; grado: 5.
c) $R(z) = 8z^3 + \frac{9}{7}z^2 - 3z - \frac{2}{8}$; grado: 3.
d) $S(t) = 7t^3 + 9t^2 - 16t + 3$; grado: 3.

49. a) $P(x) + Q(x)$

$$\begin{array}{r} -16x^4 - 4x^2 \qquad + 16 \\ 4x^2 - 2x \\ \hline -16x^4 \qquad\quad - 2x + 16 \end{array}$$

b) $P(x) - Q(x)$

$$\begin{array}{r} -16x^4 - 4x^2 \qquad + 16 \\ - 4x^2 + 2x \\ \hline -16x^4 - 8x^2 + 2x + 16 \end{array}$$

c) $Q(x) - P(x)$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 2x \\ 16x^4 + 4x^2 \qquad - 16 \\ \hline 16x^4 + 8x^2 - 2x - 16 \end{array}$$

d) $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} -16x^4 \qquad - 4x^2 + 16 \\ 4x^2 - 2x \\ \hline 32x^5 \qquad + 8x^3 \qquad - 32x \\ -64x^6 \qquad - 16x^4 \qquad + 64x^2 \\ \hline -64x^6 + 32x^5 - 16x^4 + 8x^3 + 64x^2 - 32x \end{array}$$

50. a) $P(x) - Q(x)$

$$\begin{array}{r} 8x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 2x - 6 \\ 6x^3 - 20x^2 - x + 12 \\ \hline 8x^4 + 4x^3 - 15x^2 + x + 6 \end{array}$$

$(P(x) - Q(x)) \cdot R(x)$

$$\begin{array}{r} 8x^4 + 4x^3 - 15x^2 + x + 6 \\ 9x^3 + 7x^2 \qquad - 5 \\ \hline -40x^4 - 20x^3 + 75x^2 - 5x - 30 \\ 56x^6 + 28x^5 - 105x^4 + 7x^3 + 42x^2 \\ 72x^7 + 36x^6 - 135x^5 + 9x^4 + 54x^3 \\ \hline 72x^7 + 92x^6 - 107x^5 - 136x^4 + 41x^3 + 117x^2 - 5x - 30 \end{array}$$

b) $Q(x) - R(x)$

$$\begin{array}{r} -6x^3 + 20x^2 + x - 12 \\ -9x^3 - 7x^2 \qquad + 5 \\ \hline -15x^3 + 13x^2 + x - 7 \end{array}$$

$P(x) - (Q(x) - R(x))$

$$\begin{array}{r} 8x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 2x - 6 \\ 15x^3 - 13x^2 - x + 7 \\ \hline 8x^4 + 13x^3 - 8x^2 + x + 1 \end{array}$$

c) $Q(x) \cdot R(x)$

$$\begin{array}{r} -6x^3 + 20x^2 + x - 12 \\ 9x^3 + 7x^2 \qquad - 5 \\ \hline 30x^3 - 100x^2 - 5x + 60 \\ -42x^5 + 140x^4 + 7x^3 - 84x^2 \\ -54x^6 + 180x^5 + 9x^4 - 108x^3 \\ \hline -54x^6 + 138x^5 + 149x^4 - 71x^3 - 184x^2 - 5x + 60 \end{array}$$

$Q(x) \cdot R(x) - P(x)$

$$\begin{array}{r} -54x^6 + 138x^5 + 149x^4 - 71x^3 - 184x^2 - 5x + 60 \\ - 8x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 2x + 6 \\ \hline -54x^6 + 138x^5 + 141x^4 - 69x^3 - 189x^2 - 7x + 66 \end{array}$$

51. a) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$
b) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$
c) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

52. a) $(3x^3)^2 \cdot (2x^2)^3 - (5x6)^2 = 47x^{12}$
b) $(-2x)(-5x^3 - 2x^2 + x - 12) =$
$= 10x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 24x$

53. a) $3x(x^4 - 6x^2 + 9) = 3x(x^2 + 3)^2$
b) $2x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$
c) $x(x^4 + 20x^2 + 100) = x(x^2 + 10)^2$
d) $3x(x^6 - 9) = 3x(x^3 + 3)(x^3 - 3)$
e) $5(x + 1)(x + 2)(x - 2)$

54.

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \\ x^2 - 3x + 2 \\ \hline 2x^2 - 6x + 4 \\ -3x^3 + 9x^2 \quad - 6x \\ x^4 - 3x^3 + 2x^2 \qquad\quad \\ \hline x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4 \end{array}$$

$m\,x = 12x \rightarrow m = 12$

55. a) $(x + xy) = x \cdot (1 + y)$
b) $(3x - 3y + 6) = 3 \cdot (x - y + 2)$
c) $(2x + 3xy) = x \cdot (2 + 3y)$
d) $(4xy + 5xy) = xy \cdot (4 + 5) = 9xy$
e) $(y + 3xy) = y \cdot (1 + 3x)$

56. a) $9 + 6x + x^2 = (3 + x)^2$
b) $y^2 - 2yx + x^2 = (x - y)^2$
c) $4a^2 + 4ab + b^2 = (2a - b)^2$
d) $9y^2 + 6yx + x^2 = (3y + x)^2$
e) $9 - x^2 = (3 - x)(3 + x)$
f) $9y^2 - 4x^2 = (3y + 2x)(3y - 2x)$

57. $A(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}$

$B(x) = -x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}$

$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x$

a) $A(x) + B(x)$

$\left(\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) +$

$+\left(-x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) =$

$= -\frac{1}{2}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$

b) $A(x) - C(x)$

$\left(\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) -$

$-\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{6}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}$

c) $2B(x) - (A(x) + 2C(x))$

$2\left(-x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) -$

$-\left[\left(\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}\right) + 2\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x\right)\right] =$

$= -2x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 1 -$

$-\left(\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{4} + \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}x\right) =$

$= -\frac{19}{6}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{4}$

d) $3(A(x) + B(x)) - C(x)$, del apartado a) tenemos que:

$3\left(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x\right) =$

$= -\frac{3}{2}x^3 + 8x^2 - 2x + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x =$

$= -\frac{11}{6}x^3 + 8x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{3}{4}$

58. $(5x^3 + 3x^2 + ax + 3) - (bx^2 - c) =$
$= 5x^3 + 3x^2 + ax + 3 - bx^2 + c =$
$= 5x^3 + (3 - b)x^2 + ax + (3 + c)$
Por lo tanto:
$a = 6$
$3 - b = 1 \rightarrow b = 2$
$3 + c = -8 \rightarrow c = -11$

59. a) $A(x) \cdot B(x)$
$(x^3 - 2x^2 + x) \cdot (x^4 + x^2 - 2) = x^3(x^4 + x^2 - 2) -$
$-2x^2(x^4 + x^2 - 2) + x(x^4 + x^2 - 2) = x^7 + x^5 - 2x^3 -$
$-2x^6 - 2x^4 + 4x^2 + x^5 + x^3 - 2x = x^7 - 2x^6 + 2x^5 -$
$-2x^4 - x^3 + 4x^2 - 2x$
b) $A(x) + B(x)$
$(x^3 - 2x^2 + x) + (x^4 + x^2 - 2) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$
c) $2A(x) - 3C(x)$
$2(x^3 - 2x^2 + x) - 3(2x^3 - x - 1) = 2x^3 - 4x^2 + 2x -$
$-6x + 3x + 3 = -4x^3 - 4x^2 + 5x + 3$
d) $A(x) \cdot C(x) - x^2 \cdot B(x)$
$(x^3 - 2x^2 + x) \cdot (2x^3 - x - 1) - x^2(x^4 + x^2 - 2) =$
$= x^3(2x^3 - x - 1) - 2x^2(2x^3 - x - 1) + x(2x^3 - x - 1) -$
$-x^6 - x^4 + 2x^2 = 2x^6 - x^4 - x^3 - 4x^5 + 2x^3 + 2x^2 +$
$+2x^4 - x^2 - x - x^6 - x^4 + 2x^2 = x^6 - 4x^5 + x^3 + 3x^2 - x$

60. La expresión algebraica de la diagonal existente, que es la que cumplirán todas las filas, columnas y la otra diagonal es:

$2(x^2 - 1) + 5x^2 + 1 + 4(2x^2 + 1) =$

$= 2x^2 - 2 + 5x^2 + 1 + 8x^2 + 8 = 15x^2 + 3$

$2(x^2 - 1)$	$7x^2 + 3$	$6x^2 + 2$
$9x^2 + 5$	$5x^2 + 1$	$x^2 - 3$
$4x^2$	$3x^2 - 1$	$4(2x^2 + 1)$

61. Representamos con x el número inicial.

$$\frac{3x + 6}{3} = x + 2$$

Si se resta 2 al resultado de la operación, se obtiene el número inicial.

62. Respuesta sugerida:

Al doble de un número le restas 15, le sumas el triple de dicho número y lo divides entre 5. Si al resultado le sumas 3, te da el número inicial.

$$\frac{2x - 15 + 3x}{5} + 3 = \frac{5x - 15}{5} + 3 =$$
$$= x - 3 + 3 = x$$

63. a) $(5x + 6y)(2x + 3y) =$

$= 10x^2 + 15xy + 12yx + 18y^2 =$

$= 10x^2 + 27xy + 18y^2$

b) $10x^2 + 27xy + 18y^2 - 8x^2 =$

$= 2x^2 + 27xy + 18y^2$

c) $8x^2$

64. Denominamos A, T, B y C al número de atletas que van en avión, tren, autobús y coche, respectivamente.

Las condiciones del enunciado se traducen en las tres siguientes ecuaciones.

1 A + T + B = 4

2 A + T + C = 4

3 A = B + C

De las ecuaciones 1 y 2 se deduce:

B = C

Si sustituimos este resultado en la ecuación 3:

A = B + B

A = 2B

Al sustituir esta expresión en la ecuación 1, obtenemos:

2B + T + B = 4

3B + T = 4

La única solución de esta ecuación es B = 1 y T = 1, y, por lo tanto, C = 1 y A = 2.

En avión viajan dos atletas, uno lo hace en tren, otro en autobús y otro en coche.

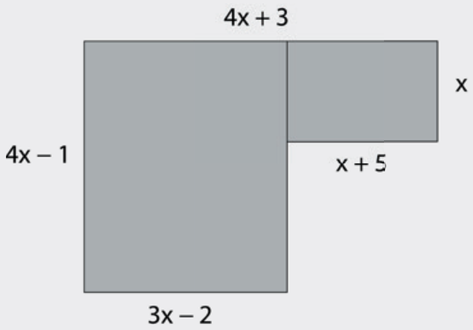
65. Podemos dividir la figura en dos rectángulos.

La longitud del rectángulo más pequeño viene dada por:

$4x + 3 - (3x - 2) = 4x + 3 - 3x + 2 = x + 5$

Así, el área es:

$A(x) = (4x - 1) \cdot (3x - 2) + (x + 5) \cdot x = 12x^2 - 8x - 3x + 2 + x^2 + 5x = 13x^2 - 6x + 2$



66. Sabemos que $AC = AB + BC$ y $BC = CD$

Así, tenemos

$5x - 6 = AB + 4x + 3$

$AB = 5x - 6 - 4x - 3 = x - 9$

Sabemos también que $AF = CD$.

Por lo tanto, el área de $ABEF$ es:

$A(x) = AB \cdot AF = (x - 9) \cdot (4x + 3) =$
$= 4x^2 + 3x - 36x - 27 = 4x^2 - 33x - 27$

67. Primero condujo 2 horas a x km/h; es decir, condujo $2x$ km.

Después, condujo durante 3 horas a $(x + 15)$ km/h. Por lo tanto, Rubén condujo $3 \cdot (x + 15)$ km.

La distancia total recorrida es:

$2x + 3 \cdot (x + 15) = 2x + 3x + 45 = (5x + 45)$ km

Para $x = 35$, los kilómetros recorridos son:
$5 \cdot 35 + 45 = 220$ km.

68. El área del trapecio es igual a la semisuma de las bases por la altura. Así:

$$A(x) = \frac{(5x) + (2x + 1)}{2} \cdot 3 = \frac{7x + 1}{2} \cdot 3 =$$
$$= \frac{21x + 3}{2} = \frac{21}{2}x + \frac{3}{2}$$

69. Los gastos fueron:

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = \frac{9}{20}x$$

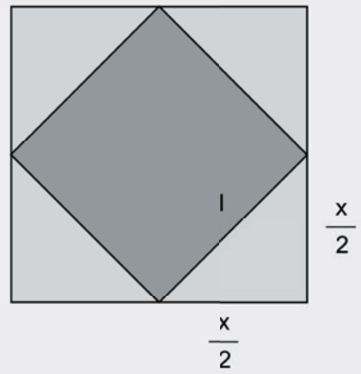
El beneficio viene dado por:

$$x - \frac{9}{20}x = \frac{11}{20}x$$

Para 100 bocadillos el beneficio viene dado por:

$$100 \cdot \frac{11}{20}x = 55x$$

70. Consideremos el triángulo de color gris claro en la parte inferior derecha del cuadrado mayor:



Por el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$l^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$l^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4}$$

$$l^2 = \frac{2 \cdot x^2}{4}$$

$$l^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$l = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2} x \text{ cm}$$

Por lo tanto, el perímetro del cuadrado gris oscuro es:

$$P(x) = 4 \cdot l = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} x = 2 \cdot \sqrt{2} x$$

71. El área del triángulo rectángulo mayor viene dada por:

$$A_{\text{triángulo mayor}}(x) = \frac{10x \cdot 15x}{2} = 75x^2$$

El área del triángulo rectángulo más pequeño viene dada por:

$$A_{\text{triángulo más pequeño}}(x) = \frac{4x \cdot 6x}{2} = 12x^2$$

Por lo tanto, el área de la parte coloreada viene dada por:

$A(x) = A_{\text{triángulo mayor}}(x) - A_{\text{triángulo más pequeño}}(x) =$
$=75x^2 - 12x^2 = 63x^2$

72. Tenemos:

$$I = x \cdot 0{,}06 \cdot \frac{6}{12} = x \cdot \frac{6}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{100} x$$

Luis entregó el 75 % del interés a su madre. Así, él obtuvo el 25 % del dinero ganado:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{100} x = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{100} x = 0{,}75 \cdot 10^{-2} x =$$
$$= 7{,}5 \cdot 10^{-3} x$$

73. Primero tenemos que determinar la altura. Por el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Donde a= apotema; h = altura y b = lado de la base.

Así, tenemos:

$$(13x + 26)^2 = h^2 + \left(\frac{10x + 20}{2}\right)^2$$

$(13x + 26)^2 = h^2 + (5x + 10)^2$

$169x^2 + 676x + 676 = h^2 + 25x^2 + 100x + 100$

$h^2 = 169x^2 + 676x + 676 - 25x^2 - 100x - 100$

$h^2 = 144x^2 + 576x + 576$

$h^2 = (12x + 24)^2$

$h = 12x + 24$

Ahora solo tenemos que calcular el volumen de la pirámide:

$V = A_{\text{base}} \cdot h$

$V(x) = (10x + 20)^2 \cdot (12x + 24) = (100x^2 + 400x +$
$+ 400) \cdot (12x + 24) = 1\,200x^3 + 2\,400x^2 + 4\,800x^2 +$
$9\,600x + 4\,800x + 9\,600 = 1\,200x^3 + 7\,200x^2 +$
$+ 14\,400\, x + + 9\,600$

74. a) La diferencia de altitud entre los dos globos es:

$d(t) = |r(t) - a(t)| = |-10t + 300 - (-15t + 220)| =$
$= |-10t + 300 + 15t - 220| = |5t + 80| = 5t + 80$

b) Para t = 10, tenemos:

$d(10) = 5 \cdot 10 + 80 = 50 + 80 = 130$ m

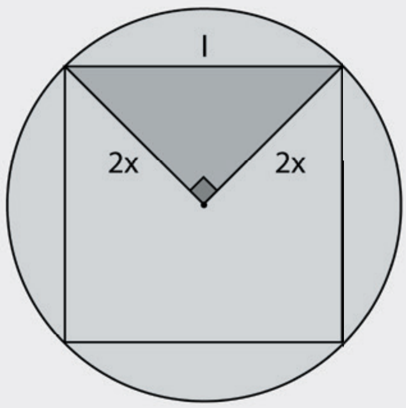
75. Como $P_{\text{círculo}}(x) = 4\pi x$, el radio del círculo es $2x$.

El área del círculo viene dada por:

$A_{\text{círculo}}(x) = \pi \cdot (2x)^2 = 4\pi x^2$

Por el teorema de Pitágoras:

$l^2 = (2x)^2 + (2x)^2 = 4x^2 + 4x^2 = 8x^2$



Por lo tanto, $A_{cuadrado} = 8x^2$

Luego, $A_{figura}(x) = A_{círculo}(x) - A_{cuadrado}(x) = 4\pi x^2 - 8x^2 =$
$= (4\pi - 8)\, x^2$

76. El radio de la pupila es $(6 - x)$ mm.

Así: $A(x) = \pi \cdot (6 - x)^2 = \pi \cdot (36 - 12x + x^2) = \pi x^2 -$
$- 12\pi x + 36\pi$

Cuando $x = 2$, tenemos:

Cuando $x = 2$, tenemos: $A(2) = \pi \cdot 2^2 - 12\pi \cdot 2 +$
$+ 36\pi = 4\pi - 24\pi + 36\pi = 16\pi$ mm

Pon a prueba tus competencias

1. a) $(10) = -0{,}01 \cdot 10^2 - 0{,}062 \cdot 10 + 127{,}7 =$
$= -1 - 0{,}062 + 127{,}7 = 126{,}08$

El número de personas en Japón en 2010 fue de 126 millones.

b) $P(20) = -0{,}01 \cdot 20^2 - 0{,}062 \cdot 20 + 127{,}7 =$
$= -4 - 12{,}4 + 127{,}7 = 122{,}46$

El número de personas en Japón en 2020 será de 123 millones.

c) Tenemos: $\dfrac{P(20)}{P(10)} = \dfrac{123}{126} = 0{,}976...$

Así, la población de Japón disminuyó en un 2,4 %.

d) Sabemos del apartado *a*) que en 2010 vivían cerca de 126 millones de personas en Japón. Así, $126 \cdot 0{,}231 = 29{,}106$. En 2010 había cerca de 29,1 millones de personas de más de 65 años.

e) Sabemos del apartado *b*) que en 2020 vivirán cerca de 123 millones de personas en Japón. Así, $123 \cdot 0{,}278 = 34{,}194$. Por lo tanto, en 2020 habrá cerca de 34,2 millones de personas de más de 65 años.

f) Tenemos: $\dfrac{34{,}2}{29{,}1} = 1{,}175...$.

Por lo tanto, la población anciana de Japón aumentó en un 17,5 %.

2. a) El consumo de agua de Inés se encuentra en el tramo 16 – 20. Así: $V = 5 + 17 \cdot 2{,}8 = 52{,}6$ €.

b) $52{,}6 \cdot 1{,}1 = 57{,}86$ €

c) $\dfrac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75\ \text{m}^3$

d) Ahora, el consumo de agua se encuentra en el tramo 11 – 15: $V = 5 + 12{,}75 \cdot 1{,}8 = 27{,}95$ €. Con 10 % de IVA : $27{,}95 \cdot 1{,}1 = 30{,}745$ €. Por lo tanto, Inés pagó 30,75 € en octubre.

3. a) El área del círculo mayor es: $A_R = \pi R^2$

El área del círculo más pequeño es: $A_r = \pi r^2$

El área de la arandela es: $A = A_R - A_{r} = \pi R^2 - \pi r^2$

b) Tenemos $r = 0{,}4R$:

$A = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi R^2 - \pi(0{,}4R)^2 = \pi R^2 - 0{,}16\pi R^2 =$
$= 0{,}84\ R^2$

c) Tenemos $A(R) = 0{,}84\ R2$. Así, $A(10) = 0{,}84 \cdot 10^2 =$
$= 84\ \text{cm}^2$

d) Un aumento de un 20 % del radio exterior corresponde a $1{,}2R$. Así, $A(1{,}2R) = 0{,}84(1{,}2R)^2 =$
$= 0{,}84 \cdot 1{,}44R^2 = 1{,}2096R^2$

4. a) $I(x) = C(x) - P(x)$

b) $I(x) = -\dfrac{7}{20}x^2 + x - 8$

c) $I(5) = -\dfrac{47}{4}$; $I(25) = -\dfrac{807}{4}$;

$I(125) = -\dfrac{21407}{4}$

d) $I'(x) = -\dfrac{19}{40}x^2 + 2x - 3$

e) $I'(5) = -\dfrac{39}{8}$; $I''(25) = -\dfrac{1999}{8}$;

$I'(125) = -\dfrac{57399}{8}$

f) En ambos casos pierde dinero, por lo que tendrá que tomar otro tipo de decisiones para intentar obtener beneficios.