1. a) $3x = 6x + 10$

$3x - 6x = 10$

$-3x = 10 \rightarrow x = \frac{-10}{3}$

b) $5x + 2 = -10$

$5x = -10 - 2$

$5x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{5}$

c) $3 - 2x = 1$

$-2x = 1 - 3$

$-2x = -2 \rightarrow x = 1$

d) $12 = -4x - 3 + 6x$

$4x - 6x = -3 - 12$

$-2x = -15 \rightarrow x = \frac{15}{2}$

e) $4x - 2 = 5 + 3x - 6$

$4x - 3x = 5 - 6 + 2 \rightarrow x = 1$

f) $34 = 3x - 6 + 2x$

$-3x - 2x = -6 - 34$

$-5x = -40 \rightarrow x = 8$

g) $2\,(3x + 1) - x + 6 = 2\,(x - 1)$

$6x + 2 - x + 6 = 2x - 2$

$6x - x - 2x = -2 - 2 - 6$

$3x = -10 \rightarrow x = \frac{-10}{3}$

h) $2x - 2\,(x - 3) = 12$

$2x - 2x + 6 = 12$

$2x - 2x = 12 - 6$

$0x = 6 \rightarrow$ No tiene solución.

2. a) $-8\,(10 - x) = -6$

$-80 + 8x = -6$

$8x = -6 + 80$

$8x = 74 \rightarrow x = \frac{37}{4}$

b) $6\,(7 - x) = 8\,(6 - x)$

$42 - 6x = 48 - 8x$

$-6x + 8x = 48 - 42$

$2x = 6 \rightarrow x = 3$

c) $(x + 2)\,3 = (13 - x)\,4 + 3$

$3x + 6 = 52 - 4x + 3$

$3x + 4x = 52 + 3 - 6$

$7x = 49 \rightarrow x = 7$

d) $3\,(1 - 2x) + 12 = 10 - 2\,(x - 3)$

$3 - 6x + 12 = 10 - 2x + 6$

$-6x + 2x = 10 + 6 - 3 - 12$

$-4x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

e) $4\,(x - 6) = 12 - (x + 3)$

$4x - 24 = 12 - x - 3$

$4x + x = 12 - 3 + 24$

$5x = 33 \rightarrow x = \frac{33}{5}$

f) $-2\,(x + 3) - 4 = 18 + 4x$

$-2x - 6 - 4 = 18 + 4x$

$-2x - 4x = 18 + 6 + 4$

$-6x = 28 \rightarrow x = \frac{-14}{3}$

3. a) $2x - \frac{1 - 3x}{10} + \frac{2}{3} = 2\,(x - 3) + \frac{1}{5}$

$2x - \frac{1 - 3x}{10} + \frac{2}{3} = 2x - 6 + \frac{1}{5}$

m.c.m. $(10, 3, 5) = 30$

$30 \cdot 2x - 3\,(1 - 3x) + 10 \cdot 2 =$

$= 30 \cdot 2x - 30 \cdot 6 + 6 \cdot 1$

$60x - 3 + 9x + 20 = 60x - 180 + 6$

$60x + 9x - 60x = -180 + 6 + 3 - 20$

$9x = -191 \rightarrow x = \frac{-191}{9}$

b) $\frac{2\,(x - 3)}{7} - \frac{1 - 6x}{14} + \frac{5\,(x - 2)}{2} = 1$

$\frac{2x - 6}{7} - \frac{1 - 6x}{14} + \frac{5x - 10}{2} = 1$

m.c.m. $(7, 14, 2) = 14$

$2\,(2x - 6) - 1\,(1 - 6x) + 7\,(5x - 10) = 14$

$4x - 12 - 1 + 6x + 35x - 70 = 14$

$4x + 6x + 35x = 14 + 12 + 1 + 70$

$45x = 97 \rightarrow x = \frac{97}{45}$

c) $\frac{x - 4}{5} + \frac{3\,(x - 2)}{15} = \frac{1}{10} - \frac{x - 1}{2}$

$\frac{x - 4}{5} + \frac{3x - 6}{15} = \frac{1}{10} - \frac{x - 1}{2}$

m.c.m. $(5, 15, 10, 2) = 30$

$6\,(x - 4) + 2\,(3x - 6) = 3 \cdot 1 - 15\,(x - 1)$

$6x - 24 + 6x - 12 = 3 - 15x + 15$

$6x + 6x + 15x = 3 + 15 + 24 + 12$

$27x = 54 \rightarrow x = 2$

4. $3 \cdot 3 = 6x + 9$; $9 = 6x + 9$; $0 = 6x$; $x = 0$

La solución es $x = 0$ e $y = 3$.

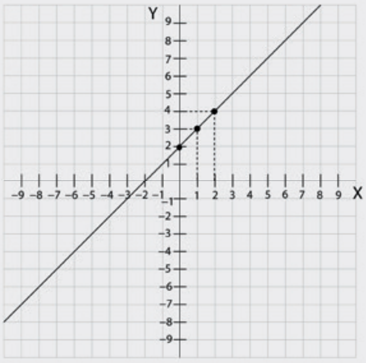
$-3y = 6 \cdot (-2) + 9$; $3y = -12 + 9$; $3y = -3$;

$y = -1$

La solución es $x = -2$ e $y = -1$.

5. a)

x	$y = x + 2$
0	2
1	3
2	4



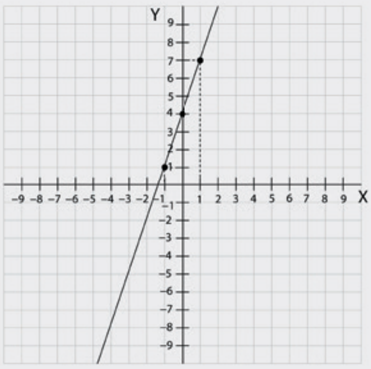
$50y - 150x = 200$

$y - 3x = 4$

$y = 3x + 4$

b)

x	$y = 3x + 4$
–1	1
0	4
1	7



6. a) Edad actual del padre: x

Edad actual del hijo: y

$$\left.\begin{aligned} x + 5 &= 2(y + 5) \\ x - 15 &= 6(y - 15) \end{aligned}\right\}$$

b) Llamando x al número mayor e y al menor:

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 19 \\ 2y &= x - 3 \end{aligned}\right\}$$

c) Llamando A y B al número de alumnos de las respectivas clases:

$$\left.\begin{aligned} A &= 2B \\ A - 8 &= B + 8 \end{aligned}\right\}$$

7. Respuesta sugerida:

La suma de dos números es 12 y su diferencia es 4. ¿Cuáles son estos números?

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 12 \\ x - y &= 4 \end{aligned}\right\}$$

8. Halla dos números tales que el triple del primero más el segundo sea igual a 14. Además, si al primer número le sumamos dos unidades y lo multiplicamos todo por 2, obtenemos el otro número.

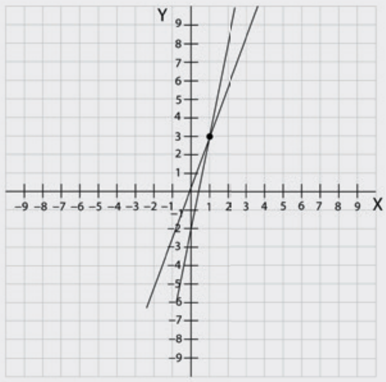
9. a) Operando a ambos lados de las igualdades para reordenar términos:

$$\left.\begin{aligned} y - 4x &= -5 \\ 2y + 3x &= 11 \end{aligned}\right\}$$

b) Multiplicando la primera ecuación por 2 y reordenando términos:

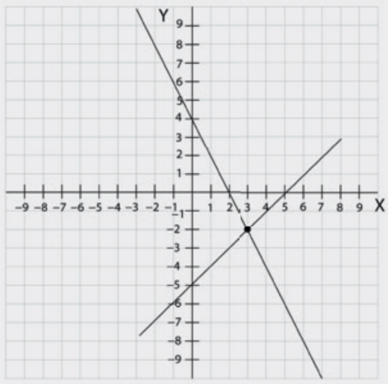
$$\left.\begin{aligned} 2y - 8x &= -10 \\ 2y + 3x &= 11 \end{aligned}\right\}$$

10. a)



Solución: (1,3)

b)



Solución: (3,–2)

11. Llamamos x a la longitud de los dos lados iguales e y a la longitud del lado distinto.

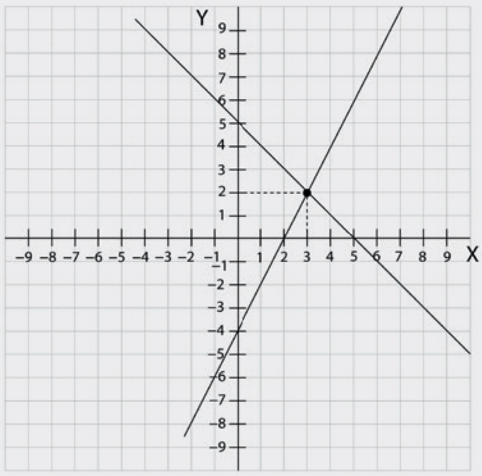
Construimos el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 19 \\ x &= 2y + 2 \end{aligned}\right\}$$

Solución: $x = 8$ e $y = 3$

12. a)

Primera ecuacion		Segunda ecuación	
x	$y = 5 - x$	x	$y = 2x - x$
1	4	1	–2
2	3	2	0
3	2	3	2



Solución: $x = 3$, $y = 2$

Comprobamos que se cumple la 1.ª ecuación:

$2 = 5 - 3$

$2 = 2$

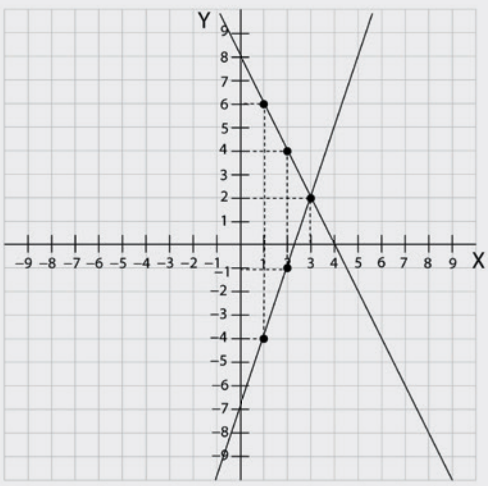
Comprobamos que se cumple la 2.ª ecuación:

$2 = 2 \cdot 3 - 4$

$2 = 2$

b)

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = 8 - 2x$	x	$y = 3x - 7$
1	6	1	–4
2	4	2	–1
3	2	3	2



Solución: $x = 3$, $y = 2$

Comprobamos que se cumple la 1.ª ecuación:

$2 = 8 - 2 \cdot 3$

$2 = 2$

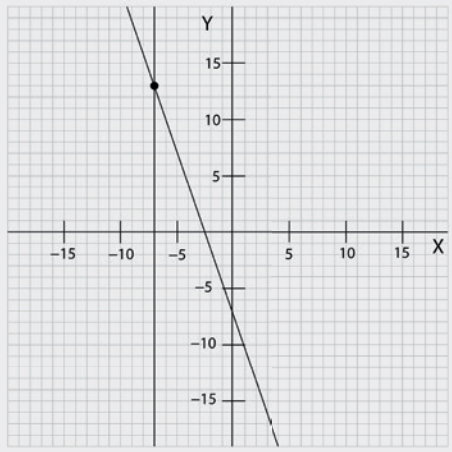
Comprobamos que se cumple la 2.ª ecuación:

$2 = 3 \cdot 3 - 7$

$2 = 2$

c)

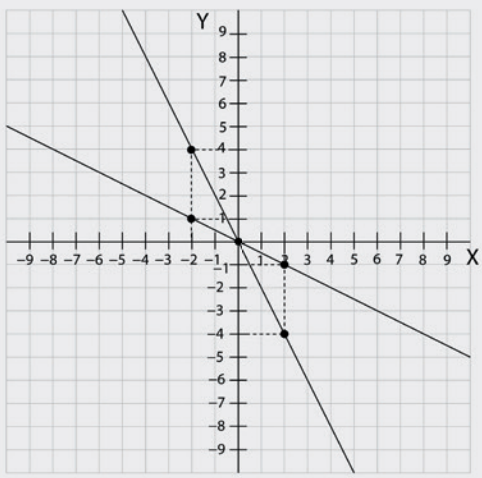
Primera ecuación	
$x = -7$	y
–7	13
–5	7
–3	1



Solución: $x = -7$, $y = 13$

13. a)

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = -2x$	x	$y = -\dfrac{x}{2}$
–2	4	0	1
0	0	2	0
2	–4	3	–1

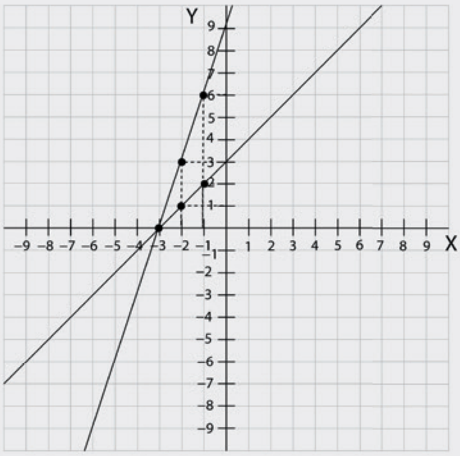


La solución del sistema es $x = 0$ e $y = 0$.

El sistema es compatible determinado, pues tiene una única solución.

b)

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = -x + 3$	x	$y = 9 + 3x$
–3	0	–3	–2
–2	1	–2	3
–1	2	–1	6

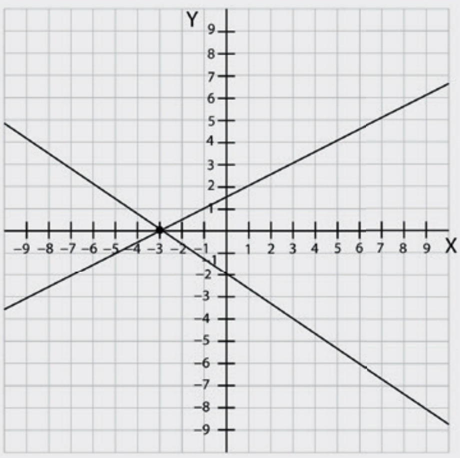


La solución del sistema es $x = -3$ e $y = 0$.

El sistema es compatible determinado, pues tiene una única solución.

c)

Primera ecuación		Segunda ecuación	
$y = \dfrac{x+3}{2}$		$y = \dfrac{-2x-6}{3}$	
x	y	x	y
–3	0	–3	0
0	1,5	0	–2
3	3	3	–4



La solución del sistema es $x = -3$ e $y = 0$.

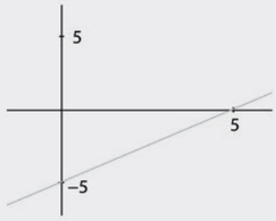
El sistema es compatible determinado, pues tiene una única solución.

— Los sistemes de los apartados b y c son equivalentes, ya que tienen la misma solución.

14. Como el sistema es compatible determinado, las rectas son secantes.

Un sistema compatible indeterminado puede ser:

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 5 \\ 2x - 2y &= 10 \end{aligned}\right\}$$



15. Actividad TIC.

16. Actividad TIC.

17. Actividad TIC.

18. a) $y = 2 + 3x$

$6x - (2 + 3x) = -11$

$3x = -9$

$$x = \frac{-9}{3} = -3$$

$y = 2 + 3 \cdot (-3) = -7$

Solución: $x = -3$, $y = -7$.

b) $y = -1 + 2x$

$-4x + (-1 + 2x) = -5$

$-2x = -4$

$$x = \frac{-4}{-2} = 2$$

$y = -1 + 2 \cdot 2 = 3$

Solución: $x = 2$, $y = 3$.

19. $y = -2 + 5x$

$-2x - (-2 + 5x) = 2$

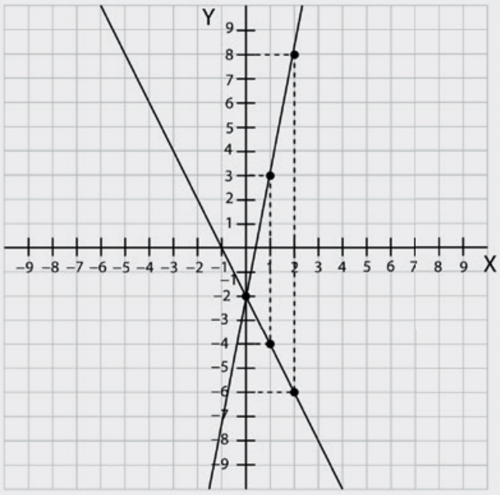
$-7x = 0$

$$x = \frac{0}{-7} = 0$$

$y = -2 + 5 \cdot 0 = -2$

Solución: $x = 0$, $y = -2$.

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = -2 + 5x$	x	$y = -2 - 2x$
0	–2	0	–2
1	3	1	–4
2	8	2	–6



Solución: $x = 0$, $y = -2$.

20. a) $x = \dfrac{4 + 5y}{2}$

$x = -10 + y$

$\dfrac{4 + 5y}{2} = -10 + y$

$3y = -24$

$y = -\dfrac{24}{3} = -8$

$x = -10 - 8 = -18$

Solución: $x = -18$, $y = -8$.

b) $x = \dfrac{1 + 3y}{2}$

$x = -2 + 3y$

$\dfrac{1 + 3y}{2} = -2 + 3y$

$-3y = -5$

$y = \dfrac{-5}{-3} = \dfrac{5}{3}$

$x = -2 + 3 \cdot \dfrac{5}{3} = 3$

Solución: $x = 3$, $y = \dfrac{5}{3}$

21.

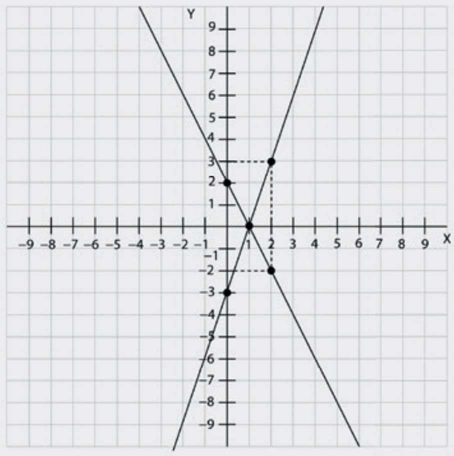
Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = -3 + 3x$	x	$y = 2 - 2x$
0	–3	0	2
1	0	1	0
2	3	2	–2

Solución: $x = 1$, $y = 0$.

$$\begin{array}{l} 3x - y = 3 \\ \underline{2x + y = 2} \\ 5x \quad = 5 \end{array} \quad \rightarrow \quad x = 1$$

$$\begin{array}{l} -6x + 2y = -6 \\ \underline{6x + 3y = 6} \\ 5y = 0 \end{array} \quad \rightarrow \quad y = 0$$

Solución: $x = 1$, $y = 0$.



22. a)
$$\begin{array}{l} 7x - y = 2 \\ \underline{-2x + y = -12} \\ 5x \quad = -10 \end{array} \quad \rightarrow \quad x = -2$$

$$\begin{array}{l} 14x - 2y = 4 \\ \underline{-14x + 7y = -84} \\ 5y = -80 \end{array} \quad \rightarrow \quad y = -16$$

Solución: $x = -2$, $y = -16$.

b)
$$\begin{array}{l} 6x + 2y = 8 \\ \underline{6x - 2y = 1} \\ 12x \quad = 9 \end{array} \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{3}{4}$$

$$\begin{array}{l} -6x - 2y = -8 \\ \underline{6x - 2y = 1} \\ -4y = -7 \end{array} \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{7}{4}$$

Solución: $x = \dfrac{3}{4}$, $y = \dfrac{7}{4}$

23. Respuesta sugerida:

a) Por igualación:

$7x + y = 2 \rightarrow y = 2 - 7x$

$-14x + y = 5 \rightarrow y = 5 + 14x$

$2 - 7x = 5 + 14x \rightarrow 21x = -3 \rightarrow x = -\dfrac{1}{7}$

$y = 2 - 7 \cdot \left(-\dfrac{1}{7}\right) = 3 \rightarrow y = 3$

b) Por reducción:

$$\begin{array}{l} 3x + 9y = 6 \\ \underline{-3x - y = -3} \\ 8y = 3 \end{array} \rightarrow y = \dfrac{3}{8}$$

$$\begin{array}{l} x + 3y = 2 \\ \underline{-9x - 3y = -9} \\ -8x \quad = -7 \end{array} \rightarrow x = \dfrac{7}{8}$$

El método de reducción suele ser más sencillo de aplicar que los otros; aunque, si es fácil despejar las incógnitas, puede ser más cómodo aplicar el método de igualación o de sustitución.

24. a) $4 + 3x = -x \rightarrow 4x = -4 \rightarrow x = -1$

$y = -x \rightarrow y = 1$

El sistema tiene una única solución. Es un sistema compatible determinado.

b) $y = 4 - x$

$\underline{2y = 2 + x}$

$3y = 6 \quad \rightarrow y = 2$

$y = 4 - x \quad \rightarrow 2 = 4 - x \rightarrow x = 2$

El sistema tiene una única solución. Es un sistema compatible determinado.

c) $4 + 3x = 1 + 3x \rightarrow 0x = -3$

La expresión $0x = -3$ nunca se cumple, sea cual sea el valor de x que consideremos. El sistema es incompatible.

d) $y = -x$

$-2y = 2x \rightarrow -2 \cdot (-x) = 2x \rightarrow 2x = 2x \rightarrow$

fi $2x = 2x \rightarrow 0x = 0$

La expresión $0x = 0$ siempre se cumple, sea cual sea el valor de x que consideremos. El sistema es compatible indeterminado.

25. Años que han de transcurrir: x

	Padre	Hijo
Edad actual	35	5
Edad al cabo de x años	$35 + x$	$5 + x$

$35 + x = 4(5 + x)$

$35 + x = 20 + 4x$

$x - 4x = 20 - 35$

$-3x = -15 \rightarrow x = 5$

Al cabo de 5 años.

26. Representamos por x el precio de un producto y con y el precio del otro.

— Compró los dos productos por 350 €.

$x + y = 350$

— El precio de venta fue de 325 €.

$$x - \frac{10}{100}x = \frac{90}{100}x = 0{,}90x$$

$$y - \frac{5}{100}y = \frac{95}{100}y = 0{,}95y$$

$0{,}90x + 0{,}95y = 325$

— Sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 350 \\ 0{,}90x + 0{,}95y = 350 \end{array}\right\}$$

$y = 350 - x$

$0{,}90x + 0{,}95(350 - x) = 325$

$$x = \frac{-7{,}5}{-0{,}05} = 150$$

$y = 350 - 150 = 200$

Un producto costó 150 € y el otro, 200 €.

27.
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{4x - 2}{2} - \dfrac{5(2y - 3x)}{8} = y \\[2ex] \dfrac{6x + y}{3} - \dfrac{3x - 4(2 - y)}{5} = x + y - 2 \end{array}\right\}$$

$$8\left(\frac{4x - 2}{2} - \frac{10y - 15x}{8}\right) = 8y$$

$31x - 18y = 8$

$$\frac{6x + y}{3} - \frac{3x - 4(2 - y)}{5} = x + y - 2$$

$$15\left(\frac{6x + y}{3} - \frac{3x - 8 + 4y}{5}\right) =$$

$$= 15(x + y - 2)$$

$3x - 11y = -27$

Sistema equivalente: $\left.\begin{array}{r} 31x - 18y = 8 \\ 3x - 11y = -27 \end{array}\right\}$

Resolvemos el sistema por el método de reducción:

$-3(31x - 18y = 8)$

$\underline{31(3x - 11y = -27)}$

$$-287y = -861 \rightarrow y = \frac{-861}{-287} = 3$$

$-11(31x - 18y = 8)$

$\underline{18(3x - 11y = -27)}$

$$-287x = -574 \rightarrow x = \frac{-574}{-287} = 2$$

Solución: $x = 2$, $y = 3$.

28. $$x + y = \frac{5x - 21}{10} \rightarrow 10x + 10y =$$

$= 5x - 21 \rightarrow 5x + 10y = -21$

$$3x + 2y - \frac{3}{4} = \frac{7x + 5y}{2} \rightarrow 12x + 8y - 3 =$$

$= 14x + 10y \rightarrow -2x - 2y = 3$

Sistema equivalente:

$$\left.\begin{array}{r} 5x + 10y = -21 \\ -2x - 2y = 3 \end{array}\right\}$$

$5x + 10y = -21$

$\underline{-10x - 10y = 15}$

$$-5x = -6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$$

$10x + 20y = -42$

$\underline{-10x - 10y = 15}$

$$10y = -27 \rightarrow y = -\frac{27}{10}$$

Actividades finales

29. Una, infinitas o ninguna.

30. De las infinitas posibilidades que hay:

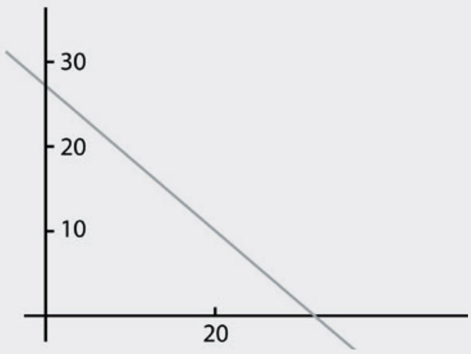
a) $2x - 9 = 1$

b) $x + 3 = 0$

c) $3x - 2 = 0$

31. Llamando x a la edad de Julia e y a la de Abel:

$x + y = 27$



32. a) $\frac{x}{5} + 2x = 16 - x$

$x = -2$

$-\frac{2}{5} - 4 = 16 + 2;\ \frac{-22}{5} \neq 18$

$x = 5$

$1 + 10 = 16 - 5;\ 11 = 11$

$x = \frac{-1}{2}$

$-\frac{1}{10} - 1 = 16 + \frac{1}{2};\ \frac{-11}{10} \neq \frac{33}{2}$

La solución es $x = 5$

b) $3x + 5 = 2 - 4(1 - 2x)$

$3x + 5 = 2 - 4 + 8x$

$3x + 5 = -2 + 8x$

$x = \frac{7}{5}$

$\frac{21}{5} + 5 = -2 + \frac{56}{5};\ \frac{46}{5} = \frac{46}{5}$

$x = 5$

$5 + 5 = -2 + 40;\ 20 \neq 38$

$x = \frac{-1}{5}$

$-\frac{3}{5} + 5 = -2 - \frac{8}{5};\ \frac{22}{5} \neq \frac{-18}{5}$

La solución es $x = \frac{7}{5}$

c) Resolviendo la ecuación obtenemos $x = 4$. Por lo tanto, ninguno de los valores propuestos es solución de la ecuación.

33. a) $-2x + 7 - 5x = x + 3$

$-2x - 5x - x = 3 - 7$

$-8x = -4 \ \rightarrow\ x = \frac{1}{2} \ \rightarrow$ Una solución

b) $2x - 3 + 4(3 - x) = -2x + 30$

$2x - 3 + 12 - 4x = -2x + 30$

$2x - 4x + 2x = 30 + 3 - 12$

$0x = 21 \ \rightarrow$ No tiene solución

c) $3(2x + 4) - x + 2 = 3x + 2(7 + x)$

$6x + 12 - x - 3x - 2x = 14 - 12 - 2$

$0x = 0 \ \rightarrow$ Infinitas soluciones

d) $5(x - 3) + 2 - 7x = 14$

$5x - 15 + 2 - 7x = 14$

$5x - 7x = 14 + 15 - 2$

$-2x = 27 \ \rightarrow\ x = -\frac{27}{2} \ \rightarrow$ Una solución

34. $\frac{a}{5} + \frac{1 - 6 \cdot \frac{1}{6}}{7} = 1$

$\frac{a}{5} + \frac{1 - 1}{7} = 1$

$\frac{a}{5} + \frac{0}{7} = 1$

$\frac{a}{5} = 1 \rightarrow a = 5$

35. a) $1 - \frac{2x - 5}{40} = x - \frac{4x - 7}{10} + \frac{2}{3}x$

m.c.m. $(40, 10, 3) = 120$

$120 - 3\,(2x - 5) = 120x - 12\,(4x - 7) + 40 \cdot 2x$

$120 - 6x + 15 = 120x - 48x + 84 + 80x$

$-6x - 120x + 48x - 80x = 84 - 120 - 15$

$-158x = -51 \ \rightarrow\ x = \frac{51}{158}$

b) $\frac{3}{4}(2x - 1) - \frac{4}{5}(x - 3) = \frac{1}{2}x - 2$

$\frac{6x}{4} - \frac{3}{4} - \frac{4}{5}x + \frac{12}{5} = \frac{1}{2}x - 2$

m.c.m. $(4, 5, 2) = 20$

$5 \cdot 6x - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 4x + 4 \cdot 12 = 10x - 40$

$30x - 15 - 16x + 48 = 10x - 40$

$30x - 16x - 10x = -40 + 15 - 48$

$4x = -73 \ \rightarrow\ x = -\frac{73}{4}$

c) $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}\right) + \frac{x}{4} = 1 - \frac{x - 2}{5}$

$$\frac{3}{8}x - \frac{1}{6} + \frac{x}{4} = 1 - \frac{x-2}{5}$$

m.c.m. (8, 6, 4, 5) = 120

$15 \cdot 3x - 20 + 30x = 120 - 24\,(x - 2)$

$45x - 20 + 30x = 120 - 24x + 48$

$45x + 30x + 24x = 120 + 48 + 20$

$99x = 188 \rightarrow x = \dfrac{188}{99}$

d) $\dfrac{5 + 2x}{3 + 4x} = \dfrac{1}{2}$

$5 + 2x)\,2 = (3 + 4x)\,1$

$10 + 4x = 3 + 4x$

$4x - 4x = 3 - 10$

$0x = -7$ = No tiene solución.

e) $3x - \left[\dfrac{1}{2} - \left[x - \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{x-2}{2}\right)\right] - \dfrac{x-1}{3}\right] =$

$= 1 - \dfrac{x}{4}$

$3x - \left[\dfrac{1}{2} - \left(x - \dfrac{1}{3} + \dfrac{x-2}{6}\right) - \dfrac{x-1}{3}\right] =$

$= 1 - \dfrac{x}{4}$

$3x - \left(\dfrac{1}{2} - x + \dfrac{1}{3} - \dfrac{x-2}{6} - \dfrac{x-1}{3}\right) =$

$= 1 - \dfrac{x}{4}$

$3x - \dfrac{1}{2} + x - \dfrac{1}{3} + \dfrac{x-2}{6} + \dfrac{x-1}{3} = 1 - \dfrac{x}{4}$

m.c.m. (2, 3, 6, 4) = 12

$36x - 6 + 12x - 4 + 2\,(x - 2) + 4\,(x - 1) = 12 - 3x$

$36x - 6 + 12x - 4 + 2x - 4 + 4x - 4 = 12 - 3x$

$36x + 12x + 2x + 4x + 3x = 12 + 6 + 4 + 4 + 4$

$57x = 30 \rightarrow x = \dfrac{10}{19}$

36. a) $x = \dfrac{8}{41}$

b) $x = \dfrac{20}{7}$

c) $x = \dfrac{-25}{3}$

d) $x = -\dfrac{84}{53}$

e) $x = \dfrac{12}{5}$

f) $x = 3$

37. $\dfrac{4x+3}{5} - \left(x - \dfrac{2x-2}{6}\right) = 4$

$\dfrac{4x+3}{5} - x + \dfrac{2x-2}{6} = 4$

m.c.m. (5, 6) = 30

$6\,(4x + 3) - 30x + 5\,(2x - 2) = 120$

$24x + 18 - 30x + 10x - 10 = 120$

$24x - 30x + 10x = 120 - 18 + 10$

$4x = 112 \rightarrow x = 28$

Comprobación:

$\dfrac{4 \cdot 28 + 3}{5} - \left(28 - \dfrac{2 \cdot 28 - 2}{6}\right) =$

$= 23 - (28 - 9) = 23 - 19 = 4$

No puede tener más soluciones diferentes de $x = 28$, puesto que, después de efectuar distintas transformaciones, se obtiene una ecuación del tipo $ax = b$ con $a \neq 0$.

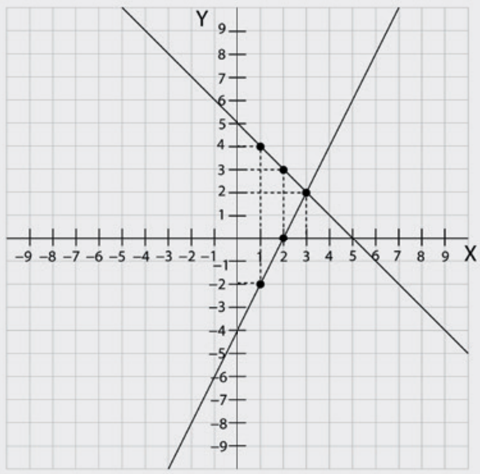
38. $x = \dfrac{23}{13}$

39. Una, infinitas o ninguna.

40. Es un sistema incompatible. No tiene solución.

41. $\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x - 4 &= y \end{aligned}\right\}$

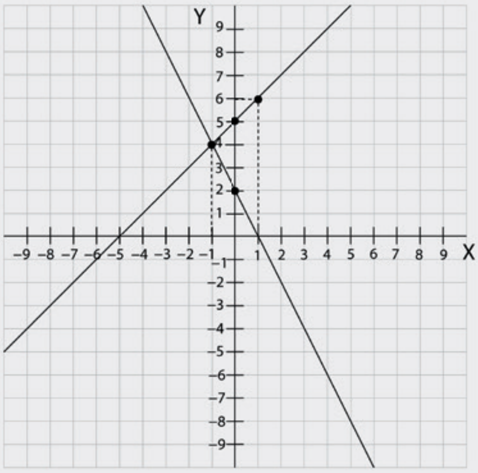
Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = 5 - x$	x	$y = 2x - 4$
1	4	1	–2
2	3	2	0
3	2	3	2



La solución del sistema es $x = 3$, $y = 2$.

42.

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = x + 5$	x	$y = 2x - 4$
–1	4	–1	4
0	5	0	2
1	6	1	0



La solución es $x = -1$, $y = 4$. Se trata de un sistema compatible determinado.

43. — Método de sustitución:

$2\,(2x - 2) = 4x + 5$

$4x - 4 = 4x + 5$

$0x = 9$

Esta ecuación no tiene solución.

— Método de igualación:

$$y = \frac{4x + 5}{2}$$

$$2x - 2 = \frac{4x + 5}{2}$$

$0x = 9$

Esta ecuación no tiene solución.

— Método de reducción:

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = 4 \\ \underline{-4x + 2y = 5} \\ 0x + 0y = 9 \end{array}$$

Esta ecuación no tiene solución.

44. — Método de sustitución:

$2\,(2x - 2) = 4x - 4$

$4x - 4 = 4x - 4$

$0x = 0$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones.

— Método de igualación:

$2y = 4x - 4 \quad \rightarrow \quad y = 2x - 2$

$2x - 2 = 2x - 2$

$0x = 0$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones.

— Método de reducción:

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = 4 \\ \underline{-4x - 2y = -4} \\ 0x + 0y = 0 \end{array}$$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones.

45. a) $x = \dfrac{-13 + 8y}{5}$

$$2\left(\frac{-13 + 8y}{5}\right) - 3y = -4$$

$y = 6$

$$x = \frac{-13 + 8 \cdot 6}{5} = 7$$

La solución es $x = 7$, $y = 6$.

b) $y = 2x$

$5x - 2x = -3$

$x = -1$

$y = 2 \cdot (-1) = -2$

La solución del sistema es $x = -1$, $y = -2$.

46. a) $x = \dfrac{7 - 4y}{7}$; $x = \dfrac{2 + y}{2}$

$$\frac{7 - 4y}{7} = \frac{2 + y}{2}$$

$-15y = 0$

$$y = \frac{0}{-15} = 0$$

$$x = \frac{7 - 4 \cdot 0}{7} = 1$$

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 0$.

b) $\left.\begin{array}{l} 2y = 7 - x \\ 2y = -6x - 8 \end{array}\right\}$

$7 - x = -6x - 8$

$x = -3$

$$y = \frac{7 - x}{2} = \frac{7 - (-3)}{2} = 5$$

La solución del sistema es $x = -3$, $y = 5$.

47. a) $2x + 3y = 1$

$-2x - 2y = 4$

$y = 5$

$$\begin{array}{l} -2x + 3y = 1 \\ \underline{-3x - 3y = 6} \\ -x \qquad = 7 \quad \rightarrow \quad x = -7 \end{array}$$

La solución del sistema es $x = -7$, $y = 5$.

b) $\left.\begin{array}{l} 4y = 3 + x \\ 10 = 3x + 7y \end{array}\right\}$

$$\begin{array}{r} 3x - 12y = -9 \\ \underline{-3x - \;\, 7y = -10} \\ -19y = -19 \end{array} \quad \rightarrow \quad y = 1$$

$$\begin{array}{l} -7x + 28y = 21 \\ \underline{-12x - 28y = -40} \\ -19x \qquad = -19 \end{array} \quad \rightarrow \quad x = 1$$

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 1$.

48. Respuesta sugerida:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 3 \\ x + y &= 5 \end{aligned}\right\}$$

49. a) $2x - y = 0$

$$\begin{array}{r} -2x - 6y = -14 \\ \hline -7y = -14 \end{array} \rightarrow \quad y = 2$$

$$\begin{array}{r} 6x - 3y = 0 \\ x + 3y = 7 \\ \hline 7x \quad\quad = 7 \end{array} \rightarrow \quad x = 1$$

La solución es $x = 1$, $y = 2$.

b) $9x + 6y = 21$

$$\begin{array}{r} -2x - 6y = -14 \\ \hline 7x \quad\quad = 7 \end{array} \rightarrow \quad x = 1$$

$$\begin{array}{r} 6x + 4y \;= 14 \\ -6x - 18y = -42 \\ \hline -14y = -28 \end{array} \rightarrow \quad y = 2$$

La solución es $x = 1$, $y = 2$.

Puesto que ambos sistemas tienen la misma solución, son equivalentes.

50. a)

$$\left.\begin{aligned} x + 3y &= \frac{2}{3} \\ \frac{x}{2} - 3y &= \frac{1}{3} \end{aligned}\right\}$$

Si sumamos las ecuaciones por reducción tenemos:

$$\frac{3x}{2} + 0y = \frac{3}{3}$$

$$\frac{3x}{2} = 1 \rightarrow \frac{2}{3}$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$\frac{\frac{2}{3}}{2} - 3y = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} - 3y = \frac{1}{3} \rightarrow y = 0$$

b)

$$\left.\begin{aligned} \frac{3x - 2y}{5} &= x \\ 2x - 5y &= y + 3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 3x - 2y &= 5x \\ 2x - 5y &= y + 3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} -2x - 2y &= 0 \\ 2x - 6y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

Sumando las expresiones:

$$-8y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{-8}$$

Y de la primera ecuación, obtenemos:

$$-2x - 2y = 0 \rightarrow -y = x \rightarrow x = \frac{3}{8}$$

c)

$$\left.\begin{aligned} 2x - \frac{y}{3} &= 2 - \frac{x}{7} \\ x + 3 &= \frac{x - 2y}{3} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{6x - y}{3} &= \frac{14 - x}{7} \\ 3x + 9 &= x - 2y \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 42x - 7y &= 42 - 3x \\ 2x + 2y &= -9 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 45x - 7y &= 42 \\ 2x + 2y &= -9 \end{aligned}\right\}$$

Multiplicamos la segunda expresión por 45 y la primera por 2:

$$\left.\begin{aligned} 90x - 14y &= 84 \\ -90x - 90y &= 405 \end{aligned}\right\}$$

Sumando:

$-104y = 489$

$$y = \frac{489}{-104}$$

De la segunda ecuación:

$$2x + 2\left(\frac{489}{-104}\right) = -9$$

$208x - 978 = -936$

$$x = \frac{42}{208} = \frac{21}{104}$$

d)

$$\left.\begin{aligned} 2x - 5y &= 1 \\ 6x - 10y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Multiplicando la primera por –2:

$$\left.\begin{aligned} -4x + 10y &= -2 \\ 6x - 10y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Sumando las expresiones:

$$2x = 5 \rightarrow \frac{5}{2}$$

Multiplicando la primera por –3:

$$\left.\begin{aligned} -6x + 15y &= -3 \\ 6x - 10y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Sumando obtenemos:

$$5y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{5}$$

e)

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}(x - 5) + \frac{1}{3}(y - 2) &= \frac{1}{6} \\ x - 5 &= y - 2 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{3(x-5)+2(y-2)}{6}=\dfrac{1}{6}\\ x-5=y-2\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}3x-15+2y-4=1\\ x-y=3\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}3x+2y=20\\ x-y=3\end{array}\right\}$$

Multiplicando la segunda por 2 y sumando, obtenemos:

$5x = 24$

$$x=\frac{24}{5}$$

Substituyendo en la segunda ecuación del principio tenemos:

$$\frac{24}{5}-y=3$$

$$y=\frac{24}{5}-3=\frac{11}{5}$$

f) $\left.\begin{array}{l}x+3=1\\ y+7=2\end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{l}x=-2\\ y=-5\end{array}\right\}$$

51. $\left.\begin{array}{l}x+y=6\\ x-y=-2\end{array}\right\}$

52. $y = 4 - x$

El sistema es incompatible.

53. Primera ecuación:

$$\frac{x}{2}-\frac{y+4}{2}+1=3x-3$$

$5x - y = -4$

Segunda ecuación:

$$3x-\frac{1-3y}{3}=1-2y$$

$9x + 9y = 4$

Sistema: $\left.\begin{array}{l}-5x-y=-4\\ 9x+9y=4\end{array}\right\}$

— Por reducción

$$\begin{array}{r}-45x-9y=-36\\ 9x+9y=4\\ \hline -36x\quad=-32\end{array}\ \rightarrow\ x=\frac{8}{9}$$

$$\begin{array}{r}-45x-9y=-36\\ 45x+45y=20\\ \hline 36y=-16\end{array}\ \rightarrow\ y=-\frac{4}{9}$$

La solución es $x=\dfrac{8}{9},\ y=-\dfrac{4}{9}$.

— Por sustitución:

$y = -5x + 4$

$9x + 9(-5x + 4) = 4$

$9x + 45x + 36 = 4$

$$-36x=-32\ \rightarrow\ x=\frac{8}{9}$$

$$y=-5\cdot\frac{8}{9}+4=\frac{-40}{9}+\frac{36}{9}=-\frac{4}{9}$$

Solución: $x=\dfrac{8}{9},\ y=-\dfrac{4}{9}$

— Por igualación:

$y = -5x + 4$

$$y=\frac{-9x+4}{9}$$

$$-5x+4=\frac{-9x+4}{9}$$

$-45x + 36 = -9x + 4$

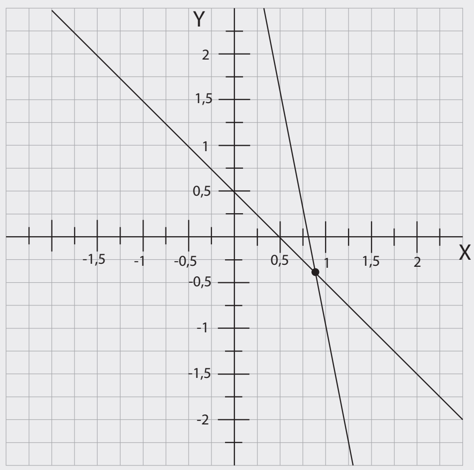
$$-36x=-32\rightarrow x=\frac{8}{9}$$

$$y=-5\cdot\frac{8}{9},\ y=-\frac{4}{9}$$

Solución: $x=\dfrac{8}{9},\ y=-\dfrac{4}{9}$

Método gráfico:

Primera ecuación		Segunda ecuació	
x	$y = -5x + 4$	y	$y=\dfrac{9x+4}{9}$
–1	9	–1	$\dfrac{13}{9}$
0	4	0	$\dfrac{4}{9}$
1	–1	1	$-\dfrac{5}{9}$



Solución: $x=\dfrac{8}{9},\ y=-\dfrac{4}{9}$

54. $2y - 4 = 2(x - 3)$

$y = x - 1$

a) $2y - 4 = 2(x - 3)$

55. a) $(y = 2x;\ y = 3 - x)$

b) $(y = 0{,}5x + 1;\ y = x - 3)$

56. $x \rightarrow$ Lado más pequeño

Lado mediano: $x + 2$

Lado grande: $x + 4$

$x + (x + 2) + (x + 4) = 15$

$x + x + 2 + x + 4 = 15$

$x + x + x = 15 - 2 - 4$

$3x = 9 \quad \rightarrow \quad x = 3$

La longitud de los lados del triángulo es 3 cm, 5 cm y 7 cm.

57. $x \rightarrow$ Número de gallinas

Número de conejos: $40 - x$

$2x + 4(40 - x) = 106$

$2x + 160 - 4x = 106$

$2x - 4x = 106 - 160$

$-2x = -54 \quad \rightarrow \quad x = 27$

$40 - x = 40 - 27 = 13$

En el corral hay 27 gallinas y 13 conejos.

58. $x \rightarrow$ Edad que tengo actualmente

Edad hace 2 años: $x - 2$

Edad al cabo de 6 años: $x + 6$

$3(x - 2) = 2(x + 6)$

$3x - 6 = 2x + 12$

$3x - 2x = 12 + 6$

$x = 18$

Mi edad actual es 18 años.

59. $x \rightarrow$ Número de monedas de 5 céntimos de euro

Número de monedas de 10 céntimos de euro: $15 - x$

$5x + 10(15 - x) = 140$

$5x + 150 - 10x = 140$

$5x - 10x = 140 - 150$

$-5x = -10 \quad \rightarrow \quad x = 2 \ = \ 15 - x = 15 - 2 = 13$

Tengo 2 monedas de 5 céntimos de euro y 13 monedas de 10 céntimos de euro.

60. Representamos con x la cifra de las decenas y con y la cifra de las unidades.

Las cifras suman 9: $x + y = 9$

La cifra de las unidades es el doble que la cifra de las decenas: $y = 2x$

Sistema: $\left.\begin{aligned} x + y &= 9 \\ y &= 2x \end{aligned}\right\}$

$x + 2x = 9$

$x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 2x = 2 \cdot 3 = 6$

El número buscado es el 36.

61. Representamos con x los kilogramos que debe mezclar de las golosinas que cuestan 4 €/kg y con y los kilogramos de las que cuestan 6 €/kg.

— Decide mezclarlas y venderlas a 5,4 €/kg.

$4x + 6y = 5{,}4(x + y)$

— Quiere preparar 5 kg.

$x + y = 5$

— Sistema:

$\left.\begin{aligned} 4x + 6y &= 5{,}4(x + y) \\ x + y &= 5 \end{aligned}\right\}$

$x = 5 - y$

$4(5 - y) + 6y = 5{,}4(5 - y + y)$

$y = 3{,}5 \quad \rightarrow \quad x = 5 - 3{,}5 = 1{,}5$

Tendrá que mezclar 1,5 kg de las golosinas que cuestan 4 €/kg con 3,5 kg de las que cuestan 6 €/kg.

62. Representamos con x el número de estantes y con y el número de productos químicos.

$8x = y$

$10(x - 1) = y$

$8x = 10(x - 1)$

$-2x = -10$

$x = 5 \quad \rightarrow \quad y = 8x = 8 \cdot 5 = 40$

El laboratorio dispone de 40 productos químicos.

63. $x \rightarrow$ Precio rotulador

Precio de 4 libretas: $6{,}7 - 3x$

Precio de 4 libretas: $2 \cdot 3{,}1 - 2x$

a) $6{,}7 - 3x = 2 \cdot 3{,}1 - 2x$

$6{,}7 - 3x = 6{,}2 - 2x$

$-3x + 2x = 6{,}2 - 6{,}7$

$-x = -0{,}5 \ \rightarrow \ x = 0{,}5 \ \rightarrow \ 0{,}5$ €

b) Precio de 4 libretas: $6{,}7 - 3x =$

$= 6{,}7 - 3 \cdot 0{,}5 = 5{,}2$

Precio de 1 libreta $\dfrac{5{,}2}{4} = 1{,}3 \ \rightarrow \ 1{,}3$ €

c) $2 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 1{,}3 = 1 + 2{,}6 = 3{,}6 \ \rightarrow \ 3{,}6$ €

64. Sean x las respuestas correctas, e y las no contestadas o incorrectas. Si planteamos el sistema tenemos:

$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 0{,}5x - 0{,}15y &= 15{,}25 \end{aligned}\right\}$

$\left.\begin{aligned} 0{,}15x + 0{,}15y &= 7{,}5 \\ 0{,}5x - 0{,}15y &= 15{,}25 \end{aligned}\right\}$

$0{,}65x = 22{,}75 \rightarrow x = \dfrac{22{,}75}{0{,}65} = 35$

$y = 50 - x = 50 - 35 = 15$

Se han contestado correctamente 35 preguntas.

65. Si x es el tiempo que tardan en encontrarse, se plantea la siguiente ecuación: $4{,}1x = 14 - 2{,}9x$. Se encuentran a las 2 horas de camino cuando han recorrido 8,2 km en un caso y 5,8 km en el otro.

66. x = Número de herederos

$2\,400x = 3\,000\,(x - 1)$

$2\,400x = 3\,000x - 3\,000$

$2\,400x - 3\,000x = -3\,000$

$-600x = -3\,000 \rightarrow x = 5$

5 herederos.

67. Representamos con x el precio de compra de la bicicleta y con y el del balón.

— Compra una bicicleta y un balón por 412 €.

$x + y = 412$

— Los vende por 448,6 €, y con la venta de la bicicleta gana un 9 % y con la del balón, un 5 %.

$1{,}09x + 1{,}05y = 448{,}6$

— Sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 412 \\ 1{,}09x + 1{,}05y &= 448{,}6 \end{aligned}\right\}$$

$y = 412 - x$

$1{,}09x + 1{,}05\,(412 - x) = 448{,}6$

$x = 400$

$y = 412 - 400 = 12$

La bicicleta costó 400 € y el balón, 12 €.

68. x = Número menor

Número mayor: $x + 1$

$$x + 1 + \frac{1}{2}x - 13 = \frac{1}{5}x + \frac{1}{11}(x + 1)$$

$$x + 1 + \frac{1}{2}x - 13 = \frac{1}{5}x + \frac{1}{11}x + \frac{1}{11}$$

m.c.m. (2, 5, 11) = 110

$110x + 110 + 55x - 1\,430 = 22x + 10x + 10$

$110x + 55x - 22x - 10x = 10 - 110 + 1\,430$

$133x = 1\,330 \rightarrow x = 10 \rightarrow x + 1 = 11$

Los dos números son 10 y 11.

69. $x \rightarrow$ Lado del cuadrado menor

Lado del cuadrado mayor: $2x + 3$

$4\,(2x + 3) - 46 = 4x$

$8x + 12 - 46 = 4x$

$8x - 4x = -12 + 46$

$4x = 34 \rightarrow x = 8{,}5 \rightarrow 2x + 3 = 2 \cdot 8{,}5 + 3 = 20$

La longitud de los lados de ambos cuadrados es 8,5 cm y 20 cm.

70. Representamos con x uno de los números y con y el otro número.

— Su suma es 32: $x + y = 32$

— Su cociente es 3: $\dfrac{x}{y} = 3$

— Sistema:
$$\left.\begin{aligned} x + y &= 32 \\ \frac{x}{y} &= 3 \end{aligned}\right\}$$

$x = 3y$

$3y + y = 32$

$y = 8$

$x = 3 \cdot 8 = 24$

Los números buscados son 24 y 8.

71. Si x es el número de bolígrafos válidos e y el número de bolígrafos defectuosos, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones: $x + y = 2450$; $0{,}4x - 0{,}5y =$ $= 860{,}3$. La solución es $x = 2317$ e $y = 133$.

72. Representamos con x la edad del hijo y con y la edad del padre.

— La edad del hijo es cuatro veces menor que la de su padre.

$x = \dfrac{y}{4}$

— Hace seis años la edad del hijo era siete veces menor que la de su padre.

$x - 6 = \dfrac{y - 6}{7}$

— Sistema:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{y}{4} \\ x - 6 &= \frac{y - 6}{7} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{y}{4} - 6 = \frac{y - 6}{7}$$

$y = 48$

$x = \dfrac{48}{4} = 12$

El hijo tiene 12 años y su padre, 48 años.

73. Llamemos x al número de gallinas e y al número de jaulas.

La primera expresión nos dice que si colocamos 6 gallinas por jaula, esto es $6y$, esta cantidad se corresponde al número de gallinas, x, excepto 2. Por lo tanto, la ecuación es:

$6y = x - 2$

Si planteamos la segunda, obtenemos:

$8y = x + 4$

Si resolvemos el sistema igualando las variables x, tenemos que:

$6y + 2 = 8y - 4 \rightarrow 6 = 2y \rightarrow y = 3$

Y, por lo tanto, el número de gallinas es de 20 y el número de jaulas 3.

74. Llamemos x a la cantidad de barriles de A e y a la cantidad de barriles de B.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 2000 \\ 105x + 80y = 2000 \cdot 95 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -80x - 80y = -160000 \\ 105x + 80y = 190000 \end{array}\right\}$$

$25x = 30000 \rightarrow x = \dfrac{30000}{25} = 1200$

$y = 2000 - 1200 \rightarrow y = 800$

Se han comprado 1 200 barriles de A y 800 barriles de B.

75. Tenemos que encontrar el tiempo t, tal que, $A(t) = B(t)$:

$3t = t + 250$

$2t = 250$

$t = 125$

Así, el ciclista A alcanza el ciclista B en 125 segundos.

b) Tenemos que calcular $A(125)$:

$A(125) = 3 \cdot 125 = 375$

Por lo tanto, el ciclista A había recorrido 375 metros cuando alcanzó al otro ciclista.

c) La carrera fue de 1 000 metros.

Así, para el ciclista A:

$1000 = 3t$

$t = \dfrac{1000}{3} = 333{,}3\ldots$

Para el ciclista B, tenemos:

$1000 = t + 250$

$t = 750$

El ciclista A demoró 333 segundos y el ciclista B se demoró 750 segundos para terminar la carrera.

76.

	Actualmente	Al cabo de 5 años
Cristina	$\dfrac{x+5}{5}$	$\dfrac{x+5}{5} + 5$
Hermana madre	x	$x + 5$
Madre	$x + 5$	$x + 10$

$$3\left(\frac{x+5}{5} + 5\right) = x + 10$$

$$\frac{3x+15}{5} + 15 = x + 10$$

$3x + 15 + 75 = 5x + 50$

$3x + 5x = 50 + 15 - 75$

$-2x = -40 \rightarrow x = 20 \rightarrow \dfrac{x+5}{5} = 5;\ x + 5 = 25$

Cristina tiene 5 años; su madre, 25 años, y su tía, 20 años.

77. Representamos con α el ángulo mayor y con β el ángulo menor.

Los ángulos son complementarios: $\alpha + \beta = 90°$

El ángulo mayor es 4 veces el ángulo menor, más 15°: $\alpha = 15 + 4\beta$

— Sistema: $\left.\begin{array}{l} \alpha + \beta \\ \alpha = 15 + 4\beta \end{array}\right\}$

$\alpha = 90° \rightarrow \beta$

$90° \rightarrow \beta = 15 + 4\beta$

$5\beta = 75$

$\beta = 15°$

$\alpha = 90° - 15° = 75°$

78. Representamos con x el ancho y con y la longitud del rectángulo original.

El perímetro es igual a 36 cm: $2x + 2y = 36$

Se incrementa al doble su ancho y se disminuye 5 cm su longitud, pero el perímetro sigue siendo el mismo:

$2 \cdot (2x) + 2 \cdot (y - 5) = 36$

Sistema: $\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 36 \\ 2 \cdot (2x) + 2 \cdot (y - 5) = 36 \end{array}\right\}$

$x + y = 18$

$x = 18 - y$

$4x + 2y - 10 = 36$

$4x + 2y = 46$

$2x + y = 23$

$2 \cdot (18 - y) + y = 23$

$36 - 2y + y = 23$

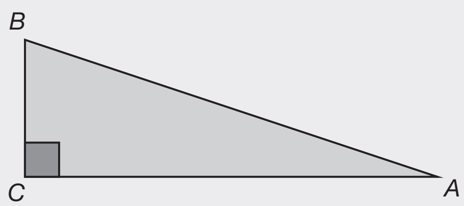
$y = 13$

$x = 18 - 13 = 5$

Por lo tanto, el área del rectángulo original es:

$A = x \cdot y = 5 \cdot 13 = 65 \text{ cm}^2$

79. Consideremos el siguiente triángulo rectángulo:



Consideremos también $\overline{BC} = \frac{5}{13}\overline{AB}$

Designemos $x = \overline{AB}$. Así, $\overline{BC} = \frac{5}{13}x$

Por el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

$$x^2 = \left(\frac{5}{13}x\right)^2 + \overline{CA}^2$$

$$x^2 = \frac{25}{169}x^2 + \overline{CA}^2$$

$$\overline{CA}^2 = x^2 - \frac{25}{169}x^2$$

$$\overline{CA}^2 = \frac{144}{169}x^2$$

$$\overline{CA} = \frac{12}{13}x$$

Tenemos que el perímetro del triángulo es 300 mm. Así,

$P(x) = 300$

$$x + \frac{5}{13}x + \frac{12}{13}x = 300$$

$13x + 5x + 12x = 3\,900$

$30x = 3\,900$

$$x = \frac{3\,900}{30} \rightarrow x = 130$$

Por lo tanto, la hipotenusa mide 130 mm.

Los catetos son:

$$\overline{BC} = \frac{5}{13} \cdot 130 = 50 \text{ mm}$$

$$\overline{CA} = \frac{12}{13} \cdot 130 = 120 \text{ mm}$$

Entonces, el área del triángulo es:

$$A = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{CA}}{2} = \frac{50 \cdot 120}{2} = 3000 \text{ mm}^2 = 30 \text{ cm}^2$$

80. La primera cifra es $x = 2$.

La segunda cifra es solución de la ecuación:

$$\frac{y}{2} + 0{,}2 = \frac{y}{5} + 1{,}4$$

$$\frac{y}{2} + \frac{2}{10} = \frac{y}{5} + \frac{14}{10}$$

$5y + 2 = 2y + 14$

$3y = 12$

$y = 4$

La tercera cifra es solución de la ecuación (con $x = 2$):

$$5 - \frac{2x - z}{2} = \frac{9}{2}$$

$$5 - \frac{2 \cdot 2 - z}{2} = \frac{9}{2}$$

$$5 - \frac{4 - z}{2} = \frac{9}{2}$$

$10 - 4 + z = 9$

$z = 3$

La cuarta cifra es (con $x = 2$):

$$t = \frac{3}{4}x^3 = \frac{3}{4} \cdot 2^3 = \frac{3}{4} \cdot 8 = 6$$

Por lo tanto, el código PIN de Pedro es 2 4 3 6.

81. Representamos con x el número de cuadriláteros y con y el número de pentágonos.

María dibujó en su cuaderno varios cuadriláteros y pentágonos en un total de 47 figuras planas:

$x + y = 47$

Un cuadrilátero tiene 2 diagonales y un pentágono tiene 5 diagonales. Había 136 diagonales en total:

$2x + 5y = 136$

— Sistema: $\left.\begin{aligned} x + y &= 47 \\ 2x + 5y &= 136 \end{aligned}\right\}$

$x = 47 - y$

$2 \cdot (47 - y) + 5y = 136$

$94 - 2y + 5y = 136$

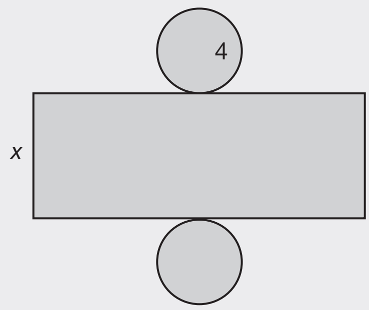
$3y = 42$

$y = 14$

$x = 47 - 14 = 33$

María dibujó 33 cuadriláteros y 14 pentágonos.

82. Consideremos el desarrollo plano del cilindro:



Necesitamos saber la longitud del rectángulo para calcular el área lateral del cilindro. Para saberlo tenemos que calcular el perímetro del círculo. Así:

$P_{\text{círculo}} = 2\pi r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$

Entonces, el área lateral es: $A_{\text{lateral}}(x) = 8\pi x$

El área total es: $A_{\text{total}} = 8\pi x + 2 \cdot A_{\text{círculo}}$

$A_{\text{total}} = 8\pi x + 2 \cdot 4^2\pi = 8\pi x + 32\pi$

Tenemos que resolver la siguiente ecuación:

$$A_{\text{lateral}} = \frac{3}{4} \cdot A_{\text{total}}$$

$$8\pi x = \frac{3}{4} \cdot (8\pi x + 32\pi)$$

$8\pi x = 6\pi x + 24\pi$

$8x = 6x + 24$

$2x = 24$

$x = 12$

83. Si x e y son las cifras del número entero xy que buscamos, planteamos el siguiente sistema de ecuaciones: $x + y = 11$; $10y + x = 2(10x + y - 20)$. El número inicial es 47.

84. Representamos con x la velocidad del barco y con y la velocidad de la corriente del río.

El barco navega 10 horas, contra la corriente del río, hasta Salamanca: $210 = (x - y) \cdot 10$

El barco navega 4,2 horas hasta Oporto:

$210 = (x + y) \cdot 4{,}2$

— Sistema: $\left.\begin{aligned} 210 &= (x - y) \cdot 10 \\ 210 &= (x + y) \cdot 4{,}2 \end{aligned}\right\}$

$21 = x - y$

$x = 21 + y$

$50 = x + y$

$50 = (21 + y) + y$

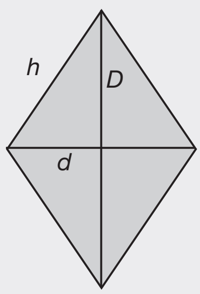
$29 = 2y$

$y = 14{,}5$

$x = 21 + 14{,}5 = 35{,}5$

Por lo tanto, el barco va a 35,5 km/h y la corriente del río Duero es de 14,5 km/h.

85. Representemos con D la diagonal mayor y con d la diagonal menor.



La diagonal mayor es igual a $\frac{5}{2}$ de su diagonal menor:

$$D = \frac{5}{2}d$$

La diagonal mayor excede 18 unidades de la diagonal menor: $D - d = 18$

— Sistema: $\left.\begin{aligned} D &= \frac{5}{2}d \\ D - d &= 18 \end{aligned}\right\}$

$$\frac{5}{2}d - d = 18$$

$$\frac{3}{2}d = 18$$

$$d = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12 \rightarrow D = \frac{5}{2} \cdot 12 = 30$$

Por el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$h^2 = \left(\frac{12}{2}\right)^2 + \left(\frac{30}{2}\right)^2$$

$h^2 = 6^2 + 15^2$

$h^2 = 36 + 225 = 261$

$h = 16{,}155...$

Así, el perímetro del rombo es $P = 4 \cdot 16{,}2 = 64{,}8$ unidades.

86. Representamos con x y con y las dos partes del dinero invertido en cada cuenta.

Lourdes invirtió 10 000 € en dos cuentas:

$x + y = 10\,000$

Una cantidad con un tipo de interés del 6% a 1 año y la otra con un tipo de interés del 5 % a 2 años y obtuvo 848 € de inversión:

$$\frac{6}{100} \cdot x \cdot 1 + \frac{5}{100} \cdot x \cdot 2 = 848$$

— Sistema: $\left.\begin{aligned} x + y &= 10\,000 \\ \frac{6}{100} \cdot x \cdot 1 + \frac{5}{100} \cdot x \cdot 2 &= 848 \end{aligned}\right\}$

$x = 10\,000 - y$

$$\frac{6}{100} \cdot (10\,000 - y) + \frac{10}{100}y = 848$$

$$\frac{60\,000}{100} - \frac{6}{100}y + \frac{10}{100}y = 848$$

$-6y + 10y = 84\,800 - 60\,000$

$4y = 24\,800$

$y = 6\,200$

$x = 10\,000 - 6\,200 = 3\,800$

Por lo tanto, Lourdes invirtió 3 800 € en una cuenta a 1 año y 6 200 en la otra a 2 años.

Pon a prueba tus competencias

1. a) Para conocer la puntuación de Diego hay que determinar el número de respuestas incorrectas, que se obtiene por la diferencia del número de preguntas realizadas y el de respuestas correctas. La puntuación obtenida por Diego es:

$6 \cdot 10 - 4 \cdot 5 = 40$

Por lo tanto, en ese momento, Susana, con 55 puntos, supera a Diego.

b) Representamos con x el número de respuestas correctas y con y el de incorrectas:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 10x - 5y = 55 \end{array}\right\}$$

Simplificamos la segunda ecuación dividiendo entre 5 todos sus términos:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 2x - y = 11 \end{array}\right\}$$

Resolvemos el sistema por el método de igualación:

$$\left.\begin{array}{l} x = 10 - y \\ x = \dfrac{11 + y}{2} \end{array}\right\} \rightarrow 10 - y = \frac{11 + y}{2}$$

$20 - 2y = 11 + y;\ y = 3$

Sustituimos este valor de y en la expresión de x inicial:

$x = 10 - y = 10 - 3 = 7$

La solución del sistema es: $x = 7$, $y = 3$. Susana ha respondido correctamente a 7 preguntas y ha fallado 3.

c) Después de la décima pregunta, la diferencia en el marcador es de 15 puntos y en las sucesivas preguntas esta diferencia se mantendrá o sufrirá una variación de 25 puntos. Por lo tanto, no es posible el empate después de la pregunta 16.

2.

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{2} + 120 = x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 120 = x$$

$3x + 2x + 720 = 6x;\ x = 720$

El consumo diario es de 720 L.

3.

$$\left.\begin{array}{r} 18{,}92 = x + 68y \\ 16{,}26 = x + 54y \end{array}\right\}$$

$$2{,}66 = 14\,y; \quad y = \frac{2{,}66}{14} = 0{,}19$$

$x = 18{,}92 - 68y = 18{,}92 - 12{,}92 = 6$

a) 6 €

b) 0,19 €/min

c) $6 + 120 \cdot 0{,}19 = 28{,}8$

Pagará 28,8 €.

4.

a) Planteamos y resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 420 \\ \dfrac{x}{9} + \dfrac{y}{12} = 38 \end{array}\right\} \rightarrow x = 108;\ y = 312$$

b) Para calcular el coste del trayecto:

$$38\,\cancel{L} \cdot 1{,}414\,\frac{€}{\cancel{L}} = 53{,}732\ €$$

c) $L = \dfrac{\text{km totales} \cdot \%}{100 \cdot \text{rendimiento ciudad}}$

Sustituimos los valores en la ecuación:

$$L = \frac{12\,000 \cdot 80}{100 \cdot 9} + \frac{12\,000 \cdot 20}{100 \cdot 12} =$$

$$= \frac{3\,800}{3} \approx 1266{,}667\ L$$