

Ecuaciones de segundo grado

- 1.** a) $2x^2 - \frac{x}{2} = 30$
 b) $x^2 + (x + 1)^2 = 265$
- 2.** $4^2 - 2 \cdot 4 - 8 = 0$; 4 es solución.
 $5^2 - 2 \cdot 5 - 8 = 7$; 5 no es solución.
 $(-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 8 = 16$; -4 no es solución.
- 3.** a) $2x^2 - 7x = x^2 + 5 - 7x$
 $2x^2 - x^2 - 7x + 7x - 5 = 0$
 $x^2 - 5 = 0 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado.
- b) $2x(1 - x) + 2 = x + 2$
 $2x - 2x^2 + 2 - x - 2 = 0$
 $-2x^2 + x = 0 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado.
- c) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 1 - 2x$
 $x^2 + 1 + 2x - x^2 - 1 + 2x - 1 + 2x = 0$
 $6x - 1 = 0 \rightarrow$ No es una ecuación de segundo grado.
- d) $3x(x - 2) + 5x(x - 3) = 4x$
 $3x^2 - 6x + 5x^2 - 15x - 4x = 0$
 $8x^2 - 25x = 0 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado.
- e) $4x\left(1 + \frac{x}{3}\right) - 2x = \frac{4}{3}x^2 + 2$
 $4x + \frac{4}{3}x^2 - 2x - \frac{4}{3}x^2 - 2 = 0$
 $2x = 0 \rightarrow$ No es una ecuación de segundo grado.
- 4.** a) $a = 1$; $b = -7$; $c = 8$. Ecuación completa.
 b) $(x - 3)^2 = 9$; $x^2 - 6x + 9 = 9$; $x^2 - 6x = 0$
 $a = 1$; $b = -6$; $c = 0$. Ecuación incompleta.
 c) $a = 1$; $b = 0$; $c = -3$. Ecuación incompleta.
 d) $3x(x - 2) + 5x(x - 3) = 2x$
 $3x^2 - 6x + 5x^2 - 15x = 2x$
 $3x^2 + 5x^2 - 6x - 15x - 2x = 0$
 $8x^2 - 23x = 0$
 $a = 8$; $b = -23$; $c = 0$. Ecuación incompleta.
- 5.** a) $x^2 - 2x = 3x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $a = 1$; $b = -5$; $c = 0$. Ecuación incompleta.
 b) $x + \frac{x^2}{2} = 40$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$a = 1$; $b = 2$; $c = -80$. Ecuación completa.

- 6.** a) $9x^2 = 0$
 $x^2 = 0$; $x = 0$
 b) $2x^2 + 5 = 5$
 $2x^2 = 0$; $x = 0$
- 7.** a) $x^2 + 25 = 650$
 $x^2 = 625$;
 $x = \sqrt{625} = \pm 25$
 b) $\frac{2}{9}x^2 + 2 = 0$
 $2x^2 + 18 = 0$
 $x^2 = \frac{-18}{2} = -9 \rightarrow$ No tiene solución.
- 8.** a) $x(x - 2) = 0$
 $x = 0$
 $x - 2 = 0$; $x = 2$
 b) $(x - 5)3x = 0$
 $x - 5 = 0$; $x = 5$
 $x = 0$
 c) $x(x + 8) = 0$
 $x = 0$
 $x + 8 = 0$; $x = -8$
 d) $x^2 + x = 0$; $x(x + 1) = 0$
 $x = 0$
 $x + 1 = 0$; $x = -1$
- 9.** a) $5x^2 - x = 4x$; $5x^2 - 5x = 0$; $5x(x - 1) = 0$
 $x = 0$
 $x - 1 = 0$; $x = 1$
 b) $\frac{7}{4}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$; $21x^2 + 8x = 0$;
 $x(21x + 8) = 0$
 $x = 0$
 $21x + 8 = 0$; $x = \frac{-8}{21}$
 c) $2x^2 - 5x = x^2 - 2x$; $2x^2 - 5x - x^2 + 2x = 0$
 $x^2 - 3x = 0$; $x(x - 3) = 0$
 $x = 0$
 $x - 3 = 0$; $x = 3$
 d) $\frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{5}x = 0$; $25x^2 - 6x = 0$;

$$x(25x - 6) = 0$$

$$x = 0$$

$$25x - 6 = 0; x = \frac{6}{25}$$

10. a) $7x^2 + 5 = 6 - 9x^2$

$$16x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{16} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{16}} = \pm \frac{1}{4}$$

b) $5 + 3x^2 = 5 - 2x^2$

$$5x^2 = 0; x^2 = 0; x = 0$$

c) $2x^2 + 12x = -4x^2$

$$6x^2 + 12x = 0$$

$$6x(x + 2) = 0$$

$$x = 0$$

$$x + 2 = 0; x = -2$$

d) $2x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}x$

$$6x^2 - x - x = 0; 6x^2 - 2x = 0$$

$$2x(3x - 1) = 0$$

$$x = 0$$

$$3x - 1 = 0; x = \frac{1}{3}$$

11. a) $7x^2 - 3x = 0$

$$x(7x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$7x - 3 = 0; x = \frac{3}{7}$$

b) $2x^2 - 4 = 0$

$$x^2 = 2; x = \pm\sqrt{2}$$

c) $2x^2 + 18x = 0$

$$2x(x + 9) = 0;$$

$$x = 0$$

$$x + 9 = 0; x = -9$$

d) $4x^2 - 1 = 0$

$$x^2 = \frac{1}{4}; x = \pm\frac{1}{2}$$

12. a) $x^2 + 2x - 15 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} = \begin{cases} -5 \\ 3 \end{cases}$$

b) $x^2 + 6x + 8 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{cases} -4 \\ -2 \end{cases}$$

c) $x^2 - 2x - 2 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} =$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \begin{cases} 1 + \sqrt{3} \approx 2,73 \\ 1 - \sqrt{3} \approx -0,73 \end{cases}$$

d) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18} = \frac{2}{3}$$

13. a) $a = 1, b = -3, c = 2$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

La ecuación tiene dos soluciones.

b) $a = 1, b = \frac{-13}{5}, c = \frac{2}{5}$

$$b^2 - 4ac = \frac{169}{25} - 4 \cdot 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{129}{25}$$

La ecuación tiene dos soluciones.

c) $a = 1, b = 5, c = 11$

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 25 - 44 = -19$$

La ecuación no tiene solución.

d) $a = 1, b = -6, c = 9$

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

La ecuación tiene una solución.

14. $a = 1, b = -8$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 64 - 4c = 4$$

$$60 = 4c \rightarrow c = \frac{60}{4} = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases}$$

15. Las soluciones son los puntos de corte de la función con el eje de abscisas.

a) $x = 1$ y $x = 5$

b) $x = -4$ y $x = 1$

c) $x = 2$ y $x = 3$

16. Respuesta gráfica.

— ...derecha..., ...m...,...izquierda..., ...m...

17. Respuesta abierta.

18. Actividad TIC.

19. Actividad TIC.

20. a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
 $x^2 = t \rightarrow t^2 - 13t + 36 = 0$
 $t = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} =$
 $= \frac{23 \pm 5}{2} \rightarrow t_1 = 9; t_2 = 4$
 $x^2 = 9 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3;$
 $x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$

b) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$
 $x^2 = t \rightarrow t^2 - 8t + 16 = 0$
 $t = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2} \rightarrow t = 4$
 $x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$

c) $2x^4 - 16x^2 + 13 = x^4 + 10x^2 - 12$
 $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$
 $x^2 = t \rightarrow t^2 - 26t + 25 = 0$
 $t = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2} =$
 $= \frac{26 \pm 24}{2} \rightarrow t_1 = 25, t_2 = 1$
 $x^2 = 25 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5;$
 $x^2 = 1 \rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1$

21. Representamos con x un lado del rectángulo. Si el perímetro es 20, el otro lado será $10 - x$.

$$x(10 - x) = 24$$

$$10x - x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2} = \begin{cases} 6 \\ 4 \end{cases}$$

Si un lado vale 6, el otro valdrá $10 - 6 = 4$.

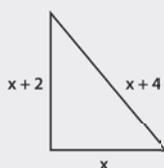
Si un lado vale 4, el otro valdrá $10 - 4 = 6$.

Las dos soluciones son equivalentes y las dimensiones son $6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$.

22. $x^2 - 2 = 14 \rightarrow x^2 = 16$
 $x = \sqrt{16} = 4$

Se trata del número 4.

23. Representamos con x el cateto menor.



Se cumplirá:

$$x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$$

$$x^2 + x^2 + 4 + 4x = x^2 + 16 + 8x$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{cases} 6 \\ -2 \end{cases}$$

Como x debe tener un valor positivo $\rightarrow x = 6$.

$$x + 2 = 6 + 2 = 8; x + 4 = 6 + 4 = 10$$

Los lados del triángulo miden 6 cm, 8 cm y 10 cm.

24. a) $x^2 - 4 = (x + 2) \cdot (x - 2)$

Hemos aplicado la igualdad notable:
 $(x + a) \cdot (x - a) = x^2 - a^2$

b) $x^2 - 9x = x(x - 9)$

Hemos extraído factor común x .

c) Los ceros del polinomio $x^2 - 8x - 9$ son 9 y -1 .

Así pues: $x^2 - 8x - 9 = (x - 9) \cdot (x + 1)$

d) Los ceros del polinomio $x^2 + 4x + 3$ son -1 y -3 .

Así pues: $x^2 + 4x + 3 = (x + 1) \cdot (x + 3)$

e) Los ceros del polinomio $2x^2 - 9x + 4$ son 4 y $\frac{1}{2}$.

Así pues: $2x^2 - 9x + 4 = 2(x - 4) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$

f) Los ceros del polinomio $2x^2 + 15x + 25$ son $-\frac{5}{2}$

y -5 . Así pues:

$$2x^2 + 15x + 25 = 2\left(x + \frac{5}{2}\right) \cdot (x + 5)$$

25. La ecuación de segundo grado $x^2 - 2x + 5 = 0$ no tiene solución, puesto que el discriminante es negativo. Así pues, el polinomio $x^2 - 2x + 5$ no puede descomponerse en factores.

26. a) $(x + 5) \cdot (x + 2) = x^2 + 7x + 10$

b) $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

27. Las soluciones de la ecuación $2x^2 + 5x + 3 = 0$ son -1 y $-\frac{3}{2}$.

Así pues: $2x^2 + 5x + 3 = 2(x + 1) \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$

Actividades finales

- 28.** Sí. Las dos ecuaciones son equivalentes porque la primera se obtiene al multiplicar por 2 todos los términos de la segunda.

$$2x^2 - 10x + 12 = 2(x^2 - 5x + 6)$$

29. a) $3x^2 - 5x + 3 = 0$

b) $\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{3}x - 6 = 0$

c) $\sqrt{2}x^2 - 5x - 1 = 0$

d) $x(2 - x) = 3 \cdot 5$; $2x - x^2 = 15$; $-x^2 + 2x - 15 = 0$

30. a) $x^2 - x = x^2 - 3$; $-x + 3 = 0$

No es de segundo grado.

b) $x^3 + 3x^2 = 7$; $x^3 + 3x^2 - 7 = 0$

No es de segundo grado.

c) $x^2 - 6x + 9 = 4$; $x^2 - 6x + 5 = 0$

Es de segundo grado con una incógnita.

d) $2x^2 + 10x = \frac{7}{3} + 4x$; $2x^2 + 6x - \frac{7}{3} = 0$

Es de segundo grado con una incógnita.

e) $x^2 - 9 = \frac{1}{5}x$; $x^2 - \frac{1}{5}x - 9 = 0$

Es de segundo grado con una incógnita.

f) $(x - 3)x = -\frac{2}{5}y$

Es una ecuación con dos incógnitas.

31. a) Falsa. Las ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$, con

$$\frac{-c}{a} < 0 \text{ no tienen solución.}$$

b) Verdadera.

c) Falsa. Las ecuaciones incompletas del tipo $ax^2 + bx = 0$ y $ax^2 + c = 0$ también pueden tener dos soluciones.

32. Respuesta abierta.

33. a) $a = 2$, $b = -1$, $c = -3$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25$$

La ecuación tiene dos soluciones.

b) $a = 9$, $b = 6$, $c = 1$

$$b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 36 - 36 = 0$$

La ecuación tiene una solución.

c) $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$$

La ecuación no tiene solución.

d) $a = 1$, $b = 3$, $c = 2$

$$b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

La ecuación tiene dos soluciones.

34. Son de la forma $ax^2 + c = 0$, donde $\frac{-c}{a} > 0$.

35. Una única solución.

36. $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

37. a) $x - 2 = 9$; $x = 11$

b) $x = 0$

$$2x - 5 = 0; x = \frac{5}{2}$$

$$x - 4 = 0; x = 4$$

c) $x - 3 = 0$; $x = 3$

$$x + 4 = 0; x = -4$$

d) $x - 1 = 0$; $x = 1$

38. Las soluciones son $x = a$ y $x = b$, puesto que resolvemos cada una por separado.

39. a) $x^2 + 4x + 4 - 2x - 2 = 10$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -4 \end{array} \right.$$

b) $9x^2 = 4x^2 + 4x + 1 + x^2 - 2x + 1$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4} = \left\langle \begin{array}{l} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

c) $x^2 - 2x + 1 + x^2 = 8x + 1$

$$2x^2 - 10x = 0$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \end{array} \right.$$

d) $4x^2 + 12x + 9 = x^2 + 26x + 1$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8}}{2 \cdot 3} = \frac{14 \pm 10}{6} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

e) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{12 \pm 0}{8} = \frac{3}{2}$$

40. a) $\frac{x^2 - 4}{3} = 4; x^2 - 4 = 12$

$$x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4$$

b) $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} = \frac{x}{4}$

$$12 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} \right) = 12 \left(\frac{x}{4} \right)$$

$$6x^2 + 4x = 3x$$

$$6x^2 + x = 0$$

$$x(6x + 1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ y } 6x + 1 = 0 \rightarrow 6x = -1 \rightarrow$$

$$x = \frac{-1}{6}$$

c) $\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{x + 1}{3} - \frac{x}{2}$

$$12 \left(\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{x^2}{4} \right) = 12 \left(\frac{x + 1}{3} - \frac{x}{2} \right)$$

$$6x^2 - 12 - 3x^2 = 4x + 4 - 6x$$

$$3x^2 + 2x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{6} = \frac{-2 \pm 14}{6} = \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -\frac{8}{3} \end{array} \right.$$

d) $\frac{x^2}{5} = \frac{x}{3}; 3x^2 = 5x; 3x^2 - 5x = 0$

$$x(3x - 5) = 0 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ 3x - 5 = 0 \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

e) $\frac{x + 1}{3} - \frac{x^2}{4} = \frac{1}{2}$

$$12 \left(\frac{x + 1}{3} - \frac{x^2}{4} \right) = 12 \cdot \frac{1}{2}$$

$$4(x + 1) - 3x^2 = 6$$

$$4x + 4 - 3x^2 - 6 = 0$$

$$-3x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{-6} = \frac{-4 \pm \sqrt{-8}}{-6}$$

La ecuación no tiene solución.

f) $\frac{x(x - 1)}{8} + \frac{8x - 15}{12} = 0$

$$24 \left(\frac{x(x - 1)}{8} + \frac{8x - 15}{12} \right) = 0$$

$$3x(x - 1) + 2(8x - 15) = 0$$

$$3x^2 - 3x + 16x - 30 = 0$$

$$3x^2 + 13x - 30 = 0$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-30)}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{-13 \pm 23}{6} = \left\langle \begin{array}{l} -6 \\ \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

41. Actividad TIC.

42. a) $\frac{x^2}{2} - \frac{2x}{3} = 0$

$$x \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{3} \right) = 0$$

$$x = 0; \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{3} \right) = 0$$

$$\left(\frac{3x - 4}{6} \right) = 0$$

Las soluciones son $x = 0$ y $x = \frac{4}{3}$

b) $\frac{2}{3}x^2 - 5x = \frac{3x^2}{2} - \frac{x}{5}$

$$\frac{2x^2 - 15}{3} = \frac{15x^2 - 2x}{10}$$

$$20x^2 - 150x = 45x^2 - 6x$$

$$0 = 25x^2 + 144x$$

$$0 = (25x + 144)x$$

De donde $x = 0$ y $x = -\frac{144}{25}$

c) $x^2 - 3x + 5 = x^2 + \frac{1}{2} - \frac{2x}{3}$

$$x^2 - 3x + 5 = \frac{6x^2 + 3 - 4x}{6}$$

$$6x^2 - 18x + 30 = 6x^2 + 3 - 4x$$

$$27 = 14x$$

$$x = \frac{27}{14}$$

d) $\frac{3x^2 + 1}{3} = \frac{2x^2 - 5x + 8}{2}$

$$6x^2 + 2 = 6x^2 - 15x + 24$$

$$15x = 22$$

$$x = \frac{22}{15}$$

43. a) $\frac{x(x+3)}{2} - 3\frac{(x+2)}{5} = \frac{2-x}{3}$

$$\frac{15x^2 + 45x}{30} - \frac{18x + 36}{30} = \frac{20 - 10x}{30}$$

$$15x^2 + 45x - 18x - 36 = 20 - 10x$$

$$15x^2 + 37x - 56 = 0$$

$$x = \frac{-37 \pm \sqrt{(37)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-56)}}{2 \cdot 15} =$$

$$= \frac{-37 \pm \sqrt{4729}}{30}$$

b) $(2x - 5)^2 = (x + 2)(x - 1)$

$$4x^2 - 20x + 25 = x^2 + x - 2$$

$$3x^2 - 21x + 27 = 0$$

$$x^2 - 7x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}$$

c) $(x - 3)(2x - 1) = x(3x - 5)$

$$2x^2 - 7x + 3 = 3x^2 - 5x$$

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 4}{2} =$$

$$= \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

d) $x\left(\frac{2x-7}{3}\right) = \frac{2}{5}x$

$$5(2x^2 - 7x) = 6x$$

$$10x^2 - 35x = 6x$$

$$10x^2 - 41x = 0$$

$$x(10x - 41) = 0$$

$$x = 0; (10x - 41) = 0$$

$$x = 0; x = \frac{41}{10}$$

e) $\frac{2x-5}{3} = x(x-3) + 7$

$$2x - 5 = 3x^2 - 9x + 21$$

$$0 = 3x^2 - 11x + 26$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 26}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{-191}}{6}$$

No tiene solución real.

f) $x^2 = \left(\frac{x+3}{2}\right)^2$

$$x^2 = \left(\frac{x^2 + 6x + 9}{4}\right)$$

$$4x^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$0 = -3x^2 + 6x + 9$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 9}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-6 \pm \sqrt{144}}{-6} =$$

$$= \frac{-6 \pm 12}{-6}$$

$$x_1 = \frac{-6 - 12}{-6} = 3$$

$$x_2 = \frac{-6 + 12}{-6} = -1$$

44. La expresión general de una ecuación cuadrática es: $ax^2 + bx + c = 0$

a) La gráfica corta el eje OY en el punto (0, -2):
 $c = -2 \rightarrow ax^2 + bx - 2 = 0$.

Y corta el eje OX en los puntos (-1, 0) y (2, 0):

$$\left. \begin{aligned} a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 2 &= 0 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} a - b - 2 &= 0 \\ 4a + 2b - 2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow a = 1, b = -1$$

La ecuación cuadrática es: $y = x^2 - x - 2 = 0$ y la función correspondiente es: $y = x^2 - x - 2$.

b) La gráfica corta el eje OY en el punto (0, -1):
 $c = -1 \rightarrow ax^2 + bx - 1 = 0$.

Y corta el eje OX en los puntos (1, 0) y (-2, 0):

$$\left. \begin{aligned} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 &= 0 \\ a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} a + b - 1 &= 0 \\ 4a - 2b - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

La ecuación cuadrática es:

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1 = 0$$

y la función correspondiente es:

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1.$$

45. a) $x^3 = t$; b) $x^4 = t$

46. $\frac{2x + 4}{x + 2} = \frac{3x + 2}{2x - 2}$

$$(2x + 4)(2x - 2) = (x + 2)(3x + 2)$$

$$4x^2 - 4x + 8x - 8 = 3x^2 + 2x + 6x + 4$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{cases} 6 \\ -2 \end{cases}$$

Las soluciones son 6 y -2.

47. $x^6 - 35x^3 + 216 = 0$

Si hacemos el cambio $x^3 = y$

$$y^2 - 35y + 216 = 0$$

$$y = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 864}}{2} = \frac{35 \pm 19}{2} = \begin{cases} 27 \\ 8 \end{cases}$$

$$x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

$$x^3 = 8 \rightarrow x = 2$$

Las soluciones son 3 y 2.

48. x representa el número.

$$x + x^2 = 2x$$

$$x + x^2 - 2x = 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0 \rightarrow x = 0; x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Se trata del número 0 o bien del número 1.

49. x representa el menor de los números naturales.

$$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2 + (x + 4)^2$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 =$$

$$= x^2 + 6x + 9 + x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 80}}{2} = \frac{8 \pm 12}{2} = \begin{cases} 10 \\ -2 \end{cases}$$

Los números son 10, 11, 12, 13 y 14.

50. x representa el número.

$$x \cdot 3(x + 1) = 168$$

$$x(x + 1) = 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 224}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2} = \begin{cases} 7 \\ -8 \end{cases}$$

El número es 7.

51. x representa uno de los números.

$$x(23 - x) = 120$$

$$23x - x^2 = 120$$

$$x^2 - 23x + 120 = 0$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 480}}{2} = \frac{23 \pm 7}{2} = \begin{cases} 15 \\ 8 \end{cases}$$

Si un número vale 15, el otro valdrá $23 - 15 = 8$.

Si un número vale 8, el otro valdrá $23 - 8 = 15$.

Las dos soluciones son equivalentes.

Los números son 15 y 8.

52. Los números se representan con x y x + 1.

$$x(x + 1) = 4160$$

$$x^2 + x = 4160$$

$$x^2 + x - 4160 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 16640}}{2} = \frac{-1 \pm 129}{2} = \begin{cases} 64 \\ -65 \end{cases}$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 64$.

Los números son 64 y 65.

53. x representa el lado del cuadrado.

$$x^2 + x^2 = 10^2$$

$$2x^2 = 100 \rightarrow x^2 = 50 \rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$$

El lado del cuadrado mide $5\sqrt{2}$ cm.

54. Representamos con x el número.

$$x + (x - 1)^2 = 7$$

$$x + x^2 + 1 - 2x = 7$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

El número puede ser 3 o -2.

55. Representamos con x el lado del cuadrado.

$$(x + 3)^2 - x^2 = 21$$

$$x^2 + 6x + 9 - x^2 = 21$$

$$6x = 12 \rightarrow x = 2$$

$$P = 4x = 8$$

El perímetro mide 8 cm.

- 56.** Representamos con x , $x + 1$ y $x + 2$ los lados del triángulo.

Por ser triángulo rectángulo cumplirá:

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Como x debe tener un valor positivo $\rightarrow x = 3$.

Los lados son 3, 4 y 5.

- 57.** Representamos con $2x$ y $2x + 2$ los dos números pares consecutivos.

$$2x(2x + 2) = 80$$

$$4x^2 + 4x - 80 = 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} = \begin{cases} -5 \\ 4 \end{cases}$$

Para el valor $x = -5$ tenemos -10 y -8 . Para $x = 4$ tenemos 8 y 10 .

- 58.** Representamos con x el lado menor del triángulo.

Lado mediano $\rightarrow x + 4$

Lado mayor $\rightarrow x + 8$

$$(x + 8)^2 = (x + 4)^2 + x^2$$

$$x^2 + 16x + 64 = x^2 + 8x + 16 + x^2$$

$$x^2 + 16x + 64 - x^2 - 8x - 16 - x^2 = 0$$

$$-x^2 + 8x + 48 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 48}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 \pm 16}{-2} = \begin{cases} -4 \\ 12 \end{cases}$$

Como x debe tener un valor positivo $\rightarrow x = 12$.

$$x + 4 = 12 + 4 = 16$$

$$x + 8 = 12 + 8 = 20$$

Los tres lados del triángulo miden 12 cm, 16 cm y 20 cm, respectivamente.

- 59.** x representa el número natural.

$$x(x + 1) = 6(x + x + 1) + 6$$

$$x^2 + x = 6x + 6x + 6 + 6$$

$$x^2 - 11x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{11 \pm 13}{2} = \begin{cases} -1 \\ 12 \end{cases}$$

El número natural es 12.

- 60.** Representamos con x la longitud de la base del triángulo.

Altura del triángulo $\rightarrow x + 2$

$$\frac{(x + 2) \cdot x}{2} = 84$$

$$x^2 + 2x - 168 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-168)}}{2} = \frac{-2 \pm 26}{2} = \begin{cases} -14 \\ 12 \end{cases}$$

Como la longitud de la base del triángulo ha de ser positiva, descartamos la solución negativa. Así pues, la base del triángulo mide 12 cm.

- 61.** Representamos con x el número.

$$D = d \cdot c + r$$

$$256 = x(x + 2) + 1$$

$$256 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 + 2x - 255 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 1020}}{2} = \frac{-2 \pm 32}{2} = \begin{cases} -17 \\ 15 \end{cases}$$

El número es 15.

- 62.** Representamos con x y con $\frac{3}{4}x$ los lados del rectángulo.

$$x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = 40^2$$

$$x^2 + \frac{9x^2}{16} = 1600$$

$$16x^2 + 9x^2 = 25600$$

$$25x^2 = 25600 \rightarrow x^2 = \frac{25600}{25} = 1024$$

$$x = \sqrt{1024} = \pm 32$$

Como x debe tener un valor positivo $\rightarrow x = 32$.

$$\frac{3}{4}32 = 24$$

Los lados son 32 m y 24 m.

- 63.** Representamos con n el número de lados del polígono.

$$170 = \frac{n(n - 3)}{2} = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$$n^2 - 3n - 340 = 0$$

$$n = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 1360}}{2} = \frac{3 \pm 37}{2} = \begin{cases} 20 \\ -17 \end{cases}$$

El polígono tiene 20 lados.

- 64.** Representamos con x el número.

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 4$$

$$16x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 192}}{32} = \frac{8 \pm 16}{32} = \begin{cases} \frac{24}{32} = \frac{3}{4} \\ \frac{-8}{32} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

Los números son $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{4}$.

- 65.** Los números se representan con x y $x - 8$.

$$\frac{1}{x-8} - \frac{1}{x} = \frac{2}{77}$$

$$77x - 77(x-8) = 2x(x-8)$$

$$77x - 77x + 616 = 2x^2 - 16x$$

$$2x^2 - 16x - 616 = 0$$

$$x^2 - 8x - 308 = 0$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 22$.

$$x - 8 = 22 - 8 = 14$$

Los números son 22 y 14.

- 66.** $25 + 30x + 5x \cdot x = 300$

$$25 + 30x + 5x^2 - 300 = 0$$

$$5x^2 + 30x - 275 = 0$$

$$x^2 + 6x - 55 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 220}}{2} = \frac{-6 \pm 16}{2} = \begin{cases} 5 \\ -11 \end{cases}$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 5$.

El valor de x es 5.

- 67.** Cada amigo saluda al resto, es decir, a 5 personas. El número total de saludos, $6 \cdot 5 = 30$, hay que dividirlo por dos, puesto que en cada saludo intervienen dos personas.

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Se habrán dado 15 saludos.

— En general, si llamamos s al total de saludos, tendremos:

$$s = \frac{x(x-1)}{2}$$

$$x^2 - x - 2s = 0$$

- 68.** Representamos con x el ancho de la pista. El largo será $43 - x$.

$$x(43 - x) = 420$$

$$43x - x^2 = 420$$

$$x^2 - 43x + 420 = 0$$

$$x = \frac{43 \pm \sqrt{1849 - 1680}}{2} = \frac{43 \pm 13}{2} = \begin{cases} 28 \\ 15 \end{cases}$$

Si el ancho vale 28, el largo valdrá $43 - 28 = 15$.

Si el ancho vale 15, el largo valdrá $43 - 15 = 28$.

Las dos soluciones son equivalentes y las dimensiones son $28 \text{ m} \cdot 15 \text{ m}$.

- 69.** Representamos con x el número de alumnos asistentes.

$$\frac{x(x-1)}{2} = 300$$

$$x^2 - x = 600$$

$$x^2 - x - 600 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{2} = \frac{1 \pm 49}{2} = \begin{cases} 25 \\ -24 \end{cases}$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 25$.

El número de asistentes es 25.

- 70.** Sea x el lado menor.

$$x(x+2) = 20$$

$$x^2 + 2x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{84}}{2}$$

La solución positiva es $x = 3,58$.

El lado menor mide 3,58 m y el lado mayor 5,58 m.

- 71.** $(6x)^2 + (5x + 6)^2 = (8x + 4)^2$

$$36x^2 + 25x^2 + 60x + 36 = 64x^2 + 64x + 16$$

$$36x^2 + 25x^2 + 60x + 36 - 64x^2 - 64x - 16 = 0$$

$$-3x^2 - 4x + 20 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{-6} = \frac{4 \pm 16}{-6} = \begin{cases} -\frac{10}{3} \\ 2 \end{cases}$$

$$6x = 6 \cdot 2 = 12$$

$$5x + 6 = 5 \cdot 2 + 6 = 16$$

$$8x + 4 = 8 \cdot 2 + 4 = 20$$

Los lados del triángulo rectángulo miden 12 m, 16 m y 20 m.

72. Representamos con x el cociente de la división.

Divisor $\rightarrow 3x$

Resto $\rightarrow 2x$

$$261 = (3x \cdot x) + 2x \rightarrow -3x^2 - 2x + 261 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 3132}}{-6} = \frac{2 \pm 56}{-6} = \left\langle \begin{array}{l} -\frac{29}{3} \\ 9 \end{array} \right.$$

El cociente de la división es 9.

73. Respuesta abierta.

74. Llamamos x a la anchura inicial del rectángulo.

La longitud inicial es $4x$.

Las dimensiones correspondientes de la ampliación serán:

$$(x + 3) \cdot (4x + 4) = 21$$

Resolvemos la ecuación:

$$4x^2 + 16x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 4 \cdot (-9)}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{400}}{8} = \frac{-16 \pm 20}{8}$$

La solución positiva es $x = 0,5$.

Así, las medidas iniciales eran $0,5 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$, y las nuevas dimensiones:

$$0,5 + 3 = 3,5 \text{ m}$$

$$2 + 4 = 6 \text{ m}$$

75. Llamemos x a la cantidad de montones y de monedas.

Si hacemos x montones de x monedas de $0,50 \text{ €}$ cada uno, tenemos que:

$$0,50x \cdot x = 200$$

$$x^2 = \frac{200}{0,5} = 400$$

$$x = \sqrt{400} = 20$$

Cada montón tendrá 20 monedas, y habrá 20 montones.

76. Si x es el lado del cuadrado, tenemos que:

$$(x + 10)^2 = x^2 + 200$$

$$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 200$$

$$20x + 100 = 200$$

$20x = 100$. Donde x vale 5 m en el cuadrado original y 15 m en el más grande.

77. Para cada número de la primera rueda, si son iguales, existe la misma cantidad de posibilidades en la segunda, esto es $x \cdot x$, por lo tanto, $x^2 = 25$, quiere decir que cada rueda tiene 5 números. Si queremos 100 combinaciones, tendrán 10 números.

78. Si el espejo es cuadrado tenemos que $x^2 = 64$, donde $x = 8$, más los 5 centímetros de margen por ambos lados, tenemos que los listones del marco han de medir 18 cm, ya que 5 cm nos sobran por cada lado.

79. Si calculamos la superficie total pintada tenemos que:

$$A = x(x + 5)$$

Si multiplicamos los metros cuadrados de superficie por la cantidad de pintura tendríamos que obtener 20 kg.

$$(x^2 + 5x) \cdot 1,5 = 20$$

$$1,5x^2 + 7,5x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-7,5 \pm \sqrt{7,5^2 - 4 \cdot (-20) \cdot 1,5}}{2 \cdot 1,5} =$$

$$= \frac{-7,5 \pm \sqrt{176,25}}{3}$$

La solución positiva es $x = 1,92$.

Las dimensiones son $1,92 \text{ m} \cdot 6,92 \text{ m}$.

80. Representamos con x el radio del círculo menor.

Radio del círculo mayor: $6 - x$.

$$\pi x^2 = \frac{1}{4} \pi (6 - x)^2$$

$$x^2 = \frac{1}{4} (6 - x)^2$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} = \left\langle \begin{array}{l} -6 \\ 2 \end{array} \right.$$

Como x debe ser un número positivo $\rightarrow x = 2$.

$$6 - x = 6 - 2 = 4$$

El radio del círculo menor es de 2 cm y el del círculo mayor, de 4 cm.

81. Las cifras que forman la edad son x y $13 - x$.

$$(13 - x)^2 + 3x = 10x + (13 - x)$$

$$169 - 26x + x^2 + 3x = 10x + 13 - x$$

$$x^2 - 32x + 1560 = 0$$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 624}}{2} = \frac{32 \pm 20}{2} = \left\langle \begin{array}{l} 26 \\ 6 \end{array} \right.$$

Solo es válida la solución 6.

$$13 - x = 13 - 6 = 7$$

La edad es 67 años.

- 82.** Si x es el primer número de la serie, entonces los consecutivos son $x + 2$ y $x + 4$. Por lo tanto:

$$x^2 + (x + 2)^2 + (x + 4)^2 = 596$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 8x + 16 = 596$$

$$3x^2 + 12x - 576 = 0$$

Las soluciones son 12 y -16 . Por lo tanto, los números pueden ser 12, 14, 16 o bien -16 , -14 y -12 .

- 83.** Representamos con x el tiempo que tarda en llenarse la piscina.

La parte de la piscina que se llena en una hora con la grieta reparada es $\frac{1}{x}$.

La parte de la piscina que se vacía en una hora sin reparar la grieta es $\frac{1}{x + 1}$.

La parte de la piscina que se llena en una hora es $\frac{1}{12}$.

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{12}$$

$$12(x + 1) - 12x = x(x + 1)$$

$$12x + 12 - 12x = x^2 + x$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

Como x debe tener un valor positivo $\rightarrow x = 3$.

Se llenará en 3 horas.

- 84.** La superficie total del terreno es:

$$120 \text{ m} \cdot 200 \text{ m} = 24000 \text{ m}^2$$

$$24000 - (200 - 2x)(120 - 2x) = 6000$$

$$6000 - (6000 - 100x - 60x + x^2) = 1500$$

$$x^2 - 160x + 1500 = 0$$

$$x = \frac{160 \pm \sqrt{25600 - 6000}}{2} = \frac{160 \pm 140}{2} = \begin{cases} 150 \\ 10 \end{cases}$$

x no puede ser 150.

La anchura del pasillo es 10 m.

- 85.** Las cifras que forman el número son x y $12 - x$.

$$x^2 + (12 - x)^2 = 80$$

$$x^2 + 144 - 24x + x^2 = 80$$

$$2x^2 - 24x + 64 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 128}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} = \begin{cases} 8 \\ 4 \end{cases}$$

Para $x = 8$, $12 - x = 4$.

Para $x = 4$, $12 - x = 8$.

El número puede ser 48 o 84.

- 86.** Representamos con x la edad actual de Sara.

$$x + \frac{x^2}{2} = 1300$$

$$2x + x^2 = 2600$$

$$x^2 + 2x - 2600 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 10400}}{2} = \frac{-2 \pm 102}{2} = \begin{cases} 50 \\ -52 \end{cases}$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 50$.

$$x + 4 = 54$$

Sara tendrá 54 años.

- 87.** Representamos con r el radio del círculo.

$$\pi(r + 1)^2 = 4\pi r^2$$

$$r^2 + 2r + 1 = 4r^2$$

$$3r^2 - 2r - 1 = 0$$

$$r = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Como x debe ser un número positivo $\rightarrow x = 1$.

El radio del círculo es de 1 cm.

- 88.** $x^2 + 6^2 = (30 - x)^2$

$$x^2 + 36 = 900 - 60x + x^2$$

$$60x = 900 - 36 = 864$$

$$x = \frac{864}{60} = 14,4$$

Se desprendió a una altura de 14,4 m de la calle.

- 89.** Tenemos que $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FB}$. Por lo tanto,

$$8 = \overline{AF} + x + 1 \rightarrow \overline{AF} = 7 - x$$

El área del triángulo AFE viene dada por la ecuación:

$$A_{AFE}(x) = \frac{(x + 1) \cdot (7 - x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{7}{2}$$

Los cuatro triángulos rectángulos son coherentes y tienen la misma área. Las áreas de los cuadrados

$ABCD$ y $EFGH$ son, respectivamente, 64 cm^2 y 40 cm^2 . Luego, el área de los cuatro triángulos rectángulos es igual a la resta entre el área del cuadrado $ABCD$ y el área del cuadrado $EFGH$:

$$4 \cdot A_{\text{AFE}}(x) = 64 - 40$$

$$4 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{7}{2} \right) = 24$$

$$-2x^2 + 12x + 14 = 24$$

$$-2x^2 + 12x - 10 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Los dos valores de x hallados darán el mismo resultado:

$$A_{\text{AFE}} = -\frac{1}{2}1^2 + 3 \cdot 1 + \frac{7}{2} = 6$$

$$A_{\text{AFE}} = -\frac{1}{2}5^2 + 3 \cdot 5 + \frac{7}{2} = 6$$

Así, el área del triángulo AFE es 6 cm^2

- 90.** Representemos la cifra de las decenas por x . La cifra de las unidades es $\frac{16}{x}$, pues $x \cdot \frac{16}{x} = 16$. Por lo tanto, el número original está representado por la ecuación $10x + \frac{16}{x}$. Con las condiciones del enunciado tenemos:

$$10x + \frac{16}{x} + 54 = 10 \cdot \frac{16}{x} + x$$

Simplificamos y resolvemos la ecuación de segundo grado

$$9x^2 + 54x - 144 = 0; x = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2} = -3 \pm 5$$

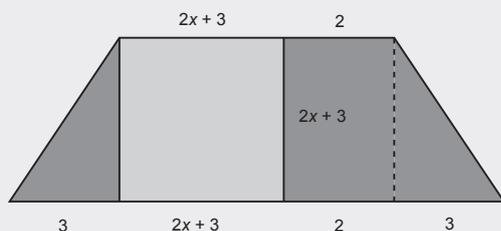
$$x_1 = 2; x_2 = -8$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 2 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{16}{x} = \frac{16}{2} = 8$$

Por lo tanto, el número original es 28.

- 91.** Representamos las medidas en el trapecio:



El área del trapecio es igual a la semisuma de las bases por la altura. Así, la expresión que representa el área del trapecio es:

$$A(x) = \frac{(2x+5) + (2x+11)}{2} \cdot (2x+3) = \frac{4x+16}{2} \cdot (2x+3)$$

$$A(x) = (2x+8) \cdot (2x+3) = 4x^2 + 6x + 16x + 24 = 4x^2 + 22x + 24$$

Sabemos que el área del trapecio es de 84 cm^2 . Por lo tanto,

$$4x^2 + 22x + 24 = 84$$

$$4x^2 + 22x - 60 = 0$$

$$2x^2 + 11x - 30 = 0$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 240}}{4} = \frac{-11 \pm 19}{4} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -7,5 \end{cases}$$

Como x no puede ser negativo, entonces $x = 2$; luego, el lado del cuadrado es $2x + 3 = 7$ y, por lo tanto, su área es de 49 cm^2 .

Así, $A_{\text{cuadrado}} = 7^2 = 49 \text{ cm}^2$.

- 92.** Representamos con x el número de canicas de la primera bolsa. La segunda bolsa tiene $x + 50$ canicas.

El precio de cada canica de la primera bolsa es $\frac{20}{x}$ y el precio de cada canica en la segunda bolsa es $\frac{20}{x+50}$.

Las dos bolsas cuestan lo mismo y cada canica de la segunda bolsa cuesta 2 céntimos menos que las de la primera: $\frac{20}{x} = \frac{2}{100} + \frac{20}{x+50}$.

$$\frac{20}{x} = \frac{2}{100} + \frac{20}{x+50}$$

Desarrollamos y resolvemos: $x^2 + 50x - 50000 = 0$

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 200000}}{2} =$$

$$= \frac{-50 \pm 450}{2} = \begin{cases} x_1 = 200 \\ x_2 = -250 \end{cases}$$

Descartamos la segunda solución, pues x debe ser un número natural $\rightarrow x = 200$. Así, la primera bolsa contiene 200 canicas y la segunda 250 canicas.

- 93.** La expresión que representa el volumen del cono es:

$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V(x) = (x+2)^2 \cdot \pi \cdot 5 = 5\pi \cdot (x^2 + 4x + 4) = 5\pi x^2 + 20\pi x + 20\pi$$

Sabemos que el volumen del cono es de $9\pi \text{ cm}^3$.
Así:

$$5\pi x^2 + 20\pi x + 20\pi = 9\pi$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

Como x debe ser un número natural $\rightarrow x = 1$
 $\rightarrow x + 2 = 3$

Por lo tanto, el radio de la base del cono recto es de 3 cm.

- 94.** Representamos con t el número de años de la primera inversión. Así, la expresión que representa el interés simple producido en t años es:

$$I = 20000 \cdot \frac{6}{100} \cdot t = 1200t$$

El capital inicial más el interés simple obtenido es:

$$20000 + 1200t$$

Sandra coloca ese capital durante $\frac{t}{2}$ años al 5 % y recibe 530 €:

$$530 = (20000 + 1200t) \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{t}{2}$$

$$530 = 500t + 30t^2$$

$$30t^2 + 500t - 530 = 0$$

$$3t^2 + 50t - 53 = 0$$

$$t = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 636}}{6} = \frac{-50 \pm 56}{6} :$$

$$= \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{53}{3} \end{cases}$$

Como t debe ser un número natural $\rightarrow t = 1$.

Por lo tanto, el tiempo de la primera inversión es de 1 año y el de la segunda de 6 meses.

Pon a prueba tus competencias

- 1.** a) $N(-1) = 20 \cdot (-1)^2 - 10 \cdot (-1) + 200 = 20 + 10 + 200 = 230$

Hay 230 bacterias.

- b) $350 = 20T^2 - 10T + 200$

$$20T^2 - 10T - 150 = 0$$

$$2T^2 - T - 15 = 0$$

$$T = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4} = \frac{1 \pm 11}{4} = \begin{cases} T_1 = 3 \\ T_2 = -2,5 \end{cases}$$

Como $-2,5 \text{ }^\circ\text{C}$ es más pequeño que $-2 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T = 3$.

- c) $1400 = 20T^2 - 10T + 200$

$$20T^2 - 10T - 1200 = 0$$

$$2T^2 - T - 120 = 0$$

$$T = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 960}}{4} = \frac{1 \pm 31}{4} = \begin{cases} T_1 = 8 \\ T_2 = -7,5 \end{cases}$$

Como $-7,5 \text{ }^\circ\text{C}$ es más pequeño que $-2 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T = 8$.

Por lo tanto, a partir de $8 \text{ }^\circ\text{C}$ un alimento contaminado por esta bacteria puede ser una amenaza para la salud humana.

- d) La temperatura de $5 \text{ }^\circ\text{C}$ aumentó en un 70 %:

$$5 \cdot 1,7 = 8,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Como la temperatura es superior a $8 \text{ }^\circ\text{C}$, existe peligro para la salud pública.

- 2.** a) El lanzamiento de la bengala ocurre para $t = 0$.

$$h(0) = -5 \cdot 0^2 + 40 \cdot 0 + 45 = 45 \text{ m}$$

- b) $h(4) = -5 \cdot 4^2 + 40 \cdot 4 + 45 = 125 \text{ m}$

La altura máxima de la bengala fue de 125 metros.

- c) Calculemos el momento en que la bengala alcanza los 15 metros de altura:

$$15 = -5t^2 + 40t + 45$$

$$-5t^2 + 40t + 30 = 0$$

$$t^2 - 8t - 6 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 24}}{2} = \frac{8 \pm 9,4}{2} = \begin{cases} 8,7 \\ -0,7 \end{cases}$$

Como t debe ser un número no negativo $\rightarrow t = 8,7$.

La bengala estuvo en esa situación cerca de 8,7 s

- d) Respuesta gráfica.

- 3.** a) El lado del cuadrado es 60 cm. Así,

$$x + 2y = 60$$

$$2y = 60 - x$$

$$y = \frac{60 - x}{2}$$

- b) $x^2 = y^2 + y^2$

$$x^2 = 2y^2$$

$$x^2 = 2 \cdot \left(\frac{60 - x}{2}\right)^2$$

$$x^2 = 2 \cdot \left(\frac{3600 - 120x + x^2}{4}\right)$$

$$x^2 = \frac{3600 - 120x + x^2}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}x^2 - 60x + 1800$$

$$-\frac{1}{2}x^2 - 60x + 1800 = 0$$

$$x^2 + 120x - 3600 = 0$$

c) $x^2 + 120x - 3600 = 0$

$$x = \frac{-120 \pm \sqrt{14400 + 14400}}{2} =$$

$$= \frac{-120 \pm 169,7}{2} = \begin{cases} 24,85 \\ -72,43 \end{cases}$$

Como x debe ser un número positivo

$$\rightarrow x = 24,85 \text{ cm.}$$

d) El área de la señal es $3600 - 618,12 = 2982 \text{ cm}^2$.

4. a) $M(20) = -\frac{1}{5} \cdot 20^2 + 40 \cdot 20 - 875 =$

$$= -80 + 800 - 875 = -155$$

No hay beneficio.

b) $-\frac{1}{5} \cdot x^2 + 40x - 875 = 0$

$$x^2 - 200x + 4375 = 0$$

$$x = \frac{200 \pm \sqrt{40000 - 17500}}{2} =$$

$$= \frac{200 \pm 150}{2} = \begin{cases} 175 \\ 25 \end{cases}$$

La fábrica tiene beneficio cero cuando produce 25 o 175 móviles.

c) $M(100) = -\frac{1}{5} \cdot 100^2 + 40 \cdot 100 - 875 =$

$$= -2000 + 4000 - 875 = 1125$$

El beneficio máximo es de 1125 € por día.

d) Reducción en un 40 % de la producción de 95 móviles: $95 \cdot 0,6 = 57$.

$$M(57) = -\frac{1}{5} \cdot 57^2 + 40 \cdot 57 - 875 =$$

$$= -649,8 + 2280 - 875 = 755,2$$

El beneficio en ese día fue de 755 €.

5. a) $\left. \begin{aligned} 2x + 2y &= 140 \\ x \cdot y &= 1200 \end{aligned} \right\} \rightarrow x + y = 70 \rightarrow y = 70 - x$

$$x \cdot (70 - x) = 1200 \rightarrow -x^2 + 70x - 1200 =$$

$$= 0 \rightarrow x_1 = 30, x_2 = 40$$

$$\rightarrow y_1 = 70 - 30 = 40, y_2 = 70 - 40 = 30$$

Las dimensiones de la finca son 40 m · 30 m.

b) $(x + 5) \cdot x = 300 \rightarrow x^2 + 5x - 300 = 0 \rightarrow x_1 = 15,$
 $x_2 = -20.$

La segunda solución no tiene sentido en el contexto del problema, por lo tanto:

$$h = x = 15 \text{ m y } b = 15 + 5 = 20 \text{ m}$$

Las dimensiones del rectángulo interior son 20 m · 15 m.

Y el perímetro: $(15 \cdot 2) + (20 \cdot 2) = 70 \text{ m.}$

c) Aplicando el IVA: $15 \cdot (1,21) = 18,15 \text{ €.}$ El vallado de la finca ha costado: $140 \cdot 18,35 = 2541 \text{ €.}$

d) $(15 \cdot 20) / 2 = 150 \text{ m}^2.$

e) $150 : 80 = 1,875 \rightarrow$ Se necesitarán 2 paquetes de césped ornamental.

$$150 : 40 = 3,75 \rightarrow$$
 Se necesitarán 4 paquetes de césped resistente.

El coste del césped es: $(13,75 \cdot 2) + (13,45 \cdot 4) = 81,3 \text{ €.}$