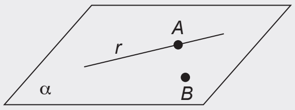
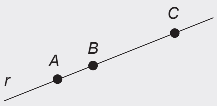
Rectas y ángulos

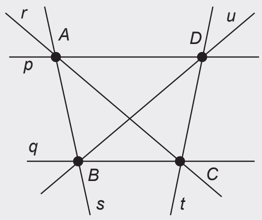
1.



2.



3. Se obtienen 6 rectas.



4. 4 semirrectas y 1 segmento.

— 6 semirrectas y 3 segmentos.

5. a) Una semirrecta.

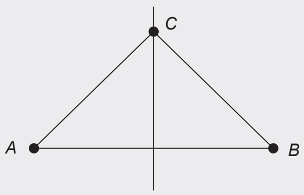
b) Un segmento.

6. El segmento se puede medir, ya que está acotado por ambos lados.

La recta y la semirrecta no se pueden medir, ya que su longitud es infinita y no están acotados por uno o ambos extremos.

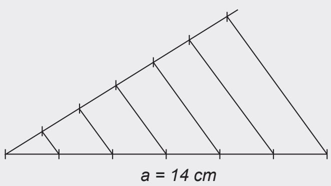
7. Actividad TIC

8.



El triángulo es isósceles, ya que los lados *AC* y *BC* son iguales.

9.



10. Son paralelas ya que:

$$\frac{3}{2} = \frac{1{,}5}{1}$$

11. Convexos: 1, 2, 3, 4, 5 y 7

Cóncavos: 6 y 8

12. Completo: verde.

Recto: marrón.

Agudos: rojo.

Obtuso: azul.

Llano: morado.

13.

Ángulo	Complementario	Suplementario
35°	**55°**	145°
55°	35°	**125°**
50°	40°	130°
8°	**82°**	172°

14. Actividad TIC

15. Respuesta gráfica.

— Las bisectrices de dos ángulos suplementarios forman 90°.

16. a) Adyacentes: $\hat{A}$ y $\hat{B}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$, $\hat{D}$ y $\hat{A}$.

b) Opuestos por el vértice: $\hat{A}$ y $\hat{C}$, $\hat{B}$ y $\hat{D}$.

17. a) Correspondientes: $\hat{A}$ y $\hat{E}$, $\hat{B}$ y $\hat{F}$, $\hat{C}$ y $\hat{G}$, $\hat{D}$ y $\hat{H}$.

b) Alternos internos: $\hat{D}$ y $\hat{F}$, $\hat{C}$ y $\hat{E}$.

c) Alternos externos: $\hat{A}$ y $\hat{G}$, $\hat{B}$ y $\hat{H}$.

d) Opuestos por el vértice: $\hat{A}$ y $\hat{C}$, $\hat{B}$ y $\hat{D}$, $\hat{E}$ y $\hat{G}$, $\hat{F}$ y $\hat{H}$.

e) Adyacentes: $\hat{A}$ y $\hat{D}$, $\hat{D}$ y $\hat{C}$, $\hat{C}$ y $\hat{B}$, $\hat{B}$ y $\hat{A}$, $\hat{E}$ y $\hat{H}$, $\hat{H}$ y $\hat{G}$, $\hat{G}$ y $\hat{F}$, $\hat{F}$ y $\hat{E}$.

f) Conjugados internos: $\hat{D}$ y $\hat{E}$, $\hat{C}$ y $\hat{F}$.

g) Conjugados externos: $\hat{A}$ y $\hat{H}$, $\hat{B}$ y $\hat{G}$.

18. — $\hat{A}$ y $\hat{F}$ porque son alternos internos.

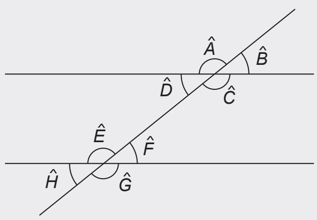
— $\hat{C}$ y $\hat{E}$ porque son alternos externos.

— $\hat{B}$ y $\hat{D}$ porque son alternos internos.

19. Actividad TIC

20. Actividad TIC

21.



$\hat{A} = \hat{C} = \hat{E} = \hat{G} = 135°$

$\hat{B} = \hat{D} = \hat{F} = \hat{H} = 45°$

22. Para que sean paralelas se debe cumplir que:

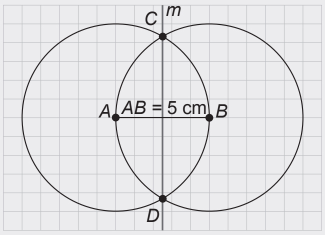
$$\frac{1}{x} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{7}{5} = 1{,}4 \text{ cm}$$

23. Son paralelas ya que:

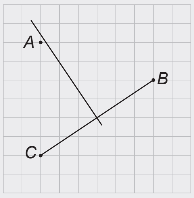
$$\frac{9}{6} = \frac{4{,}5}{3}$$

Actividades finales

24. El lugar geométrico es la mediatriz del segmento *AB*:

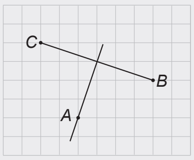


25. a)



— El punto A no pertenece a la mediatriz del segmento BC.

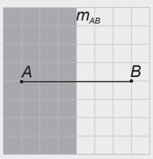
b)



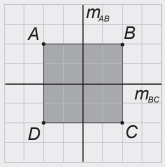
— El punto A pertenece a la mediatriz del segmento BC.

26. La opción correcta es la c). Los puntos situados en la mediatriz son equidistantes de los extremos del segmento. Por lo tanto, el punto *C* se encuentra más distante del punto *A* que del punto *B*.

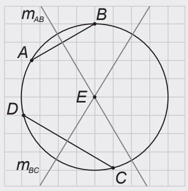
27. El lugar geométrico es el semiplano definido por la recta m_{AB}, que es la mediatriz del segmento *AB*, y que contiene el punto *A*.



28. Tenemos que determinar la mediatriz del segmento *AB*. Todos los puntos de la mediatriz del segmento *AB* son equidistantes de *A* y *B*. A continuación, tenemos que determinar la mediatriz del segmento *BC*. Todos los puntos de la mediatriz del segmento *BC* son equidistantes de *B* y *C*. La mediatriz del segmento *BC* coincide con la mediatriz del segmento *AD* y la mediatriz del segmento *AB* coincide con la mediatriz del segmento *DC*. El punto de intersección de las dos mediatrices es equidistante de los vértices *A*, *B*, *C* y *D*.

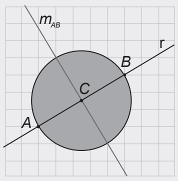


29. Las dos mediatrices se intersectan en el centro de la circunferencia, el punto *E*.

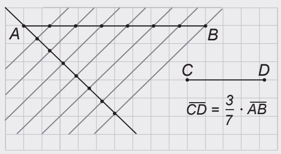


Nota: la mediatriz de cualquier cuerda de una circunferencia pasa siempre por su centro.

30. Trazamos la mediatriz del segmento *AB*.
La intersección de la mediatriz con el segmento es el punto medio del segmento *AB*. A continuación, trazamos la circunferencia centrada en el punto medio *C* y con radio *AC*.



31. Aplicamosr el teorema de Tales y dividimos el segmento *AB* en 7 partes iguales. A continuación, con un compás, medimos la longitud de las tres séptimas partes del segmento *AB* y trasladamos la longitud para trazar el segmento *CD* con tal longitud.



32. Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x = 6 \cdot 3 \rightarrow x = \frac{18}{2} \rightarrow x = 9 \text{ cm}$$

El segmento *DF* mide 9 cm.

33. a) Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{x+1}{3} = \frac{13}{5} \rightarrow 5(x+1) = 3 \cdot 13 \rightarrow 5x + 5 =$$

$$= 39 \rightarrow 5x = 39 - 5 \rightarrow 5x = 34 \rightarrow x =$$

$$= \frac{34}{5} \rightarrow x = 6{,}8 \text{ cm}$$

Por lo tanto, $x + 1 = 6{,}8 + 1 = 7{,}8$ cm

b) Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{2x}{10} = \frac{5}{4} \rightarrow 8x = 10 \cdot 5 \rightarrow 8x = 50 \rightarrow x =$$

$$= \frac{50}{8} \rightarrow x = 6{,}25 \text{ cm}$$

Por lo tanto, $2x = 2 \cdot 6{,}25 = 12{,}5$ cm

34. a) Como $x + y = 15 \rightarrow y = 15 - x$, por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{y}{3} = \frac{x}{7} \rightarrow \frac{15-x}{3} = \frac{x}{7} \rightarrow 7 \cdot (15 - x) =$$

$$= 3x \rightarrow 105 - 7x = 3x \rightarrow 10x = 105 \rightarrow x =$$

$$= \frac{105}{10} \rightarrow x = 10{,}5 \text{ cm}$$

Por lo tanto, $y = 15 - 10{,}5 = 4{,}5$ cm

b) Primero, determinemos el valor de x:

$$\frac{x}{7} = \frac{3}{5} \rightarrow 5x = 7 \cdot 3 \rightarrow 5x = 21 \rightarrow x =$$

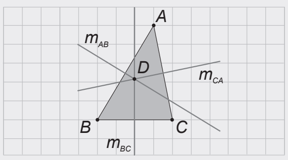
$$= \frac{21}{5} \rightarrow x = 4{,}2 \text{ cm}$$

A continuación, determinemos el valor de y:

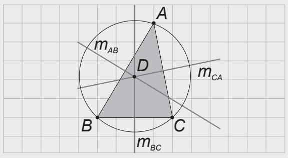
$$\frac{y}{6} = \frac{7}{4{,}2} \rightarrow 4{,}2y = 6 \cdot 7 \rightarrow 4{,}2y =$$

$$= 42 \rightarrow y = \frac{42}{4{,}2} \rightarrow y = 10 \text{ cm}$$

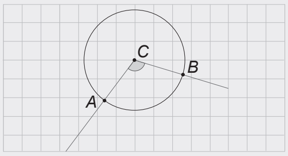
35. Primero tenemos que trazar las mediatrices de AB, BC y CA:



El punto D es equidistante de los vértices del triángulo. Así, el lugar geométrico de los puntos equidistantes del punto D y que contiene los vértices del triángulo es la circunferencia de centro D y que pasa por dichos puntos. Al punto D se le denomina circuncentro.

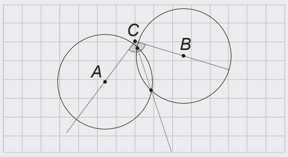


36. El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los lados del ángulo es la bisectriz del ángulo. Para construirla, trazamos una circunferencia con centro en el vértice del ángulo. El radio de la circunferencia puede ser cualquiera. La intersección de la circunferencia con los dos lados del ángulo son los puntos A y B.



A continuación, desde cada uno de los puntos trazamos una circunferencia cuyo radio sea más de la mitad de la distancia entre los puntos A y B.

La bisectriz es la semirrecta que tiene como punto de origen el vértice del ángulo y que pasa por las intersecciones de las dos circunferencias. Sin embargo, no es necesario trazar las circunferencias con centro A y B. Podemos trazar un arco de circunferencia desde cada uno de los puntos y obtener la intersección de dichos arcos.



37. Tenemos que:

$\hat{A} = \hat{D}$

$\hat{B} = \hat{C}$

$\hat{A}$ y $\hat{B}$ son ángulos suplementarios.

$\hat{C}$ y $\hat{D}$ son ángulos suplementarios.

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$

38. Los dos ángulos son complementarios. Así, $\hat{A} + \hat{B} = 90°$

Por lo tanto, tenemos:

$\hat{A} + \hat{B} = 90°$

$40 + 2x = 90$

$2x = 90 - 40 = 50 \rightarrow x = 25°$

39. Tenemos que el ángulo $\widehat{AOB}$ mide el doble del ángulo $\widehat{AOC}$.

Así, $2(x+3)^\circ = 76^\circ \rightarrow x+3 = \frac{76}{2} \rightarrow x+3 =$

$= 38 \rightarrow x = 38 - 3 \rightarrow x = 35^\circ$

40. Los dos ángulos son suplementarios.
Así, $\widehat{COB} + \widehat{BOA} = 180°$.

Por lo tanto, tenemos:

$(4x+1)^\circ + 65^\circ = 180^\circ \rightarrow 4x + 66 = 180 \rightarrow 4x =$

$= 180 - 66 \rightarrow 4x = 114 \rightarrow x =$

$= \frac{114}{4} \rightarrow x = 28{,}5^\circ$

41. Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son suplementarios. Así, $\hat{A} + \hat{B} =$

$= 180° \rightarrow 120° + \hat{B} = 180° - 120° \rightarrow \hat{B} = 60°$

42. Los ángulos marcados en verde son opuestos por el vértice. Por lo tanto, tienen la misma amplitud. Así, $(3x + 6)° = 30° \rightarrow 3x = 30 - 6 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8°$

43. a) Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son suplementarios.
Así, $\hat{B} = 180° - 135° = 45°$.

b) Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son suplementarios.

Así, $\hat{A} + \hat{B} = 180° \rightarrow 43° + \hat{B} = 180° \rightarrow \hat{B} =$

$= 180° - 43° = 137°$

44. La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°. La amplitud de dos ángulos internos es 37° y 90°. El tercer ángulo interno del triángulo mide:

$180° - (37° + 90°) = 180° - 127° = 53°$

El tercer ángulo y el ángulo $\hat{A}$ son opuestos por el vértice. Por lo tanto tienen la misma amplitud, esto es, $\hat{A} = 53°$.

45. Sabiendo que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, el tercer ángulo mide $180° - (100° + 30°) = 180° - 130° = 50°$. Las rectas *r* y *s* son paralelas, por lo tanto, tenemos que el tercer ángulo del triángulo y el ángulo $\hat{A}$ son alternos internos. Así, tienen la misma amplitud, esto es, $\hat{A} = 50°$.

46. El ángulo $\widehat{DBA}$ mide 45°. Los ángulos $\widehat{DBA}$ y $\widehat{ABE}$ son suplementarios, por lo tanto tenemos:

$\widehat{DBA} + \widehat{ABE} = 180° \rightarrow 45° + (3x + 6)° = 180°$
$\rightarrow 3x + 51 = 180 \rightarrow 3x = 180 - 51 = 129 \rightarrow x = 43°$

47. $\widehat{ECB} = \widehat{ECA} - \widehat{BCA} = 180° - (90° - 30°) =$
$= 180° - 60° = 120°$

48. Los ángulos internos del triángulo $\widehat{ABC}$ miden todos 60°. Sabiendo que las rectas *r* y *s* son paralelas, tenemos que los ángulos $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$ y $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$. Sabemos también que $\widehat{DAE} = \widehat{BAC}$. Por lo tanto todos los ángulos internos del triángulo $\widehat{ADE}$ miden 60°, esto es, el triángulo es equilátero.

49. La suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360°.
Por lo tanto, $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 360°$.

$90° + 90° + \widehat{CDA} + 110° = 360° \rightarrow \widehat{CDA} + 290° =$
$= 360° \rightarrow \widehat{CDA} = 360° - 290° \rightarrow \widehat{CDA} = 70°$

El ángulo $\widehat{CDA}$ y su ángulo opuesto al vértice *D* tienen la misma amplitud. Así, $2x = 70 \rightarrow x = 35°$.

50. El triángulo *ABC* es rectángulo, el ángulo $\hat{C}$ mide 90º. Por el teorema de Pitágoras, tenemos:

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \rightarrow 13^2 = 12^2 + \overline{BC}^2 \rightarrow$

$169 = 144 + \overline{BC}^2 \rightarrow \overline{BC}^2 = 169 - 144 \rightarrow$

$\overline{BC}^2 = 25 \rightarrow \overline{BC} = \sqrt{25} \rightarrow \overline{BC} = 5$ cm

El punto *B* de la bisectriz equidista de los lados del ángulo $\widehat{CAD}$. Por lo tanto,

$\overline{BD} = 5 \rightarrow 2x + 1 = 5 \rightarrow 2x = 5 - 1 \rightarrow 2x =$

$= 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x = 2.$

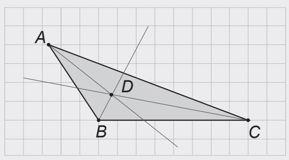
51. La bisectriz del ángulo $\widehat{BAC}$ es perpendicular a la base *BC*, pues el triángulo *ABC* es isósceles. Así, el triángulo *ABF* es rectángulo, el ángulo $\hat{F}$ mide 90º.

Los ángulos $\widehat{DEC}$ y $\widehat{FAC}$ tienen la misma amplitud porque la recta *AE* es secante a las rectas paralelas *AF* y *DE*. Estos ángulos son alternos internos.
Por lo tanto, dado que *AF* es la bisectriz del ángulo $\widehat{BAC}$, tenemos que $\widehat{FAB} = \widehat{FAC} = 40°$.

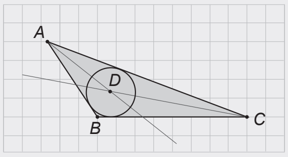
Por lo tanto, el ángulo $\widehat{BAC} = \widehat{FAB} + \widehat{FAC} =$
$= 40º + 40º = 80º$.

El ángulo formado por los lados AB y AC del triángulo isósceles mide 80º.

52. Primero tenemos que trazar las bisectrices de los ángulos $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ y $\widehat{CAB}$:



El punto *D* es equidistante de los lados del triángulo. Así, el lugar geométrico de los puntos equidistantes del punto *D* y que es tangente a sus lados es la circunferencia de centro *D*. El punto *D* se denomina incentro.



53. El lugar geométrico que equidista de los edificios *A* y *B* es la mediatriz del segmento *AB*. En el mapa, la mediatriz está situada en la 8th Street.

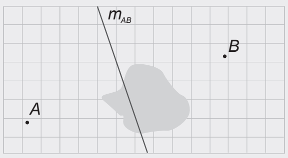
54. Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{x}{4} = \frac{4}{5} \rightarrow 5x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{5} \rightarrow x = 3{,}2 \text{ m}$$

Por lo tanto, los dos pilares distan 3,2 m.

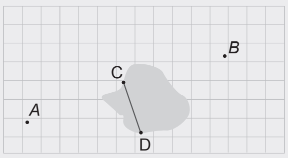
55. Sí, es posible. El ángulo suplementario del ángulo que mide 148° es 32°. Si las calles fuesen paralelas, la calle t y la calle r formarían el mismo ángulo que la calle t y la calle *s*. Como 33° ≠ 32°, las calles no son paralelas.

56. Primero tenemos que representar el lugar geométrico de los puntos equidistantes de las localizaciones *A* y *B*, que es la mediatriz del segmento *AB*.



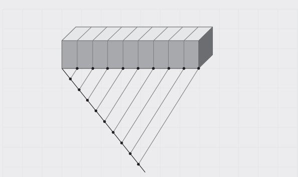
Yacimiento subterráneo de gas natural

Pero no todos los puntos de la mediatriz se encuentran sobre el yacimiento subterráneo de gas natural. Por lo tanto, tenemos que restringir el lugar geométrico al segmento *CD*.



Yacimiento subterráneo de gas natural

57. Puede hacerlo utilizando el teorema de Tales:



Con la ayuda de una regla, realizamos 9 nudos en la cuerda, separados 10 cm uno de otro. Estiramos la cuerda en la tabla apoyada en la esquina izquierda de la base del bizcocho y, con la ayuda de la regla, tomamos un trozo de cuerda y unimos la extremidad de la primera cuerda (el primer nudo) con la esquina derecha de la base del bizcocho. En cada uno de los nudos, estirar una nueva cuerda paralela a la primera. Cortar los pedazos con cortes paralelos.

58. Todos los puntos de la mediatriz son equidistantes de los extremos del segmento. Como el punto *C* pertenece a la mediatriz del segmento, el punto *C* dista del punto *A* lo mismo que del punto *B*.

59. Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{\overline{FE}}{8} = \frac{9}{6} \rightarrow 6 \cdot \overline{FE} = 8 \cdot 9 \rightarrow 6 \cdot \overline{FE} =$$

$$= 72 \rightarrow \overline{FE} = \frac{72}{6} \rightarrow \overline{FE} = 12 \text{ m}$$

Por lo tanto, el área del rectángulo *ABDE* es $A = (9 + 12) \cdot 5 = 21 \cdot 5 = 105 \text{ m}^2$.

60. Las superficies de los peldaños son paralelas al piso. La tabla de madera es secante a los dos peldaños y al suelo. Por lo tanto, el ángulo que forma el tablón con el suelo y el que forma el tablón con el primer peldaño son complementarios y miden 25°. El triángulo situado en la superficie del primer peldaño es rectángulo. Por lo tanto, como la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°, tenemos:

$$25° + 90° + \hat{A} = 180° = 115° + \hat{A} \rightarrow \hat{A} =$$
$$= 180° - 115° = 65°$$

61. La superficie del espejo forma un ángulo llano. Así,

$$35° + \alpha + \beta + 35° = 180° \rightarrow \alpha + \beta + 70° = 180° \rightarrow$$
$$\alpha + \beta = 110°.$$

Como $\alpha = \beta$, tenemos:

$$2\alpha = 110° \rightarrow \alpha = \frac{110°}{2} = 55°$$

Por lo tanto, $\alpha = 55°$ y $\beta = 55°$.

62. $P_{\text{cometa}} = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 52 = 50 + 104 = 154$ cm

63. Como los segmentos *AE* y *BD* son paralelos, por el teorema de Tales tenemos:

$$\frac{x}{5} = \frac{4}{x+1} \rightarrow x(x+1) = 5 \cdot 4 \rightarrow x^2 + x = 20 \rightarrow$$

$$x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} \rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} \rightarrow x = \frac{-1 \pm 9}{2} \rightarrow$$

$$x_1 = \frac{8}{2} = 4 \text{ y } x_2 = -\frac{10}{2} = -5 \rightarrow x = 4$$

La longitud de la sombra es 5 + (4 + 1) = 10 m.

64. Por el teorema de Pitágoras, tenemos:

$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \rightarrow \overline{AC}^2 = 0{,}8^2 + 0{,}6^2 \rightarrow$

$\overline{AC}^2 = 0{,}64 + 0{,}36 \rightarrow$

$\overline{AC}^2 = 1 \rightarrow \overline{AC} = 1$ m

Como la flecha pertenece a la mediatriz del segmento AB, el punto C es equidistante de los extremos del segmento. Por lo tanto, $\overline{AC} = \overline{CB}$. La longitud de la cuerda en posición de disparo es de 2 m.

65. Los dos ángulos son suplementarios, es decir, su suma es 180°. Por lo tanto,

$x^2 + 3x = 180 \rightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \rightarrow x =$

$= \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 180}}{2} \rightarrow x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 720}}{2} \rightarrow$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{729}}{2} \rightarrow x = \dfrac{-3 \pm 27}{2} \rightarrow$

$x = \dfrac{24}{2} = 12$ y $x = -\dfrac{30}{2} = -15 \rightarrow x = 12$

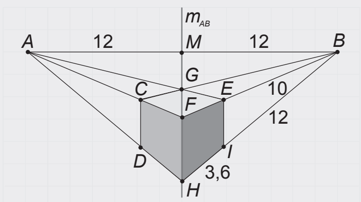
El ángulo mide $12^2 = 144°$.

66. Por el teorema de Tales tenemos:

$\dfrac{\overline{IH}}{3} = \dfrac{12}{10} \rightarrow 10 \cdot \overline{IH} = 3 \cdot 12 \rightarrow 10 \cdot \overline{IH} =$

$= 36 \rightarrow \overline{IH} = \dfrac{36}{10} \rightarrow \overline{IH} = 3{,}6$ cm

El punto medio (M) del segmento AB pertenece a la mediatriz del mismo segmento. Así los puntos D, F, H y M pertenecen a la misma recta.



Tenemos que $\overline{FH} = \overline{MH} - \overline{MF}$ y que los triángulos BMH y BMF son rectángulos. Por lo tanto, por el teorema de Pitágoras tenemos, para el triángulo BMH tenemos:

$\overline{BH}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{MH}^2 \rightarrow 15{,}6^2 =$

$= 12^2 + \overline{MH}^2 \rightarrow 243{,}36 =$

$= 144 + \overline{MH}^2 \rightarrow \overline{MH}^2 = 243{,}36 - 144 \rightarrow$

$\overline{MH}^2 = 99{,}36 \rightarrow \overline{MH} =$

$= \sqrt{99{,}36} \rightarrow \overline{MH} = 9{,}968$ cm

Para el triángulo BMF, por el teorema de Pitágoras tenemos:

$\overline{BF}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{MF}^2 \rightarrow 13^2 =$

$= 12^2 + \overline{MF}^2 \rightarrow 169 = 144 + \overline{MF}^2 \rightarrow \overline{MF}^2 =$

$= 169 - 144 \rightarrow \overline{MF}^2 = 25 \rightarrow \overline{MF} =$

$= \sqrt{25} \rightarrow \overline{MF} = 5$ cm

Así, la arista $\overline{FH} = \overline{MH} - \overline{MF} \rightarrow \overline{FH} =$

$= 9{,}968 - 5 \rightarrow \overline{FH} = 4{,}968$ cm.

67. Los ángulos $\widehat{ADE}$ y $\widehat{EDC}$ son complementarios. Así, $\widehat{ADE} + \widehat{EDC} = 90° \rightarrow \widehat{EDC} = 90° - \widehat{ADE} = 90° - x$.

Por otra parte, la recta ED es secante a las rectas paralelas AB y DC.

Así, los ángulos $\widehat{AED}$ y $\widehat{EDC}$ son alternos internos, esto es, son iguales. Los ángulos $\widehat{AED}$ y $\widehat{DEB}$ son suplementarios:

$\widehat{AED} + \widehat{DEB} = 180° \rightarrow (90 - x)° + (4x + 15)° =$

$= 180° \rightarrow 3x + 105 = 180 \rightarrow 3x = 180 - 105 = 75$

$\rightarrow x = \dfrac{75}{3} \rightarrow x = 25°$

Por lo tanto, $\widehat{EDC} = 90° - 25° = 65°$.

Pon a prueba tus competencias

1. a) El ángulo de 45° y el ángulo α son opuestos por el vértice C. Por tanto, $\alpha = 45°$.

b) Las velas tienen forma de triángulos equiláteros. Por lo tanto, sus ángulos internos son iguales a 60°. El ángulo β es suplementario al ángulo adyacente que es interno al triángulo equilátero. Por lo tanto:

$60° + \beta = 180° \rightarrow \beta = 180° - 60° = 120°$

c) Consideremos el triángulo ABC: como el punto A pertenece a la bisectriz del ángulo α, el ángulo BCA mide 22,5°. Sabemos que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°. Por lo tanto,

$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180° \rightarrow 120° + 22{,}5° +$

$+ \widehat{CAB} = 180° \rightarrow 142{,}5° + \widehat{CAB} = 180° \rightarrow$

$\widehat{CAB} = 37{,}5°$

d) Como el triángulo es equilátero, su altura divide su base en dos partes iguales. Por el teorema de Pitágoras tenemos: $2^2 = 1^2 + h^2 \rightarrow 4 = 1 + h^2 \rightarrow$

$h^2 = 3 \rightarrow h = \sqrt{3}$ m

Por lo tanto, el área de una de las velas es

$A = \dfrac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ m^2.

2. a) Por el teorema de Tales tenemos:

$$\frac{x}{60} = \frac{28}{35} \rightarrow 35x = 60 \cdot 28 \rightarrow 35x =$$
$$= 1680 \rightarrow x = \frac{1680}{35} \rightarrow x = 48$$

Fernando retrocedió 48 metros.

b) La base mide 48 + 28 = 76 m y la hipotenusa mide 60 + 35 = 95 m.

c) Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 \rightarrow 95^2 =$$
$$= 76^2 + \overline{CD}^2 \rightarrow 9\,025 =$$
$$= 5\,776 + \overline{CD}^2 \rightarrow \overline{CD}^2 =$$
$$= 9\,025 - 5\,776 \rightarrow \overline{CD}^2 = 3\,249 \rightarrow \overline{CD} =$$
$$= \sqrt{3\,249} \rightarrow \overline{CD} = 57 \text{ m}$$

La altura del monumento a Colón es de 57 metros.

d) Fernando tomó la foto en Barcelona.

3. a) Por el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{x}{15} = \frac{12}{10} \rightarrow 10x = 15 \cdot 12 \rightarrow 10x =$$
$$= 180 \rightarrow x = \frac{180}{10} \rightarrow x = 18$$

x mide 18 m

b) El triángulo *ABC* es rectángulo. Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \rightarrow 12^2 =$$
$$= 10^2 + \overline{BC}^2 \rightarrow 144 = 100 + \overline{BC}^2 \rightarrow \overline{BC}^2 =$$
$$= 144 - 100 \rightarrow \overline{BC}^2 = 44 \rightarrow \overline{BC} =$$
$$= \sqrt{44} \rightarrow \overline{BC} = 6{,}6 \text{ cm}$$

c) Tenemos que $\overline{AD} = \overline{BC} = 6{,}6$ cm . Por el teorema de Tales tenemos:

$$\frac{12}{6{,}6} = \frac{18}{y} \rightarrow 12y = 6{,}6 \cdot 18 \rightarrow 12y =$$
$$= 118{,}8 \rightarrow y = \frac{118{,}8}{12} \rightarrow y = 9{,}9$$

y mide 9,9 m

d) El área del jardín es $A = (10 + 15) \cdot (6{,}6 + 9{,}9) =$
$= 25 \cdot 16{,}5 = 412{,}5 \text{ m}^2$

Por lo tanto, Javier coloca periódicamente $412{,}5 \cdot 5 = 2\,062{,}5$ L de compuesto orgánico.

4. a) Los ángulos de los pisos 0 y 2 son suplementarios, dado que la escalera mecánica es secante a los pisos, que son paralelos. Por lo tanto, $(x + 20)° + (15x)° = 180° \rightarrow 16x + 20 =$

$$= 180 \rightarrow 16x = 180 - 20 = 160 \rightarrow x = \frac{160}{16} = 10°$$

Por lo tanto, el ángulo que la escalera mecánica haz con el piso 0 mide 10° + 20° = 30°.

b) Por el teorema de Pitágoras tenemos que:

$$h^2 = 10^2 + 17{,}3^2 \rightarrow h^2 = 100 + 299{,}29 \rightarrow$$
$$h^2 = 399{,}29 \rightarrow h = \sqrt{399{,}29} \rightarrow h = 20$$

La escalera mecánica entre los pisos 0 y 1 mide 20 m.

c) Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$$15{,}9^2 = h^2 + 13{,}7^2 \rightarrow 252{,}81 =$$
$$= h^2 + 187{,}69 \rightarrow h^2 = 252{,}81 - 187{,}69 =$$
$$= 65{,}12 \rightarrow h = \sqrt{65{,}12} = 8{,}1$$

Por lo tanto la altura entre los pisos 1 y 2 es de 8,1 m.

d) La escalera mecánica tiene 20 + 15,9 = 35,9 m de longitud.

Aplicando una regla de tres, llamando x al tiempo en segundos necesario para llegar del piso 0 al piso 2:

$$\frac{0{,}5 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{35{,}9 \text{ m}}{x} \rightarrow 0{,}5x = 35{,}9 \rightarrow x = 71{,}8 \text{ s}$$

Por lo tanto, el tiempo necesario para llegar del piso 0 al piso 2 es de cerca de 1 minuto y 12 segundos.