1. a) $15 \cdot 49 = 735$
$35 \cdot 21 = 735$
Son equivalentes

b) $8 \cdot 119 = 952$
$28 \cdot 34 = 952$
Son equivalentes

c) $72 \cdot 98 = 7\,056$
$168 \cdot 42 = 7\,056$
Son equivalentes

2. $\dfrac{-24}{36} = \dfrac{-2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \dfrac{-2}{3}$

$\dfrac{105}{540} = \dfrac{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{5}} = \dfrac{7}{36}$

$\dfrac{42}{18} = \dfrac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 7}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \dfrac{7}{3}$

$\dfrac{-342}{-285} = \dfrac{342}{285} = \dfrac{2 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{19}}{\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{19}} = \dfrac{6}{5}$

3. $\dfrac{8}{4} = \dfrac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \dfrac{2}{1}$

Representante canónico: $\dfrac{2}{1}$

$\dfrac{1032}{36} = \dfrac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 43}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \dfrac{86}{3}$

Representante canónico: $\dfrac{86}{3}$

$\dfrac{30}{25} = \dfrac{2 \cdot 3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 5} = \dfrac{6}{5}$

Representante canónico: $\dfrac{6}{5}$

$\dfrac{3}{12} = \dfrac{\cancel{3}}{2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} = \dfrac{1}{4}$

Representante canónico: $\dfrac{1}{4}$

$\dfrac{33}{-187} = \dfrac{-3 \cdot \cancel{11}}{\cancel{11} \cdot 17} = \dfrac{-3}{17}$

Representante canónico: $\dfrac{-3}{17}$

4. Tendremos tantos números racionales distintos como distintos representantes canónicos correspondan a estos números. Los representantes canónicos correspondientes son:

$\dfrac{-10}{3}, \dfrac{8}{5}, \dfrac{8}{5}, \dfrac{-10}{3}, \dfrac{7}{13}, \dfrac{8}{5}$

Por lo tanto, solo tenemos tres números racionales:

$\dfrac{-10}{3}, \dfrac{8}{5}$ y $\dfrac{7}{13}$

5. $21{,}\overset{\frown}{564}$; $56{,}23\overset{\frown}{65}$; $12{,}\overset{\frown}{54}$; $0{,}\overset{\frown}{125}$;
$5{,}\overset{\frown}{432}$; $4{,}\overset{\frown}{59}$

Periódicos puros: $21{,}\overset{\frown}{564}$; $12{,}\overset{\frown}{54}$; $0{,}\overset{\frown}{125}$;
$5{,}\overset{\frown}{432}$; $4{,}\overset{\frown}{59}$

Periódicos mixtos: $56{,}23\overset{\frown}{65}$

6. Decimales limitados: 1,425; 0,42; –1,53

Decimales ilimitados periódicos puros: 2,424242…;
$3{,}\overset{\frown}{25}$; $2{,}\overset{\frown}{143}$; $-0{,}\overset{\frown}{4}$

No hay ningún decimal ilimitado periódico mixto.

7. a) $\dfrac{1}{6}$ c) $\dfrac{-12}{25}$

b) $\dfrac{-4}{15}$ d) $\dfrac{5}{49}$

8. Respuesta sugerida:

Propiedades de la suma:

— Propiedad conmutativa:

$\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{11}{15}$

$\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5} = \dfrac{11}{15}$

— Propiedad asociativa:

$\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3}\right) + \dfrac{3}{5} = \left(\dfrac{3}{6} + \dfrac{4}{6}\right) + \dfrac{3}{5} =$

$= \dfrac{7}{6} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{53}{30}$

$\dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{10}{15} + \dfrac{9}{15}\right)$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{19}{15} = \dfrac{53}{30}$

— Elemento neutro:

$\dfrac{3}{2} + \dfrac{0}{1} = \dfrac{3}{2}$

— Elemento opuesto:

$\dfrac{3}{2} + \dfrac{-3}{2} = \dfrac{0}{2} = \dfrac{0}{1}$

Propiedades de la multiplicación:

— Propiedad conmutativa:

$\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{4}{3} = \dfrac{8}{15}$

$\dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{2}{5} = \dfrac{8}{15}$

— Propiedad asociativa:

$\left(\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{4}{3}\right) \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{8}{15} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{8}{45}$

$\dfrac{2}{5} \cdot \left(\dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{4}{9} = \dfrac{8}{45}$

— Elemento neutro:

$\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{1}{1} = \dfrac{3}{2}$

— Elemento inverso:

$\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{6} = \dfrac{1}{1}$

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:

$$\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{19}{20}=\frac{19}{60}$$

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{15}+\frac{3}{12}=\frac{19}{60}$$

9. $\frac{-3}{4}\to\frac{3}{4}$

$\frac{5}{-2}\to\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}\to\frac{-1}{2}$

$\frac{12}{-17}\to\frac{12}{17}$

$\frac{-4}{9}\to\frac{4}{9}$

10. a) $\frac{41}{15}$ b) $\frac{-5}{12}$

11. a) $\frac{17}{48}$

b) 1

c) $\frac{49}{90}$

d) $\frac{19}{6}$

e) $\frac{104}{33}$

12. a) $\dfrac{\frac{6}{5}-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}+2}{\frac{1}{5}+2}=\dfrac{\frac{6}{5}-1+2}{\frac{11}{5}}=$

$=\dfrac{\frac{6}{5}+1}{\frac{11}{5}}=\frac{11}{5}:\frac{11}{5}=1$

b) $\dfrac{\frac{17}{6}\cdot 2+\frac{2}{5}}{\frac{4}{3}+1}=\dfrac{\frac{17}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{7}{3}}=$

$=\dfrac{\frac{91}{15}}{\frac{7}{3}}=\frac{91}{15}:\frac{7}{3}=\frac{13}{5}$

c) $\dfrac{3-\frac{3}{10}+2\cdot\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}=\dfrac{4-\frac{3}{10}}{4}=$

$=\dfrac{\frac{37}{10}}{4}=\frac{37}{10}:4=\frac{37}{40}$

13. a) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{-9}{20}\right):\frac{15}{28}+\frac{3}{5}=\frac{-7}{25}+\frac{3}{5}=\frac{8}{25}$

b) $\frac{-1}{10}\cdot\frac{13}{4}:\frac{2}{3}=\frac{-39}{80}$

c) $\frac{7}{15}\cdot\frac{1}{6}-1+\frac{1}{6}:\frac{7}{2}=\frac{7}{90}-1+\frac{1}{21}=$

$=\frac{-551}{630}$

d) $\frac{-7}{12}:\frac{7}{4}=\frac{-1}{3}$

e) $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{4}:\frac{1}{2}=\frac{7}{5}$

f) $\frac{5}{4}:\frac{11}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{3}{22}$

14. $\sqrt{5}=2{,}2360679...$

Aproximación por truncamiento: 2,23. Cota del error absoluto: 0,007.

Aproximación por redondeo: 2,24. Cota del error absoluto: 0,004.

15. 9,857; cota del error absoluto: 0,0005.

16. a) 6 cifras significativas; 2,36

b) 6 cifras significativas; 0,00956

c) 4 cifras significativas; 32,5

d) 5 cifras significativas; 42,2

e) 5 cifras significativas; 0,950

f) 7 cifras significativas; 669

17. Medida 1:

Error absoluto = 0,1 cm.

Error relativo $=\frac{0{,}1}{75{,}5}=1{,}32\cdot 10^{-3}$

Medida 2:

Error absoluto = 0,5 m.

Error relativo $=\frac{0{,}5}{1558}=3{,}21\cdot 10^{-4}$

El error absoluto de la segunda medida es mayor. Sin embargo, el error relativo de esta medida es menor.

La bondad o calidad de una medida viene dada por el error relativo y no por el error absoluto. Por lo tanto, concluimos que la segunda medida es mejor.

18. Tercer hermano: 1; segundo hermano: $\frac{1}{2}$;

primer hermano: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

$\frac{7}{4}$ del dinero que recibe el tercero es 350 €.

$$\frac{7}{4}x = 350 \rightarrow x = \frac{350 \cdot 4}{7} = 200$$

El tercer hermano tendrá 200 €; el segundo, 100 € y el primer hermano, 50 €.

19. $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}x + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}x = 1226$

$$\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}\right)x = 1226$$

$$\frac{613}{2\,520}x = 1226$$

$$x = \frac{1\,226 \cdot 2\,520}{613} = 5\,040$$

Actividades finales

20. $9 \cdot 20 : 12 = 15 \rightarrow \frac{9}{12} = \frac{15}{20}$

No se puede hallar una fracción equivalente con denominador 5, puesto que $9 \cdot 5 = 45$ no es divisible por 12.

21. a) $\frac{360}{420} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$

b) $\frac{42}{75} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 5^2} = \frac{2 \cdot 7}{5^2} = \frac{14}{25}$

c) $\frac{-150}{84} = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = -\frac{5^2}{2 \cdot 7} = -\frac{25}{14}$

d) $\frac{-1206}{855} = -\frac{2 \cdot 3^3 \cdot 19}{3^2 \cdot 5 \cdot 19} = -\frac{2 \cdot 3}{5} = -\frac{6}{5}$

22. Son equivalentes, puesto que el producto en cruz de sus términos da el mismo resultado:

$$\frac{15}{12} = \frac{10}{8}$$

$15 \cdot 8 = 12 \cdot 10$

$120 = 120$

Las dos fracciones tienen la misma fracción irreducible:

$$\frac{15}{12} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{10}{8} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$$

Las dos fracciones dan lugar al mismo número decimal:

$$\frac{15}{12} = 1{,}25$$

$$\frac{10}{8} = 1{,}25$$

También podríamos haber comprobado que las dos fracciones determinan el mismo punto sobre la recta.

23. $\frac{3}{4}, \frac{14}{15}, \frac{6}{7}, \frac{15}{4}, \frac{3}{4}$

— Porque de esta manera los cálculos son más sencillos.

24. No se puede hallar, puesto que un número decimal ilimitado no periódico no es un número racional.

25. Las fracciones $\frac{-14}{35}$ y $\frac{70}{-175}$ son equivalentes, puesto que $-14 \cdot (-175) = 35 \cdot 70 = 2\,450$.

Por lo tanto, ambas fracciones son representantes del mismo número decimal.

El representante canónico de dicho número racional es $\frac{-2}{5}$.

— Todas las fracciones que son representantes del mismo número racional son equivalentes. Por lo tanto, lo son las dos consideradas.

26. $\frac{16}{5} = 3{,}2;\ \frac{-28}{6} = -4{,}\widehat{6}$

$\frac{3}{-4} = -0{,}75;\ \frac{22}{9} = 2{,}\widehat{4}$

$\frac{-54}{27} = -2;\ \frac{125}{4} = 31{,}25$

27. Decimales limitados: 3,25; 71,34567812; 12,1515.

Decimales ilimitados periódicos puros: 2,111…; 0,7777…; 102,393939…

Decimales ilimitados periódicos mixtos: 54,2373737…; 0,0020202…

28. $\frac{25}{4}; \frac{1}{6}; \frac{9}{10}; 2$

29. Opuestos: $\frac{7}{4}; \frac{1}{5}; \frac{-12}{5}; \frac{-6}{23}; \frac{3}{1}$

Inversos: $\frac{-4}{7}; \frac{-5}{1}; \frac{5}{12}; \frac{23}{6}; \frac{-1}{3}$

30. a) $-\frac{3}{5} - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{7}{15} = \frac{-46}{45}$

b) $\frac{2}{9} - \left(-\frac{2}{4} - \frac{1}{15} + \frac{4}{3}\right) - \frac{1}{9} = \frac{2}{9} - \frac{46}{60} - \frac{1}{9} =$

$= \frac{-118}{180} = \frac{-59}{90}$

c) $\left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} = \left(-\frac{2}{5} - \frac{2}{21}\right) :$

$: \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} = -\frac{52}{105} : \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{2}{9} =$

$= \dfrac{104}{175} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{586}{1575}$

31. Cierta.

La medida aritmética de dos números racionales distintos es otro número racional cuyo valor está comprendido entre los valores de los números de partida.

32. $\dfrac{3}{28} = 0{,}10\widehat{714285}$

$\dfrac{21}{14} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$

$\dfrac{109}{240} = 0{,}4541\widehat{6}$

$\dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3} = 1{,}\widehat{6}$

$\dfrac{51}{300} = \dfrac{17}{100} = 0{,}17$

$\dfrac{35}{49} = \dfrac{5}{7} = 0{,}\widehat{714285}$

Factores del denominador: 2, 5 o ambos, sin otros factores. Ni 2 ni 5. 2, 5 o ambos, junto a otros.

33. $7{,}6 = \dfrac{38}{5}$; $0{,}019 = \dfrac{19}{1\,000}$;

$3{,}\widehat{4} = \dfrac{31}{9}$; $2{,}\widehat{9} = 3$; $27{,}\widehat{41} = \dfrac{2\,741}{99}$

$5{,}\widehat{12} = \dfrac{169}{33}$; $3{,}\widehat{29} = \dfrac{326}{99}$

$9{,}3\widehat{46} = \dfrac{9\,253}{990}$; $2{,}1\widehat{16} = \dfrac{419}{198}$

$0{,}\widehat{3463} = \dfrac{3\,463}{9\,999}$

34. $-3{,}\widehat{28} = -\dfrac{328-3}{99} = -\dfrac{325}{99}$

$0{,}\widehat{573} = \dfrac{573-0}{999} = \dfrac{573}{999} = \dfrac{191}{333}$

$-0{,}0\widehat{8} = \dfrac{8-0}{90} = -\dfrac{8}{90} = -\dfrac{4}{45}$

$103{,}\widehat{82} = \dfrac{10\,382-103}{99} = \dfrac{10\,279}{99}$

$10{,}0\widehat{1} = \dfrac{1\,001-100}{90} = \dfrac{901}{99}$

$2{,}27 = \dfrac{227}{100}$

$-11{,}0\widehat{53} = -\dfrac{11\,053-110}{990} = -\dfrac{10\,943}{990}$

$7{,}11\widehat{39} = \dfrac{71\,139-711}{9\,900} = \dfrac{70\,428}{9\,900} = \dfrac{5\,869}{825}$

$-3{,}\widehat{91} = -\dfrac{391-3}{99} = -\dfrac{388}{99}$

$5{,}\widehat{87} = \dfrac{587-5}{99} = \dfrac{582}{99} = \dfrac{194}{33}$

Los números periódicos mixtos son:

$-0{,}0\widehat{8},\ 10{,}0\widehat{1},\ -11{,}0\widehat{53},\ 7{,}11\widehat{39}$

35. a) $\dfrac{1-\dfrac{1}{3}}{2+\dfrac{3}{5}} = \dfrac{\dfrac{2}{3}}{\dfrac{13}{5}} = \dfrac{10}{39} = 0{,}\widehat{256410}$

b) $1 - 2\cdot\dfrac{-\dfrac{3}{4}}{\dfrac{11}{5}} = 1 + 2\cdot\dfrac{3\cdot 5}{4\cdot 11} = 1 + \dfrac{15}{22} =$

$= \dfrac{37}{22} = 1{,}6\widehat{81}$

36. a) $2 + \dfrac{5}{3} - 3{,}0\widehat{8} + 0{,}\widehat{25} =$

$= 2 + \dfrac{5}{3} - \dfrac{278}{90} + \dfrac{25}{99} = 2 + \dfrac{5}{3} - \dfrac{139}{45} + \dfrac{25}{99} =$

$= \dfrac{137}{165}$

b) $\dfrac{5{,}13\cdot 2{,}15}{2} = \dfrac{\dfrac{508}{99}\cdot\dfrac{194}{90}}{2} = \dfrac{\dfrac{508}{99}\cdot\dfrac{97}{45}}{2} =$

$= \dfrac{508\cdot 97}{99\cdot 45\cdot 2} = \dfrac{24\,638}{4\,455}$

c) $5 - \dfrac{2{,}5}{3} + \dfrac{2}{1{,}5} = 5 - \dfrac{\dfrac{25}{10}}{3} + \dfrac{2}{\dfrac{15}{10}} =$

$= 5 - \dfrac{5}{6} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{11}{2}$

d) $\dfrac{\dfrac{-2}{1{,}3} + 5 - \dfrac{1{,}\widehat{3}}{2}}{1 - \dfrac{1{,}\widehat{2}}{3}} = \dfrac{\dfrac{-2}{\dfrac{13}{10}} + 5 - \dfrac{\dfrac{12}{9}}{2}}{1 - \dfrac{\dfrac{11}{9}}{3}} =$

$= \dfrac{\dfrac{-2}{\dfrac{13}{10}} + 5 - \dfrac{12}{18}}{1 - \dfrac{11}{27}} = \dfrac{\dfrac{(-20)}{13} + 5 - \dfrac{12}{18}}{\dfrac{16}{27}} =$

$= \dfrac{\dfrac{654}{234}}{\dfrac{16}{27}} = \dfrac{654\cdot 27}{234\cdot 16} = \dfrac{981}{208}$

37. a) $2{,}\widehat{3} + 3{,}\widehat{125} = \dfrac{7}{3} + \dfrac{3\,122}{999} =$

$= \dfrac{5\,453}{999} = 5,\widehat{458}$

b) $2,\widehat{7} - 3,\widehat{5} = \dfrac{25}{9} - \dfrac{32}{9} = \dfrac{-7}{9} = -0,\widehat{7}$

c) $3,5 \cdot 5,\widehat{6} = \dfrac{7}{2} \cdot \dfrac{17}{3} = \dfrac{119}{6} = 19,8\widehat{3}$

d) $(0,\widehat{6} + 5,\widehat{4}) : (1,\widehat{3} + 3,\widehat{6}) =$

$= \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{49}{9}\right) : \left(\dfrac{4}{3} + \dfrac{11}{3}\right) =$

$= \dfrac{55}{9} : \dfrac{15}{3} = \dfrac{11}{9} = 1,\widehat{2}$

38. a) $\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} : \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} : 1} = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = 0$

b) $\dfrac{\frac{107}{33} : \frac{83}{33} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} : \dfrac{7}{3} = \dfrac{\frac{107}{83} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} : \dfrac{7}{3} =$

$= \dfrac{297}{166} : \dfrac{3}{2} : \dfrac{7}{3} = \dfrac{99}{83} : \dfrac{7}{3} = \dfrac{297}{581}$

39. a) $5,\widehat{217} + 2,\widehat{21} \approx 7,429$

$\dfrac{5\,217 - 5}{999} + \dfrac{221 - 2}{99} = \dfrac{5\,212}{999} + \dfrac{73}{33}$

$= \dfrac{81\,641}{10\,989} = 7,\widehat{429338}$

b) $1,\widehat{278} - 2,0\widehat{78} = -0,8$

$\dfrac{1\,278 - 1}{999} - \dfrac{2\,078 - 20}{990} = \dfrac{1\,277}{999} - \dfrac{2\,058}{990} =$

$= \dfrac{1\,277}{999} - \dfrac{343}{165} = -\dfrac{43\,984}{54\,945} = -0,8005096$

c) $13,\widehat{6} - 7,2\widehat{6} = 6,4$

$\dfrac{136 - 13}{9} - \dfrac{726 - 72}{90} = \dfrac{123}{9} - \dfrac{654}{90} =$

$= -\dfrac{41}{3} - \dfrac{109}{152} = \dfrac{32}{5} = 6,4$

d) $-3,0\widehat{9} - 2,0\widehat{1} = -5,1$

$-\dfrac{309 - 3}{90} - \dfrac{201 - 20}{90} = -\dfrac{279}{90} - \dfrac{181}{90} =$

$= -\dfrac{460}{90} = -\dfrac{46}{9} = -5,\widehat{1}$

40. a) $\dfrac{5}{21} - \dfrac{1}{2,1} = \dfrac{5}{21} - \dfrac{1}{\frac{21}{10}} = \dfrac{5}{21} - \dfrac{10}{21} = -\dfrac{5}{21}$

b) $-\dfrac{2,3}{5} + \dfrac{10}{2,5} = -\dfrac{\frac{23}{10}}{5} + \dfrac{10}{\frac{25}{10}} = -\dfrac{23}{50} + \dfrac{100}{25} =$

$= -\dfrac{23}{50} + \dfrac{200}{50} = \dfrac{177}{50}$

c) $\dfrac{5}{3} : \dfrac{2,6}{13} = \dfrac{5}{3} : \dfrac{\frac{26}{10}}{13} = \dfrac{5 \cdot 130}{3 \cdot 26} =$

$= \dfrac{650}{78} = \dfrac{325}{39}$

d) $\dfrac{-5}{1,2} : \dfrac{10}{-6} = \dfrac{-5}{\frac{12}{10}} : \dfrac{10}{-6} = \dfrac{-5 \cdot 10 \cdot (-6)}{12 \cdot 10} = \dfrac{5}{2}$

e) $\dfrac{7}{21} \cdot \dfrac{(-9)}{6} = \dfrac{7 \cdot (-9)}{21 \cdot 6} = \dfrac{-1}{2}$

f) $\dfrac{7}{-5} \cdot \dfrac{3}{6,3} = \dfrac{7}{-5} \cdot \dfrac{3}{\frac{63}{10}} = \dfrac{7 \cdot 3 \cdot 10}{-5 \cdot 63} = \dfrac{2}{-3}$

41. Racionales: 4,487252; 8,454545; $0,\widehat{253}$; $32,2\widehat{9}$; $7,5\widehat{6211}$

Irracionales: 54,235412…; 0,4785125…

42. Para poder contestar la pregunta, escribiremos los resultado en forma de fracciones e intentaremos sacar fuera de la raíz el máximo número de factores posibles. También podemos usar la calculadora, recordando que, aunque la expresión de la pantalla sea finita, el número puede tener decimales infinitos.

a) $-\sqrt{6,25} = -\sqrt{\dfrac{625}{100}} = -\sqrt{\dfrac{25^2}{10^2}} = -\dfrac{25}{10}$

Racional

b) $\sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 2}$, por lo tanto, no pueden salir factores de la raíz. Es un número irracional.

c) $-\sqrt{0,128} = -\sqrt{\dfrac{128}{1000}} = -\sqrt{\dfrac{2^7}{2^3 \cdot 5^3}} = -\dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

Irracional

d) $\sqrt{0,\widehat{1}} = \sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}$

Racional

e) $-\sqrt{0,\widehat{3}} = -\sqrt{\dfrac{3}{9}} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}$

No podemos extraer más factores fuera de la raíz, por lo tanto, es irracional.

f) $\sqrt{-9}$. No hay ningún número que al cuadrado nos dé como resultado un signo negativo, por lo tanto, este número no es ni racional ni irracional. No es un número real.

g) $-\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -3$

Racional.

h) $\sqrt[3]{-0{,}125} = \sqrt[3]{\dfrac{125}{1000}} = \sqrt[3]{\dfrac{5^3}{10^3}} = \dfrac{5}{10}$

Racional

i) $\sqrt[3]{64} = 4$

43. $-\sqrt{1} < \dfrac{-3}{4} < 0 < \dfrac{2}{7} < 0{,}75 <$

$< \sqrt{5} < 3 = \sqrt{9} < 5$

44. Respuesta sugerida:

Aproximaciones por defecto: 15,6; 15,69; 15,692; 15,6924; 5,69241

Aproximaciones por exceso: 15,7; 15,70; 15,693; 15,6925; 15,69242

45. a) 2,080… → 2

b) 0,25 → 0,3

c) 9,5874... → 9,59

d) $4{,}2375 \cdot 10^5$ m → 424 km

46. $\sqrt{3} = 1{,}732050808$

Aproximación: 1,73

Cota de error absoluto: 0,003

47. a) Décimas de kilogramo

b) Kilómetros

c) Décimas de milímetro

d) Centésimas de segundo

48. Respuesta sugerida:

a) 3,74... Aproximación por redondeo o truncamiento: 3,7.

b) $|4{,}82 - x| = 0{,}003$

Existen dos soluciones.

Solución 1:

$4{,}82 - x = +0{,}003;$

$x = 4{,}82 - 0{,}003 = 4{,}817$

Solución 2:

$4{,}82 - x = -0{,}003;$

$x = 4{,}82 + 0{,}003 = 4{,}823$

c) Hallamos los dos números que pueden ser aproximados por el valor 15,025 con un error absoluto igual a 0,0005.

$|15{,}025 - x| = 0{,}0005$

Solución 1:

$15{,}025 - x = +0{,}0005$

$x = 15{,}025 - 0{,}0005 = 15{,}0245$

Solución 2:

$15{,}025 - x = -0{,}0005$

$x = 15{,}025 + 0{,}0005 = 15{,}0255$

Para obtener un error absoluto menor que 0,0005 debemos escoger dos números comprendidos entre los dos límites que hemos hallado, por ejemplo, 15,0246 y 15,0254.

49. a) Aplicando el teorema de Pitágoras.

$d = \sqrt{3^2 + 9^2} = 9{,}487$

b) error absoluto = $|9{,}487 - 9{,}486832981| =$
$= 0{,}000167019$

error relativo = $\dfrac{0{,}000167019}{9{,}486832981} = 0{,}000017605$

50. a) El error absoluto en ambas medidas es de 1 g.

b) Nos fijamos en el error relativo:

Error relativo $= \dfrac{1}{10} = 0{,}1$

Error relativo $= \dfrac{1}{100} = 0{,}01$

El error relativo es mayor en la medida de 10 g.

51. Nº de cajas: $11 + \dfrac{1}{3}$ = cajas

Nº de botellas: $\dfrac{34}{3} \cdot 24 = 272$ botellas

Cantidad de vino: $272 \cdot \dfrac{3}{4} = 204$ L

52. Aplicando la ecuación:

$\dfrac{3}{4}x = 60 \cdot \dfrac{3}{5} \rightarrow x = 48$ botellas

53. Aplicando la ecuación:

$\dfrac{3}{5}x = 360 \cdot \dfrac{1}{4} \rightarrow x = 150$ pasos por minuto

54. Aplicando el teorema de Pitágoras a la mitad del triángulo equilátero:

$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

Se trata de un número irracional con infinitas cifras decimales.

Si damos el resultado con tres cifras tendríamos un número decimal aproximado por redondeo a las milésimas (en este caso coincidiría con el truncamiento).

$h = 1{,}732$

55. En un día atrasa $\dfrac{3}{4} : 7 = \dfrac{3}{28}$ de hora.

En cuatro días atrasará $4 \cdot \dfrac{3}{28} = \dfrac{3}{7}$ de hora.

En un mes atrasará $30 \cdot \dfrac{3}{28} = \dfrac{45}{14}$ de hora.

56. Vende $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$.

La fracción de tela que le queda por vender es:

$1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$

57. $\frac{8}{15} - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} =$

$= \frac{8}{15} - \frac{4}{15} + \frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{3}$

Quedó llena $\frac{1}{3}$ parte del depósito.

58. a) Representamos por x el número de personas con las que el tren inicia su recorrido en la primera estación.

Personas en el tren al salir de la segunda estación:

$x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x$

Personas en el tren al salir de la tercera estación:

$\frac{7}{5}x - \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5}x = \frac{14}{15}x$

Personas en el tren al salir de la cuarta estación:

$\frac{14}{15}x - 2$

Puesto que al final quedan 12 personas,

$\frac{14}{15}x - 2 = 12$

$\frac{14}{15}x = 14$

$x = 15$

Al iniciar el trayecto hay 15 personas.

b) Utilizan el transporte las personas que salen de la primera estación más todas las que suben en las siguientes.

Personas de la primera estación: x

Personas que suben en la segunda estación:

$\frac{2}{5}x$

Personas que suben en la tercera estación: 0

Personas que suben en la cuarta estación: 0

Si sumamos estas cantidades:

$x + \frac{2}{5}x = \frac{7}{5}x$

$\frac{7}{5} \cdot 15 = 21$

Utilizan el servicio 21 personas.

59. La ecuación para obtener el precio del kilogramo de café es la siguiente:

$23 \cdot \frac{1}{4}x + 21 \cdot \frac{1}{3}x = 71{,}46 \rightarrow \frac{51}{4}x = 71{,}46$

$x = 5{,}60$

60. Aproximando: -15,677

Error absoluto $= |-15{,}677 + 15{,}676825| =$
$= 0{,}000175$

Error relativo $= \frac{0{,}000175}{15{,}676825} = 0{,}000011$

61. a) Las piezas 1, 6 y 4 representan $\frac{1}{16}$ del tangram, la pieza 3 representa $\frac{1}{8}$, las piezas 2 y 5 representan $\frac{1}{8}$ y la pieza 7 representa $\frac{3}{16}$.

b) La fracción del tangram que está coloreada es:

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1+1+4}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

62. Tenemos:

$\frac{3}{4} \cdot 500 = 375$

Así, Marta cambió 375 €.

Sabemos que 1 euro valía 7,2079 pesos argentinos. Así, 375 · 7,2079 = 2 702,9625

Queremos que el resultado tenga 4 cifras significativas. Por lo tanto, Marta tenía 2 703 pesos argentinos.

63. La fórmula para el volumen de un cilindro es:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, donde r es el radio de la base y h es la altura del cilindro.

Para conocer la altura de agua en el tanque tenemos que calcular

$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$

Así,

$V = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot \frac{4}{3} = 3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot \frac{4}{3} =$

$= 3{,}14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{3{,}14}{3} = 1{,}046$

Por lo tanto, el volumen de agua en el tanque es de 1,05 m³.

64. $\frac{188}{4{,}5} = 41{,}78$. Necesitaré 42 DVDs de 4,5 GB.

$\frac{188 \cdot 1024}{700} = 275{,}02$. Necesitaré 43 CDs de 700 MB.

$\frac{188 \cdot 1024}{1{,}4} = 137\,508{,}57$. Necesitaré 137 509 disquetes de 1,4 MB.

$\frac{188 \cdot 1024 \cdot 1024}{360} = 547\,589{,}69$. Necesitaré 547590 disquetes de 360 KB.

65. Según los datos del problema, la asignación de cada hijo es:

Pequeño: x

Mediano: $\frac{3}{2}x$

Mayor: $\frac{3}{4}\left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{9}{8}x$

Por lo tanto:

$\frac{9}{8}x + \frac{3}{2}x + x = 23\,580 \rightarrow x = 6\,504{,}83$

Por lo tanto:

Pequeño: $x = 6\,504{,}83$ €

Mediano: $\frac{3}{2}x = 9\,757{,}24$ €

Mayor: $\frac{3}{4}\left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{9}{8}x = 7\,317{,}93$ €

66. Inicialmente cobraba: x

Tras la rebaja: $\frac{5}{6}x$

Tras pagar impuestos: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}x = \frac{5}{8}x$

Tras pagar la hipoteca: $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}x = \frac{3}{8}x$

Por lo tanto:

$\frac{3}{8}x = 450 \rightarrow x = 1200$ €.

Antes de la bajada de sueldo cobraba 1200 €.

En impuestos paga $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot 1200 = 250$ €.

En hipoteca paga $\frac{2}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot 1200 = \frac{1}{4} \cdot 1200 = 300$ €.

67. La ecuación para obtener el precio del litro de leche es la siguiente:

$25 \cdot \frac{1}{2}x + 40 \cdot \frac{3}{4}x = 34$

$\frac{85}{2}x = 34 \rightarrow x = 0{,}80$ €

68. En primer lugar se calcula la temperatura máxima del día: $28 \cdot 1{,}15 = 32{,}2$.

Error absoluto: $|32{,}2 - 28| = 4$

Error relativo: $\frac{4{,}2}{32{,}2} = 0{,}13043$

69. Por la fórmula del error relativo:

$0{,}15625 = \frac{0{,}3}{\text{valor exacto}}$

Así,

$\text{valor exacto} = \frac{0{,}3}{0{,}15625} = 19{,}2$

Por lo tanto, la casa mide 19,2 m de altura.

70. Tenemos: $18{,}15 \leq \text{largo} < 18{,}25$ y $7{,}45 \leq \text{ancho} < 7{,}55$

El área más pequeña posible es: $A = 18{,}15 \cdot 7{,}45 =$ $= 132{,}2175$ cm^2

El área más grande posible es: $A = 18{,}25 \cdot 7{,}55 =$ $= 137{,}7875$ cm^2

El área medida es: $A = 18{,}2 \cdot 7{,}5 = 136{,}5$ cm^2

Para calcular el error absoluto, tenemos en cuenta el valor más grande del área.

Error absoluto: $|137{,}7875 - 136{,}5| = 1{,}2875$

Por lo tanto, el error absoluto es 1,288.

71. Tenemos: $5{,}65 \leq \text{arista} < 5{,}75$

El volumen más pequeño posible es: $V = 5{,}65^3 =$ $= 180{,}362125$ cm^3

El volumen más grande posible es: $V = 5{,}7^3 =$ $= 185{,}193$ cm^3

El volumen medido es: $V = 5{,}7^3 = 185{,}193$ cm^3

Para calcular el error absoluto, tenemos en cuenta el valor más grande del volumen.

Error absoluto: $|185{,}193 - 190{,}109375| = 4{,}916375$

Error relativo: $\frac{4{,}916375}{185{,}193} = 0{,}0265473047...$

Así, el error relativo es 0,0265.

72. $\sqrt{150^2 + 260^2} = 300{,}1666204...$

Valor aproximado: 300 cm

73. Se trata simplemente de encontrar el mínimo común múltiplo de los tiempos que necesitan en sus trabajos el jardinero y el pintor:

Jardinero: 12,5 min = 750 s

Pintor: 40,5 min = 2 430 s

Factorizando ambos números, obtenemos que:

m.c.m. $(750, 2\,430) = 2 \cdot 3^5 \cdot 5^3 = 60\,750$ s = =1 012,5 min

Al cabo de 1 012,5 min acabarán simultáneamente su trabajo en un jardín.

74. Número de niños: $0{,}4 \cdot 4\,720 = 1\,888$

Número de adultos: $4\,720 - 1\,888 = 2\,832$

Sabemos que $\frac{1}{4}$ de los niños han visto la película más de una vez:

$\frac{1}{4} \cdot 1888 = 472$

Sabemos también que $\frac{1}{3}$ de los adultos han visto la película más de una vez:

$\frac{1}{3} \cdot 2832 = 944$

Añadimos los últimos dos valores: 472 + 944 = = 1416

Así, 1416 personas vieron la película más de una vez. Esto es, 4720 – 1416 = 3304 personas vieron la película por primera vez.

Calculamos la proporción:

$\frac{3304}{4720} = 0,7$

Por lo tanto, 70 % de los espectadores vieron la película por la primera vez.

75. Cromos repetidos: 0,2 · 180 =36

Cromos repetidos intercambiados:

$\frac{1}{4} \cdot 36 = 9$

Total de cromos no repetidos después de haberlos intercambiado: (180 – 36) + 9 = 153

Proporción de cromos no repetidos:

$\frac{153}{180} = 0,85$

Carla tiene un 85 % de cromos no repetidos en su colección.

Pon a prueba tus competencias

1. a) Los conceptos de gasto son:

Por potencia: 4,4 · 2 · 21,413629 = 24,87987 €

Por consumo: 397 · 0,142138 = 56,4287 €

Alquiler: 0,58 · 2 = 1,16

Añadiéndole el IVA a la suma de los conceptos:

82,46866 · 1,21 = 99,78708 €

b) Basándonos en la tabla de los consumos:

Lavadora: 0,33 kW · 2 h · 60 días = 39,6 kwh consumidos.

Lavavajillas: 0,797 kW · 2 h · 60 días = 47,82 kwh consumidos.

Plancha: 1,2 kW · 5 h · 8 semanas = 48 kwh consumidos.

Pequeños electrodomésticos: 0,06 kW · 2 h · 8 semanas = 0,96 kwh consumidos.

En total 136,38 kWh consumidos por estos conceptos en una semana.

c) Una estimación razonable sería una lámpara mediana de 40 W encendida durante 20 h al día (tengamos en cuenta que hay varias habitaciones en una casa).

Iluminación: 0,04 kW · 20 h · 60 días = 48 kwh consumidos.

d) Utilizando las expresiones del enunciado:

Por potencia: 5,5 · 2 · 21,413629 = 31,10 €

Por consumo: 186,38 · 0,142138 = 26,207 €

Alquiler: 0,58 · 2 = 1,16

Añadiéndole el IVA a la suma de los conceptos:

58,467 · 1,21 = 70,745 €

Nota: el consumo ha sido sensiblemente inferior al del apartado a), pero solo hemos tenido en cuenta los conceptos indicados, faltarían otros, como calefacción o aire acondicionado, horno, microondas, frigorífico… que aumentarían sensiblemente el consumo hasta los niveles del primer apartado de la actividad.

Con medidas como poner la calefacción o el aire acondicionado en torno a 22 ºC, dobles acristalamientos, utilizar electrodomésticos AAA… se estima que una familia española podría ahorrar el 25 % de su consumo eléctrico.

2. a) Usando una regla de tres, llamando *x* a la diagonal de la pantalla:

$$x = \frac{42 \cdot 0,0254}{1} = 1,0668$$

Así, la pantalla tiene 107 cm.

b) Usando una regla de tres, llamando *x* al largo de la pantalla (16:9):

$$x = \frac{52,4 \cdot 16}{9} = 93,2$$

La pantalla tiene 93,2 cm de largo.

Nota: también puede utilizar el teorema de Pitágoras para calcular la diagonal, pero implica tener que efectuar más cálculos.

c) La televisión tiene un marco de 2,5 cm de largo y una peana de 3 cm de altura.

Así, largo = 93,2 + 5 = 98,2 cm;

altura = 52,4 + 5 + 3 = 60,4 cm

d) No es posible, porque en la altura tenemos 0,604 > 0,6.

3. a) $230\,\$ \cdot \frac{1€}{1,26\,\$} = 182,54\,€$

b) $500\,\$ \cdot \frac{1,59\,CHF}{1,26\,\$} = 630,95\,CHF$

c) $400\,€ \cdot \frac{0,67\,£}{1\,€} = 268\,£$

d) $800\,£ \cdot \frac{1,59\,CHF}{0,67\,£} = 1898,51\,CHF$

e) $500\,CHF \cdot \frac{1€}{1,59\,CHF} = 314,47\,€$

f) $300\,£ \cdot \dfrac{1{,}26\,\$}{0{,}67\,£} = 564{,}18\,\$$

g) $600\,€ \cdot \dfrac{1{,}26\,\$}{1\,€} = 756\,\$$

4. a) Como hay 12 caballos y tardan 63 segundos en pasar todos, el tiempo pedido vendrá dado por:

$$3 \cdot 63 + 3 \cdot \frac{63}{12} = \frac{819}{4} = 204{,}75\ s$$

b) 21 minutos y 42 segundos equivalen a 1302 segundos.

Queremos saber, en ese tiempo, cuántas vueltas se han completado y cúantos segundos han sobrado de las vueltas completas.

Dividiendo 1302 entre 63 obtenemos que se completan 20 vueltas y sobran 42 segundos.

Como se tarda en alcanzar cada caballo 5,25 s (63/12) para saber la posición del caballo alcanzado dividimos los segundos sobrantes entre el tiempo que tarda en alcanzarse cada uno:

42/5,25 = 8, es decir, se habrá alcanzado el noveno caballo, el I.