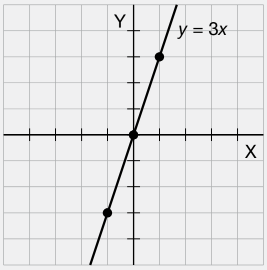
Funciones lineales y no lineales

1. a)

x	–1	0	1
y	–3	0	3

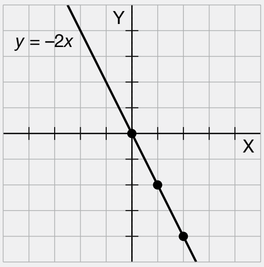
La pendiente de la recta es 3.



b)

x	0	1	2
y	0	–2	–4

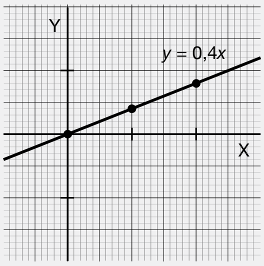
La pendiente de la recta es –2.



c)

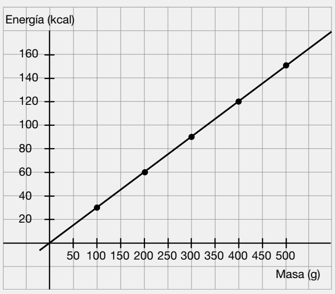
x	0	1	2
y	0	0,4	0,8

La pendiente de la recta es 0,4.



2.

Masa en g (x)	100	200	300	400	500
Energía en kcal (y)	30	60	90	120	150



$$m = \frac{y}{x} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

La pendiente es $\frac{3}{10}$.

3. Las funciones lineales son:

a) $m = –9$

c) $m = 0{,}8$

e) $m = 0{,}5$

4. a) $\frac{1{,}5}{2} = \frac{2{,}25}{3} = \frac{3{,}75}{5} = \frac{6}{8} = 0{,}75$

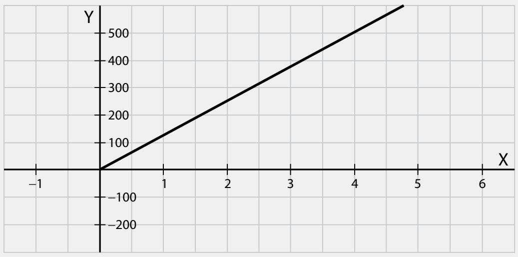
La expresión algebraica de la función es $y = 0{,}75x$.

b) $\frac{–1{,}5}{1} = \frac{–3}{2} = \frac{–4{,}5}{3} = \frac{–6}{4} = –1{,}5$

La expresión algebraica es $y = –1{,}5\,x$.

5. La función que representa el número de piezas fabricadas (*y*) en función del tiempo de trabajo (*t*), en horas, es:

y = 125 · t



6. — Gráfica azul:

Pasa por (0, 0).

Consideramos el punto (3, 2).

La expresión algebraica es $y = \frac{2}{3}\,x$

— Gráfica roja:

Pasa por (0, 0).

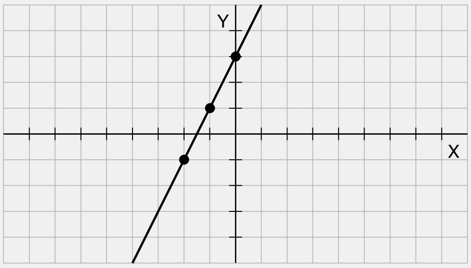
Consideramos el punto (1, –3).

$m = –3$

La expresión algebraica es $y = –3\,x$

7. a)

x	–2	–1	0
y	–1	1	3

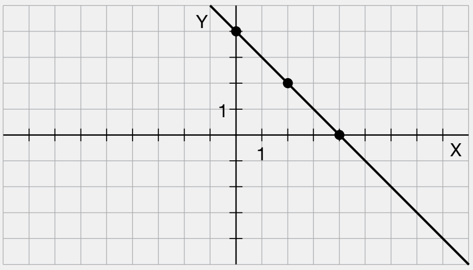


Pendiente: 2

Ordenada en el origen: 3

b)

x	0	2	4
y	4	2	0

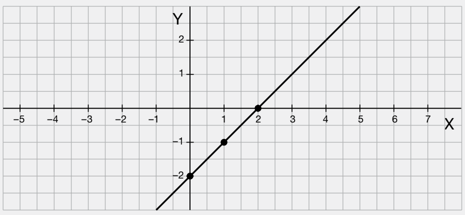


Pendiente: –1

Ordenada en el origen: 4

c)

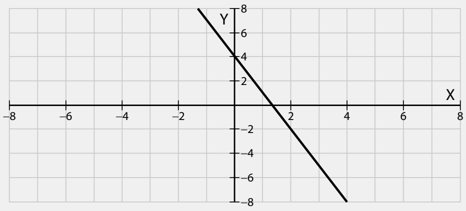
x	0	1	2
y	–2	–1	0



Pendiente: 1

Ordenada en el origen: –2

8. $y = -3x + 4$



9. Pendiente: $m = \dfrac{1-3}{2-1} = -2$

$y = -2x + b$

Consideramos el punto (1, 3).

$3 = -2 \cdot 1 + b \rightarrow 3 = -2 + b \rightarrow b = 5$

La expresión algebraica de la función es $y = -2x + 5$.

10. Ordenada en el origen:

$(0, -1) \rightarrow b = -1$

$y = mx - 1$

Para calcular la pendiente consideramos el punto (–3,0):

$0 = -3\,m - 1 \rightarrow 3m = -1 \rightarrow m = -\dfrac{1}{3}$

La expresión algebraica de la función es:

$y = -\dfrac{1}{3}x - 1$

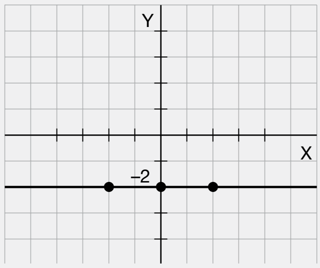
11.

Ocupantes	1	2	3	4	5
Importe (€)	5	5	5	5	5

$y = 5$

12. a)

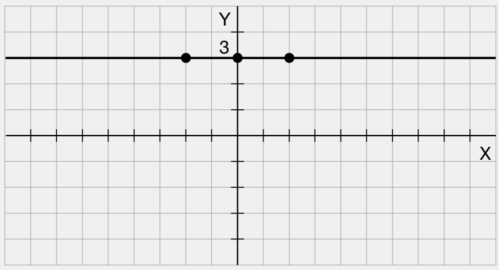
x	–2	0	2
y	–2	–2	–2



Ordenada en el origen: –2

b)

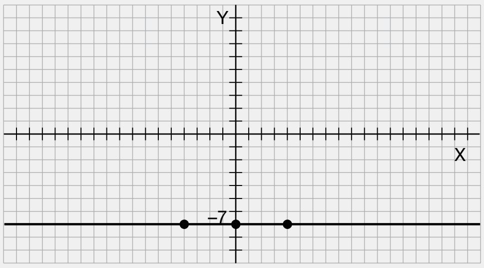
x	–2	0	2
y	3	3	3



Ordenada en el origen: 3

c)

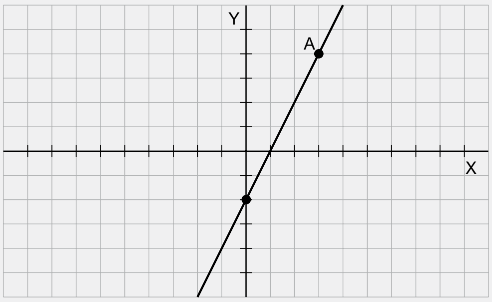
x	–4	0	4
y	–7	–7	–7



Ordenada en el origen: –7

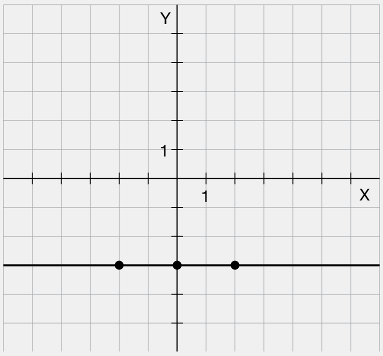
13. $y = -1$, $y = 2$.

14.



15. a)

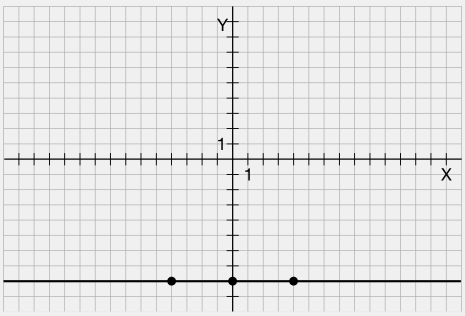
x	–2	0	2
y	–3	–3	–3



Es paralela al eje de abscisas.

b)

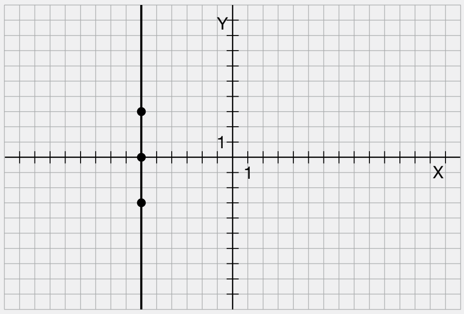
x	–4	0	4
y	–8	–8	–8



Es paralela al eje de abscisas.

c)

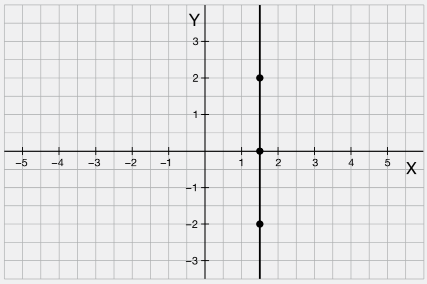
x	–6	–6	–6
y	–3	0	3



Es paralela al eje de ordenadas.

d)

x	1,5	1,5	1,5
y	2	0	–2



Es paralela al eje de ordenadas.

16. Calculamos la recta que pasa por dos de los puntos y, después, comprobamos si el tercero verifica la ecuación de esa recta:

$$\frac{9-3}{1-(-1)} = \frac{y-3}{x-(-1)} \Rightarrow y = 3x + 6$$

$C(4,2) \rightarrow 2 \neq 3 \cdot 4 + 6$

Por lo tanto, los tres puntos no están alineados.

17. a) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{aligned} -1 &= 2m + b \\ 3 &= 4m + b \end{aligned}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $m = 2$ y $b = -5$.

La ecuación de la recta es $y = 2x - 5$.

b) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2 &= -3m + b \\ -4 &= m + b \end{aligned}\right\}$$

Al resolver obtenemos $m = -\frac{3}{2}$ y $b = -\frac{5}{2}$.

La ecuación de la recta es $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$.

18. $m = -6$

$y = -6x + b$

$-6 = -6 \cdot 1 + b$; $-6 = -6 + b$; b = 0

La ecuación de la recta es $y = -6x$.

19. $m = 1$

$y = x + b$; $-3 = 2 + b$; $b = -3 - 2 = -5$

La ecuación de la recta es $y = x - 5$.

20. $y = mx + 3$

$-1 = m \cdot 1 + 3$; $m = -1 - 3 = -4$

La ecuación de la recta es $y = -4x + 3$.

21. a) $\dfrac{-8-4}{2-0} = \dfrac{y-4}{x-0} \Rightarrow y = -6x + 4$

b) $10 = -6 \cdot (-1) + 4$

Por tanto, el punto pertenece a la recta.

c) $y = -6x - 3$

22. $y = 3x - 5$

23. a) Puntos: A $(-3, 0)$ y B $(0,4)$

Recta que pasa por dos puntos:

$$\frac{y-0}{4-0} = \frac{x-(-3)}{0-(-3)}$$

Ecuación punto – pendiente: $y = \frac{4}{3}(x+3)$

Ecuación explícita: $y = \frac{4}{3}x + 4$

Ecuación general: $-\frac{4}{3}x + y - 4 = 0$

b) Puntos: A $(0, 4)$ y B $(3, 0)$

Recta que pasa por dos puntos:

$$\frac{y-4}{0-4} = \frac{x-0}{3-0}$$

Ecuación punto – pendiente: $y - 4 = -\frac{4}{3}x$

Ecuación explícita: $y = -\frac{4}{3}x + 4$

Ecuación general: $\frac{4}{3}x + y - 4 = 0$

24. a) $y = -x + 5$

b) $y - 0 = 2(x - 7)$

c) $\dfrac{y-0}{-3-0} = \dfrac{x-0}{-2-0}$

25. a) $y = 3x + 1$; $y = 3x + 7$

b) $y = 6x$; $y = 6x - 2$

c) $y = -x$; $y = -x + 4$

d) $y = \frac{1}{3}x$; $y = \frac{1}{3}x + 1$

26. Las a) y la c).

27. Tiene las ramas orientadas hacia abajo. Corta el eje *OX* en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$ y el eje *OY* en el punto $(0,3)$. Las coordenadas del vértice son $(1, 4)$.

– Respuesta gráfica.

28. a) Tiene las ramas orientadas hacia arriba. b) No corta al eje *OX* y corta al eje *OY* en el punto $(0,1)$. c) Las coordenadas del vértice son $(0,5; 0,5)$. d) Presenta un mínimo absoluto en el punto $(0,5; 0,5)$.

29. a) $y = x^2 - x$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$,

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

Eje de simetría: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$

Punto de corte con el eje *OY*:

$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

Puntos de corte con el eje *OX*:

$x^2 - x = 0 \rightarrow x_1 = 0\ x_2 = 1 \rightarrow (0, 0)\ (1, 0)$

b) $y = x^2 + 3$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = 0$, $y = 3 \rightarrow (0, 3)$

Eje de simetría: $x = \frac{-b}{2a} = 0$

Punto de corte con el eje *OY*:

$x = 0 \rightarrow y = 3 \rightarrow (0, 3)$

Puntos de corte con el eje *OX*:

$x^2 + 3 = 0 \rightarrow$ No tiene puntos de corte.

c) $y = -2x^2 + 2x$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$

Eje de simetría: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

Punto de corte con el eje *OY*:

$x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

Puntos de corte con el eje *OX*:

$-2x^2 + 2x = 0 \rightarrow -2x(x - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0\ x_2 =$

$= 1 \rightarrow (0, 0)\ (1, 0)$

d) $y = -x^2 - 2x + 6$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1$,

$y = -1 + 2 + 6 = 7 \rightarrow (-1, 7)$

Eje de simetría: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1$

Punto de corte con el eje *OY*:

$x = 0 \rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6)$

Puntos de corte con el eje *OX:*

$-x^2 - 2x + 6 = 0 \rightarrow x_1 = -3{,}65;$

$x_2 = 1{,}65 \rightarrow (-3{,}65, 0)\ (1{,}65, 0)$

e) $y = -3x^2 + 6x$

Vértice: (1, 3)

Eje de simetría: recta $x = 1$

Puntos de corte el eje *OX*: (0, 0) y (2, 0)

Punto de corte con el eje *OY*: (0, 0).

30. a) Corta el eje *OX* en los puntos (–2, 0) y (–1, 0) y el eje *OY* en el punto (0, 2).

Por lo tanto, $c = 2$.

$ax^2 + bx + 2 = 0 \rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}(-2)^2 a - 2b + 2 = 0\\(-1)^2 a - 1b + 2 = 0\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l}2a - b + 1 = 0\\a - b + 2 = 0\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = 1, b = 3$$

b) $y = x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 2 = 4 - 6 + + 2 = 0$ y $(-1)^2 + 3(-1) + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$.

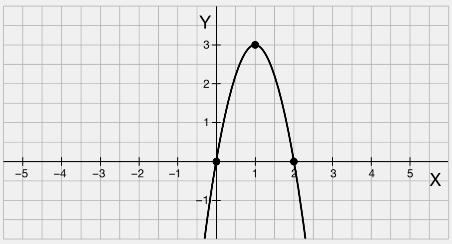
31. a) $y = -3x^2 + 6x$

Vértice: $x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-6} = 1 \rightarrow y = 3 \rightarrow (1, 3)$

Corte con el eje *OY*: $x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

Cortes con el eje *OX*:

$-3x^2 + 6x = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = 2 \rightarrow (0, 0)\ (2, 0)$



Las soluciones de las ecuaciones de segundo grado son (0, 0) y (2, 0).

b) $y = 3x^2$

Vértice: $x = \dfrac{-b}{2a} = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

Corte con el eje *OY*: $x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow (0, 0)$

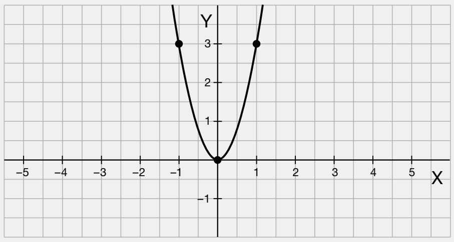
Cortes con el eje *OX*:

$3x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0)$

Podemos determinar dos puntos más:

$x = 1 \rightarrow y = 3 \rightarrow (1, 3)$

$x = -1 \rightarrow y = 3 \rightarrow (-1, 3)$



La solución de la ecuación de segundo grado es (0, 0).

c) $y = x^2 + 3x + 6$

Vértice: $x = \dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{3}{2} = -1{,}5 \rightarrow y = 3{,}75 \rightarrow$

$(-1{,}5, 3{,}75)$

Corte con el eje *OY*: $x = 0 \rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6)$

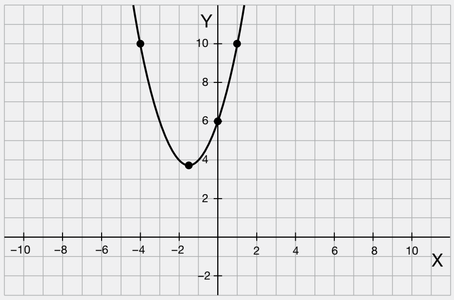
Cortes con el eje *OX*:

$x^2 + 3x + 6 = 0 \rightarrow$ No tiene solución.

Podemos determinar dos puntos más:

$x = 1 \rightarrow y = 10 \rightarrow (1, 10)$

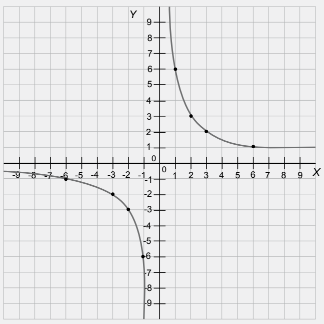
$x = -4 \rightarrow y = 10 \rightarrow (-4, 10)$



La ecuación de segundo grado no tiene solución.

32.

x	–6	–3	–2	–1	1	2	3	6
y	–1	–2	–3	–6	6	3	2	1

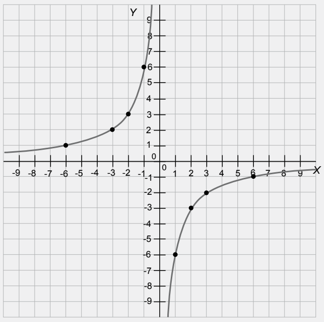


a) El valor $x = 0$, pues una fracción no puede tener denominador 0.

b) Es simétrica respecto al punto (0,0).

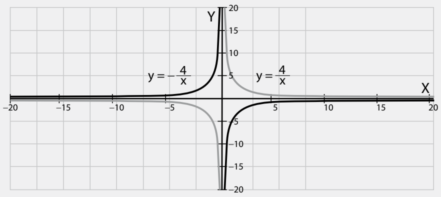
33.

x	–6	–3	–2	–1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	–6	–3	–2	–1



— La gráfica de la actividad 32 es decreciente y la gráfica de la actividad 33 es creciente.

34. Son hipérbolas equiláteras pero en distintos cuadrantes.

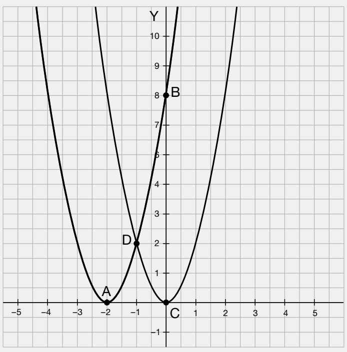


35. a) En primer lugar representamos gráficamente la función $y = 2x^2 + 8x + 8$, parábola *a*.

Con la opción *Intersección de dos objetos,* seleccionando la función y el eje *OX*, se obtiene el punto *A* (–2, 0), vértice y corte con el eje *OX*. Si se seleccionan la función y el eje *OY* se obtiene el punto *B* (0, 8).

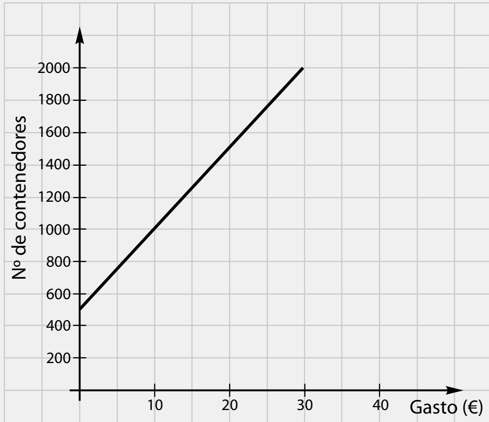
b) Al desplazar la función hasta el punto *C* (0, 0), se obtiene la nueva parábola, cuya expresión algebraica es $y = 2x^2$, parábola *b.*

c) Con la opción *Intersección de dos objetos,* seleccionando las dos funciones se obtiene el punto en que se cortan las parábolas *a* y *b,* *D* (–1, 2).



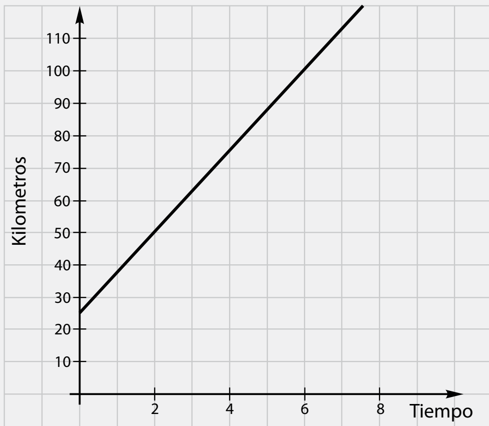
36. a) $y = 50x + 500$, donde *x* representa el número de contenedores recogidos e *y* el coste de la campaña.

b)



37. a) $y = 25 + 15t$, donde t representa el tiempo transcurrido e *y* la distancia al punto de partida del camino.

b)



Actividades finales

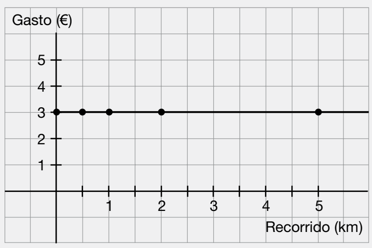
38. a) $y = 3x$; lineal

b) $y = x^2$

c) $y = \frac{x}{2} + 5$; lineal

39.

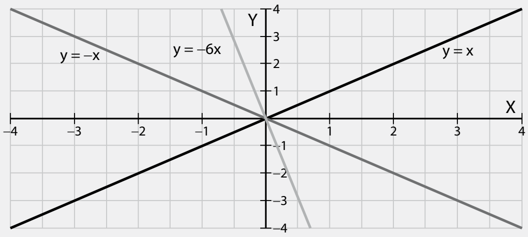
Gasto (€)	3	3	3	3	3
Recorrido (km)	0	0,5	1	2	5



40. a) $m = 1$

b) $m = -1$

c) $m = -6$



41. $m = -\dfrac{3}{4}$

42. Lineal: *d;* Afín no lineal: *a;* constante: *b;* no es función: *c.*

43. La gráfica de la función lineal pasa por el punto (2, 6) y, por lo tanto, cumple:

$y = mx$; $6 = 2m \rightarrow m = 3$

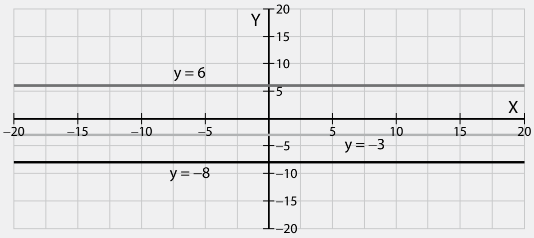
La función lineal es $y = 3x$.

a) $6 \neq 3 \cdot 4$. No pertenece.

b) $3 = 3 \cdot 1$. Sí pertenece.

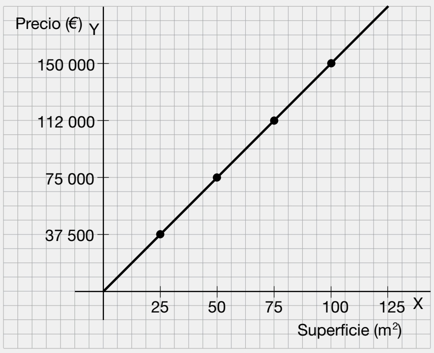
c) $4 \neq 3 \cdot 2$. No pertenece.

44.



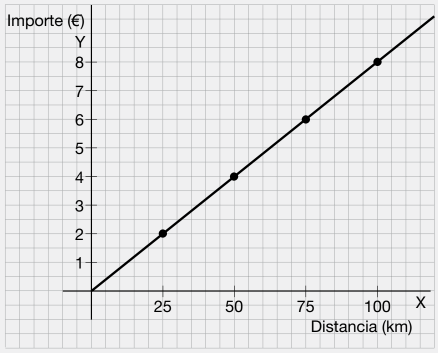
45. a)

Superficie en m^2 (*x*)	25	50	75	100
Precio en euros (*y*)	37500	75000	112500	150000



b)

Distancia en km (*x*)	25	50	75	100
Importe en euros (*y*)	2	4	6	8

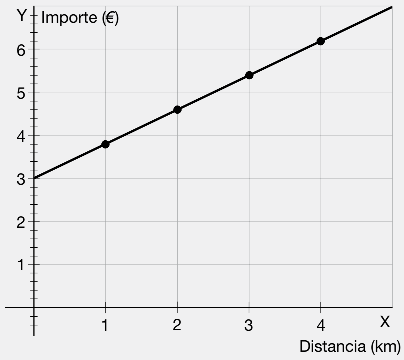


46. Compañía A: $y = 15$, función constante.

Compañía B: $y = 0{,}10x$, función lineal.

Compañía C: $y = 0{,}05x + 5$, función afín.

47.



— Una función afín no lineal.

— Pendiente: $m = \dfrac{4{,}6 - 3{,}8}{2 - 1} = 0{,}8$

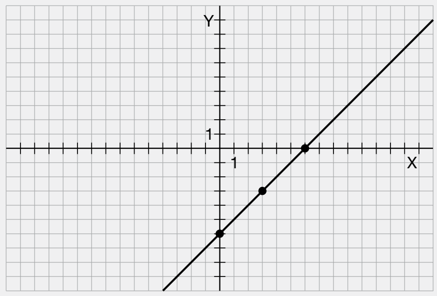
Ordenada en el origen: $y = 0{,}8x + b$;

$3{,}8 = 0{,}8 \cdot 1 + b$; $b = 3$

La pendiente es 0,8 y la ordenada en el origen es 3.

48. a)

x	0	3	6
y	−6	−3	0

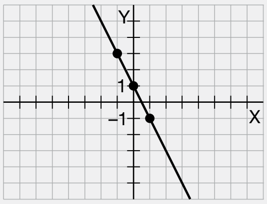


Pendiente: 1

Ordenada en el origen: −6

b)

x	-1	0	1
y	3	1	-1

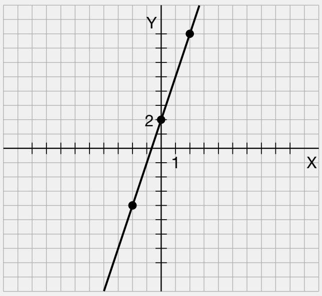


Pendiente: –2

Ordenada en el origen: 1

c)

x	-2	0	2
y	-4	2	8



Pendiente: 3

Ordenada en el origen: 2

49. a) 11,25 cm.

b) De julio a diciembre.

c) *Dom f* = [E, D]

Im f = [0, 30].

d) Sí.

50. a) Como son funciones a trozos, interpolamos cada recta por separado.

Trozo A: pasa por (–1,–2) y (1,4)

$$\left.\begin{array}{l} -2 = -a + b \\ 4 = a + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 3;\ b = 1$$

Trozo B: es constante $y = 4$

Trozo C: pasa por (5,4) y (8,1)

$$\left.\begin{array}{l} 4 = 5a + b \\ 1 = 8a + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = -1;\ b = 9$$

Por lo tanto, la función es:

$$\begin{cases} 3x + 1 & x < 1 \\ 4 & 1 \leq x \leq 5 \\ -x + 9 & x > 5 \end{cases}$$

b) Trozo A: pasa por (–4, 7) y (1,2)

$$\left.\begin{array}{l} 7 = -4a + b \\ 2 = a + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = -1;\ b = 3$$

Trozo B: pasa por (1,2) y (5,6)

$$\left.\begin{array}{l} 2 = a + b \\ 6 = 5a + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 1;\ b = 1$$

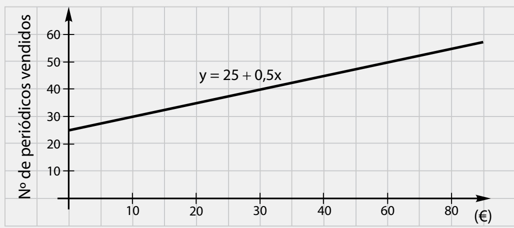
Trozo C: pasa por (5,6) y (8,3)

$$\left.\begin{array}{l} 6 = 5a + b \\ 3 = 8a + b \end{array}\right\} \Rightarrow a = -1;\ b = 11$$

Por lo tanto, la función es:

$$\begin{cases} -x + 3 & x < 1 \\ x + 1 & 1 \leq x \leq 5 \\ -x + 11 & x > 5 \end{cases}$$

51. a) $y = 25 + 0{,}5x$, donde x representa el número de periódicos vendidos e y el dinero recibido al mes (en €).



b) $185 = 25 + 0{,}5x$; $x = 320$ periódicos.

52. Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

53. Una vez realizadas las operaciones, la ecuación es:

$$y = \left(-\frac{2}{5}\right)x + \frac{9}{5}$$

54. — $y = 3$

— $x = -1$

— $b = -2$

$0 = m - 2 \rightarrow m = 2$

$y = 2x - 2$

55. a) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 10 = -m + b \\ -17 = 2m + b \end{array}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $b = 1$ y $m = -9$.

La ecuación de la recta es $y = -9x + 1$.

b) $m = 7$

$y = 7x + b$

$-1 = 7 \cdot 5 + b \rightarrow -1 = 35 + b \rightarrow b = -36$

La ecuación de la recta es $y = 7x - 36$.

c) $b = -5$

$y = mx - 5$

$-1 = 3m - 5 \rightarrow 4 = 3m \rightarrow m = \frac{4}{3}$

La ecuación de la recta es $y = \frac{4}{3}x - 5$.

d) $m = 2$

$y = 2x + b$

$5 = 2 \cdot 8 + b \rightarrow 5 = 16 + b \rightarrow -11 = b$

La ecuación de la recta es $y = 2x - 11$.

56. $\frac{1-2}{3-(-5)} = \frac{y-1}{x-3} \Rightarrow y = \left(-\frac{1}{8}\right)x + \frac{11}{8}$

57. a) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} -3 = -m + b \\ 9 = m + b \end{array}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $b = 3$ y $m = 6$.

La expresión algebraica de la función es:

$y = 6x + 3$.

b) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 3 = -2m + b \\ -6 = 4m + b \end{array}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $b = 0$ y $m = -\frac{3}{2}$.

La expresión algebraica de la función es:

$y = -\frac{3}{2}x$

c) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} -1 = -4m + b \\ 5 = 7m + b \end{array}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $b = \frac{168}{11}$ y $m = \frac{6}{11}$.

La expresión algebraica de la función es:

$y = \frac{6}{11}x + \frac{168}{11}$

d) Resulta el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{2} = \frac{1}{2}m + b \\ 0 = -m + b \end{array}\right\}$$

Lo resolvemos y obtenemos $b = 1$ y $m = 1$.

La expresión algebraica de la función es:

$y = x + 1$

58. Substituimos los valores en la expresión $y = ax + b$

$$\left.\begin{array}{l} 5 = a + b \\ 3 = 2a + b \end{array}\right\}$$

Donde obtenemos, por reducción, $a = -2$ y $b = 7$

Se obtiene la expresión $y = -2x + 7$

59. Si el coeficiente a de una función de segundo grado es 0, la función pasa a ser una función afín.

60. $y = x^2 - 8x + 1$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$, $y = 16 - 32 + 1 =$

$= -15 \rightarrow (4, -15)$

Punto de corte con el eje OY:

$x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1)$

Puntos de corte con el eje OX:

$x^2 - 8x + 1 = 0 \rightarrow x_1 = 7{,}88$; $x_2 = 0{,}13 \rightarrow (7{,}88, 0)$ $(0{,}13, 0)$

61. a) $y = 3x^2 - 5x + 1$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{6} = 0{,}84$,

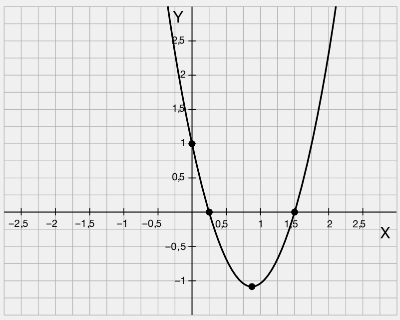
$y = -1{,}08 \rightarrow (0{,}84, -1{,}08)$

Punto de corte con el eje OY:

$x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1)$

Puntos de corte con el eje OX:

$3x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow x_1 = 0{,}23$ $x_2 = 1{,}43 \rightarrow$ $(0{,}23, 0)$ $(1{,}43, 0)$



b) $y = -x^2 + 3x - 4$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-2} = 1{,}5$

$y = -1{,}75 \rightarrow (1{,}5, -1{,}75)$

Punto de corte con el eje OY:

$x = 0 \rightarrow y = -4 \rightarrow (0, -4)$

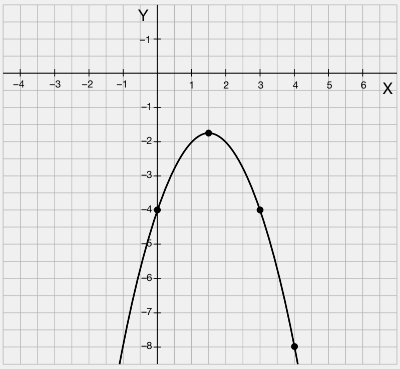
Puntos de corte con el eje *OX*:

$-x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow$ No tiene solución

Podemos determinar dos puntos más:

$x = 3 \rightarrow y = -4 \rightarrow (3, -4)$

$x = 4 \rightarrow y = -8 \rightarrow (4, -8)$



62. $y = -x^2 + 8x - 8$

Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4$, $y = -16 + 32 - 8 =$

$= 8 \rightarrow (4, 8)$

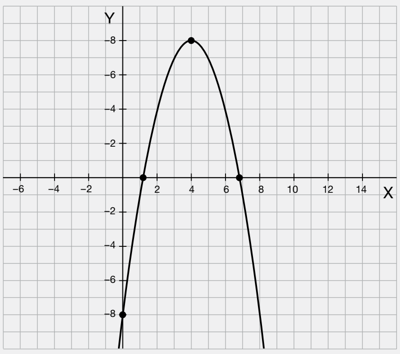
Eje de simetría: $x = \frac{-b}{2a} = 4$

Punto de corte con el eje *OY*:

$x = 0 \rightarrow y = -8 \rightarrow (0, -8)$

Puntos de corte con el eje *OX:*

$-x^2 + 8x - 8 = 0 \rightarrow x_1 = 6{,}83; x_2 = 1{,}17 \rightarrow (6{,}83, 0)$ $(1{,}17, 0)$



63. a) $x \cdot y = 18$

x	1	2	3
y	18	9	6

b) $f(x) = \frac{18}{x}$

c) Respuesta gráfica.

64. a) Vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{-8} = \frac{-1}{4}$

$y = -4 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-1}{4} = -4 \cdot \frac{1}{16} + \frac{2}{4} =$

$= \frac{-1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

Puntos de corte con el eje *OX*

$-4x^2 - 2x = 0 \rightarrow -2x(2x + 1) = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{-1}{2}$

Puntos de corte con el eje *OY*: (0,0).

$\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$.

$\mathrm{Im} f = \left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$.

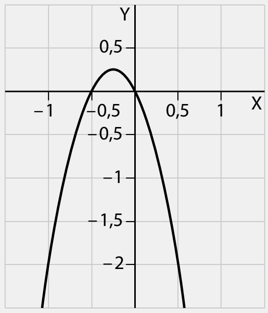
Es continua en su dominio.

Es creciente en $\left(-\infty, \frac{-1}{4}\right)$ y decreciente en $\left(\frac{-1}{4}, +\infty\right)$.

Tiene un máximo en $\left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right)$.

Presenta una simetría en relación a la recta

$x = \frac{-1}{4}$.



b) Vértice: $x = -\frac{6}{6} = -1$

$y = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 4 =$

$= 1 \Rightarrow (-1, 1)$.

Puntos de corte con el eje *OX*:

$3x^2 + 6x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 48}}{6} \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{-12}}{6}$

Por lo tanto, no corta el eje *OX*.

Puntos de corte con el eje *OY*: (0,4).

$\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$.

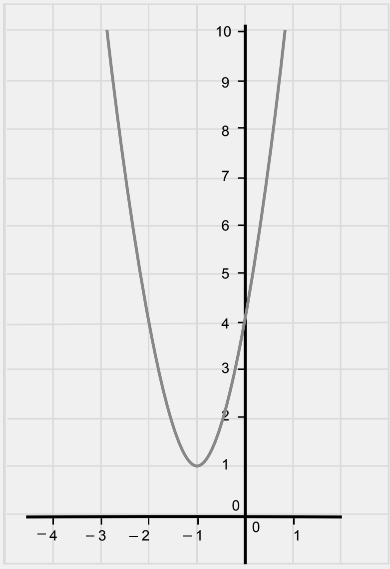
$\mathrm{Im} f = [1, +\infty)$.

Es continua en su dominio.

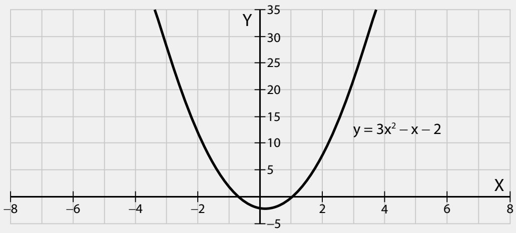
Es decreciente en $(-\infty, -1)$ y creciente en $(-1, +\infty)$.

Tiene un mínimo en (–1,1).

Presenta una simetría en relación a la recta $x = -1$.

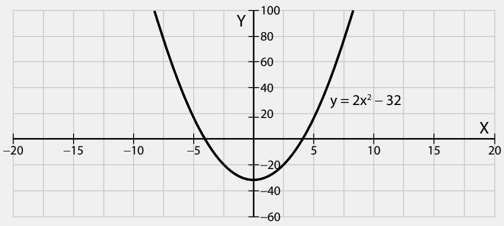


65. a)



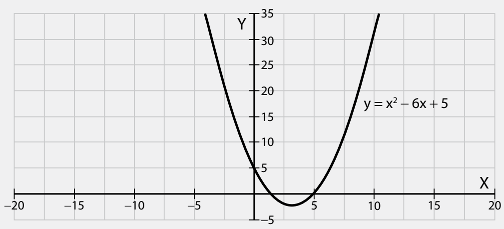
$x = -\frac{2}{3}$; $x = 1$; $V(\frac{1}{6}, -\frac{25}{12})$

b)



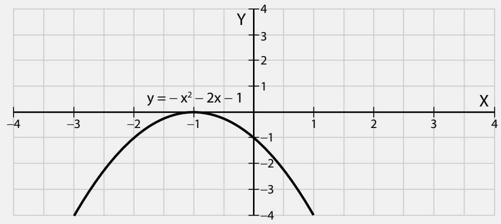
$x = 4$; $x = -4$; $V(0, -32)$

c)



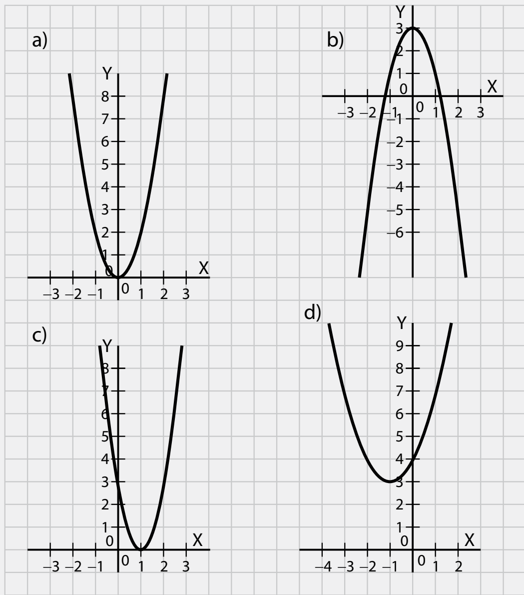
$x = 1$; $x = 5$; V(3, –4)

d)



$x = -1$; $V(-1,0)$

66.



67. a) $V(2,-1)$

b) $x = 2$

c) $y = 3$

d) $(x - 1) \cdot (x - 3) = x^2 - 4x + 3$

68. a)

Número de días	Importe Hotel La Laguna (€)	Importe Hotel El Mar (€)
1	(0)	(60)
2	(70)	(120)
3	(140)	180
4	(210)	240
5	(280)	300
6	350	360
7	420	420
8	490	480
9	560	540
10	630	600

Los valores entre paréntesis indican la estancia mínima en cada uno de los hoteles.

b) x → número de días de estancia en el hotel

y → importe en euros

Hotel La Laguna: $y = 70x - 70$.

Hotel El Mar: $y = 60x$.

c) 

d) Importe en euros del Hotel La Laguna al cabo de 5 días:

$5 \cdot 70 - 70 = 280$ €

Importe en euros del Hotel El Mar al cabo de

5 días:

$5 \cdot 60 = 300$ €

e) El Hotel El Mar resulta más económico al cabo de los 8 días de estancia.

f) Ha estado en el Hotel El Mar 8 días.

69. a) $t = 5$ min $= 300$ s

$e = v \cdot t = 1{,}5 \cdot 300 = 450$

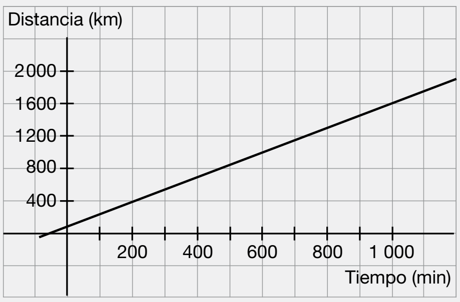
$e_s = 450 + 100 = 550$

Recorrerá 450 m y se encontrará a 550 m de la señal.

b) $300 = 1{,}5 \cdot t \rightarrow t = \dfrac{300}{1{,}5} = 200$

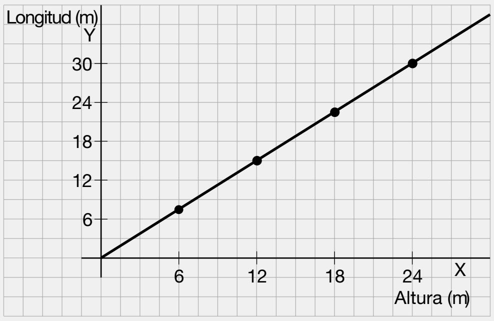
Al cabo de 3 min 20 s.

c) $e = 1{,}5 \cdot t + 100$

d) 

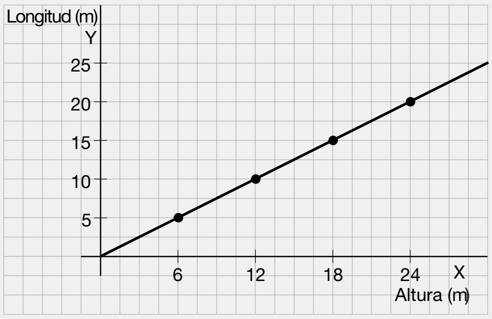
70.

Altura del edificio en metros (x)	6	12	18	24
Longitud de la sombra a las 8 de la mañana en metros (y)	7,5	15	22,5	30



Pendiente: $\dfrac{30}{24} = \dfrac{5}{4}$

Altura del edificio en metros (x)	6	12	18	24
Longitud de la sombra a las 10 de la mañana en metros (y)	5	10	15	20



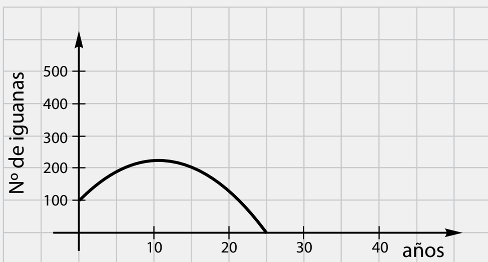
Pendiente: $\dfrac{20}{24} = \dfrac{5}{6}$

A las 11 de la mañana, el sol está más alto, por lo que la pendiente de la función es menor y, por lo tanto, las sombras serán menores.

71. a) $m = \dfrac{15}{100} = 0{,}15$

b) Peligro debido a la alta pendiente.

72. Usamos la gráfica de la función para responder a las preguntas:



a) Para t = 11 años se obtiene el máximo de la población de iguanas, por lo tanto, el número de ejemplares crece durante 11 años.

b) Si resolvemos la ecuación $-t^2 + 22t + 112 = 0$, se obtiene que se extienguen a los 26,26 años.

73. Tenemos que calcular $f(t) = 0$

$420 - 6t = 0$

$6t = 420$

$$t = \frac{420}{6} = 70\,\text{s}$$

Por lo tanto, el tiempo que tarda el terremoto en ser registrado en la estación es de 1 minuto y 10 segundos.

74. La función es el área del triángulo rectángulo. Así,

$$f(x) = \frac{x(2x+4)}{2} = \frac{2x^2+4x}{2} = x^2 + 2x$$

Dom f = (0, +∞), debido a que el lado del triángulo debe ser un número positivo.

Im f = (0, +∞).

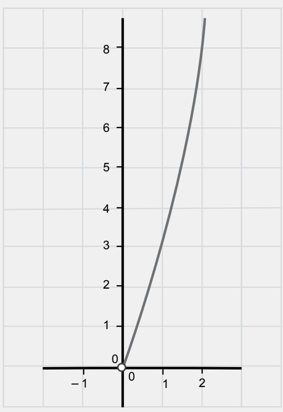
Puntos de corte con el eje *OX*:
$x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x+2) = 0 \rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = -2$

Puntos de corte con el eje *OY*: $y = 0$

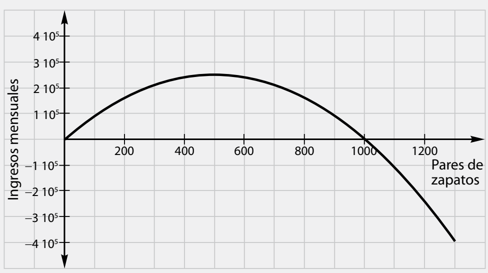
No representamos los puntos de corte con el eje *OX* ni el punto de corte con el eje *OY* porque no pertenecen al dominio de la función.

$f(0) = 0$, $f(1) = 3$ y $f(2) = 8$,

La gráfica de la función es:



75.



a) El mayor ingreso se obtiene fabricando 500 pares de zapatos.

b) $I(125)$ = 109 375 €
$I(375)$ = 234 375 €

c) A partir de 1 000 pares.

76. El punto *A* pertenece a la parábola. Así, las coordenadas del punto *A* son (x, x^2).

El perímetro del rectángulo es
$P = x^2 + x^2 + x + x = 2x^2 + 2x$

Como el perímetro del rectángulo es 12 cm, tenemos que:

$2x^2 + 2x = 12$

$2x^2 + 2x - 12 = x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -3$$

Como la longitud del rectángulo tiene que ser positiva, descartamos la solución $x_2 = -3$. Así, las dimensiones del rectángulo son 2 cm y 4 cm.

Por lo tanto, el área del rectángulo es
$A = 2 \cdot 4 = 8\ \text{cm}^2$.

77. Primero tenemos que determinar el punto de corte con el eje *OX*:

$$-\frac{1}{2}x^2 + 3x = 0 \rightarrow x\left(-\frac{1}{2}x + 3\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6$$

Así, la base mayor mide 6 cm y la base menor mide la mitad, esto es, 3 cm.

El área del trapecio isósceles es:

$$A = \frac{6+3}{2} \cdot 4 = 9 \cdot 2 = 18\,\text{cm}^2$$

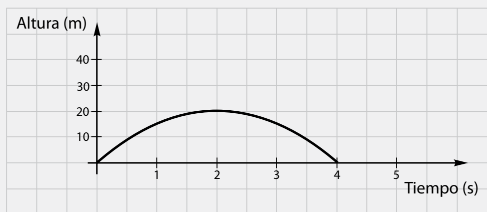
78. A partir de las expresiones de los capitales, a interés simple, de Mónica y Paco, en función del número de años (n) que tengan el dinero en depósito:

$M(n) = 1\,500 \cdot (1 + 0{,}06n)$

$P(n) = 2\,000 \cdot (1 + 0{,}04n)$

Si igualamos ambas expresiones: n = 50 años.

79. a)



b) *Dom h* = [0,4]

c) La altura máxima que alcanza son 20 m a los 2 s del lanzamiento.

d) A los 4 s.

e) Si $h = 15$; $15 = 20t - 5t^2$; $t = 1$ y $t = 3$.

Es decir, el objeto está a una altura igual o mayor de 15 m entre los instantes $t = 1$ s y $t = 3$ s después de haberse lanzado.

Pon a prueba tus competencias

1. a) 50 m

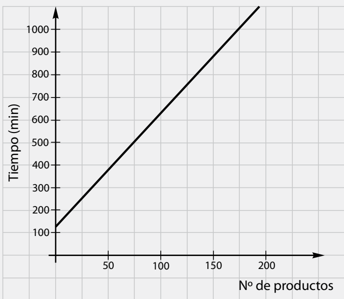
b) 50 + 10 = 60 m

c) 20 + 110 + 10 = 140 m

d) 50 · 0,2 = 10 m

2. a) $t = 5x + 120$, donde x representa el número de productos marcados y t, el tiempo de espera de cada cliente (en segundos).

b)



c) Como por cada cliente se tardan 120 s y en ticar cada producto 5 s:

$t = 5x + 360$

Para $x = 60$ productos; $t = 660$ s = 11 min.

3. a) 2 €/kg

b) 6 €

c) 1 €/kg

d) 11€

e) $0 \le x \le 5$

La pendiente es: $m = \dfrac{10 - 0}{5 - 0} = 2$. La expresión algebraica de la función es $y = 2x + n$.

La recta pasa por (0,0). Por lo tanto, $y = 2x$.

$x > 5$:

La pendiente es: $m = \dfrac{11 - 10}{6 - 5} = 1$. La expresión algebraica de la función es $y = x + n$.

La recta pasa por (6,11), así: $11 = 6 + n \rightarrow n = 5$.

Por lo tanto, $y = x + 5$.

La expresión algebraica definida a trozos es:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & si \quad 0 \le x \le 5 \\ x + 5 & si \quad x > 5 \end{cases}$$

4. a) 2 m

b) 6 m

c) 8 m

d) 3 m

e) El perímetro del aro es $P = \dfrac{0{,}9\pi}{2} = 0{,}45\pi$. Así, el diámetro del aro es 0,45 m.