1. Aplicando las propiedades de las potencias:

a) $9^3 \cdot (-9)^5 \cdot 9^2 = -9^{10}$

b) $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot (-3)^5 = -3^{12}$

c) $(-7)^2 = 7^2$

d) $2^{20} : 2^6 = 2^{14}$

e) $(-10)^4 = 10^4$

f) $(-6)^{12} = 6^{12}$

2. a) $\left(\frac{2}{5}\right)^8$ c) $\left(\frac{1}{20}\right)^4$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ d) 4^3

3. Aplicamos las propiedades de las potencias con exponentes negativos:

a) $\left(\frac{-1}{5}\right)^{15}$ c) $\left(\frac{1}{9}\right)^{14}$

b) $\left(\frac{-1}{7}\right)^4$ d) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{111}$

4. Aplicando las propiedades de las potencias:

a) 2^7 d) 4^3 g) 5^6

b) 3^{12} e) 7^3 h) $(-2)^6$

c) $(-7)^7$ f) x^{13} i) $(-2)^4$

5. Operando:

a) $9^7 : 9^{10} = 9^{-3}$

b) $[(-12)^7]^2 : (-12)^{13} = (-12)^{14} : (-12)^3 = (-12)^{11}$

c) $(-6)^{15:}(-6)^{15} = 1$

d) $(-4)^{11:}(-4)^{-2} = (-4)^{13}$

6. Aplicando las propiedades de las potencias:

a) $\left(-\frac{3}{7}\right)^6$ c) $\left(\frac{2}{11}\right)^{-12}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^7$ d) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-1}$

7. Operando:

a) $\left(\frac{1}{12}\right)^4$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

b) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}$ d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$

8. a) $1{,}49597871 \cdot 10^8$ c) $3{,}246 \cdot 10^{-12}$

b) $3{,}02453 \cdot 10^3$ d) $3{,}42 \cdot 10^{10}$

9. a) $1{,}23 \cdot 10^{15}$

b) $1{,}23 \cdot 10^{-12}$

c) $1{,}4 \cdot 10^{12}$

d) $5{,}27 \cdot 10^{-10}$

10. 33

11. $6{,}394 \cdot 10^{-4} < 0{,}0032 < 7{,}863 \cdot 10^{-3} < 1{,}632 \cdot 10^2 < < 2{,}36 \cdot 10^2$

12. Redondeando a dos cifras decimales:

a) $6{,}55 \cdot 10^4$

b) $4{,}29 \cdot 10^9$

c) $1{,}84 \cdot 10^{19}$

13. Tomando tres cifras decimales:

a) $1{,}337 \cdot 10^5$ d) $4{,}000 \cdot 10^8$

b) $-1{,}413 \cdot 10^6$ e) $1{,}964 \cdot 10^{-8}$

c) $5{,}343 \cdot 10^2$ f) $7{,}579 \cdot 10^{-2}$

14. Aplicando las propiedades de las potencias:

$$2^{63} = 2^{64-1} = \frac{2^{64}}{2} = \frac{1{,}84 \cdot 10^{19}}{2} = 9{,}20 \cdot 10^{18}$$

15. Tomando dos cifras decimales:

a) $2{,}71 \cdot 10^{-4}$

b) $1{,}97 \cdot 10^8$

16. Redondeando a dos cifras decimales:

a) $7{,}93 \cdot 10^2$

b) $3{,}53 \cdot 10^{-5}$

17. Redondeando a dos cifras decimales:

a) $3{,}33 \cdot 10^{-5}$

b) $2{,}64 \cdot 10^4$

18. Respuesta sugerida:

Se considera normal un pulso entre 60 y 90 pulsaciones por minuto.

Para 60 pulsaciones/min en un año:

$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 3{,}15 \cdot 10^7$ pulsaciones/año

Para 90 pulsaciones/min en un año:

$90 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 4{,}73 \cdot 10^7$ pulsaciones/año

19. a) $m_H = m_p + m_e = 1{,}674 \cdot 10^{-27}$ kg

b) $m_O = 8m_p + 8m_n + 8m_e = 2{,}679 \cdot 10^{-26}$ kg

c) $m_{H2O} = 2m_H + 2m_O = 3{,}014 \cdot 10^{-26}$ kg

20. Tomando dos cifras decimales:

a) $1,16\cdot10^{-2}$

b) $1,51\cdot10^{1}$

c) $2,12\cdot10^{-9}$

d) $2,45\cdot10^{19}$

e) $8,18\cdot10^{1}$

f) $2,55\cdot10^{11}$

21. 5, 9, 10, 20, 30

22. a) 57 b) 41 c) 123

23. a) Raíz = 7; resto = 8

b) Raíz = 13; resto = 20

c) Raíz = 36; resto = 2

24. a) $\sqrt{92} = 9,59$

b) $\sqrt{768} = 27,71$

25. Calculamos las raíces del numerador y del denominador y tenemos en cuenta las condiciones para que un número sea racional o irracional:

a) $\frac{11,18...}{2}$, irracional, ya que el numerador lo es.

b) $\frac{4}{5}$, racional.

c) $\frac{3}{4}$, racional.

d) $\frac{10,53...}{6,16...}$, irracional, ya que es cociente de dos irracionales.

e) $\frac{13}{9}$, racional.

f) $\frac{9,49...}{5,91...}$, irracional, ya que es cociente de dos irracionales.

26. Aplicamos las conclusiones sobre el signo de las raíces:

$\pm$ 92, no existe, $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, no existe

–0,69, no existe, $\pm\frac{1}{2}$, 0,87

27. Son semejantes aquellos que tienen el mismo índice y radicando.

$-2\sqrt{5}$ y $6\sqrt{5}$

$4\sqrt[3]{2}$ y $-6\sqrt[3]{2}$

28. Respuesta sugerida:

Semejantes: $5\sqrt[4]{3}, -7\sqrt[4]{3}$ y $\sqrt[4]{3}$

No semejantes: $5\sqrt[4]{3}, -7\sqrt[3]{3}$ y $\sqrt[4]{4}$

29. Factorizamos el radicando y simplificamos con el índice de la raíz.

a) $\sqrt[4]{3^4} = 3$

b) $\sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

c) $\sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

d) $\sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2}$

30. Agrupando las expresiones radicales semejantes:

a) 0

b) $\frac{1}{6\sqrt{2}} + 5\sqrt{2}$

c) $-8\sqrt{11} + 5\sqrt{17}$

d) $6\sqrt[4]{2^4} = 6\cdot2 = 12$

31. Agrupando las expresiones radicales semejantes:

a) $10\sqrt{11}$ c) $2\sqrt{27}$

b) $6\sqrt[3]{8}$ d) $5\sqrt[4]{6}$

32. Calculando la arista de la caja:

$L^3 = 3,375 \rightarrow L = \sqrt[3]{3,375} = 1,5$ m

El área de la misma será: $6\cdot L^2 = 13,5$ m^2

33. Calculamos el número de metros cuadrados de la finca:

$\frac{3\,802,5}{3,6} = 1056,25$ m^2

Por lo tanto, el lado de la finca mide:

$L = \sqrt{1056,25} = 32,5$ m

Actividades finales

34. a) $5\cdot5^4 = 5^{1+4} = 5^5$

b) $(-4)^2\cdot(-4)^5 = (-4)^{2+5} = (-4)^7$

c) $8^7 : 8^3 = 8^{7-3} = 8^4$

d) $(-3)^{10} : (-3)^5 = (-4)^{10-5} = (-3)^5$

e) $[(-2)^2]^7 = (-2)^{2\cdot7} = (-2)^{14}$

f) $(-6)^{15}$

35. a) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{7}\right)^5 = -\left(\frac{4}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{7}\right)^5 =$

$= -\left(\frac{4}{7}\right)^{3+5} = -\left(\frac{4}{7}\right)^8$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{5-3} =$

$= \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

c) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cdot 3} =$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{729}$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2-3} =$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$

36. a) La base es 7 y el exponente debe ser tal que la suma de este con 3 sea 9. Así, tenemos 7^6.

b) La base es –5 y el exponente debe ser tal que la suma de este con 4 sea 6. Así, tenemos $(-5)^2$.

c) La base es 2 y el exponente debe ser tal que la resta de este con 5 sea 3. Así, tenemos 2^8.

d) El exponente debe ser tal que el producto de este con 4 sea 12. Así, tenemos $[(-3)^3]^4$.

37. a) $(-2)^4 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$

b) $(-3)^5 : 3^2 = -3^5 : 3^2 = -3^{5-2} = -3^3$

c) $[(-5)^2]^4 \cdot 5^5 = (-5)^{2\cdot 4} \cdot 5^5 = (-5)^8 \cdot 5^5 = 5^{8+5} = 5^{13}$

d) $(6^3)^5 : (2 \cdot 3)^{10} = 6^{3\cdot 5} : 6^{10} = 6^{15} : 6^{10} = 6^{15-10} = 6^5$

38. a) $(5^3)^2 : (-5)^4 = 5^{3\cdot 2} : 5^4 = 5^2 = 25$

b) $(-2)^3 \cdot 2^4 = -2^3 \cdot 2^4 = -2^{3+4} = -2^7 = -128$

c) $[(-4)^3]^3 : (-4)^6 = (-4)^{3\cdot 3} : (-4)^6 = (-4)^9 : (-4)^6 =$
$= (-4)^{9-6} = -4^3 = -64$

d) $3^2\,(-3)^3 = -3^2 \cdot 3^3 = -3^{2+3} = -3^5 = -243$

39. a) $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^4 =$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^{3+4} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$

b) $\left(-\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^5 = -\left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^5 =$

$= -\left(\frac{4}{7}\right)^{3+5} = -\left(\frac{4}{7}\right)^8$

c) $\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^2\right]^7 : \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \left(-\frac{1}{5}\right)^{2\cdot 7} : \left(\frac{1}{5}\right)^5 =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{14} : \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \left(\frac{1}{5}\right)^{14} : \left(\frac{1}{5}\right)^5 =$

$= \left(\frac{1}{5}\right)^{14-5} = \left(\frac{1}{5}\right)^9$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right] =$

$= -\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{1}{2}\right)^{6+3} = -\left(\frac{1}{2}\right)^9$

40. a) $\left(\frac{7}{2}\right)^4 : \left(-\frac{7}{2}\right) = -\left(\frac{7}{2}\right)^4 : \left(\frac{7}{2}\right) =$

$= -\left(\frac{7}{2}\right)^{4-1} = -\left(\frac{7}{2}\right)^3 = -\frac{7^3}{2^3} = -\frac{343}{8}$

b) $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2\cdot 3} : \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{6-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{2+3} =$

$= \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = -\left(\frac{1}{5}\right)^5 = -\frac{1}{3^5} = -\frac{1}{243}$

d) $\left(\frac{2}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^{3+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

41. a) $4^3 = (2^2)^3 = 2^{2\cdot 3} = 2^6$

b) $(-27)^5 = -27^5 = -(3^3)^5 = -3^{3\cdot 5} = -3^{15}$

c) $\left(\frac{100}{4}\right)^7 = 25^7 = \left(5^2\right)^7 = 5^{2\cdot 7} = 5^{14}$

d) $(-64)^3 = -64^3 = -(2^6)^3 = -2^{6\cdot 3} = -2^{18}$

42. a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^{1+2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

b) $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-5} : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \left(-\frac{5}{4}\right)^5 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 =$

$= -\left(\frac{5}{4}\right)^5 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = -\left(\frac{5}{4}\right)^{5-3} =$

$= -\left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{5^2}{4^2} = -\frac{25}{16}$

c) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}\right]^{2} : \left(\frac{7}{3}\right)^{2} = \left(\frac{3}{7}\right)^{(-2)\cdot 2} : \left(\frac{7}{3}\right)^{2} =$

$= \left(\frac{3}{7}\right)^{-4} : \left(\frac{7}{3}\right)^{2} = \left(\frac{7}{3}\right)^{4} : \left(\frac{7}{3}\right)^{2} =$

$= \left(\frac{7}{3}\right)^{4-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^{2} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9}$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2+(-2)} = \left(\frac{1}{4}\right)^{0} = 1$

43. a) $(-5)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2} = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2} =$

$= -\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{1+2} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{3} =$

$= -\frac{1}{5^3} = -\frac{1}{125}$

y $-\frac{1}{125} > -\frac{1}{120}$. Así, $(-5)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2} > -\frac{1}{120}$

b) $\left(\frac{6}{3}\right)^{8} : \left(2^3\right)^{2} = 2^8 : 2^{3\cdot 2} = 2^8 : 2^6 =$

$= 2^{8-6} = 2^2 = 4$

y 4 > 3. Así, tenemos $\left(\frac{6}{3}\right)^{8} : \left(2^3\right)^{2} > 3$

c) $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^{5} : \left(\frac{7}{2}\right)^{3} = \left(\frac{2}{7}\right)^{(-1)\cdot 5} : \left(\frac{7}{2}\right)^{3} =$

$= \left(\frac{2}{7}\right)^{-5} : \left(\frac{7}{2}\right)^{3} = \left(\frac{7}{2}\right)^{5} : \left(\frac{7}{2}\right)^{3} = \left(\frac{7}{2}\right)^{5-3} =$

$= \left(\frac{7}{2}\right)^{2} = \frac{7^2}{2^2} = \frac{49}{4}$

Así, $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^{5} : \left(\frac{7}{2}\right)^{3} = \frac{49}{4}$

d) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right]^{-1} \cdot 9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cdot(-1)} \cdot 9 =$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 9 = 3^2 \cdot 9 = 9 \cdot 9 = 81$

y 81<100. Así, tenemos $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right]^{-1} \cdot 9 < 100$

44. a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = (-3)^2 \cdot 3^5 =$

$= 3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

b) $\left[(-5)^2\right]^{-3} = (-5)^{2\cdot(-3)} = (-5)^{-6} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{6}$

c) $\left[(-5)^2 \cdot (-5)\right]^{-2} = (-5)^{2\cdot(-2)} \cdot (-5)^{-2} =$

$= (-5)^{-4} \cdot (-5)^{-2} = (-5)^{-4+(-2)} = (-5)^{-6} =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right)^{6}$

o $\left[(-5)^2 \cdot (-5)\right]^{-2} = \left[(-5)^{2+1}\right]^{-2} = \left[(-5)^3\right]^{-2} =$

$= (-5)^{3\cdot(-2)} = (-5)^{-6} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{6}$

d) $\left(\frac{4}{6}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3} =$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-4+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$

45. a) 1,10. Cota del error absoluto: 0,003

b) 0,74. Cota del error absoluto: 0,001

c) 3,29. Cota del error absoluto: 0,004

d) 0,03. Cota del error absoluto: 0,003

e) 30,02. Cota del error absoluto: 0,005

46. a) 5 b) 10000

47. Realizando las operaciones en notación científica:

a) $F_{T-L} = 1{,}98 \cdot 10^{20}$ N

b) $F_{T-V} = 1{,}10 \cdot 10^{18}$ N

48. $1{,}99 \cdot 10^{-23}$. El orden de magnitud es 10^{-23}.

$-\frac{1\ \text{g}}{1{,}99 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{g}}{\text{Ætomo}}} = 5{,}03 \cdot 10^{22}$ átomos

— Nitrógeno: $2{,}34 \cdot 10^{-26}$ kg

— Telurio: $2{,}13 \cdot 10^{-25}$ kg

— Plutonio: $4{,}07 \cdot 10^{-25}$ kg

49. a) $\frac{2^3 \cdot 5^3}{2^5} = \frac{2^3 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 2^3} = \frac{5^3}{2^2} = \frac{125}{4}$

b) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}} =$

$= \left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2} = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{1}{4^2} = \frac{2^2}{3^2 \cdot \left(2^2\right)^2} =$

$= \frac{2^2}{3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2} = \frac{1}{3^2 \cdot 2^2} = \frac{1}{9 \cdot 4} = \frac{1}{36}$

c) $\dfrac{(-7)^2 \cdot 2^7}{2^4 \cdot \left(-\dfrac{1}{7}\right)^{-2}} = \dfrac{(-7)^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}{2^4 \cdot (-7)^2} = 2^3 = 8$

d) $\dfrac{\left[(-3)^2\right]^3 \cdot 10}{2 \cdot (-3)^3} = \dfrac{\left[(-3)^3\right]^2 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot (-3)^3} =$

$= \dfrac{(-3)^3 \cdot (-3)^3 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot (-3)^3} = (-3)^3 \cdot 5 =$

$= -3^3 \cdot 5 = -27 \cdot 5 = -135$

50.

3^{-1}	3^4	3^{-3}
3^{-2}	3^0	3^2
3^3	3^{-4}	3^1

51. a) $2^{10} \cdot (-2)^3 : (-2)^4 = -2^{\,10+3} : 2^4 = -2^9 = -512$

b) $\left(-\dfrac{4}{16}\right)^7 : \left(\dfrac{2}{8}\right)^5 \cdot 4^{-2} = \left(-\dfrac{1}{4}\right)^7 : \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 =$

$= -\left(\dfrac{1}{4}\right)^7 : \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 = -\left(\dfrac{1}{4}\right)^{7-5+2} =$

$= -\left(\dfrac{1}{4}\right)^4 = -\dfrac{1}{256}$

c) $\left[(-7)^2\right]^4 : \left(\dfrac{35}{5}\right)^6 : 7^{-1} = (-7)^{2\cdot 4} : 7^6 : 7^{-1} =$

$= (-7)^8 : 7^6 : 7^{-1} = 7^8 : 7^6 : 7^{-1} = 7^{8-6\quad 1} =$

$= 7^3 = 343$

d) $9^3 \cdot (-3)^4 : (-3)^5 = (3^2)^3 \cdot 3^4 : (-3)^5 = -3^6 \cdot 3^4 : 3^5 =$

$= -3^{\,6+4-5} = -3^5 = -243$

52. a) $225 < 250 < 256 \rightarrow$

$\sqrt{225} < \sqrt{250} < \sqrt{256} \rightarrow$

$15 < \sqrt{250} < 16$

y $250 - 225 = 25$. Así, la raíz cuadrada entera de 250 es 15 y el resto es 25.

b) $121 < 141 < 144 \rightarrow$

$\sqrt{121} < \sqrt{141} < \sqrt{144} \rightarrow$

$11 < \sqrt{141} < 12$

y $141 - 121 = 20$. Así, la raíz cuadrada entera de 141 es 11 y el resto es 20.

c) $400 < 404 < 441 \rightarrow$

$\sqrt{400} < \sqrt{404} < \sqrt{441} \rightarrow$

$20 < \sqrt{404} < 21$

y $404 - 400 = 4$. Así, la raíz cuadrada de 404 es 20 y el resto es 4.

53. a) $289 = 17^2$, es decir, es un cuadrado perfecto. Por lo tanto, $\sqrt{289}$ es un número entero.

b) 615 no es un cuadrado perfecto. Así, $\sqrt{615}$ es un número irracional.

c) $1089 = 33^2$, es decir, es un cuadrado perfecto. Por lo tanto, $\sqrt{1089}$ es un número entero.

54. a) $\sqrt{\dfrac{8}{18}} = \sqrt{\dfrac{4}{9}} = \pm\dfrac{2}{3}$ que son números racionales.

b) $\sqrt{\dfrac{9}{91}}$. $\dfrac{9}{91}$ no es un cuadrado perfecto.

Por lo tanto, $\sqrt{\dfrac{9}{91}}$ es irracional.

c) $\sqrt{\dfrac{507}{3}}$. 507 es divisible por 3 porque $5 + 0 + 7 = 12$ y 12 es divisible por 3.

$\sqrt{\dfrac{507}{3}} = \sqrt{\dfrac{3 \cdot 169}{3}} = \sqrt{169} = \pm 13$ que son números racionales.

55. a) $\sqrt[3]{-\dfrac{1}{64}} = \sqrt[3]{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^3} = -\dfrac{1}{4}$

b) $\sqrt[3]{\dfrac{54}{250}} = \sqrt[3]{\dfrac{2 \cdot 27}{2 \cdot 125}} = \sqrt[3]{\dfrac{27}{125}} = \sqrt[3]{\left(\dfrac{3}{5}\right)^3} = \dfrac{3}{5}$

c) $\sqrt[4]{\dfrac{2401}{16}} = \pm\dfrac{7}{2}$

d) $\sqrt[5]{-\dfrac{3072}{729}} = \sqrt[5]{-\dfrac{3 \cdot 1024}{3 \cdot 243}} = \sqrt[5]{-\dfrac{1024}{243}} =$

$= \sqrt[5]{\left(-\dfrac{4}{3}\right)^5} = -\dfrac{4}{3}$

56. a) $\sqrt[4]{441} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 7^2} = \sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{21}$

b) $\sqrt[6]{961} = \sqrt[6]{31^2} = \sqrt[3]{31}$

c) $\sqrt[10]{900} = \sqrt[10]{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt[5]{2 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt[5]{30}$

57. a) $4\sqrt{2}$

b) $\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2}$

c) $7\sqrt[4]{100} = 7\sqrt[4]{2^2 \cdot 5^2} = 7\sqrt{2 \cdot 5} = 7\sqrt{10}$

d) $-11\sqrt[4]{225} = -11\sqrt[4]{3^2 \cdot 5^2} = -11\sqrt{3 \cdot 5} =$

$= -11\sqrt{15}$

e) $3\sqrt[8]{16} = 3\sqrt[8]{2^4} = 3\sqrt{2}$

f) $-\sqrt[8]{10000} = -\sqrt[8]{2^4 \cdot 5^4} = -\sqrt{2 \cdot 5} = -\sqrt{10}$

Por lo tanto,

$4\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$ y $3\sqrt{2}$ son radicales semejantes y

$7\sqrt{10}$ y $-\sqrt{10}$ son radicales semejantes.

58. a) $-3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (-3 + 7 - 2)\sqrt{3} =$

$= 2\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{10} + 5\sqrt{10} - 8\sqrt{10} = (2 + 5 - 8)\sqrt{10} =$

$= -\sqrt{10}$

c) $\sqrt{7} - 13\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} =$

$= (1 - 13 - 2 - 5)\sqrt{7} = -19\sqrt{7}$

d) $4\sqrt{13} - 5\sqrt{13} + \sqrt{13} + 5\sqrt{13} =$

$= (4 - 5 + 1 + 5)\sqrt{13} = 5\sqrt{3}$

59. a)
$$\begin{array}{r} 6\sqrt{5} + 4\sqrt{2} \\ -5\sqrt{5} + \sqrt{2} \\ \hline \sqrt{5} + 5\sqrt{2} \end{array}$$

Así, $6\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{5} + 5\sqrt{2}$.

b)
$$\begin{array}{l} -\sqrt{6} - 2\sqrt{3} \\ 4\sqrt{6} + 3\sqrt{3} \\ -\sqrt{6} \\ \hline 2\sqrt{6} + \sqrt{3} \end{array}$$

Así, $-\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{6} - \sqrt{6} =$

$= 2\sqrt{6} + \sqrt{3}$

c)
$$\begin{array}{r} \sqrt{13} - 5\sqrt{11} \\ -3\sqrt{13} - 7\sqrt{11} \\ \hline -2\sqrt{13} - 12\sqrt{11} \end{array}$$

Así, $\sqrt{13} - 5\sqrt{11} - 7\sqrt{11} - 3\sqrt{13} =$

$= -2\sqrt{13} - 12\sqrt{11}$

60. a) $\sqrt[4]{324} = \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^4} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = \sqrt{18}$ y

$\sqrt{18} < \sqrt{20}$. Así, tenemos que $\sqrt[4]{324} < \sqrt{20}$.

b) $\sqrt[6]{1600} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 5^2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$.

Así, $\sqrt[3]{40} = \sqrt[6]{1600}$.

c) $\sqrt[8]{2401} = \sqrt[8]{7^4} = \sqrt{7}$ y $\sqrt{7} < \sqrt{11}$.

Así, tenemos $\sqrt[8]{2401} < \sqrt{11}$.

61. a) $\dfrac{\sqrt[4]{729} - 6\sqrt{27}}{5} = \dfrac{\sqrt[4]{3^6} - 6\sqrt{3^3}}{5} =$

$= \dfrac{\sqrt{3^3} - 6\sqrt{3^3}}{5} = \dfrac{(1-6)\sqrt{3^3}}{5} = \dfrac{-5\sqrt{3^3}}{5} =$

$= -\sqrt{3^3} = -\sqrt{3 \cdot 3^2} = -3\sqrt{3}$

b) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\sqrt[6]{784} + 3\sqrt[3]{28}\right) =$

$= \dfrac{3}{2} \cdot \left(-\sqrt[6]{2^4 \cdot 7^2} + 3\sqrt[3]{2^2 \cdot 7}\right) =$

$= \dfrac{3}{2} \cdot \left(-\sqrt[\frac{6}{2}]{2^{\frac{4}{2}} \cdot 7^{\frac{2}{2}}} + 3\sqrt[3]{2^2 \cdot 7}\right) =$

$= \dfrac{3}{2} \cdot \left(-\sqrt[3]{2^2 \cdot 7} + 3\sqrt[3]{2^2 \cdot 7}\right) =$

$= \dfrac{3}{2} \cdot 2\sqrt[3]{28} = 3\sqrt[3]{28}$

c) $\dfrac{-5\sqrt[4]{45} - \sqrt[8]{2025}}{3^2} = \dfrac{-5\sqrt[4]{3^2 \cdot 5} - \sqrt[8]{3^4 \cdot 5^2}}{9} =$

$= \dfrac{-5\sqrt[4]{3^2 \cdot 5} - \sqrt[\frac{8}{2}]{3^{\frac{4}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{2}}}}{9} =$

$= \dfrac{-5\sqrt[4]{3^2 \cdot 5} - \sqrt[4]{3^2 \cdot 5}}{9} =$

$= \dfrac{(-5 - 1)\sqrt[4]{3^2 \cdot 5}}{9} = -\dfrac{6}{9}\sqrt[4]{45} = -\dfrac{2}{3}\sqrt[4]{45}$

62. El lado del cuadrado es

$\sqrt{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ cm.

63. La arista del cubo es

$\sqrt[3]{945} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5 \cdot 7} = 3\sqrt[3]{5 \cdot 7} = 3\sqrt[3]{35}$ cm.

64. $V = 2 \cdot (2 \cdot 3) \cdot (3^2 \cdot 5) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$ cm^3.

65. Primera hora 3 personas;

Segunda hora: $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$ personas;

Tercera hora: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ personas;

…

Quinta hora: $3^5 = 243$ personas.

Por lo tanto, 243 personas han compartido el post con el ejercicio.

66. Si el estudiante escoger la primera opción en el primero ejercicio, él tiene 4 opciones para el segundo ejercicio. Si él escoge la segunda opción en el primero ejercicio, él tiene también 4 opciones para el segundo ejercicio, etc.

Así, el estudiante tiene $4 \cdot 4 = 4^2 = 16$ maneras de responder a los dos ejercicios.

67. $A = \dfrac{3\sqrt{2} + \sqrt{50}}{2} \cdot 2 = 3\sqrt{2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} =$

$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (3 + 5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ cm^2

Por lo tanto, el área del trapecio es $8\sqrt{2}$ cm^2.

68. La medida del lado de uno de los cuadrados más pequeños es $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$ cm . El lado del azulejo tiene cuatro veces la medida del lado de uno de los cuadrados más pequeños. Así, el lado del azulejo mide $4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ cm .

69. El lado de la servilleta mide $\sqrt{169} = 13$ cm . Como la servilleta tiene cuatro lados, tenemos que el encaje de ganchillo tiene $4 \cdot 13 = 52$ cm.

70. La arista del cubo es $\sqrt[3]{1000} = 10$ cm . El área de una de las caras de la caja es $10^2 = 100$ cm^2. El área lateral de la caja es $5 \cdot 100 = 500$ cm^2 = 0, 05 m^2.

71. Si el código es un cuadrado y tiene 625 puntos, entonces el lado del código es de

$$\sqrt{625} = \sqrt{5^4} = \sqrt[\frac{2}{2}]{5^{\frac{4}{2}}} = 5^2 = 25 \text{ puntos.}$$

72. Sabemos que 33,86 petaFLOPS son $3{,}386 \cdot 10^{16}$ y que 90 minutos corresponden a 5 400 segundos.

Así, $3{,}386 \cdot 10^{16} \cdot 5{,}4 \cdot 10^3 = 1{,}82844 \cdot 10^{20}$

Por lo tanto, el Tianhe–2 realiza $1{,}82844 \cdot 10^{20}$ operaciones de coma flotante en 90 minutos.

73. Primero calculamos 7 % del peso de Elena:

$0{,}07 \cdot 45 = 3{,}15$

Sabemos que 1mm^3 = 10^{-6} dm^3 = 10^{-6} L .

Usando una regla de tres, llamando *x* al número de glóbulos rojos:

$$x = \frac{3{,}15 \cdot 5 \cdot 10^6}{10^{-6}} = 1{,}575 \cdot 10^{13}$$

Así, Elena tiene $1{,}575 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos.

74. El número de bacterias por gramo de arena es $4 \cdot 10^7$.

El número de gramos de 50 toneladas de arena es $5 \cdot 10^7$.

El número de bacterias en las 50 toneladas de arena es $4 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^7$ bacterias.

75.

$$\frac{M_S}{M_M} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{30}}{6{,}39 \cdot 10^{23}} = 3113 \cdot 10^6$$

$$\frac{M_S}{M_J} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{30}}{1{,}898 \cdot 10^{27}} = 1048 \cdot 10^3$$

$$\frac{M_S}{M_T} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{30}}{5{,}972 \cdot 10^{24}} = 3\,331 \cdot 10^5$$

76. En la primera iteración, la longitud es $27 \cdot \frac{4}{3}$ cm .

En la segunda iteración, la longitud es

$$\left(27 \cdot \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{4}{3} = 27 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 \text{ cm .}$$

En la tercera iteración, la longitud de la curva de Koch es

$$\left[27 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2\right] \cdot \frac{4}{3} = 27 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$= 3^3 \cdot \frac{4^3}{3^3} = 4^3 = 64 \text{ cm}$$

La longitud de la curva que Francisco dibujó fue de 64 cm.

77. Cada bacteria se duplica cada dos segundos. Así, después de 18 segundos, cada una se duplicó 18 : 2 = 9 veces.

Tenemos que 67 108 864 = 2^{26}. Por lo tanto, tenemos $2^{26-9} = 2^{17}$ = 131 072 bacterias al principio del experimento.

78. La arista del cubo mide

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm .}$$

Para construir el cubo necesitamos de colar siete aristas. Así, la longitud de cinta adhesiva necesaria para construir el cubo es $7 \cdot 15 = 105$ cm.

79. El lado del cuadrado mide

$$\sqrt{1024} = \sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32 \text{ cm .}$$

Mediante el Teorema de Pitágoras podemos calcular la diagonal del cuadrado:

$h^2 = 32^2 + 32^2$; $h^2 = 2048$;

$$h = \sqrt{2\,048} = \sqrt{2^{11}} = 2^5\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$$

La diagonal del cuadrado es ocho veces el lado de un de los cuadrados más pequeños. Por lo tanto, el lado de uno de los cuadrados mide

$$\frac{32\sqrt{2}}{8} = 4\sqrt{2} \text{ cm .}$$

80. Respuesta abierta.

Pon a prueba tus competencias

1. a) $V = 11{,}7 \cdot 5{,}3 \cdot 0{,}87 = 5{,}39487 \cdot 10$ cm^3

b) Usando una regla de tres, llamando *x* a la masa de la barra y sabiendo que 5, 39487 · 10 cm^3 = = 5,39487 · 10^{-5} m^3:

$$x = \frac{1{,}93 \cdot 10^4 \cdot 5{,}39487 \cdot 10^{-5}}{1} = 1{,}041$$

Así, la masa de la barra es 1,041 kg.

c) Usando una regla de tres, llamando *x* al número de moles:

$$x = \frac{1041 \cdot 1}{197} = 5{,}284$$

La barra tiene 5,28 moles de átomos.

d) Usando una regla de tres, llamando x al número de átomos de oro:

$$x = \frac{5{,}28 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1} = 3{,}17856 \cdot 10^{24}$$

La barra tiene $3{,}17856 \cdot 10^{24}$ átomos de oro.

2. a) El lado de la parte cuadrada es $\sqrt{81} = 9$ m.

b) El ancho de la parte rectangular es $\frac{36}{9} = 4$ m.

c) El propietario necesita de 9 + (9 + 4) + 9 + + (9 + 4) = 44 m de alambre de púas.

d) El precio total de la valla es 15 · 44 = 660 €.

3. a) Tenemos que 27 L = 27 dm^3 = 27 000 cm^3.

Así, $\sqrt[3]{27\,000} = 30$.

Por lo tanto, la arista del cubo mide 30 cm.

b) El acuario tiene cuatro vidrios. Cada uno tiene de área 30^2 = 900 cm^2 = 0,9 m^2. Así, tenemos 4 · 0,9 = 3,6 m^2 de vidrio en el acuario.

c) Tenemos que $\frac{8}{9} \cdot 27 = 8 \cdot 3 = 24$ L es la capacidad máxima de agua en el acuario.

d) La altura del acuario con la base es de 40 cm. Así, la base tiene 40 – 30 = 10 cm de altura. Por lo tanto, el volumen de la base es $V = 30 \cdot 30 \cdot 10 = 9000\ cm^3 = 9\ dm^3$

4. Lo haremos utilizando los factores de conversión que nos indica la actividad:

a) $640\ \text{Mb} \cdot \frac{2^{10}\ \text{Kb}}{1\ \text{Mb}} = 6{,}554 \cdot 10^5\ \text{Kb}$

b) $2\ \text{Gb} \cdot \frac{2^{10}\ \text{Mb}}{1\ \text{Gb}} \cdot \frac{2^{10}\ \text{Kb}}{1\ \text{Mb}} = 2{,}097 \cdot 10^6\ \text{Kb}$

5. a) Valor (en \$). Notación científica $(\cdot 10^9) \rightarrow$ 1 \$: $2{,}20 \cdot 10^9$; 5 \$: $1{,}25 \cdot 10^9$; 10 \$: $0{,}73 \cdot 10^9$; 20 \$: $1{,}78 \cdot 10^9$; 50 \$: $0{,}42 \cdot 10^9$; 100 \$: $0{,}29 \cdot 10^9$.

N.º de billetes → 1 \$: $2{,}20 \cdot 10^9$; 5 \$: $2{,}50 \cdot 10^8$; 10 \$: $7{,}30 \cdot 10^7$; 20 \$: $8{,}90 \cdot 10^7$; 50 \$: $8{,}40 \cdot 10^6$; 100 \$: $2{,}90 \cdot 10^6$.

b) Sumando todas las cantidades anteriores:

Total = $6{,}67 \cdot 10^9$

c) Según el factor de conversión que nos indica la actividad:

$$6{,}67 \cdot 10^9\ \$ \cdot \frac{1}{1{,}29\ \$} = 5{,}17 \cdot 10^9$$