Figuras Planas

1. Respuesta gráfica.

2. a) Como se trata de un hexágono, la suma de sus ángulos interiores es: 180º · (6 – 2) = 720º.

Por tanto:

$90^\circ + \hat{B} + \hat{B} + 60^\circ + 60^\circ + \hat{B} + 210^\circ = 720^\circ \Rightarrow$

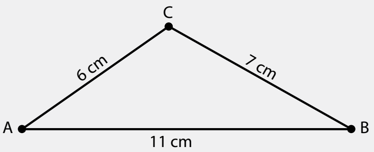
$\Rightarrow \hat{B} = 100^\circ$

Los ángulos del hexágono son de: 90º, 100º, 160º, 60º, 100º y 210º

b) Si procedemos como en el caso anterior: $\hat{B} = 140°$

Los ángulos del hexágono miden: 90º, 140º, 110º, 140º, 150º y 90º.

3. Se trata de un triángulo escaleno acutángulo.



4. Puesto que se trata de un triángulo rectángulo, uno de los ángulos es igual a 90°: $\hat{A} = 90°$

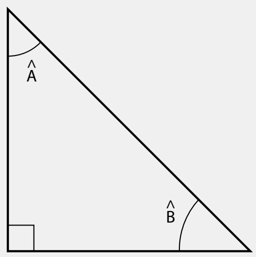
En cualquier triángulo la suma de los tres ángulos ha de ser 180°: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

Por lo tanto: $90° + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

$\hat{B} + \hat{C} = 90°$

Los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ son complementarios.

5. Se trata de un triángulo rectángulo isósceles, por lo tanto:



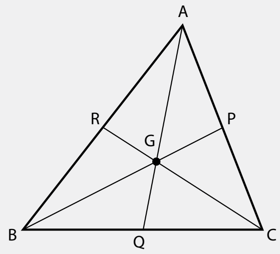
$90° + 2\hat{A} = 180° \Rightarrow \hat{A} = 45°$

6. Estos dos ángulos suman 183°, por lo que sobrepasa los 180° que suman los tres ángulos interiores de un triángulo.

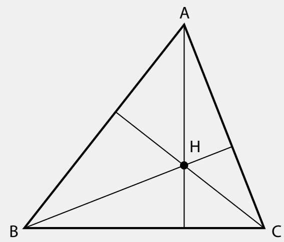
7. Actividad TIC

8. Construir los triángulos con las medidas indicadas de manera similar a estos:

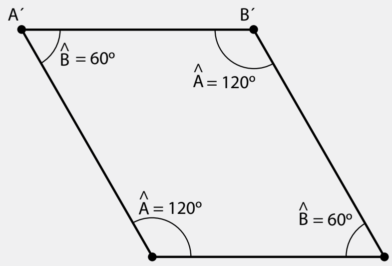
a)



b)

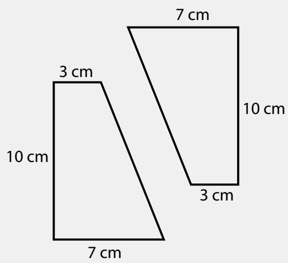


9. Como los ángulos internos suman 360° y son iguales dos a dos:

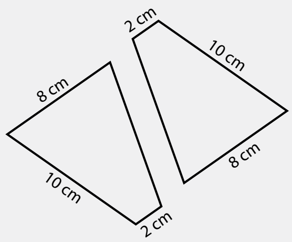


$120° + 120° + 2\hat{A} = 360° \Rightarrow \hat{A} = 60°$

10. a)



b)



11. $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \cdot 5 = 7{,}07$

La diagonal de un cuadrado de 5 cm de lado mide 7,07 cm.

12. a) Dibujar un rombo y sus diagonales.

b) El mismo rombo.

c) Dibujar un cuadrado y sus diagonales.

d) Dibujar un trapecio isósceles y sus diagonales.

13. $2 \cdot \pi \cdot r = 31{,}4 \Rightarrow r = 5$ cm

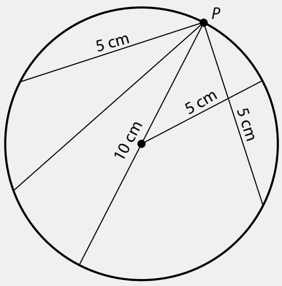
14. $$3^2 = 1{,}5^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\frac{c}{2} = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2}$$

$$c = 2\sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = 5{,}2$$

La longitud de la cuerda es de 5,2 cm.

15.



a) Con el extremo en P podemos trazar infinitas cuerdas. La de longitud máxima es el diámetro que mide 10 cm.

b) Habrá dos cuerdas con esta condición. Ver imagen.

16. $$L = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n$$

a) $L = \dfrac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 45 = 6{,}28$ cm

b) $L = \dfrac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 190 = 26{,}53$ cm

c) $L = \dfrac{\pi \cdot 8}{180} \cdot 275 = 38{,}40$ cm

17. $$A = \pi \cdot \left(5^2 - 4^2\right) = 9\pi \text{ m}^2 \approx 28{,}27 \text{ m}^2$$

18. $$A_{sector\ de\ 70^\circ} = \frac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 70 = 137{,}44$$

$$A_{sector\ de\ 100^\circ} = \frac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 100 = 196{,}35$$

$$A_{sector\ de\ 190^\circ} = \frac{\pi \cdot 15^2}{360} \cdot 190 = 373{,}06$$

Los tres tipos de flores ocuparán superficies de 137,44 m², 196,35 m² y 373,06 m², respectivamente.

19. El área será $A = l^2 = 49$ cm².

20. Calculamos el ángulo *n:*

$$L = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n \Rightarrow n = \frac{180 \cdot L}{\pi \cdot r} =$$

$$= \frac{180 \cdot 3{,}49}{\pi \cdot 2} = 100{,}0^\circ$$

Calculamos la longitud *b:*

$$h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = r^2$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{r^2 - h^2}$$

$$b = 2\sqrt{r^2 - h^2} = 2\sqrt{2^2 - 1{,}30^2} = 3{,}04$$

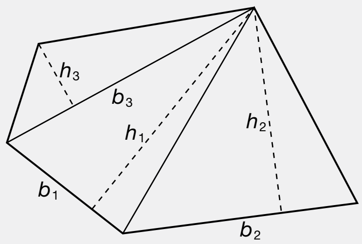
Calculamos el área del segmento circular:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n - \frac{b \cdot h}{2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 100 - \frac{3{,}04 \cdot 1{,}30}{2} = 1{,}51$$

El área buscada es de 1,51 cm².

21. Descomponemos la primera parcela en triángulos.



$A = A_1 + A_2 + A_3 =$

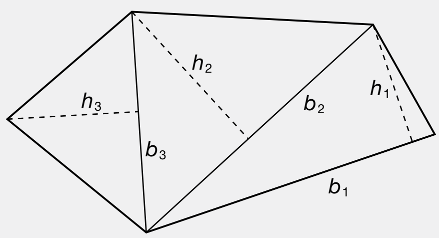
$$A = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} + \frac{b_2 \cdot h_2}{2} + \frac{b_3 \cdot h_3}{2} =$$

$$= \frac{8{,}3 \cdot 14{,}6}{2} + \frac{13{,}3 \cdot 11{,}7}{2} + \frac{15{,}8 \cdot 4{,}1}{2} = 170{,}8$$

El área de la primera parcela es de 170,8 m².
Puesto que cada metro cuadrado cuesta 498 €:
$170{,}8 \cdot 498 = 85\,058{,}4$

La primera parcela cuesta 85 058,4 €.

Descomponemos la segunda parcela en triángulos.



$A = A_1 + A_2 + A_3 =$

$$A = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} + \frac{b_2 \cdot h_2}{2} + \frac{b_3 \cdot h_3}{2} =$$

$$= \frac{17{,}2 \cdot 6{,}9}{2} + \frac{17{,}3 \cdot 9{,}7}{2} + \frac{12{,}3 \cdot 7{,}4}{2} = 188{,}8$$

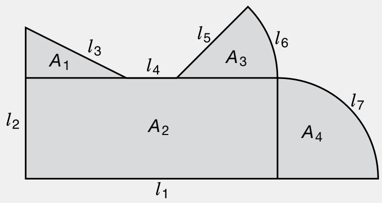
El área de la segunda parcela es de 188,8 m^2.

Puesto que cada metro cuadrado cuesta 498 €:

$188{,}8 \cdot 498 = 94\,022{,}4$

La segunda parcela cuesta 94 022,4 €.

22.



$l_1 = 7$ cm

$l_2 = 3$ cm

$l_3 = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2{,}24$

$l_4 = 1$ cm

$l_5 = 2$ cm

$$l_6 = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n = \frac{\pi \cdot 2}{180} \cdot 45 = 1{,}57 \text{ cm}$$

$$l_7 = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n = \frac{\pi \cdot 2}{180} \cdot 90 = 3{,}14 \text{ cm}$$

$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_7 = 7 + 3 + 2{,}24 + 1 + 2 +$

$+ 1{,}57 + 3{,}14 = 19{,}95$ cm

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = b \cdot h = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n = \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 45 = 1{,}57 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n = \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 = 3{,}14 \text{ cm}^2$$

$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 1 + 10 + 1{,}57 +$

$+ 3{,}14 = 15{,}71$ cm^2

23. a) $A_{Total} = 38 \cdot 20 = 760$ m^2

$$A_{Rombo} = \frac{38 \cdot 20}{2} = 380 \text{ m}^2$$

$A_{Sombreada} = A_{Total} - A_{Rombo} = 380$ m^2

b) $$A_{Triángulo} = \frac{20 \cdot 23}{2} = 230 \text{ m}^2$$

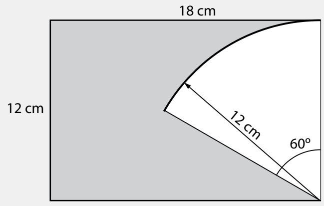
$$A_{Semicírculo} = \frac{\pi \cdot 10^2}{2} = 157{,}08 \text{ m}^2$$

$A_{Sombreada} = 230 + 157{,}08 = 387{,}08$ m^2

24. Actividad TIC

25. Actividad TIC

26.



$A_{Total} = 18 \cdot 12 = 216$ cm^2

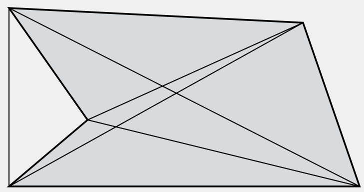
$$A_{Sector} = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 60}{360} = 75{,}40 \text{ cm}^2$$

$A_{Sobrante} = 216 - 75{,}40 = 140{,}60$ cm^2

Actividades finales

27. No, ya que 240 no es múltiplo de 180 y la suma de los ángulos de un polígono ha de ser múltiplo de 180°.

28. $$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{5 \cdot (5-3)}{2} = 5$$



Cabe notar que una de las diagonales está en el exterior del polígono.

29. $$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 27$$

$n^2 - 3n - 54 = 0 \rightarrow n = 9$

No tenemos en cuenta la solución negativa.

$$\frac{360°}{9} = 40°$$

Se trata de un eneágono y cada uno de sus ángulos centrales mide 40°.

30. No, puesto que los tres ángulos de un triángulo equilátero miden 60°, que es un ángulo agudo.

31. $a = 2 \cdot 1{,}2$ cm $= 2{,}4$ cm

$b = 2 \cdot 1{,}6$ cm $= 3{,}2$ cm

$c = 2 \cdot 2$ cm $= 4$ cm

32. Suma de los ángulos interiores:
$180° \cdot (12 - 2) = 1\,800°$

$$\text{n.° diagonales} = \frac{12 \cdot (12-3)}{2} = 54$$

33. Si los ángulos internos suman 720º, se trata de un polígono de:

$720° = 180° \cdot (n - 2) \Rightarrow n = 6$ lados

Entonces, su número de diagonales es:

$$\text{n.° diagonales} = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = 9$$

34. Si aplicamos la expresión del número de diagonales:

$$11 = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \Rightarrow n^2 - 3n - 22 = 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{N}$$

Por lo tanto, no existe un polígono que tenga 11 diagonales.

Análogamente, con la expresión de la suma de los ángulos interiores de un polígono:

$$280° = 180° \cdot (n-2) \Rightarrow n \notin \mathbb{N}$$

Tampoco puede existir un polígono cuyos ángulos interiores sumen 280º.

35. *Figura 1:*

El segmento *PQ* no es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

$180° - (44° + 45°) = 91°$

Así, la longitud del segmento *PQ* no coincide con la de una de sus alturas.

Figura 2:

El segmento *PQ* no es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

$180° - (41° + 50°) = 89°$

Así, la longitud del segmento *PQ* no coincide con la de una de sus alturas.

Figura 3:

El segmento *PQ* es perpendicular al lado del triángulo que contiene al punto *Q*, puesto que:

$180° - (39° + 51°) = 90°$

Así, la longitud del segmento *PQ* coincide con la de una de sus alturas.

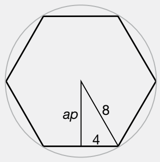
36. $5^2 = c^2 + c^2 = 2c^2$

$$c^2 = \frac{5^2}{2}$$

$$c = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3{,}54$$

La longitud de cada uno de los catetos es de 3,54 cm.

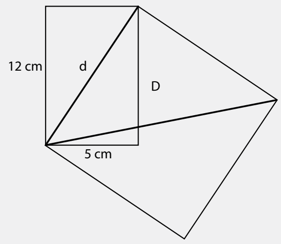
37.



$$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6{,}93$$

La apotema del hexágono mide 6,93 cm.

38.



$$d = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

$$D = \sqrt{13^2 + 13^2} = 18{,}38 \text{ cm}$$

39. $\hat{C} = 90°; \hat{D} = 90°; \hat{A} = 4\hat{B}$

La suma de los cuatro ángulos debe ser 360°. Por lo tanto:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360°$

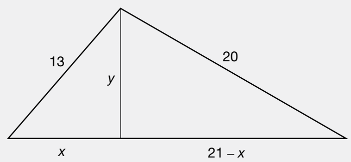
$4\hat{B} + \hat{B} + 90° + 90° = 360°$

$5\hat{B} = 180°$

$\hat{B} = 36°$

$\hat{A} = 4\hat{B} = 4 \cdot 36° = 144°$

40. Descomponemos el triángulo en dos triángulos rectángulos.



Al aplicar el teorema de Pitágoras a cada uno de los triángulos rectángulos, obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 13^2 = x^2 + y^2 \\ 20^2 = y^2 + (21 - x)^2 \end{array}\right\}$$

Para resolver el sistema, despejamos y^2 en cada una de las ecuaciones e igualamos las expresiones obtenidas:

$y^2 = 13^2 - x^2$

$y^2 = 20^2 - (21 - x)^2$

$13^2 - x^2 = 20^2 - (21 - x)^2$

$13^2 - x^2 = 20^2 - (21^2 - 42x + x^2)$

$13^2 - x^2 = 20^2 - 21^2 + 42x - x^2$

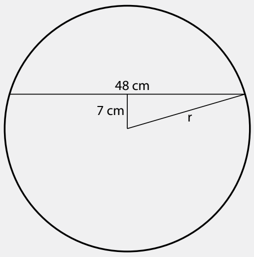
$42x = 21^2 + 13^2 - 20^2$

$$x = \frac{21^2 + 13^2 - 20^2}{42} = 5$$

$$y = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Las medidas que nos piden son $x = 5$ cm e $y = 12$ cm.

41.



Calculamos el radio de la circunferencia y con ese dato, su longitud y área

$$r = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25 \text{ cm}$$

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 50$ cm

$A = \pi \cdot r2 = 625\pi$ cm^2

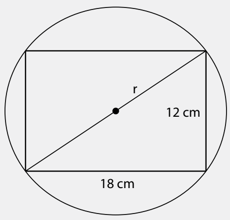
42. a) 40,34° → L = 2,82 cm

b) 20,50° → L = 1,43 cm

c) 1° → L = 0,07 cm

d) 0,5° → L = 0,03 cm

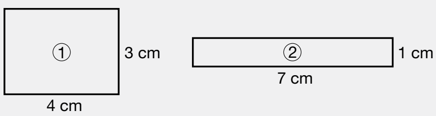
43.



Según la imagen y aplicando el teorema de Pitágoras:

$$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{12^2 + 18^2} = 10{,}82 \text{ cm}$$

44. No, basta con observar los siguientes rectángulos:



$P_1 = 4 + 3 + 4 + 3 = 14$ cm

$A_1 = 4 \cdot 3 = 12$ cm^2

$P_2 = 7 + 1 + 7 + 1 = 16$ cm

$A_2 = 7 \cdot 1 = 7$ cm^2

El perímetro del rectángulo 1 es menor que el perímetro del rectángulo 2 y su área es mayor.

45. Respuesta sugerida:

Rectángulo 1: 2 cm y 72 cm

Rectángulo 2: 8 cm y 18 cm

Rectángulo 3: 9 cm y 16 cm

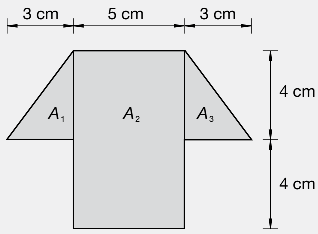
$P_1 = 2 + 72 + 2 + 72 = 148$

$P_2 = 8 + 18 + 8 + 18 = 52$

$P_3 = 9 + 16 + 9 + 16 = 50$

Los perímetros de los rectángulos son 148 cm, 52 cm y 50 cm.

46.



La hipotenusa de los triángulos rectángulos es:

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Perímetro:

2 (5 cm + 5 cm + 3 cm + 4 cm) = 2 · 17 cm = 34 cm

Área:

$$5 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} + 2\frac{3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 52 \text{ cm}^2$$

47. $314 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \dfrac{314}{\pi} \rightarrow r^2 = 99{,}95 \rightarrow r = 10{,}00$

$94{,}25 = 2 \cdot \pi \cdot R;\ R = \dfrac{94{,}25}{2 \cdot \pi};\ R = 15{,}00$

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (15^2 - 10^2) = 392{,}70$

El área de la corona circular es de 392,70 cm^2.

$$- A = \frac{\pi \cdot n}{360} \cdot \left(R^2 - r^2\right) = \frac{\pi \cdot 30}{360} \cdot \left(15^2 - 10^2\right) =$$

$$= 32{,}72$$

El área del trapecio circular es de 32,72 cm^2.

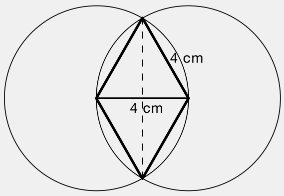
48. Calculamos las dos áreas:

$A_{grande} = \pi \cdot 20^2 = 1256{,}64$ cm^2

$A_{peq} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54$ cm^2

De donde el área sombreada es:
1256,64 – 78,54 = 1178,1 cm^2

49. Si una pasa por el centro de la otra, quiere decir que el rombo formado por los radios y la diagonal menor tiene los datos siguientes:



Las líneas gruesas miden 4 cm y queremos calcular la discontinua.

Por Pitágoras:

$$l = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3,46$$

La longitud de la línea discontinua es el doble, es decir, 6,93 cm.

Con estos datos podemos calcular el área de los dos segmentos circulares adjuntos.

$$A_{segmento} = \frac{\pi \cdot 30^2}{360} \cdot 120^{o} - \frac{6,93 \cdot 2}{2} = 935,07 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área comprendida entre las dos circunferencias es el doble del segmento: 1870,14 cm^2.

50. Al ser un hexágono regular, quiere decir que los seis triángulos que componen la figura son equiláteros de lado 12 cm. La altura de cada uno de estos triángulos la calculamos por Pitágoras:

$$h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10,29 \text{ cm}$$

El área del hexágono será pues:

$$A_{hex} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,39}{2} = 374,04 \text{ cm}^2$$

El área de la circunferencia:

$A_{circ} = \pi \cdot 12^2 = 452,39$ cm^2

El área sombreada mide 452,39 – 374,04 = 78,35 cm^2.

51. a) Si tenemos en cuenta que el lado largo del romboide mide el doble que el lado del hexágono:

$P = 5 \cdot 80 + 3 \cdot 80 + 2 \cdot 58 = 756$ m

$$A = \frac{6 \cdot 80 \cdot 69}{2} + 58 \cdot 138 = 24564 \text{ m}^2$$

b) Si tenemos en cuenta que el radio de la circunferencia grande es 8 m y el de las pequeñas 4 m:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 8 + 2 \cdot \pi \cdot 4 = 16\pi \text{ m}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 2^2 = 28\pi \text{ m}^2$$

52. a) El área de esta figura se puede determinar directamente sobre la región sombreada o bien sobre la región no sombreada para después descontarlo.

Si la diferencia entre los lados grandes de los rectángulos es de 2 cm, así como de los lados pequeños, y suponiendo que las figuras están centradas, esto quiere decir que la altura o distancia entre los lados del rectángulo exterior y el interior es de 1 cm en todos los casos. Por lo tanto, el área sombreada se puede calcular como cuatro triángulos rectángulos de base 1 y altura 1, y dos rectángulos de lados 2 y 1.

Es decir, el área sombreada es de:

$$A_{triang} = 4 \cdot \frac{1 \cdot 1}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$A_{rect} = 2\ (2 \cdot 1) = 4$ cm^2

$A_{total} = 2 + 4 = 6$ cm^2

b) La diagonal menor del rombo es el doble del radio, por lo tanto 24 cm. Entonces, usando la relación $\frac{4}{3}$ del enunciado, la diagonal mayor mide 32 cm. Así el área del rombo es:

$$A_{rombo} = \frac{24 \cdot 32}{2} = 384 \text{ cm}^2$$

El área del círculo es:

$A_{círculo} = \pi \cdot 12^2 = 452,39$ cm^2

Por lo tanto, el área sombreada es:

$A_{total} = 452,39 - 384 = 68,39$ cm^2

c) Con los datos que tenemos, el triángulo que definen los puntos de tangencia con el lado del rectángulo es un triángulo equilátero, y por lo tanto sabemos que sus ángulos miden 60° y la altura la podemos calcular usando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,20 \text{ cm}$$

Por lo tanto el área del segmento circular es:

$$A_{segmento} = \frac{\pi \cdot 6^2}{360} \cdot 60^{o} - \frac{5,20 \cdot 6}{2} = 3,24 \text{ cm}^2$$

El área del rectángulo corresponde a $10 \cdot 6 = 60$ cm^2. Por lo tanto el área sombreada es:

$A_{total} = 60 - 3,24 = 56,76$ cm^2

53. a) Calculamos el área del semicírculo pequeño:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 7^2}{2} = 76{,}97 \text{ cm}^2$$

Hallamos el área del segmento circular:

$$r = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9{,}90$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot r^2}{360} \cdot n - \frac{b \cdot h}{2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 9{,}90^2}{360} \cdot 90 - \frac{14 \cdot 7}{2} = 27{,}98 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es:

$A = A_1 - A_2 = 76{,}97 - 27{,}98 = 48{,}99$

Así, el área de la figura mide 48,99 cm^2.

b) Calculamos el área de cada uno de los semicírculos pequeños:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3{,}5^2}{360} = 19{,}24$$

El área de los seis segmentos circulares es:

$$A_2 = A_{\text{circulo}} - A_{\text{hexágono}} = \pi \cdot r^2 - \frac{P \cdot ap}{2} =$$

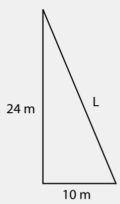
$$= \pi \cdot 7^2 - \frac{6 \cdot 7 \cdot \sqrt{7^2 - 3{,}5^2}}{2} = 26{,}63 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es:

$A = 6A_1 - A_2 = 115{,}44 - 26{,}63 = 88{,}81$

Así, el área de la figura mide 88,81 cm^2.

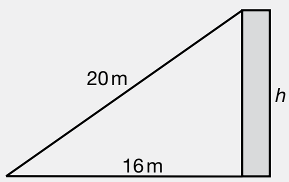
54.



$$L = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26 \text{ m}$$

La longitud de cable necesaria es: $26 \cdot 4 = 104$ m

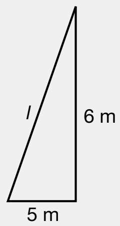
55.



$$h = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

La altura de la torre es de 12 m.

56.



$$l = \sqrt{6^2 + 5^2} = 7{,}81$$

La longitud de la escalera debe ser como mínimo de 7,81 m.

57. La longitud de la tira metálica de la lente antes de aumentar su diámetro era:

$L_1 = 2\,\pi\, r$

Si aumentamos el diámetro 2 cm, la longitud de la lente será:

$L_2 = 2\,\pi\,(r + 1) = 2\,\pi\, r + 2\,\pi$

$L_2 = L_1 + 2\,\pi$

La longitud deberá aumentar en:

$2\,\pi = 6{,}28$ cm

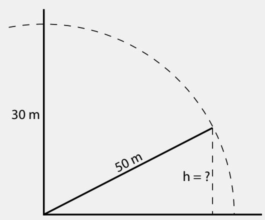
58.

$$A = \frac{5 \cdot l \cdot ap}{2}$$

$$l = \frac{2 \cdot A}{5 \cdot ap} = \frac{2 \cdot 2000}{5 \cdot 23{,}5} = 34{,}04$$

La anchura de cada fachada es de 34,04 m.

59. El primer día, la cometa se encontraba a 50 m del suelo. Si el segundo día se ha desplazado 30 m del punto de amarre, podemos calcular la altura a la que se encuentra aplicando el teorema de Pitágoras:



$$h = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ m}$$

60. $A_{\text{total}} = A_{\text{paredes}} - A_{\text{puerta}} - A_{\text{ventana}}$

$A_{\text{total}} = 2 \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot 6{,}4 \cdot 2{,}4 - 2{,}0 \cdot 0{,}7 -$

$- 1{,}4 \cdot 0{,}8 = 53{,}16 \text{ m}^2$

— $\dfrac{53{,}16}{15} = 3{,}54$

Se necesitarán 4 botes de pintura.

— $4 \cdot 25{,}8 = 103{,}2$

La pintura costará 103,2 euros.

— 4 – 3,54 = 0,46

0,46 · 10 = 4,6

Sobrarán 4,6 litros de pintura.

— $A_{\text{techo baño}} = 3 \cdot 1,8 = 5,4$

$$\frac{5,4}{15} = 0,36$$

Sí podremos pintar el techo del baño, ya que nos han sobrado 0,46 botes de pintura y solo necesitamos 0,36 botes.

61. El trapecio rectángulo tiene de área:

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{15 + 35}{2} \cdot 20 = 500 \text{ m}^2$$

Los ángulos de los dos *hotspots* son suplementarios, es decir, su suma es 180°.

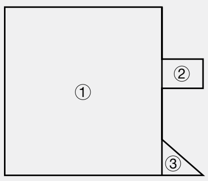
Así, el área de los dos *hotspots* es:

$$A_{\text{semicírculo}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \frac{144\pi}{2} = 72\pi = 226 \text{ m}^2$$

El porcentaje del área de cobertura es:

$$\frac{226}{500} = 0,452 = 45,2\ \%$$

62.



238 – 50 = 188

$A_1 = A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 188 \cdot 200 = 37\,600$

$A_2 = A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 50 \cdot 35 = 1\,750$

$$A_3 = A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{50 \cdot 45}{2} = 1125$$

$A_{\text{terreno}} = A_1 + A_2 + A_3 = 37\,600 + 1\,750 + 1\,125 =$

$= 40\,475 \text{ m}^2$

Precio total = 40 475 · 9 = 364 275

El precio total del terreno es de 364 275 €.

63. La anchura del rectángulo es: $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6 \text{ cm}$

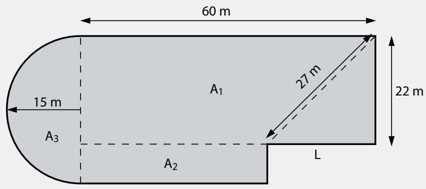
Representemos por *x* la base del triángulo y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$15^2 = x^2 + 9^2 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = 12$ cm.

La longitud del rectángulo es: $\frac{2}{3} \cdot 12 = 8 \text{ cm}$

Por lo tanto: $A_{\text{rectángulo}} = 6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$

64.



$$A_{\text{Semicircular}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 15^2 = 353,43 \text{ m}^2$$

$A_1 = 60 \cdot 22 = 1\,320 \text{ m}^2$

Calculamos el valor de L:

$$L = \sqrt{27^2 - 22^2} = 15,65 \text{ m}$$

$A_2 = 44,35 \cdot 8 = 354,80 \text{ m}^2$

El área total será:

$A_T = 44,35 \cdot 8 = 2\,028,23 \text{ m}^2$

Por lo tanto, el precio de venta de la finca es:

Precio = 2 028,23 · 200 = 405 646,00 €

65. $A_{\text{rectas}} = 2 \cdot 100 \cdot 6 = 1\,200 \text{ m}^2$

Como los dos tramos de curva forman una corona circular de radios 16 y 10 m respectivamente:

$A_{\text{circular}} = \pi \cdot (162 - 102) = 490,09 \text{ m}^2$

El área total:

$AT = 44,35 \cdot 8 = 1\,690,09 \text{ m}^2$

66. Tenemos un prisma recto dodecagonal, por lo que sus bases son dodecágonos regulares.

Si dividimos el dodecágono regular en doce triángulos isósceles, cada triángulo tiene las siguientes medidas: 221 mm de altura y sus dos lados congruentes miden 229 mm. Representamos por *x* la mitad de la base de uno de los triángulos. Por el teorema de Pitágoras tenemos:

$229^2 = x^2 + 221^2 \rightarrow x^2 \rightarrow = 3600 \rightarrow x = 60$ mm

La base del triángulo isósceles es 120 mm.

El prisma recto dodecagonal tiene 410 mm de altura. Por lo tanto, el área de un panel es:

$120 \cdot 410 = 49\,200 \text{ mm}^2$.

Como el área lateral está formado por 12 paneles:

$A_{\text{lateral}} = 12 \cdot 49\,200 = 590\,400 \text{ mm}^2 = 5\,904 \text{ cm}^2$

67. — $d = 2 \cdot 0,60 \cdot 185 + 25,4 \cdot 15 = 603$

$$r = \frac{603}{2} = 301,5$$

El radio de la rueda es de 301,5 mm.

— $L = 2\pi r = 2\pi \cdot 301,5 = 1\,894,4$

El coche avanza 1 894,4 mm.

— $1\text{ km} \cdot \frac{1000\,000\text{ mm}}{1\text{ km}} \cdot \frac{1\text{ vuelta}}{1894{,}4\text{ mm}} =$

$= 527{,}9$ vueltas

En 1 km las ruedas han dado 527,9 vueltas.

— $70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\,000\text{ mm}}{1\text{ km}} \cdot \frac{1\text{ vuelta}}{1894{,}4\text{ mm}} \cdot$

$\cdot \frac{1\text{ h}}{60\text{ min}} = 615{,}9\ \frac{\text{vueltas}}{\text{min}}$

En un minuto, a una velocidad constante de 70 km/h, la rueda del coche ha dado 615,9 vueltas.

68. Como el camino tiene 3 m de ancho, el ancho del rectángulo grande que representa la parte central del césped es de 42 m.

La longitud del rectángulo grande es igual a $66 - 3 - 3 - 3 - 7 = 50$ m.

El área de la fuente es $\pi \cdot 5^2 = 25 \cdot \pi = 78{,}5\text{ m}^2$.
El área del terreno con hierba del rectángulo grande es igual al área del rectángulo grande menos el área de la fuente: $A_{\text{césped 1}} = 50 \cdot 42 - 78{,}5 = 2\,021{,}5\text{ m}^2$.

El área del terreno formado por los dos rectángulos pequeños son iguales y cada uno mide:
$A_{\text{césped 2}} = 10 \cdot 5 = 50\text{ m}^2$

Por lo tanto $A_{\text{césped}} = A_{\text{césped 1}} + 2 \cdot A_{\text{césped 2}} =$

$= 2021{,}5 + 2 \cdot 50 = 2121{,}5 = 2122\text{ m}^2$.

69. Descomponemos el bumerán en un sector de corona circular, dos semicírculos y dos trapecios.

- Calculamos primero el área del sector de una corona circular:

$A_{\text{corona Circular}} = \pi \cdot (10^2 - 2^2) = \pi \cdot (100 - 4) = 96\,\pi\text{ cm}^2$

$A_{\text{sector Corona Circular}} = \frac{1}{6} \cdot A_{\text{corona Circular}} = \frac{1}{6} \cdot 96\pi =$

$= 16\pi\ \text{cm}^2$

- A continuación, calculamos el área de los dos semicírculos con el mismo radio, es decir, calculamos el área de un círculo:

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot 3^2 = 9\,\pi\text{ cm}^2$

- Por último calculamos el área de uno de los dos trapecios iguales:

$A_{\text{trapecio}} = \frac{8+6}{2} \cdot 35 = 245\ \text{cm}^2$

El área de los dos trapecios es 490 cm^2 .

Por lo tanto, el área de la superficie del bumerán es:

$A_{\text{bumerán}} = 16\,\pi + 9\,\pi + 490 = 25\,\pi + 490 =$

$= 78{,}5 + 490 = 568{,}5\text{ cm}^2$

Pon a prueba tus competencias

1. El hexágono se puede dividir en 6 triángulos equiláteros. El lado de estos triángulos equiláteros es la mitad del lado mayor del rectángulo y la altura, la mitad del lado menor de éste.

El hexágono consta de 6 triángulos equiláteros de lado 10 cm y altura 8,65 cm.

a) $A = 6 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 6 \cdot \frac{10 \cdot 8{,}65}{2} = 259{,}5$

Una baldosa cubre una superficie de $0{,}02595\text{ m}^2$.

b) $A_r = 20 \cdot 17{,}3 = 346$

La superficie del rectángulo es de $0{,}0346\text{ m}^2$.

$\frac{A_r}{A_h} = \frac{0{,}0346}{0{,}02595} = 1{,}33$

Hacen falta 2 baldosas.

c) $\frac{1}{0{,}02595} = 38{,}54$

Se precisan como mínimo 39 baldosas.

d) $\frac{300}{0{,}02595} = 11\,560{,}69$

Se precisan como mínimo 11 561 baldosas.

e) 12 cajas.

f) $10\,000 \cdot 0{,}02595 = 259{,}5$

Se pueden recubrir $259{,}5\text{ m}^2$.

2. a) $A_{\text{masa}} = 30^2 = 900\text{ cm}^2$

b) $A_{\text{base}} = \pi \cdot 15^2 = 225\,\pi = 707\text{ cm}^2$

c) $A_{\text{resto}} = 900 - 707 = 193\text{ cm}^2$

d) Tenemos que dividir el área de una masa cuadrada por el área de la masa restante:

$\frac{900}{193} = 4{,}7$

Por lo tanto, necesitamos hacer 5 pizzas para poder hacer otra con sus masas restantes.

e) $A_{\text{porción}} = \frac{707}{6} = 118\,\text{cm}^2$

3. a) $A_A = \frac{600 + 400}{2} \cdot 300 = 500 \cdot 300 =$

$= 150\,000\ \text{m}^2 = 15\ \text{ha}$

b) $A_B = 500 \cdot 400 = 200\,000\text{ m}^2 = 20$ ha

c) $40\,000 \cdot 15 = 600\,000 = 6 \cdot 10^5$ tomateras

d) $50\,000 \cdot 20 = 1\,000\,000 = 10^6$ plantas de maíz.

e) Ahora, la plantación de tomates está en el terreno *B*. Así, el número de tomateras sería 40 000 · 20 = 800 000. Pero con la tormenta, tenemos una reducción del 20 % en esta plantación. Por lo tanto, 800 000 · 0,8 = 576 000 tomateras han resistido a la tormenta.

4. a) $\frac{125}{10} = 12{,}5\,g$

b) $A_{caja} = 4 \cdot (92 \cdot 54) + 2 \cdot 54^2 = 19\,872 + 5\,832 =$

$= 25\,704\ mm^2 = 257\ cm^2$

c) 125 · 1,2 = 150 g

d) Este embalaje tiene 25 g más que el original. Como cada galleta pesa 12,5 g, tenemos que el embalaje promocional tiene dos galletas más que el embalaje original, esto son 12 galletas.

e) Tenemos dos galletas más y dos espacios más: 2 · 7 + 2 · 7 + 2 · 2 = 18 mm. Por lo tanto el nuevo embalaje tiene 110 mm de altura.

5. a) Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo frontal:

$h = \sqrt{190^2 - 90^2} = 167{,}33\ cm$

b) Respuesta gráfica.

Existen dos piezas triangulares de base 180 cm y lados de 190 cm.

$A_{triángulo} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}80 \cdot 1{,}67 = 1{,}50\ m^2$

Dos flancos que son rectángulos de 240 · 190 cm.

$A_{rectánguloLateral} = 2{,}40 \cdot 1{,}90 = 4{,}56\ m^2$

La base es un rectángulo de 180 · 240 cm.

$A_{rectánguloBase} = 2{,}40 \cdot 1{,}80 = 4{,}32\ m^2$

c) $A_{total} = 2 \cdot 1{,}50 + 2 \cdot 4{,}56 + 4{,}32 = 16{,}44\ m^2$

d) Suelo: 4,32 m² · 15 €/m² = 64,80 €

Resto: 12,12 m² · 9 €/m² = 109,08 €

Estructura: 48 €

Total: 48 € + 64,80 € + 109,08 € = 221,88 €