MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
3.º ESO

somoslink

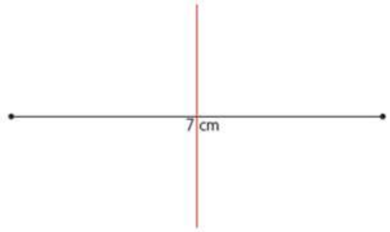
SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 10. Figuras planas

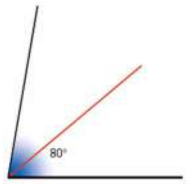
Unidad 10. Figuras planas

SOLUCIONES PÁG. 214

1 Dibuja en tu cuaderno la mediatriz correspondiente a un segmento de 7 cm.



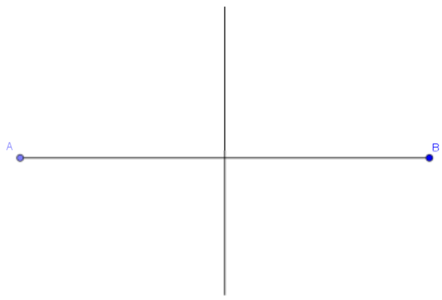
2 Dibuja en tu cuaderno la bisectriz correspondiente a un ángulo de 80°.



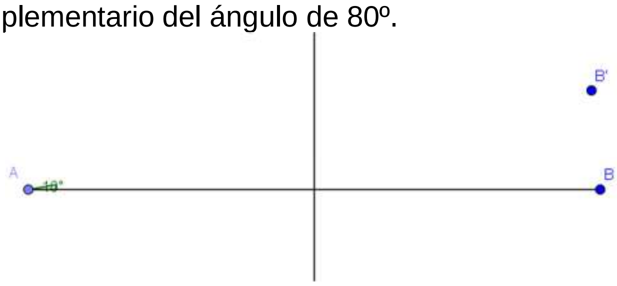
3 Investiga en Internet el procedimiento para construir el arco capaz de un segmento para un ángulo concreto. Aplícalo para dibujar en tu cuaderno el arco capaz correspondiente a un segmento de 7 cm y un ángulo de 80° de amplitud.

1. Se dibuja un segmento de extremos A y B de 7 cm de longitud:

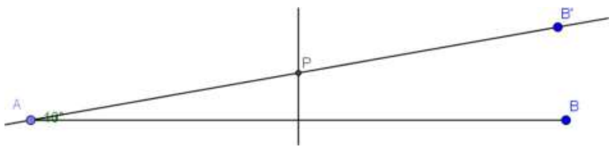
2. Se traza la mediatriz de dicho segmento:



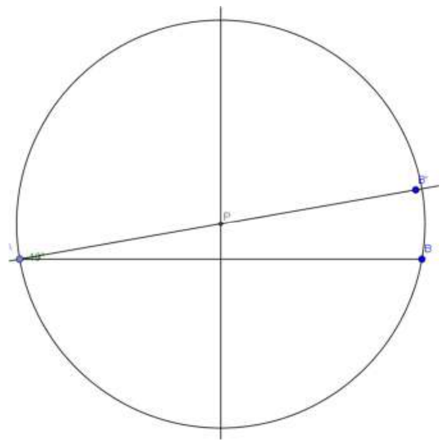
3. Desde el punto A, extremo del segmento, se traza un ángulo de 10º, que es el ángulo complementario del ángulo de 80º.



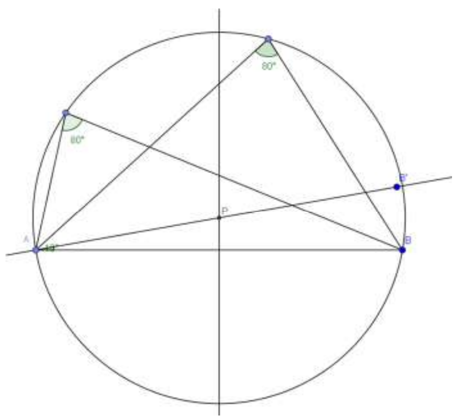
4. Se prolonga dicho ángulo hasta que corte a la mediatriz por el punto P. Dicho punto será el centro del arco capaz:



5. Se dibuja la circunferencia con centro en P que pase por A y por B:

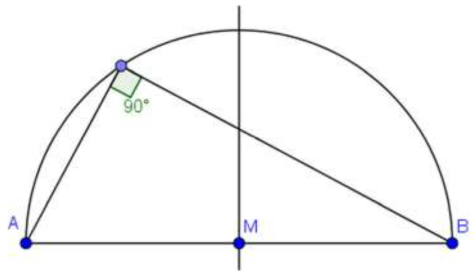


6. Cualquier ángulo que se dibuje tendrá una amplitud de 80º:

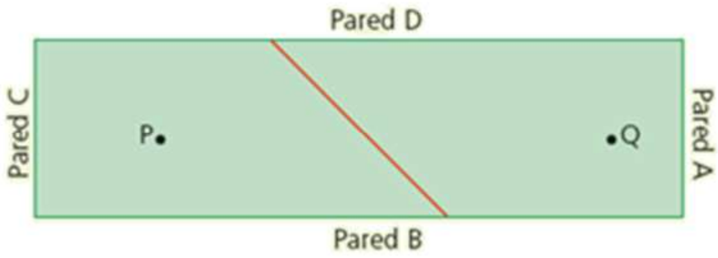


4 **El arco capaz para un ángulo de 90° es un caso especial. ¿Qué figura circular corresponde a este caso?**

Corresponde a una semicircunferencia.

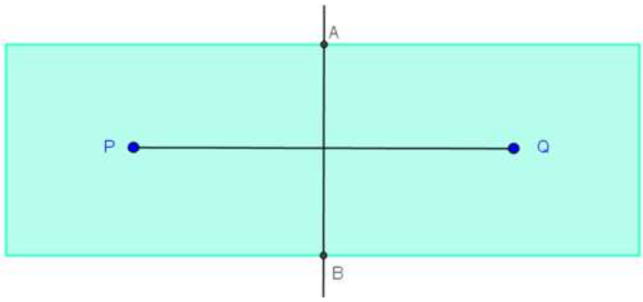


5 En un gimnasio rectangular se lleva a cabo un juego: dos alumnos se sitúan cada uno en un punto determinado para luego echar a correr y tocar cierto punto de la pared antes que el compañero.



a. ¿Qué punto de la pared B o D equidista de los dos participantes?

El punto de corte de la mediatriz PQ con la pared B o D.



b. ¿Y de las paredes A o C?

No hay ningún punto de estas paredes que equidiste de los puntos P y Q.

SOLUCIONES PÁG. 215

6 Si un polígono tiene en total 27 diagonales, ¿de qué polígono se trata?

$$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \Rightarrow 27 \cdot 2 = n \cdot (n-3) \Rightarrow 54 = n^2 - 3n \Rightarrow n^2 - 3n - 54 = 0$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 15}{2}$$

$$\begin{cases} n_1 = -6 \Rightarrow \text{ Solución no válida.} \\ n_2 = 9 \Rightarrow \text{Tiene 9 lados. Se trata de un eneágono.} \end{cases}$$

7 La suma de los ángulos interiores de un polígono es 1 080°. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

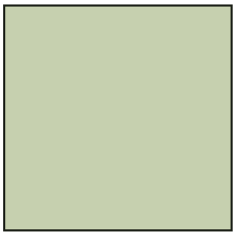
$$S = (n - 2) \cdot 180^{o} \Rightarrow 1\,080^{o} = (n - 2) \cdot 180^{o} \Rightarrow n - 2 = \frac{1080^{o}}{180^{o}} \Rightarrow n = 8$$

El polígono tiene 8 lados.

SOLUCIONES PÁG. 217

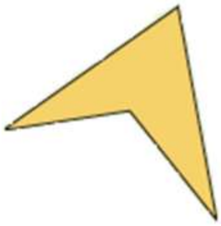
8 De los siguientes cuadriláteros indica cuáles son paralelogramos, cuáles trapecios y cuáles trapezoides:

a.



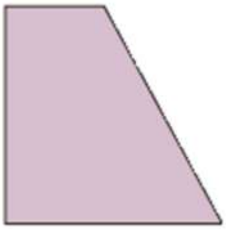
Paralelogramo.

b.



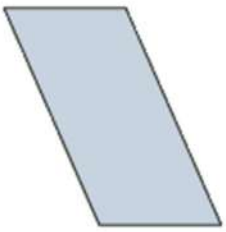
Trapezoide.

c.



Trapecio.

d.



Paralelogramo.

9 Indica el nombre de los polígonos hasta el de veinte lados.

Triángulo 3, cuadrilátero 4, pentágono 5, hexágono 6, heptágono 7, octógono 8, eneágono 9, decágono 10, endecágono 11, dodecágono 12, tridecágono 13, tetradecágono 14, pentadecágono 15, hexadecágono 16, heptadecágono 17, octodecágono 18, eneadecágono 19, isodecágono 20.

10 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Un polígono regular puede tener exactamente dos ejes de simetría.

Falso, tiene tantos ejes de simetría como lados tiene.

b. El polígono de trece lados se llama trecedecágono.

Falso, se llama tridecágono.

c. En un hexágono regular, el lado y la apotema son iguales.

Falso, son iguales el lado y el radio.

d. El ángulo interior de un polígono regular es el suplementario del ángulo central.

Verdadero.

e. Un polígono con un número par de lados tiene el mismo número de ejes de simetría que de diagonales.

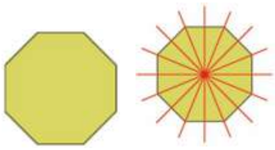
Falso, tiene el mismo número de ejes de simetría que de lados.

f. Un trapezoide puede tener los cuatro lados iguales.

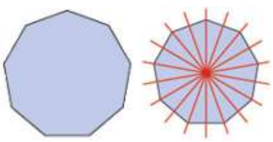
Falso, no tiene lados paralelos.

11 Copia estos polígonos en tu cuaderno y dibuja sus ejes de simetría:

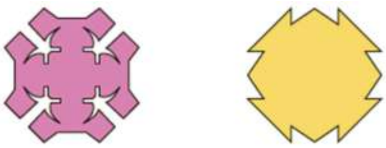
a.



b.



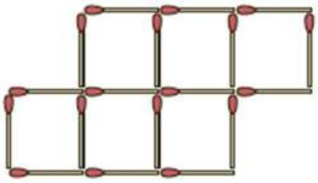
12 Todos los polígonos regulares tienen eje de simetría, pero ¿qué crees que sucede con los polígonos irregulares? Fíjate en estas figuras:



Investiga algunos casos más, extrae conclusiones y dibuja ejemplos que las ilustren.

Los polígonos regulares tienen todos, pero en el caso de los irregulares no tienen todos, dependiendo de su forma.

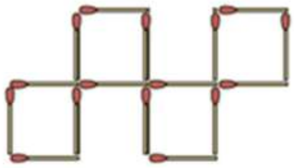
13 Fíjate en esta figura y responde a las siguientes cuestiones:



a. ¿Cuántos cuadrados aparecen en la figura?

Hay siete: los seis de igual tamaño y otro más grande, central que se forma con 4 cuadrados.

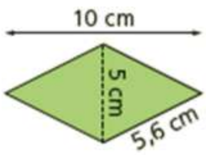
b. Retira dos cerillas para dejar únicamente cuatro cuadrados iguales, que no compartan ningún lado.



SOLUCIONES PÁG. 219

14 Halla el área y el perímetro de los siguientes polígonos:

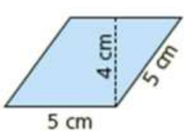
a.



$P_{\text{rombo}} = \text{n} \cdot l \Rightarrow P_{\text{rombo}} = 4 \cdot 5{,}6 = 22{,}4 \Rightarrow P_{\text{rombo}} = 22{,}4 \text{ cm}$

$$A_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A_{\text{rombo}} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \Rightarrow A_{\text{rombo}} = 25 \text{ cm}^2$$

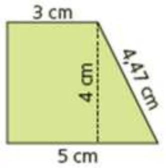
b.



$P_{\text{romboide}} = \text{n} \cdot l \Rightarrow P_{\text{romboide}} = 4 \cdot 5 = 20 \Rightarrow P_{\text{romboide}} = 20 \text{ cm}$

$A_{\text{romboide}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 5 \cdot 4 = 20 \Rightarrow A_{\text{romboide}} = 20 \text{ cm}^2$

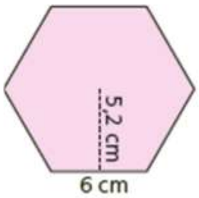
c.



P_{trapecio} = 3 + 4,47 + 5 + 4 = 16,47 $\Rightarrow$ P_{trapecio} = 16,47 cm

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = \frac{(5+3)\cdot 4}{2} = 16 \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = 16 \text{ cm}^2$$

d.



$P_{\text{polígono regular}}$ = n · $l \Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 6 · 6 = 36 $\Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 36 cm

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P\cdot ap}{2} \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = \frac{36\cdot 5,2}{2} = 93,6 \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = 93,6 \text{ cm}^2$$

15 Halla el área y el perímetro de un heptágono regular de 9 cm de lado y 10 cm de apotema.

$P_{\text{polígono regular}}$ = n · $l \Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 7 · 9 = 63 $\Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 63 cm

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P\cdot ap}{2} \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = \frac{63\cdot 10}{2} = 315 \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = 315 \text{ cm}^2$$

16 Halla el área y el perímetro de un pentágono regular de 10 cm de lado y 7 cm de apotema.

$P_{\text{polígono regular}}$ = n · $l \Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 5 · 10 = 50 $\Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 50 cm

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P\cdot ap}{2} \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = \frac{50\cdot 7}{2} = 175 \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = 175 \text{ cm}^2$$

17 Halla el área y el perímetro del siguiente polígono regular:

$P_{\text{polígono regular}}$ = n · $l \Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 8 · 6 = 48 $\Rightarrow P_{\text{polígono regular}}$ = 48 cm

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = \frac{48 \cdot 7{,}2}{2} = 172{,}8 \Rightarrow A_{\text{polígono regular}} = 172{,}8\ \text{cm}^2$$

18 El área de un eneágono regular es 180 m². Si su apotema mide 5 m, ¿cuánto mide el lado?

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{\text{n} \cdot l \cdot ap}{2} \Rightarrow 180 = \frac{9 \cdot l \cdot 5}{2} \Rightarrow l = \frac{180 \cdot 2}{9 \cdot 5} = 8$$

El lado mide 8 m.

19 El perímetro de un triángulo equilátero es igual al de un cuadrado de 9 cm de lado. Halla el lado del triángulo equilátero.

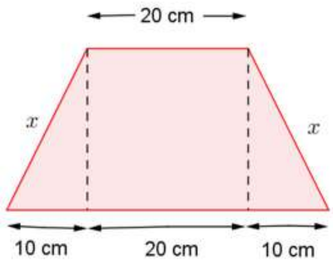
$P_{\text{cuadrado}} = \text{n} \cdot l \Rightarrow P_{\text{cuadrado}} = 4 \cdot 9 = 36$

$P_{\text{triángulo}} = \text{n} \cdot l \Rightarrow 36 = 3 \cdot l \Rightarrow l = \frac{36}{3} = 12$

El lado del triángulo mide 12 cm.

20 El perímetro de un trapecio isósceles es de 90 cm. Si sus bases miden 20 cm y 40 cm, respectivamente:

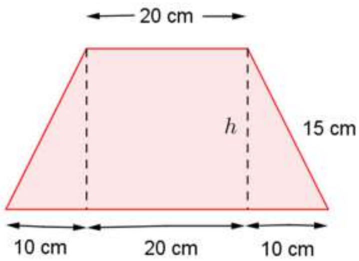
a. Halla la longitud de los otros lados.



$P = 20 + x + 40 + x = 90 \Rightarrow x = \frac{90 - 20 - 40}{2} = 15$

Los lados iguales miden 15 cm cada uno.

b. Calcula el área del trapecio si tiene una altura de 11,2 cm.



Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la altura, *h:*

$$15^2 = 10^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{125} = 11{,}18\ \text{cm}$$

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = \frac{(40 + 20) \cdot 11{,}18}{2} = 335{,}4 \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = 335{,}4\ \text{cm}^2$$

21 Determina el área del hexágono regular estrellado cuyos lados miden 4 cm y que tiene una apotema de 3,46 cm. Observa la relación existente entre todos los triángulos y el hexágono.

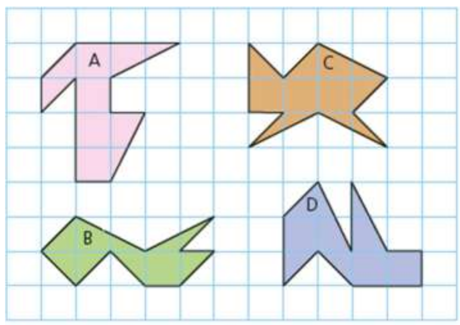
$$A_{\text{hexágono}} = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A_{\text{hexágono}} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52 \Rightarrow A_{\text{hexágono}} = 41{,}52\ \text{cm}^2$$

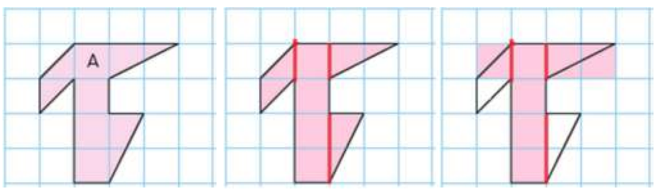
Al doblar los triángulos se observa que el área que tienen es la misma que la del hexágono. Por tanto, el área del hexágono estrellado es el doble que la del hexágono:

$A_{\text{hexágono estrellado}} = 2 \cdot A_{\text{hexágono}} = 2 \cdot 41{,}52 = 83{,}04 \Rightarrow A_{\text{hexágono estrellado}} = 83{,}04\ \text{cm}^2$

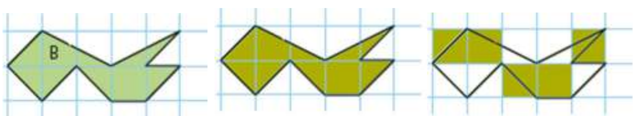
(Nota: en la primera edición del libro del alumno dice que la apotema mide 4 cm, pero debe medir 3,46 cm.)

22 Halla el área de los siguientes polígonos irregulares dibujados en una trama de cuadrados de 1 cm de lado. Para ello, copia estas figuras en tu cuaderno y calcula sus áreas respectivas, descomponiéndolas en polígonos que conozcas:

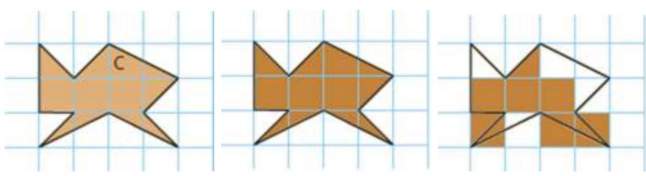




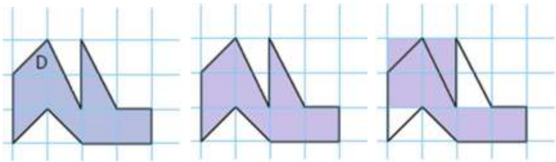
$A_{\text{total}} = 1 + 2 + 4 = 7\ \text{cm}^2$



$A_{\text{total}} = 2 + 2 + 1 = 5\ \text{cm}^2$



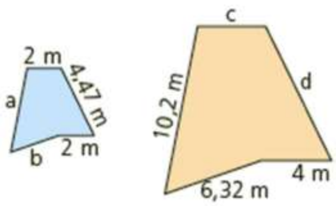
$A_{\text{total}} = 0{,}5 + 3 + 1 + 2 = 6{,}5\ \text{cm}^2$



$A_{\text{total}} = 4 + 0{,}5 + 2 = 6{,}5 \text{ cm}^2$

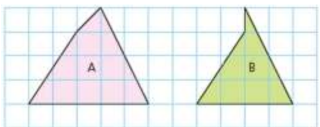
SOLUCIONES PÁG. 221

23 Halla la longitud de los lados desconocidos para que ambas figuras sean semejantes.

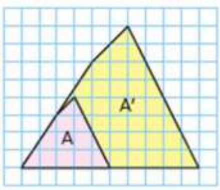


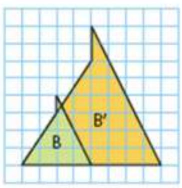
$$\frac{4}{2} = \frac{6{,}32}{b} = \frac{10{,}2}{a} = \frac{c}{2} = \frac{d}{4{,}47} = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{10{,}2}{2} = 5{,}1 \Rightarrow a = 5{,}1 \text{ m} \\ b = \dfrac{6{,}32}{2} = 3{,}16 \Rightarrow \ b = 3{,}16 \text{ m} \\ c = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow \ c = 4 \text{ m} \\ d = 2 \cdot 4{,}47 = 8{,}94 \ \Rightarrow \ d = 8{,}94 \text{ m} \end{cases}$$

24 Dibuja en tu cuaderno figuras semejantes a las siguientes con razón de semejanza k = 2 y k = 3.

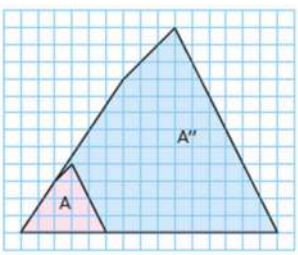


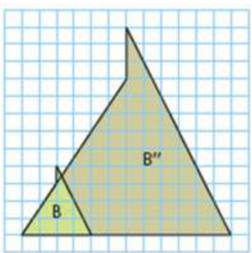
Para k = 2:





Para k = 3:





25 Las medidas de los lados de un cuadrilátero son 3 cm, 4 cm, 5 cm y 6 cm y las de otro cuadrilátero semejante a él son 9,6 cm, 12,8 cm, 16 cm y 19,2 cm.

a. Halla la razón de semejanza de ambos cuadriláteros.

$$\frac{9,6}{3} = \frac{12,8}{4} = \frac{16}{5} = \frac{19,2}{6} = 3,2 = k$$

b. Calcula el perímetro de cada uno.

$P_1 = 3 + 4 + 5 + 6 = 18 \Rightarrow P_1 = 18$ cm

$P_2 = 9,6 + 12,8 + 16 + 19,2 = 57,6 \Rightarrow P_2 = 57,6$ cm

c. Establece la razón de semejanza entre los perímetros de los cuadriláteros. ¿Cómo es en relación con la razón de sus lados?

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{57,6}{18} = 3,2 = k \Rightarrow \text{Es la misma.}$$

26 Se sabe que la medida de los lados de un pentágono son 2 cm, 3,1 cm, 4 cm, 2,7 cm y 0,7 cm, y que el perímetro de otro pentágono semejante al anterior mide 0,75 dm.

a. ¿Cuál es la razón de semejanza entre ambas figuras?

$P_1 = 2 + 3,1 + 4 + 2,7 + 0,7 = 12,5 \Rightarrow P_1 = 12,5$ cm $= 1,25$ dm

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{0,75}{1,25} = \frac{3}{5} = k$$

b. Halla cuánto miden los lados del segundo pentágono semejante.

$$\frac{a}{0,2} = \frac{b}{0,31} = \frac{c}{0,4} = \frac{d}{0,27} = \frac{e}{0,07} = \frac{3}{5} = 0,6 = k$$

$a = 0,2 \cdot 0,6 = 0,12 \Rightarrow a = 0,12$ dm $= 1,2$ cm

$b = 0,31 \cdot 0,6 = 0,186 \Rightarrow b = 0,186$ dm $= 1,86$ cm

$c = 0,4 \cdot 0,6 = 0,24 \Rightarrow c = 0,24$ dm $= 2,4$ cm

$d = 0,27 \cdot 0,6 = 0,162 \Rightarrow d = 0,162$ dm $= 1,62$ cm

$e = 0,07 \cdot 0,6 = 0,07 \Rightarrow e = 0,042$ dm $= 0,42$ cm

27 Las medidas de los lados de un rectángulo son 2 cm y 6 cm y las de otro semejante a él son 6 cm y 18 cm.

a. Determina la razón de semejanza de ambos rectángulos.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{6+18}{2+6} = \frac{24}{8} = 3 = k$$

b. Halla el área de cada uno de ellos.

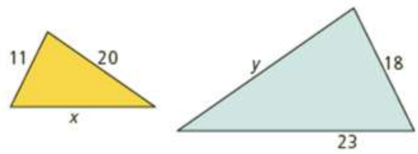
$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow A_1 = 12$ cm^2

$A_2 = b \cdot h \Rightarrow A_2 = 6 \cdot 18 = 108 \Rightarrow A_2 = 108$ cm^2

c. Calcula la razón de semejanza entre las áreas. ¿Cómo es en relación con la razón de sus lados?

$\frac{A_2}{A_1}=\frac{108}{12}=9=3^2=k^2 \Rightarrow$ Es el cuadrado de la razón de sus lados.

28 Determina la longitud de los lados de estos triángulos semejantes:



$$\frac{18}{11}=\frac{23}{x}=\frac{y}{20}\Rightarrow\begin{cases}\frac{18}{11}=\frac{23}{x}\Rightarrow x=\frac{23\cdot 11}{18}=14,06\\ \frac{18}{11}=\frac{y}{20}\Rightarrow y=\frac{18\cdot 20}{11}=32,73\end{cases}$$

29 De un triángulo conocemos su perímetro (12 cm) y su área (18 cm^2). Considerando ahora otro triángulo semejante con una razón de semejanza de $\frac{1}{3}$, ¿cuál será su perímetro? ¿cuál será su área?

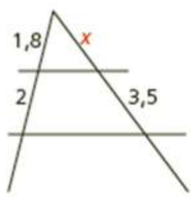
$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_2}{12}=\frac{1}{3}\Rightarrow P_2=\frac{12}{3}=4\Rightarrow P_2 = 4 \text{ cm}$$

$$\frac{A_2}{A_1}=\frac{A_2}{18}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\Rightarrow A_2=\frac{18}{9}=2\Rightarrow A_2 = 2 \text{ cm}^2$$

SOLUCIONES PÁG. 223

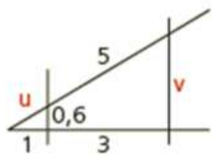
30 Halla el valor de las incógnitas indicadas en cada apartado.

a.



$$\frac{x}{1,8}=\frac{3,5}{2}\Rightarrow x=\frac{3,5\cdot 1,8}{2}=3,15$$

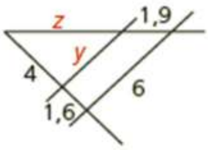
b.



$$\frac{u}{1}=\frac{5}{3}\Rightarrow u=\frac{5\cdot 1}{3}=1,67$$

$$\frac{v}{4}=\frac{0,6}{1}\Rightarrow v=\frac{4\cdot 0,6}{1}=2,4$$

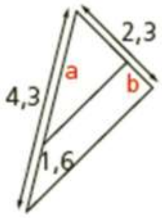
c.



$$\frac{6}{5,6}=\frac{y}{4}\Rightarrow y=\frac{4\cdot 6}{5,6}=4,29$$

$$\frac{z}{4}=\frac{1,9}{1,6}\Rightarrow z=\frac{1,9\cdot 4}{1,6}=4,75$$

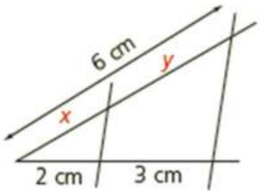
d.



a = 4,3 – 1,6 = 2,7

$$\frac{2,7}{4,3}=\frac{2,3-b}{2,3}\Rightarrow b=\frac{-2,7\cdot 2,3}{4,3}+2,3=-\frac{621}{430}+2,3=0,86$$

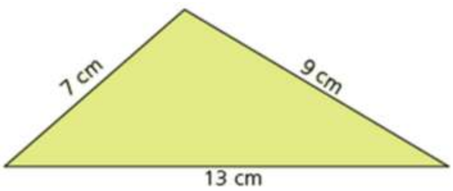
31 Halla el valor de las incógnitas indicadas en el dibujo.



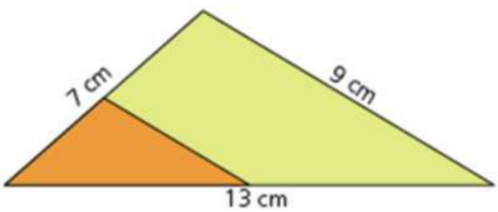
$$\frac{x}{2}=\frac{6}{5}\Rightarrow x=\frac{6\cdot 2}{5}=2,4$$

y = 6 – 2,4 = 3,6

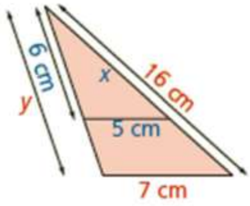
32 Sobre un triángulo cuyos lados miden 7 cm, 9 cm y 13 cm, respectivamente, dibuja otro triángulo que esté en posición de Tales con él, con una razón de semejanza de 0,5.



$\Rightarrow$



33 Halla las longitudes que se indican en la figura.

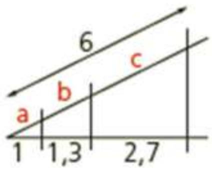


$$\frac{x}{16}=\frac{5}{7}\Rightarrow x=\frac{5\cdot 16}{7}=11,43\Rightarrow x=11,43\text{ cm}$$

$$\frac{6}{y}=\frac{11,43}{16}\Rightarrow y=\frac{6\cdot 16}{11,43}=8,4\Rightarrow y=8,4\text{ cm}$$

34 Halla el valor de las incógnitas indicadas en cada figura.

a.

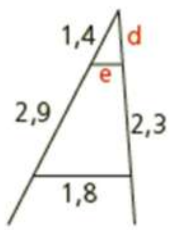


$$\frac{6}{1+1,3+2,7}=\frac{a}{1}\Rightarrow a=\frac{6}{5}=1,2$$

$$\frac{6}{1+1,3+2,7}=\frac{b}{1,3}\Rightarrow b=\frac{39}{25}=1,56$$

$$\frac{6}{1+1,3+2,7}=\frac{c}{2,7}\Rightarrow c=\frac{81}{25}=3,24$$

b.

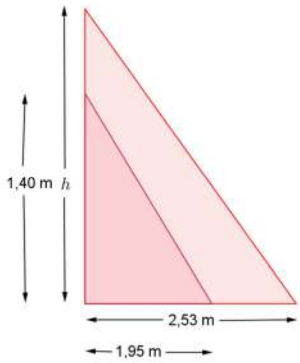


$$\frac{2,9+1,4}{1,8}=\frac{1,4}{e}\Rightarrow e=\frac{1,4\cdot 1,8}{4,3}=\frac{126}{215}=0,59$$

$$\frac{0,59}{d}=\frac{1,8}{2,3+d}\Rightarrow d\cdot 1,8=0,59\cdot(2,3+d)\Rightarrow 1,8d=1,357+0,59d\Rightarrow d=\frac{1357}{1210}=1,12$$

35 Actividad resuelta.

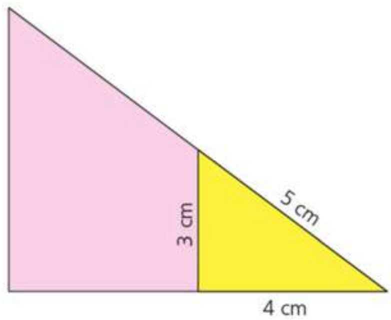
36 A cierta hora del día, una señal de tráfico arroja una sombra de 2,53 m, mientras que, en ese mismo instante, la sombra de un poste que mide 1,40 m es de 1,95 m. Averigua la altura de la señal de tráfico.



$\frac{h}{2,53} = \frac{1,40}{1,95} \Rightarrow h = \frac{1,40 \cdot 2,53}{1,95} = 1,82 \Rightarrow$ La señal de tráfico mide 1,82 m.

37 A partir de un triángulo rectángulo cuyas dimensiones son 3 cm, 4 cm y 5 cm, se construye otro semejante con razón de semejanza 2.

a. Dibuja en tu cuaderno los dos triángulos.



b. ¿Cuál es la relación de sus perímetros?

P_1 = 3 + 4 + 5 = 12 cm

P_2 = 6 + 8 + 10 = 24 cm

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{24}{12} = 2 = k \Rightarrow$ Es el doble, como la razón de semejanza.

c. ¿Cuál es la relación de sus áreas?

$A_1 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$

$A_2 = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{24}{6} = 4 = 2^2 = k^2 \Rightarrow$ Es el cuádruple, la razón de semejanza al cuadrado.

38 En un mapa de escala 1:100 000, dos ciudades distan entre sí 12 cm. ¿Cuál es la distancia real que las separa?

$\frac{1}{100\,000} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 12 \cdot 100\,000 = 1200\,000$ cm = 12 km. Les separa 12 km.

39 En el plano de una vivienda, la longitud de un pasillo es de 6 cm, mientras que en la realidad mide 12 m. ¿Cuál es la escala del plano?

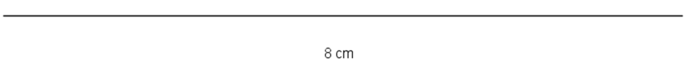
$\frac{1}{x} = \frac{6}{1200} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 1200}{6} = 200 \Rightarrow$ La escala es 1:200

40 Realiza un plano a escala de tu habitación. Primero elige la escala adecuada; para ello, compara las dimensiones de tu habitación con las de la hoja donde vayas a dibujarla. Representa en el plano los muebles principales que tengas en tu habitación.

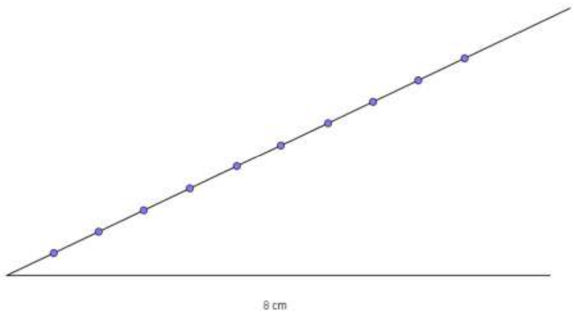
Respuesta abierta.

41 Dibuja en tu cuaderno un segmento de 8 cm de longitud y divídelo en partes proporcionales a 2, 3 y 5 cm.

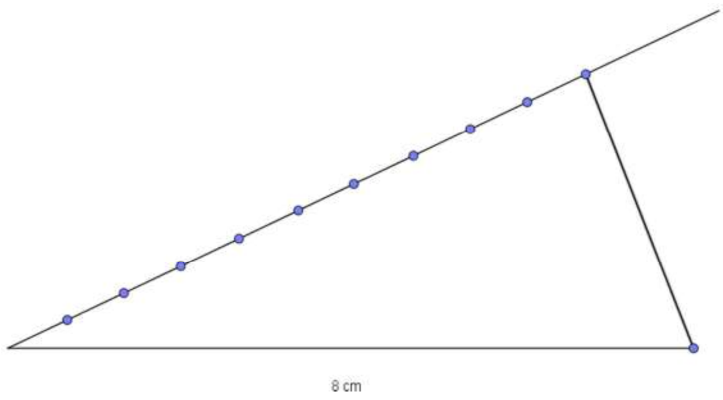
1. Se traza el segmento de 8 cm:



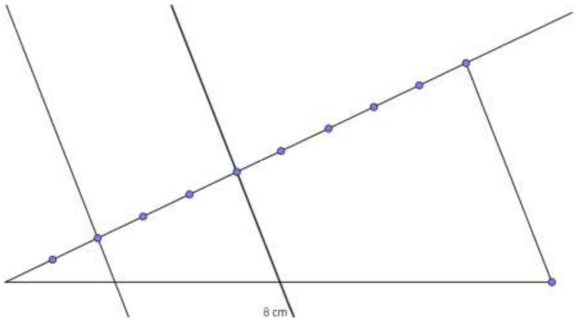
2. Se traza un segmento auxiliar de cualquier longitud y se marcan 10 puntos equidistantes (2 + 3 + 5) desde el vértice común de ambos segmentos:



3. Se une el último punto con el extremo derecho del segmento inferior:



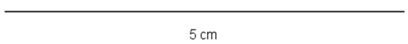
4. Se trazan rectas paralelas a este segmento que pasen por las partes proporcionales a 2 y 3:



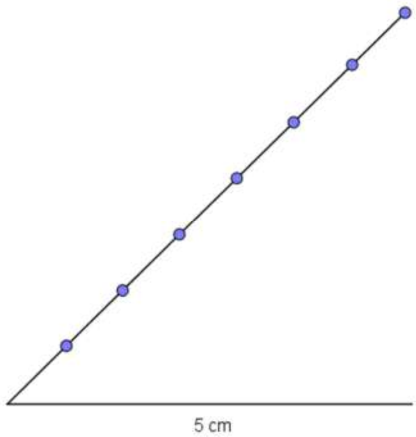
El segmento de 8 cm queda divido en partes proporcionales a 2, 3 y 5 cm.

42 **Dibuja en tu cuaderno un segmento de 5 cm de longitud y divídelo en siete partes iguales (ayúdate de un segmento auxiliar).**

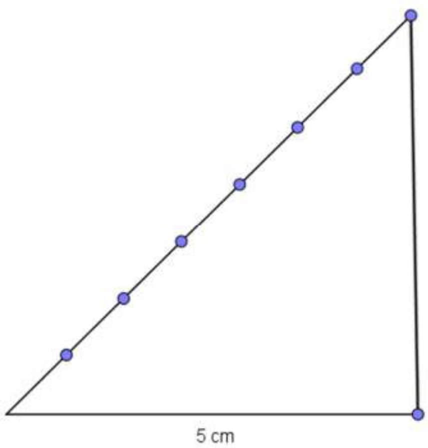
1. Se traza el segmento de 5 cm:



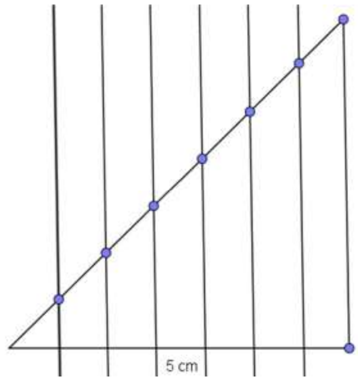
2. Se traza un segmento auxiliar de cualquier longitud y se marcan 7 puntos equidistantes desde el vértice común de ambos segmentos:



3. Se une el último punto con el extremo derecho del segmento inferior:



4. Se trazan rectas paralelas a este segmento que pasen por cada uno de los puntos:



43 Investiga sobre la vida y obra de Tales de Mileto. Descubre cómo calculó la altura de las pirámides de Guiza.

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 225

44 Investiga sobre la vida y obra de Pitágoras de Samos y la escuela pitagórica.
Respuesta abierta.

45 Calcula la hipotenusa de los triángulos rectángulos cuyos catetos miden:

a. 8 cm y 11 cm
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$a^2 = 11^2 + 8^2 \Rightarrow a = \sqrt{11^2 + 8^2} = \sqrt{185} = 13,6 \Rightarrow a = 13,6$ cm

b. 3 dm y 9 dm
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$a^2 = 9^2 + 3^2 \Rightarrow a = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 9,49 \Rightarrow a = 9,49$ dm

c. 12 m y 15 m
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$a^2 = 15^2 + 12^2 \Rightarrow a = \sqrt{15^2 + 12^2} = \sqrt{369} = 19,21 \Rightarrow a = 19,21$ m

d. 10 cm y 7 dm
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$a^2 = 10^2 + 70^2 \Rightarrow a = \sqrt{10^2 + 70^2} = \sqrt{5\,000} = 70,71 \Rightarrow a = 70,71$ cm

46 Halla la longitud del cateto que falta en estos triángulos rectángulos, cuya hipotenusa y cuyo otro cateto tienen, respectivamente, las siguientes dimensiones:

a. 6 dm y 2 dm
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$6^2 = 2^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 5,66 \Rightarrow c = 5,66$ dm

b. 14 cm y 9 cm
Se aplica el teorema de Pitágoras:
$14^2 = 9^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{14^2 - 9^2} = \sqrt{115} = 10,72 \Rightarrow c = 10,72$ cm

c. 13 mm y 10 mm

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$13^2 = 10^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{13^2 - 10^2} = \sqrt{69} = 8{,}31 \Rightarrow c = 8{,}31$ mm

d. 12 m y 80 dm

Se aplica el teorema de Pitágoras:

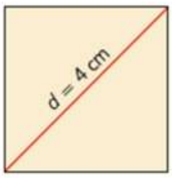
$12^2 = 8^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 8{,}94 \Rightarrow c = 8{,}94$ m

47 Un tobogán tiene una altura de 3,20 m. Si su anchura es de 2,80 m, ¿cuánto mide la rampa del tobogán?

Se aplica el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 3{,}20^2 + 2{,}80^2 \Rightarrow a = \sqrt{3{,}20^2 + 2{,}80^2} = \sqrt{18{,}08} = 4{,}25 \Rightarrow$ Mide 4,25 m.

48 Halla el área y el perímetro del cuadrado:



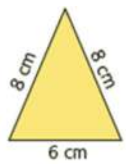
Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado:

$4^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 4^2 = 2l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{16}{2}} = \sqrt{8} = 2{,}83 \Rightarrow$ El lado del cuadrado mide 2,83 cm.

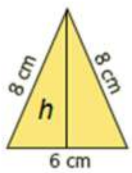
$A = l^2 \Rightarrow A = \sqrt{8}^2 = 8 \Rightarrow A = 8$ cm^2

$P = 4 \cdot l \Rightarrow P = 4 \cdot \sqrt{8} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow P = 8\sqrt{2}$ cm

49 Determina el área y el perímetro del triángulo isósceles.



Se traza la altura del vértice opuesto al lado desigual y se aplica el teorema de Pitágoras para calcular dicha altura:

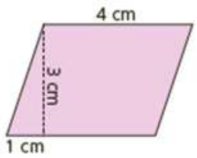


$8^2 = h^2 + 3^2 \Rightarrow h = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55} = 7{,}42 \Rightarrow h = 7{,}42$ cm

$P = 6 + 8 + 8 = 22$ cm

$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 7{,}42}{2} = 22{,}26 \Rightarrow A = 22{,}26$ cm^2

50 Halla el área y el perímetro del romboide.



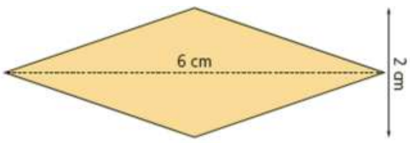
Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la longitud del lado oblicuo:

$a^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow a = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} = 3{,}16 \Rightarrow$ El lado oblicuo mide 3,16 cm.

$A = b \cdot h \Rightarrow A = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow A = 12 \text{ cm}^2$

$P = 4 + 3{,}16 + 4 + 3{,}16 = 14{,}32 \Rightarrow P = 14{,}32 \text{ cm}$

51 Calcula el área y el perímetro del rombo.



Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado del rombo:

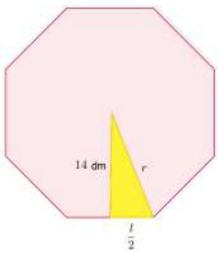
$l^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow l = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} = 3{,}16 \Rightarrow$ El lado del rombo mide 3,16 cm.

$P = 4 \cdot 3{,}16 = 12{,}64 \Rightarrow P = 12{,}64 \text{ cm}$

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6 \Rightarrow A = 6 \text{ cm}^2$$

52 Actividad resuelta.

53 Determina el área y el perímetro de un octógono regular de 6 dm de lado cuya apotema mide 14 dm.

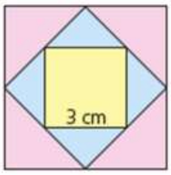


$P = 8 \cdot 6 = 48 \Rightarrow P = 48 \text{ dm}$

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{48 \cdot 14}{2} = 336 \Rightarrow A = 336 \text{ dm}^2$$

(Nota: en la primera edición del libro del alumno falta el dato de la apotema, que mide 14 dm.)

54 Establece el perímetro y el área de los tres cuadrados.



Cuadrado amarillo (pequeño):

$P = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow P = 12\ \text{cm}^2$

$A = l^2 \Rightarrow A = 3^2 = 9 \Rightarrow A = 9\ \text{cm}^2$

Cuadrado azul (mediano):

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado del triángulo azul:

$3^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 9 = 2l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{9}{2}} = 2{,}12 \Rightarrow$ El lado del cuadrado azul mide 4,14 cm.

$P = 4 \cdot 4{,}14 = 16{,}56$ cm

$A = l^2 \Rightarrow A = 4{,}14^2 = 17{,}14 \Rightarrow A = 17{,}14\ \text{cm}^2$

Cuadrado rosa (grande):

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado del triángulo rosa:

$4{,}14^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 17{,}17 = 2l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{17{,}14}{2}} = 2{,}93 \Rightarrow$ El lado del cuadrado rosa mide 5,86 cm.

$P = 4 \cdot 5{,}86 = 23{,}44$ cm

$A = l^2 \Rightarrow A = 5{,}86^2 = 34{,}34 \Rightarrow A = 34{,}34\ \text{cm}^2$

55 El área de un cuadrado es 1 089 dm². Calcula el área del hexágono regular que tiene su mismo perímetro.

Se calcula el lado del cuadrado:

$A = l^2 \Rightarrow 1\,089 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{1089} = 33 \Rightarrow$ El lado del cuadrado mide 33 dm.

El perímetro del cuadrado mide:

$P = 4 \cdot 33 = 132 \Rightarrow P = 132$ dm

Se calcula el lado del hexágono:

$P = 6 \cdot l \Rightarrow 132 = 6 \cdot l \Rightarrow l = \sqrt{\frac{132}{6}} = 4{,}69$ dm

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la apotema del hexágono:

$$4{,}69^2 = ap^2 + \left(\frac{4{,}69}{2}\right)^2 \Rightarrow ap = \sqrt{4{,}69^2 - \left(\frac{4{,}69}{2}\right)^2} = \sqrt{22 - 5{,}5} = 4{,}06 \Rightarrow ap = 4{,}06 \text{ dm}$$

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{132 \cdot 4{,}06}{2} = 267{,}96 \Rightarrow A = 267{,}96\ \text{dm}^2$$

56 Conociendo las medidas de los lados de un triángulo, indica si son rectángulos, acutángulos u obtusángulos.

a. 15 cm, 22 cm y 16 cm

Se comprueba la relación del teorema de Pitágoras:

Como $22^2 > 16^2 + 15^2 \Rightarrow 484 > 256 + 225 \Rightarrow 484 > 481$, el triángulo es obtusángulo.

b. 14 m, 12 m y 9 m

Se comprueba la relación del teorema de Pitágoras:

Como $14^2 < 12^2 + 9^2 \Rightarrow 196 < 144 + 81 \Rightarrow 196 < 225$, el triángulo es acutángulo.

57 Sean dos triángulos rectángulos, uno de los cuales tiene una hipotenusa de 11 cm y un cateto de 6 cm, mientras que del otro se sabe que la medida de los catetos es 3 cm y 9 cm, respectivamente. ¿Cuál tiene mayor área?

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el otro cateto del primer triángulo:

$11^2 = 6^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{11^2 - 6^2} = \sqrt{85} = 9,22 \Rightarrow c = 9,22$ cm

Se calcula el área del primer triángulo:

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \dfrac{6 \cdot 9,22}{2} = 27,66 \Rightarrow$ El área del primer triángulo es 27,66 cm^2.

Se calcula el área del segundo triángulo:

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \dfrac{3 \cdot 9}{2} = 13,5 \Rightarrow$ El área del segundo triángulo es 13,5 cm^2.

El primer triángulo tiene mayor área.

SOLUCIONES PÁG. 227

58 En grupos, elaborad una presentación en PowerPoint sobre las figuras circulares en el arte (pintura, escultura y arquitectura) y en la naturaleza (animales y plantas).

Respuesta abierta.

59 Copia la figura en tu cuaderno e indica cada uno de los elementos de la circunferencia.

60 Halla la longitud de las circunferencias que tienen las siguientes dimensiones:

a. Radio: 6 dm.

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 = 37{,}68 \Rightarrow l = 37{,}68$ dm

b. Diámetro: 10 cm.

$l = d \cdot \pi \Rightarrow l = 10 \cdot 3{,}14 = 31{,}4 \Rightarrow l = 31{,}4$ cm

61 Halla el radio de una circunferencia que tiene una longitud de 50,24 m.

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow 50{,}24 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \Rightarrow r = \dfrac{50{,}24}{2 \cdot 3{,}14} = 7{,}96 \Rightarrow r = 7{,}96$ m

62 Escribe el nombre de cada una de las figuras circulares que aparecen en estas imágenes:

a.

Corona circular.

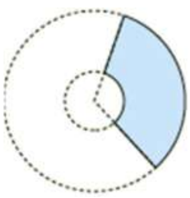
b.

Círculo.

c.

Sector circular.

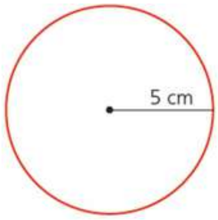
d.



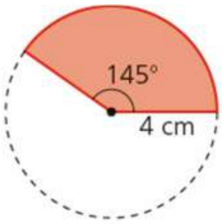
Trapecio circular.

63 Dibuja en tu cuaderno las siguientes figuras:

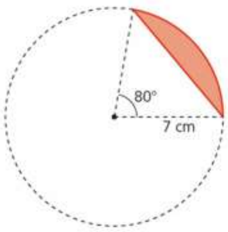
a. Una circunferencia de 5 cm de radio.



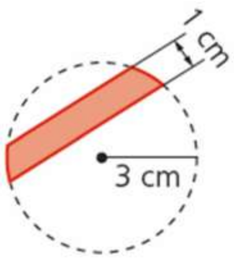
b. Un sector circular de 145° de amplitud y 4 cm de radio.



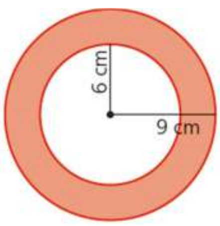
c. Un segmento circular de 80° de amplitud y 7 cm de radio.



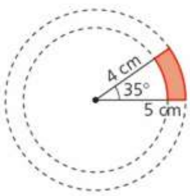
d. Una zona circular de 1 cm de anchura y 3 cm de radio.



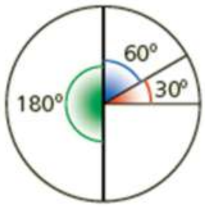
e. Una corona circular de 6 cm y 9 cm de radio.



f. Un trapecio circular de 35° de amplitud y de 4 cm y 5 cm de radio.



64 Halla la longitud de los arcos representados en esta circunferencia de 10 cm de radio:



El arco verde es de 180º por lo que su longitud es la de la semicircunferencia:

$$l_{180^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{2} \Rightarrow l_{180^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot 10}{2} = 3{,}14\cdot 10 = 31{,}4 \Rightarrow l_{180^\circ} = 31{,}4 \text{ cm}$$

El arco violeta es de 60º por lo que su longitud es la sexta parte de la circunferencia:

$$l_{60^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{6} \Rightarrow l_{60^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot 10}{6} = \frac{3{,}14\cdot 10}{3} = 10{,}47 \Rightarrow l_{60^\circ} = 10{,}47 \text{ cm}$$

El arco rojo es de 30º por lo que su longitud es la doceava parte de la circunferencia:

$$l_{30^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{12} \Rightarrow l_{30^\circ} = \frac{2\cdot\pi\cdot 10}{12} = \frac{3{,}14\cdot 10}{6} = 5{,}23 \Rightarrow l_{30^\circ} = 5{,}23 \text{ cm}$$

65 Si en una circunferencia un arco de 120° de amplitud tiene una longitud de 22 cm:

a. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia?

La longitud de un arco de 120º es la tercera parte de la longitud de la circunferencia:

$l = 22 \cdot 3 = 66 \Rightarrow l = 66$ cm

b. ¿Cuál es su radio?

$$l = 2\cdot\pi\cdot r \Rightarrow 66 = 2\cdot 3{,}14\cdot r \Rightarrow r = \frac{66}{2\cdot 3{,}14} = 10{,}51 \Rightarrow r = 10{,}51 \text{ cm}$$

66 Si un arco de circunferencia de 62° de amplitud tiene una longitud de 13 cm:

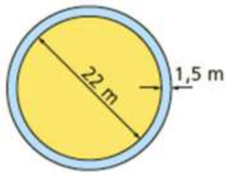
a. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia?

$\frac{62^\circ}{13} = \frac{360^\circ}{x} \Rightarrow x = \frac{360^\circ\cdot 13}{62^\circ} = 75{,}48$. La longitud de la circunferencia es de 75,48 cm.

b. ¿Cuál es su radio?

$$l = 2\cdot\pi\cdot r \Rightarrow 75{,}48 = 2\cdot 3{,}14\cdot r \Rightarrow r = \frac{75{,}48}{2\cdot 3{,}14} = 12{,}02 \Rightarrow r = 12{,}02 \text{ cm}$$

67 Alrededor de la pista circular de un circo se ha dejado una franja circular para acomodar a las personas minusválidas. Las dimensiones son las siguientes:



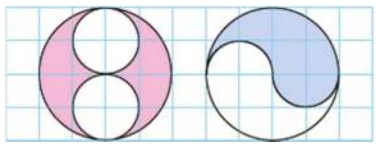
a. ¿Cuánto mide la longitud de la pista del circo?

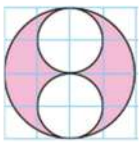
$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 11 = 22 \cdot 3,14 = 69,08 \Rightarrow l = 69,08$ m

b. ¿Cuánto mide la longitud de la franja habilitada para minusválidos en su parte exterior?

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 12,5 = 25 \cdot 3,14 = 78,5 \Rightarrow l = 78,5$ m

68 Halla la longitud de las zonas coloreadas teniendo en cuenta que están dibujadas sobre una trama de cuadrados de 1 cm de lado.





Longitud de la circunferencia exterior, cuyo radio mide 2 cm:

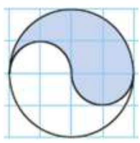
$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4 \cdot 3,14 = 12,56 \Rightarrow l = 12,56$ cm

Longitud de la circunferencia interior, cuyo radio mide 1 cm:

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2 \cdot 3,14 = 6,28 \Rightarrow l = 6,28$ cm

Longitud total:

$12,56 + 2 \cdot 6,28 = 25,12$ cm



Longitud de la circunferencia exterior, cuyo radio mide 2 cm:

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4 \cdot 3,14 = 12,56 \Rightarrow l = 12,56$ cm

Longitud de la circunferencia interior, cuyo radio mide 1 cm:

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow l = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2 \cdot 3,14 = 6,28 \Rightarrow l = 6,28$ cm

Longitud total:

$\frac{12,56}{2} + 2 \cdot \frac{6,28}{2} = 12,56 \Rightarrow l = 12,56$ cm

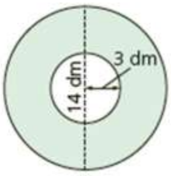
69 En grupos de 4 alumnos, buscad ejemplos de logos de empresas elaborados con figuras circulares y realizad una presentación a la clase.

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 229

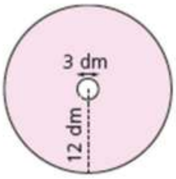
70 Halla el área de estas coronas circulares:

a.



$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A = \pi \cdot (7^2 - 3^2) = 3{,}14 \cdot (49 - 9) = 125{,}6 \Rightarrow A = 125{,}6 \text{ dm}^2$

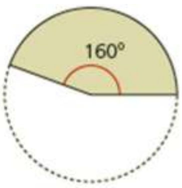
b.



$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A = \pi \cdot (12^2 - 1{,}5^2) = 3{,}14 \cdot (144 - 2{,}25) = 445{,}1 \Rightarrow A = 445{,}1 \text{ dm}^2$

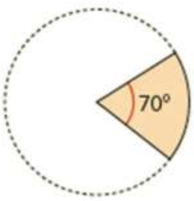
71 Halla el área de los siguientes sectores circulares en estas circunferencias de 8 cm de radio:

a.



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360^\circ} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 160^\circ}{360^\circ} = \frac{3{,}14 \cdot 256}{9} = 89{,}32 \Rightarrow A = 89{,}32 \text{ cm}^2$$

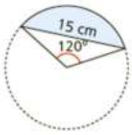
b.



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360^\circ} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 70^\circ}{360^\circ} = \frac{3{,}14 \cdot 112}{9} = 39{,}08 \Rightarrow A = 39{,}08 \text{ cm}^2$$

72 Calcula el área de estos segmentos circulares en las siguientes circunferencias de 10 cm de radio:

a.



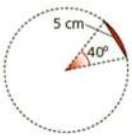
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo:

$10^2 = 7{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{100 - 56{,}26} = \sqrt{43{,}75} = 6{,}61 \Rightarrow h = 6{,}61$ cm

$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} \Rightarrow A_{\text{segmento circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} - \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 120º}{360º} - \frac{15 \cdot 6{,}61}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 100}{3} - \frac{99{,}15}{2} = 55{,}09\,\text{cm}^2$$

b.



Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo:

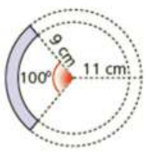
$10^2 = 2{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{100 - 6{,}25} = \sqrt{93{,}75} = 9{,}68 \Rightarrow h = 9{,}68$ cm

$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} \Rightarrow A_{\text{segmento circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} - \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 40º}{360º} - \frac{5 \cdot 9{,}68}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 100}{9} - \frac{48{,}4}{2} = 10{,}69\,\text{cm}^2$$

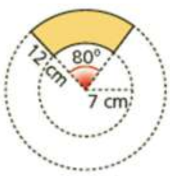
73 Determina el área de estos trapecios circulares:

a.



$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot (11^2 - 9^2) \cdot 100º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 40 \cdot 5}{18} = 34{,}89\ \text{cm}^2$$

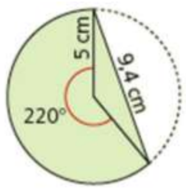
b.



$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot (12^2 - 7^2) \cdot 80º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 95 \cdot 2}{9} = 66{,}29\ \text{cm}^2$$

74 Halla el área de las siguientes figuras circulares:

a.



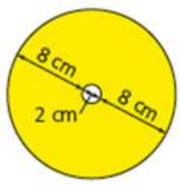
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo:

$5^2 = 4,7^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{25 - 22,09} = \sqrt{2,91} = 1,71 \Rightarrow h = 1,71$ cm

$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} + A_{\text{triángulo}} \Rightarrow A_{\text{segmento circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} + \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 220º}{360º} + \frac{9,4 \cdot 1,71}{2} = \frac{3,14 \cdot 275}{18} + \frac{16,07}{2} = 56,01 \Rightarrow A = 56,01 \text{ cm}^2$$

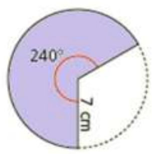
b.



$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A = \pi \cdot (9^2 - 1^2) = 3,14 \cdot (81 - 1) = 251,2 \Rightarrow A = 251,2 \text{ cm}^2$

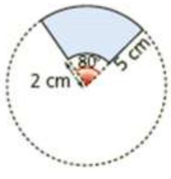
(Nota: en la primera edición del libro del alumno la figura es incorrecta. Debe ser una corona circular de 9 cm y 1 cm de radio, respectivamente.)

c.



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 7^2 \cdot 240º}{360º} = \frac{3,14 \cdot 98}{3} = 102,57 \Rightarrow A = 102,57 \text{ cm}^2$$

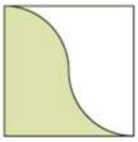
d.



$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot (5^2 - 2^2) \cdot 80º}{360º} = \frac{3,14 \cdot 21 \cdot 2}{9} = 14,65 \Rightarrow A = 14,65 \text{ cm}^2$$

75 Establece el área de la región coloreada en el interior de estos cuadrados de 10 cm de lado:

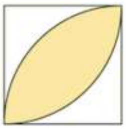
a.



El área de la región coloreada es la mitad del área del cuadrado.

$A = l^2 \Rightarrow A = 10^2 = 100 \Rightarrow A = 100$ cm^2. Luego el área de la región coloreada es la mitad, 50 cm^2.

b.



Para calcular el área de una de las regiones en blanco se halla la diferencia del área del cuadrado menos el área de un cuarto de círculo:

$A_{\text{una región blanca}} = A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{cuarto de círculo}}$

$$A_{\text{una región blanca}} = l^2 - \frac{\pi \cdot r^2}{4} \Rightarrow A_{\text{una región blanca}} = 10^2 - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 100 - 3{,}14 \cdot 25 = 21{,}5$$

$$A_{\text{una región blanca}} = 21{,}5 \text{ cm}^2$$

El área de la región coloreada es la diferencia entre el área del cuadrado menos dos veces el área de una región blanca:

$A = l^2 - 2 \cdot A_{\text{una región blanca}} \Rightarrow A = 10^2 - 2 \cdot 21{,}5 = 57$ cm^2

76 Halla el área de la región coloreada, si el lado de estos cuadrados mide 10 cm:

a.

Se calcula el área de un cuarto de figura, cuyo lado del cuadrado es de 5 cm:

Para calcular el área de una de las regiones en blanco se halla la diferencia del área del cuadrado menos el área de un cuarto de círculo:

$A_{\text{una región blanca}} = A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{cuarto de círculo}}$

$$A_{\text{una región blanca}} = l^2 - \frac{\pi \cdot r^2}{4} \Rightarrow A_{\text{una región blanca}} = 5^2 - \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = 25 - \frac{3{,}14 \cdot 25}{4} = 5{,}38$$

$$A_{\text{una región blanca}} = 5{,}38 \text{ cm}^2$$

El área de la región coloreada es la diferencia entre el área del cuadrado menos dos veces el área de una región blanca:

$A = l^2 - 2 \cdot A_{\text{una región blanca}} \Rightarrow A = 5^2 - 2 \cdot 5{,}38 = 14{,}24 \Rightarrow A = 14{,}24 \text{ cm}^2$

El área total es cuatro veces el área de una región coloreada:

$A = 4 \cdot 14{,}24 = 56{,}96 \Rightarrow A = 56{,}96 \text{ cm}^2$

b.

El área de la región coloreada es el área del cuadrado:

$A = l^2 \Rightarrow A = 10^2 = 100 \Rightarrow A = 100 \text{ cm}^2$

77 Calcula el área de la región coloreada en el interior del triángulo equilátero cuyo lado mide 6 cm.

Cada vértice del triángulo mide 60º.

Se halla el área del sector circular de 60º de amplitud:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 3}{2} = 4{,}71 \Rightarrow A = 4{,}71 \text{ cm}^2$$

Se halla la altura del triángulo aplicando el teorema de Pitágoras:

$6^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 5{,}2$

Se halla el área del triángulo:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6 \Rightarrow A = 15{,}6 \text{ cm}^2$$

El área coloreada es el área del triángulo menos tres veces el área del sector circular:

$A = 15{,}6 - 3 \cdot 4{,}71 = 15{,}6 - 14{,}13 = 1{,}47 \Rightarrow A = 1{,}47 \text{ cm}^2$

78 Halla el área de la región coloreada en el interior del hexágono regular de 8 cm de lado.

El ángulo interior de cada vértice del hexágono mide 120º.

Se halla el área de un sector circular de 120º de amplitud:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 120º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 16}{3} = 16{,}75 \Rightarrow A = 16{,}75 \text{ cm}^2$$

El área ocupada por la región blanca es seis veces el área del sector circular:

$A = 6 \cdot 16{,}75 = 100{,}5 \Rightarrow A = 100{,}5 \text{ cm}^2$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la apotema del hexágono:

$8^2 = 4^2 + ap^2 \Rightarrow ap = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6{,}93 \Rightarrow ap = 6{,}93 \text{ cm}$

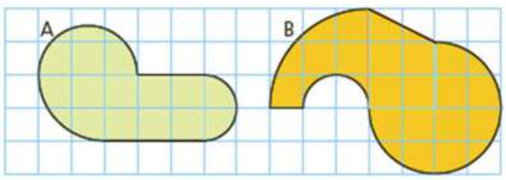
Se halla el área del hexágono:

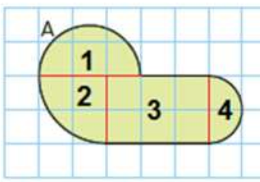
$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32 \Rightarrow A = 166{,}32 \text{ cm}^2$$

El área de la región coloreada es la diferencia entre el área del hexágono y la región blanca:

$A = 166{,}32 - 100{,}5 = 65{,}82 \Rightarrow A = 65{,}82 \text{ cm}^2$

79 Indica cuánto vale el área de las siguientes figuras dibujadas en una trama de cuadrados de 1 cm de lado:





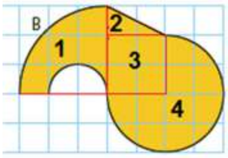
$$A_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2}{2} = 3{,}53 \Rightarrow A_1 = 3{,}53 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot r^2}{4} \Rightarrow A_2 = \frac{3{,}14 \cdot 2^2}{4} = 3{,}14 \Rightarrow A_2 = 3{,}14 \text{ cm}^2$$

$A_3 = b \cdot h \Rightarrow A_3 = 3 \cdot 2 = 6 \Rightarrow A_3 = 6$ cm^2

$$A_4 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \Rightarrow A_4 = \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{2} = 1{,}57 \Rightarrow A_4 = 1{,}57 \text{ cm}^2$$

$A_{\text{total}} = 3{,}53 + 3{,}14 + 6 + 1{,}57 = 14{,}24 \Rightarrow A_{\text{total}} = 14{,}24$ cm^2



$$A_1 = \frac{\pi \cdot R^2}{4} - \frac{\pi \cdot r^2}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 9}{4} - \frac{3{,}14 \cdot 1}{2} = \frac{28{,}26 - 6{,}28}{4} = 5{,}5$$
$$A_1 = 5{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \Rightarrow A_2 = 1 \text{ cm}^2$$

$A_3 = l^2 \Rightarrow A_3 = 2^2 = 4 \Rightarrow A_3 = 4$ cm^2

$$A_4 = \frac{3 \cdot \pi \cdot r^2}{4} \Rightarrow A_4 = \frac{3 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2}{4} = 9{,}42 \Rightarrow A_4 = 9{,}42 \text{ cm}^2$$

$A_{\text{total}} = 5{,}5 + 1 + 4 + 9{,}42 = 19{,}92$ cm^2

80 El diámetro del círculo central de un DVD mide 12 mm, y el círculo total, 12 cm. ¿Qué área queda para poder grabar en él?

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A = \pi \cdot (60^2 - 6^2) = 3{,}14 \cdot 3\,564 = 11\,190{,}96$

$A = 11\,190{,}96$ mm^2 = 111,91 cm^2

SOLUCIONES PÁG. 231

1 Indica las diferencias existentes entre los tres tipos de cuadriláteros.

Los paralelogramos tienen dos pares de lados paralelos, los trapecios tienen solamente un par de lados paralelos y los trapezoides no tienen ningún lado paralelo.

2 Explica qué es la mediatriz de un segmento.

La mediatriz de un segmento es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos del segmento. Es una recta perpendicular al segmento por su punto medio.

3 Explica qué es la bisectriz de un ángulo.

La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los lados del ángulo.
Es una recta que pasa por el vértice del ángulo y lo divide en dos partes iguales.

4 Indica una fórmula para hallar el número de diagonales de cualquier polígono.

$$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

5 Indica una fórmula para saber la suma de los grados de los ángulos interiores de cualquier polígono.

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

6 Explica cuáles son los ejes de simetría de los polígonos regulares en función del número de lados.

Los polígonos regulares tienen tantos ejes de simetría como lados:

- Si el número de lados es impar, los ejes de simetría son las rectas que unen cada vértice con el punto medio de su lado opuesto.
- Si el número de lados es par, los ejes de simetría son las rectas que unen dos vértices opuestos y también las que unen los puntos medios de dos lados opuestos.

7 Escribe la fórmula para calcular el área de los diferentes cuadriláteros.

- $A_{\text{cuadrado}} = l^2$
- $A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h$
- $A_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2}$
- $A_{\text{romboide}} = b \cdot h$
- $A_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

8 ¿Cuál es la fórmula del área de un polígono regular?

$$A = \frac{P \cdot ap}{2}$$

9 Explica brevemente los teoremas de Tales y Pitágoras.

El teorema de Tales dice que si dos rectas secantes son cortadas por rectas paralelas, los segmentos originados en una de las rectas secantes son proporcionales a los correspondientes segmentos originados en la otra recta secante.

El teorema de Pitágoras dice que en un triángulo rectángulo el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

10 Escribe las fórmulas para calcular el área de las figuras circulares más importantes.

- $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2$
- $A_{\text{corona circular}} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
- $A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º}$
- $A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} \pm A_{\text{triángulo}}$
- $A_{\text{trapecio circular}} = \dfrac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \hat{A}}{360º}$

11 ¿Qué dos elementos tienen igual longitud en un hexágono regular?

El lado y el radio.

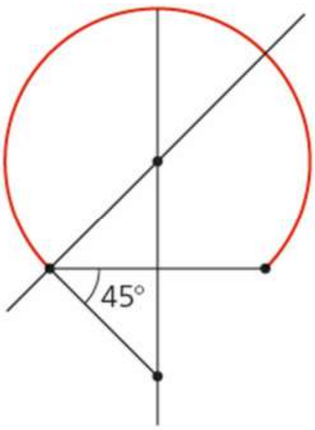
12 Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster…

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 232 - REPASO FINAL

LUGAR GEOMÉTRICO

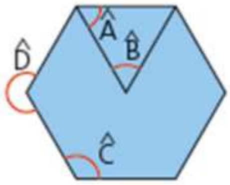
1 Dibuja en tu cuaderno un arco capaz correspondiente a un segmento de 4 cm y un ángulo de 45°. Comprueba tu resultado con GeoGebra.



ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

2 Calcula los ángulos de estos polígonos regulares:

a.



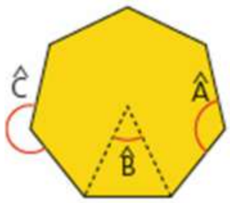
$\hat{B} = \frac{360º}{6} = 60º$

$\hat{A} = \frac{180º - 60º}{2} = 60º$

$\hat{C} = 2 \cdot \hat{A} = 2 \cdot 60º = 120º$

$\hat{D} = 360º - \hat{A} = 360º - 120º = 240º$

b.



$\hat{B} = \frac{360º}{7} = 51,43º$

$\hat{A} = 180º - \hat{B} = 180º - 51,43º = 128,57º$

$\hat{C} = 360º - \hat{A} = 360º - 128,57º = 231,43º$

3 La suma de los ángulos interiores de un polígono regular es 1 440°. Si su lado tiene una longitud de 9 dm:

a. ¿Cuál es su perímetro?

Se halla el número de lados:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° \Rightarrow 1\,440 = (n - 2) \cdot 180° \Rightarrow n = \frac{1440}{180} + 2 = 10 \Rightarrow n = 10$ lados

$P = n \cdot l \Rightarrow P = 10 \cdot 9 = 90 \Rightarrow P = 90$ dm

b. ¿Cuántas diagonales tiene?

$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \Rightarrow D = \frac{10 \cdot (10-3)}{2} = 35 \Rightarrow D = 35$. Tiene 35 diagonales.

CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS. EJES DE SIMETRÍA

4 Indica las diferencias entre los siguientes cuadriláteros:

a. Rombo y cuadrado.

El rombo tiene sus ángulos iguales dos a dos y el cuadrado los cuatro iguales.

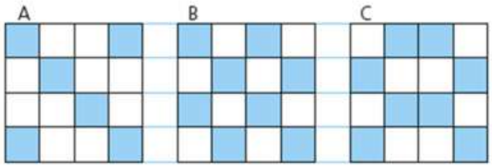
b. Rectángulo y romboide.

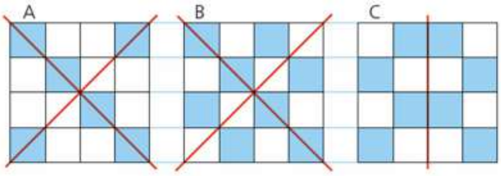
El romboide tiene los ángulos iguales dos a dos y ningún ángulo recto y el rectángulo todos sus ángulos son rectos.

c. Rombo y romboide.

El romboide tiene los lados iguales dos a dos y el rombo todos iguales.

5 Copia en tu cuaderno estas figuras y traza los ejes de simetría:

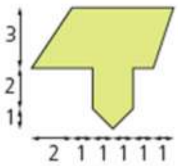




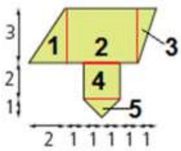
ÁREA DE LOS POLÍGONOS

6 Halla el área de las siguientes figuras:

a.



Para hallar el área total se descompone en figuras sencillas conocidas:



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \Rightarrow A_1 = 3 \text{ u}^2$$

$A_2 = b \cdot h \Rightarrow A_2 = 4 \cdot 3 = 12 \Rightarrow A_2 = 12 \text{ u}^2$

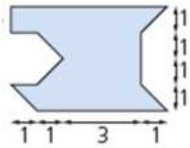
$$A_3 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_3 = \frac{1 \cdot 3}{2} = 1{,}5 \Rightarrow A_3 = 1{,}5 \text{ u}^2$$

$A_4 = l^2 \Rightarrow A_4 = 2^2 = 4 \Rightarrow A_4 = 4 \text{ u}^2$

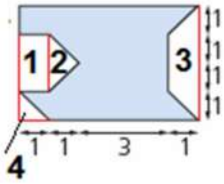
$$A_5 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_5 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \Rightarrow A_5 = 1 \text{ u}^2$$

$A_{total} = 3 + 12 + 1{,}5 + 4 + 1 = 21{,}5 \text{ u}^2$

b.



El área de la figura es la diferencia entre el área del rectángulo (formado por la región coloreada y las regiones en blanco) menos la suma de las áreas de las regiones en blanco:



$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 6 \cdot 4 = 24 \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 24 \text{ u}^2$

$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 1 \cdot 2 = 2 \Rightarrow A_1 = 2 \text{ u}^2$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \Rightarrow A_2 = 1 \text{ u}^2$$

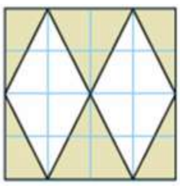
$$A_3 = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_3 = \frac{(4+2) \cdot 1}{2} = 3 \Rightarrow A_3 = 3 \text{ u}^2$$

$$A_4 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_4 = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5 \Rightarrow A_4 = 0{,}5 \text{ u}^2$$

$A_{\text{total}} = 24 - 2 - 1 - 3 - 0{,}5 = 17{,}5 \text{ u}^2$

7 Halla el área de la zona sombreada dentro de estos cuadrados de 10 cm de lado:

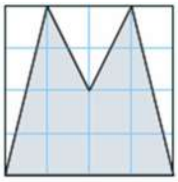
a.



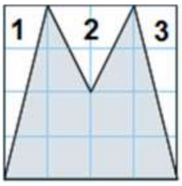
El área de la zona sombreada es la mitad del área del cuadrado:

$$A = \frac{l^2}{2} \Rightarrow A = \frac{10^2}{2} = 50 \Rightarrow A = 50 \text{ cm}^2$$

b.



El área de la región sombreada es la diferencia entre el cuadrado y la suma de las áreas de las figuras 1, 2 y 3:



$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{2,5 \cdot 10}{2} = 12,5 \Rightarrow A_1 = 12,5 \text{ cm}^2$$

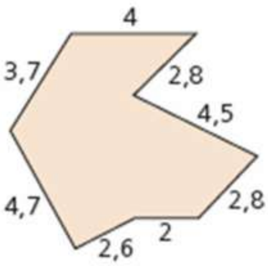
$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5 \Rightarrow A_2 = 12,5 \text{ cm}^2$$

$A_3 = A_1 = 12,5$ cm^2

$A_{total} = 10^2 - 12,5 \cdot 3 = 62,5$ cm^2

SEMEJANZA DE POLÍGONOS

8 Halla la longitud de los lados del polígono semejante a este con una razón de semejanza r = $\frac{1}{2}$. Comprueba tus resultados con GeoGebra.



Los lados del polígono semejante miden la mitad del inicial.

TEOREMA DE TALES. ESCALAS

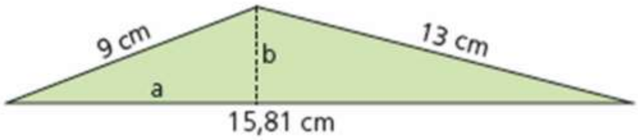
9 A cierta hora de la mañana, Rodrigo, que mide 1,72 m, proyecta una sombra de 2,14 m de longitud. ¿Cuánto medirá, en ese mismo instante, la sombra de Julieta, que tiene una estatura de 1,61 m?

Se aplica el teorema de Tales:

$$\frac{1,72}{2,14} = \frac{1,61}{x} \Rightarrow x = \frac{1,61 \cdot 2,14}{1,72} = 2$$

La sombra de Julieta es de 2 m.

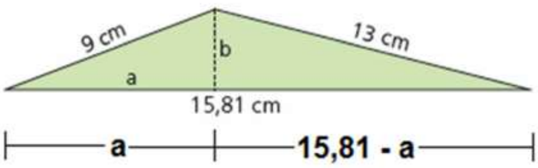
10 Halla los lados desconocidos en estos triángulos:



Al aplicar el teorema de Pitágoras se comprueba que se trata de un triángulo rectángulo:

$15{,}81^2 = 9^2 + 13^2 \Rightarrow 15{,}81 = \sqrt{9^2 + 13^2} = \sqrt{81 + 169} = \sqrt{250} = 15{,}81$

Se aplica el teorema de Tales a la siguiente figura para hallar el lado a:



$\frac{15{,}81}{13} = \frac{13}{15{,}81 - a} \Rightarrow 15{,}81 \cdot (15{,}81 - a) = 13^2 \Rightarrow 15{,}81^2 - 15{,}81a = 169$

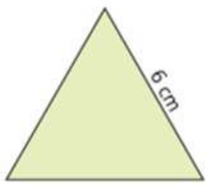
$a = \frac{15{,}81^2 - 169}{15{,}81} = 5{,}12 \Rightarrow a = 5{,}12 \text{ cm}$

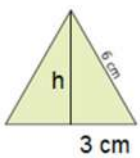
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el lado b:

$9^2 = 5{,}12^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{9^2 - 5{,}12^2} = \sqrt{81 - 26{,}21} = \sqrt{54{,}79} = 7{,}4 \Rightarrow b = 7{,}4 \text{ cm}$

TEOREMA DE PITÁGORAS

11 Determina el área y el perímetro de este triángulo equilátero:





Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura, *h:*

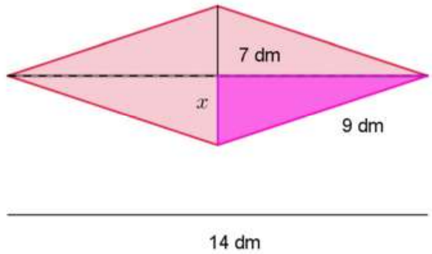
$6^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 5{,}2 \Rightarrow h = 5{,}2 \text{ cm}$

$P = 3 \cdot l \Rightarrow P = 3 \cdot 6 = 18 \Rightarrow P = 18 \text{ cm}$

$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6 \Rightarrow A = 15{,}6 \text{ cm}^2$

SOLUCIONES PÁG. 233

12 Calcula el área y el perímetro de un rombo cuya diagonal mayor mide 14 dm y que tiene un lado de 9 dm.



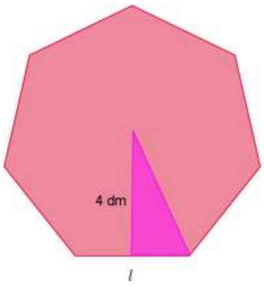
Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo para hallar el valor de *x*, que es la mitad de la diagonal menor:

$$9^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} = 5{,}66 \Rightarrow x = 5{,}66 \text{ dm}$$

$$P = 4 \cdot l \Rightarrow P = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow P = 36 \text{ dm}$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A = \frac{14 \cdot 11{,}32}{2} = 79{,}24 \Rightarrow A = 79{,}24 \text{ dm}^2$$

13 Halla el lado de un heptágono regular que tiene 70 dm^2 de área y 4 dm de apotema.



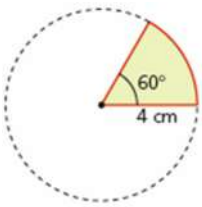
A partir de la expresión del área de un polígono regular se halla el lado:

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{\text{n} \cdot l \cdot ap}{2} \Rightarrow 70 = \frac{7 \cdot l \cdot 4}{2} \Rightarrow l = \frac{70 \cdot 2}{7 \cdot 4} = 5 \Rightarrow l = 5 \text{ dm}$$

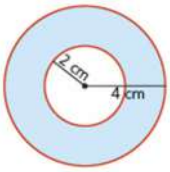
CIRCUNFERNCIA, CÍRCULO Y FIGURAS CIRCULARES

14 Traza en tu cuaderno una circunferencia de 4 cm de radio y dibuja sobre ella:

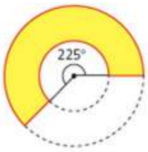
a. Un sector circular con un ángulo central de 60°.



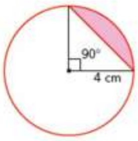
b. Una corona circular con un radio interior de 2 cm.



c. Un trapecio circular con un ángulo central de 225°.

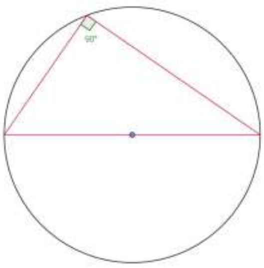


d. Un segmento circular con un ángulo central de 90°.



ÁREA DEL CÍRCULO Y DE LAS FIGURAS CIRCULARES

15 Un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia tiene una hipotenusa de 10 cm. Halla la longitud de la circunferencia y el área del círculo.

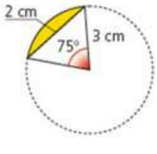


$l = d \cdot \pi \Rightarrow l = 10 \cdot 3{,}14 \Rightarrow l = 31{,}4$ cm

$A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 5^2 = 3{,}14 \cdot 25 = 78{,}5 \Rightarrow A = 78{,}5$ cm^2

16 Determina el área de las siguientes figuras circulares:

a.



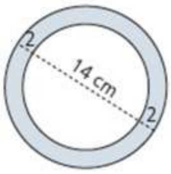
Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo:

$3^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{9-1} = \sqrt{8} = 2{,}83 \Rightarrow h = 2{,}83$ cm

$$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} \Rightarrow A_{\text{segmento circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} - \frac{b \cdot h}{2}$$

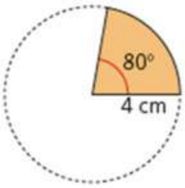
$$A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 75º}{360º} - \frac{2 \cdot 2{,}83}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 15}{8} - \frac{5{,}66}{2} = 3{,}06 \Rightarrow A = 3{,}06 \text{ cm}^2$$

b.



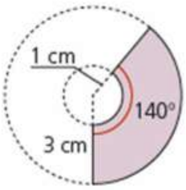
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A = \pi \cdot (9^2 - 7^2) = 3{,}14 \cdot (81 - 49) = 100{,}48 \Rightarrow A = 100{,}48 \text{ cm}^2$

c.



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 80º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 32}{9} = 11{,}16 \Rightarrow A = 11{,}16 \text{ cm}^2$$

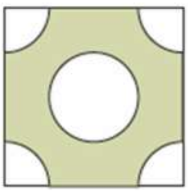
d.



$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot (4^2 - 1^2) \cdot 140º}{360º} = \frac{3{,}14 \cdot 35}{6} = 18{,}32 \Rightarrow A = 9{,}77 \text{ cm}^2$$

17 Calcula el área de la zona coloreada en estos cuadrados cuyo lado mide 8 m:

a.



Los cuatro cuartos de círculo situados en los cuatro vértices del cuadrado forman un círculo de radio 2 m.

Se calcula el área de un círculo:

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = \pi \cdot 2^2 = 3{,}14 \cdot 4 = 12{,}56 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 12{,}56 \text{ m}^2$

El área de la zona coloreada resulta de la diferencia entre el área del cuadrado menos dos veces el área del círculo:

$A_{\text{total}} = l^2 - 2 \cdot A_{\text{círculo}} \Rightarrow A_{\text{total}} = 8^2 - 2 \cdot 12{,}56 = 64 - 25{,}12 = 38{,}88$

$A_{\text{total}} = 38{,}88 \text{ m}^2$

b.

El área de la zona coloreada resulta de la diferencia entre al área del cuadrado menos el área de la corona circular:

$A_{total} = l^2 - \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A_{total} = 8^2 - \pi \cdot (4^2 - 2^2) = 64 - 3{,}14 \cdot 12 = 26{,}32$

$A_{total} = 26{,}32$ m^2

EVALUACIÓN

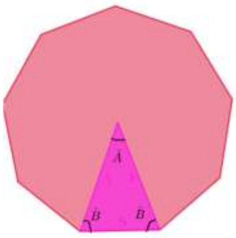
1 **El número de diagonales de un endecágono es:**

a. 27 b. 44 **c. 121** **d. 88**

$$D = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \Rightarrow D = \frac{11 \cdot (11-3)}{2} = 44$$

2 **El ángulo interior de un eneágono regular mide:**

a. 40° **b. 70°** c. 140° **d. 90°**



$$\hat{A} = \frac{360º}{9} = 40º$$

$$\hat{B} = \frac{180º - 40º}{2} = 70º$$

El ángulo interior es dos veces el ángulo $\hat{B} \Rightarrow 70º \cdot 2 = 140º$

3 **El área de un hexágono regular de 6 m de lado es:**

a. 46,5 m^2 b. 93,53 m^2 **c. 81,49 m^2** **d. 120,7 m^2**

Se aplica el teorema de Pitágoras para calcular la apotema del hexágono:

$6^2 = 3^2 + ap^2 \Rightarrow ap = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 5{,}2 \Rightarrow ap = 5{,}2$ m

$$A = \frac{P \cdot ap}{2} \Rightarrow A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ m}^2$$

4 Halla el área de la zona coloreada en este círculo de 5 dm de radio:

a. 78,54 dm² **b. 48,72 dm²** c. 29,45 dm² **d. 9,82 dm²**

Se calcula el área de un sector circular cuya amplitud es de $\frac{360º}{8} = 45º$:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 45º}{360º} = \frac{3,14 \cdot 25}{8} = 9,81 \Rightarrow A = 9,81 \text{ dm}^2$$

Como son 3 sectores circulares iguales, el área total será:

$A_{total} = 3 \cdot 9,81 = 29,43 \Rightarrow A = 29,43 \text{ dm}^2$

5 El área de un sector circular de 2 cm de radio y 65° de amplitud es:

a. 4 cm² **b. 3,31 cm²** **c. 2,49 cm²** d. 2,27 cm²

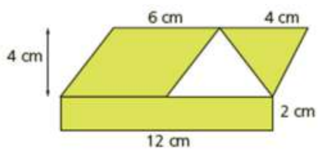
$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360º} \Rightarrow A = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 65º}{360º} = \frac{3,14 \cdot 13}{18} = 2,27 \Rightarrow A = 2,27 \text{ cm}^2$$

6 ¿Cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 cm y 9 cm?

a. 10 **b. 14** c. 15 **d. 18**

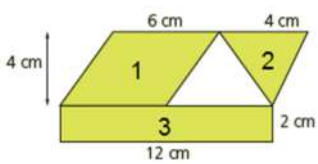
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow a = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \Rightarrow a = 15 \text{ cm}$

7 El área de la figura coloreada es:



a. 56 cm² **b. 48 cm²** **c. 64 cm²** **d. 72 cm²**

Se calcula el área de cada una de las figuras:



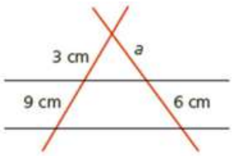
$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 6 \cdot 4 = 24 \Rightarrow A_1 = 24 \text{ cm}^2$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \Rightarrow A_2 = 8 \text{ cm}^2$$

$A_3 = b \cdot h \Rightarrow A_3 = 12 \cdot 2 = 24 \Rightarrow A_3 = 24 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 24 + 8 + 24 = 56 \Rightarrow A_{total} = 56 \text{ cm}^2$

8 El valor del segmento a es:



a. 2 cm **b. 1,84 cm** **c. 1,26 cm** **d. 1,67 cm**

$$\frac{3}{a} = \frac{9}{6} \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 6}{9} = 2 \Rightarrow a = 2 \text{ cm}$$