MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
3.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

Unidad 5. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

SOLUCIONES PÁGINA 99

1 Indica cuáles de las siguientes igualdades son ecuaciones:

a. $4x + 3 = 2x + 2x + 1 + 2$

$4x + 3 = 4x + 3 \rightarrow$ Igualdad

b. $2 \cdot (y - 5) = 2 \cdot (5 - y)$

$2y - 10 = 10 - 2y \Rightarrow 2y + 2y = 10 + 10 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5 \rightarrow$ Ecuación

c. $a + 2b - c = a + c - 2b$

$a - a = c - 2b - 2b + c;\ 0 = 2c - 4b.\ 2c = 4b \rightarrow$ Ecuación

d. $\dfrac{x}{y} = \dfrac{y}{x}$

$x^2 = y^2 \rightarrow$ Ecuación

2 Indica cuál es el grado de estas ecuaciones:

a. $-6x + 1 - 2y = 4y - 8$ $\rightarrow$ Grado 1.

b. $4 \cdot (x + 2) + 7 = -x - 5$ $\rightarrow$ Grado 1.

c. $3x \cdot (x^2 - 5) = 4 + 2x$ $\rightarrow$ Grado 3.

d. $xy + 9x = -5$ $\rightarrow$ Grado 2.

3 Comprueba si $x = 2$ es solución de alguna de estas ecuaciones:

a. $5 \cdot (3 - x) = 2 + 4x$

$5 \cdot (3 - 2) = 2 + 4 \cdot 2$

$5 \neq 8 \rightarrow$ No es solución.

b. $x^2 - 4x + 1 = -3$

$2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$

$4 - 8 + 1 = -3 \Rightarrow -3 = -3 \rightarrow$ Sí es solución.

c. $3x + 2x^3 - 2 = 0$

$3 \cdot 2 + 2 \cdot 2^3 - 2 = 0 \Rightarrow 6 + 2 \cdot 8 - 2 = 0 \Rightarrow 6 + 16 - 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 20 \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

d. $\dfrac{3x}{2} - 5 = 4x^2 + 2x$

$\dfrac{3 \cdot 2}{2} - 5 = 4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 \Rightarrow 3 - 5 = 16 + 4 \Rightarrow -2 \neq 20 \rightarrow$ No es solución.

4 **Escribe una ecuación de grado 2 con una incógnita y que tenga como solución –1.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $x^2 + 3x = x - 1$

5 **Escribe una ecuación con dos incógnitas, *x* e *y*, de primer grado, que tenga por solución $x = 1$ e $y = 3$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + y = 5$

6 **Comprueba si $a = -2$ y $b = 3$ son solución de la ecuación $2ab^2 - 10a = -5b - 1$.**

$2 \cdot (-2) \cdot 3^2 - 10 \cdot (-2) = -5 \cdot 3 - 1 \Rightarrow -36 + 20 = -15 - 1 \Rightarrow -16 = -16 \rightarrow$ Sí es solución de la ecuación.

7 **Resuelve las siguientes ecuaciones, aplicando las reglas de equivalencia de ecuaciones:**

a. $5 + x = 9 \Rightarrow x = 9 - 5 \Rightarrow x = 4$

b. $8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

c. $3x = 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x = -6 \Rightarrow x = -6$

d. $7x - 3 = 0 \Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$

e. $3 - \frac{x}{4} = 2 \Rightarrow \frac{12 - x}{4} = \frac{8}{4} \Rightarrow 12 - x = 8 \Rightarrow x = 12 - 8 \Rightarrow x = 4$

f. $4 + 2x = 5x + 1 \Rightarrow 2x - 5x = 1 - 4 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-3} \Rightarrow x = 1$

8 **Comprueba si $x = -1$ e $y = 2$ son solución de la ecuación**

$3x^2 + y^2 - xy^3 = -5x^2y$.

$3 \cdot (-1)^2 + 2^2 - (-1) \cdot 2^3 = -5 \cdot (-1)^2 \cdot 2 \Rightarrow 3 + 4 + 8 = -10;\ 15 \neq -10 \rightarrow$ No es solución.

9 **Una ecuación es una igualdad algebraica. Investiga qué matemático fue el que utilizó por primera vez el signo de igualdad: «=». Averigua el motivo por el que eligió este símbolo.**

El primer matemático que utilizó el símbolo «=» para indicar una igualdad fue el británico Robert Recorde en su obra *The Whet Stone of Witte.* En uno de sus libros cuenta que eligió ese símbolo pues «dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas».

SOLUCIONES PÁGINA 101

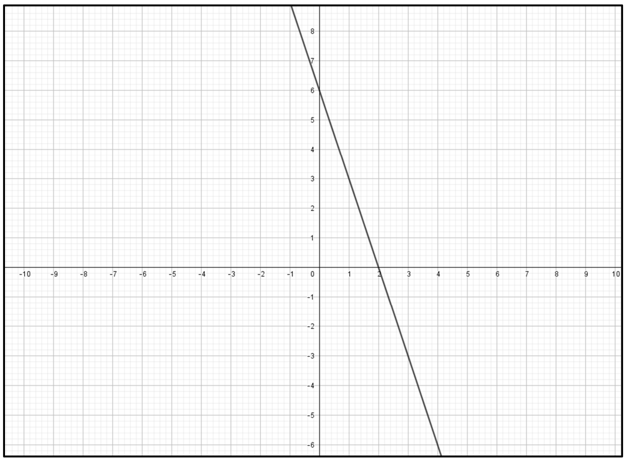
10 **Halla la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado. Comprueba tus resultados gráficamente.**

a. $5x + 4 - 2x = 6x - 3 + 1$

$5x - 2x - 6x = -3 + 1 - 4 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$

$-3x + 6 = 0 \Rightarrow y = -3x + 6$

x	–1	0	1	2
***y* = –3*x* + 6**	9	6	3	0

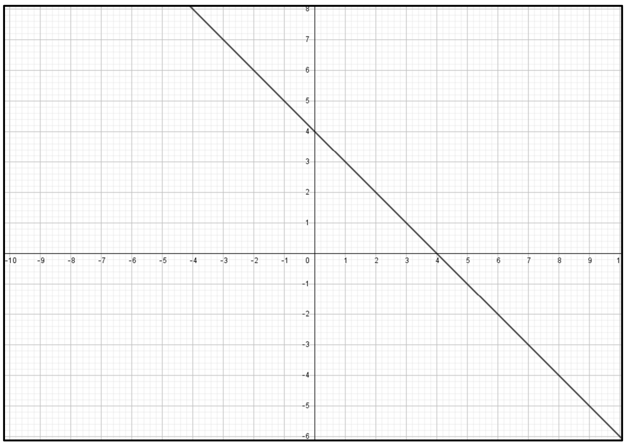


b. $-8x - 2x + 5 - 2 = 3 - 9x - 4$

$-8x - 2x + 9x = 3 - 4 - 5 + 2 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4$

$-x + 4 = 0 \Rightarrow y = -x + 4$

x	–1	0	1	4
***y* = –*x* + 4**	5	4	3	0

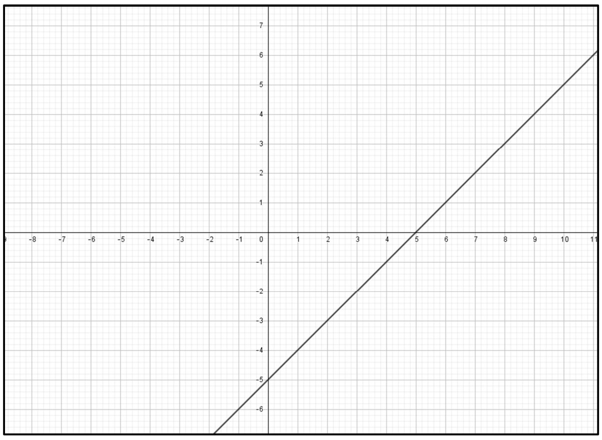


c. $10 + 3x - 4 + 3 - 7x = 2 - 5x + 12$

$3x - 7x + 5x = 2 + 12 - 10 + 4 - 3 \Rightarrow x = 5$

$x - 5 = 0 \Rightarrow y = x - 5$

x	–1	0	1	5
$y = x - 5$	–6	–5	–4	0



d. $-3 - 11 + 4x + 5 - 2x = x + 1 - 10 + x$

$4x - 2x - x - x = 1 - 10 + 3 + 11 - 5 \Rightarrow 0x = 0 \rightarrow$ Infinitas soluciones.

11 Resuelve estas ecuaciones:

a. $3 \cdot (x - 2) - 4 \cdot (2x + 1) = 7x$

$3x - 6 - 8x - 4 = 7x \Rightarrow 3x - 8x - 7x = 6 + 4 \Rightarrow -12x = 10 \Rightarrow x = \dfrac{10}{-12} \Rightarrow x = -\dfrac{5}{6}$

b. $-(5x - 3) + 2 \cdot (x - 4) = 7 - x$

$-5x + 3 + 2x - 8 = 7 - x \Rightarrow -5x + 2x + x = 7 - 3 + 8 \Rightarrow -2x = 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{12}{-2} \Rightarrow x = -6$

c. $6x - 5 \cdot (x - 3) = 4 \cdot (2 - 4x) + 15x$

$6x - 5x + 15 = 8 - 16x + 15x \Rightarrow 6x - 5x + 16x - 15x = 8 - 15 \Rightarrow 2x = -7 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{-7}{2}$

d. $8 \cdot (2 - x) = 5 \cdot (6x + 3) - (3 + 10x)$

$16 - 8x = 30x + 15 - 3 - 10x \Rightarrow -8x - 30x + 10x = 15 - 3 - 16 \Rightarrow -28x = -4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{4}{28} = \dfrac{1}{7}$

e. $-3 \cdot (-2 - 5x) - 4 \cdot (x + 6) - (11x - 2) = 0$

$6 + 15x - 4x - 24 - 11x + 2 = 0 \Rightarrow 15x - 4x - 11x = -6 + 24 - 2 \Rightarrow 0x = 16 \rightarrow$ Sin solución.

12 Halla la solución de las siguientes ecuaciones:

a. $\boldsymbol{\frac{x}{2}+3=\frac{5x}{3}-4x}$

$\frac{3x+18}{6}=\frac{10x-24x}{6}\Rightarrow 3x+18=10x-24x\Rightarrow 3x-10x+24x=-18\Rightarrow$

$\Rightarrow 17x=-18\Rightarrow x=-\frac{18}{17}$

b. $\boldsymbol{\frac{x}{4}+\frac{2x}{3}-\frac{6x}{5}=0}$

$\frac{15x+40x-72x}{60}=0\Rightarrow\frac{-17x}{60}=0\Rightarrow x=0$

c. $\boldsymbol{-3x+\frac{5x}{9}=\frac{4}{3}-2x}$

$\frac{-27x+5x}{9}=\frac{12-18x}{9}\Rightarrow -27x+5x=12-18x\Rightarrow -27x+5x+18x=12\Rightarrow$

$\Rightarrow -4x=12\Rightarrow x=\frac{12}{-3}\Rightarrow x=-3$

d. $\boldsymbol{\frac{x-5}{2}=\frac{x+4}{3}}$

$\frac{3x-15}{6}=\frac{2x+8}{6}\Rightarrow 3x-15=2x+8\Rightarrow 3x-2x=8+15\Rightarrow x=23$

e. $\boldsymbol{\frac{2x+3}{10}-2=\frac{-5x-2}{6}}$

$\frac{6x+9-60}{30}=\frac{-25x-10}{30}\Rightarrow 6x+9-60=-25x-10\Rightarrow 6x+25x=-10-9+60\Rightarrow$

$\Rightarrow 31x=41\Rightarrow x=\frac{41}{31}$

f. $\boldsymbol{x-\frac{3x-7}{12}=-1+\frac{x-9}{18}}$

$\frac{36x-9x+21}{36}=\frac{-36+2x-18}{36}\Rightarrow 36x-9x+21=-36+2x-18\Rightarrow$

$36x-9x-2x=-36-18-21\Rightarrow 25x=-75\Rightarrow x=\frac{-75}{25}=-3$

13 Soluciona estas ecuaciones:

a. $\mathbf{\dfrac{3\cdot(-2x+6)}{2}=1-4x}$

$\dfrac{-6x+18}{2}=1-4x\Rightarrow\dfrac{-6x+18}{2}=\dfrac{2-8x}{2}\Rightarrow -6x+18=2-8x\Rightarrow$

$\Rightarrow -6x+8x=2-18\Rightarrow 2x=-16\Rightarrow x=\dfrac{-16}{2}=-8$

b. $\mathbf{\dfrac{2\cdot(x-4)}{3}=\dfrac{4\cdot(2x-1)}{15}}$

$\dfrac{2x-8}{3}=\dfrac{8x-4}{15}\Rightarrow\dfrac{10x-40}{15}=\dfrac{8x-4}{15}\Rightarrow 10x-40=8x-4\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x-8x=-4+40\Rightarrow 2x=36\Rightarrow x=\dfrac{36}{2}=18$

c. $\mathbf{\dfrac{4x}{9}-\dfrac{2\cdot(3x-2)}{15}=\dfrac{x+1}{6}}$

$\dfrac{4x}{9}-\dfrac{6x-4}{15}=\dfrac{x+1}{6}\Rightarrow\dfrac{40x-36x+24}{90}=\dfrac{15x+15}{90}\Rightarrow 40x-36x+24=15x+15\Rightarrow$

$\Rightarrow 40x-36x-15x=15-24\Rightarrow -11x=-9\Rightarrow x=\dfrac{9}{11}$

SOLUCIONES PÁGINA 105

14 Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

a. $\mathbf{3x^2-12=0}$

$3x^2=12\Rightarrow x^2=\dfrac{12}{3}\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=2;\ x_2=-2$

b. $\mathbf{-4x^2+9x=0}$

$x\cdot(-4x+9)=0\Rightarrow x_1=0$

$-4x+9=0\Rightarrow -4x=-9\Rightarrow x_2=\dfrac{9}{4}$

c. $\mathbf{x^2+4=0}$

$x^2=-4\Rightarrow x=\sqrt{-4}\rightarrow$ No tiene solución real.

d. $\mathbf{2x^2-10x=0}$

$x\cdot(2x-10)=0\Rightarrow x_1=0$

$2x-10=0\Rightarrow 2x=10\Rightarrow x_2=5$

e. $-5x^2 + 5 = 0$

$-5x^2 = -5 \Rightarrow x^2 = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow x_1 = 1,\ x_2 = -1$

f. $4x^2 - 9 = 0$

$4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2},\ x_2 = -\frac{3}{2}$

g. $-6 + 2x^2 = 0$

$2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x_1 = 1{,}7320,\ x_2 = -1{,}7320$

h. $7x^2 = -14$

$x^2 = \frac{-14}{7} \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow x = \sqrt{-2} \rightarrow$ No tiene solución real.

i. $6x^2 = 12x$

$6x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x \cdot (6x - 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x_2 = 2$

j. $4x \cdot (3x - 2) = 0$

$4x = 0$ y $(3x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

$3x = 2 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$

15 Halla las soluciones de estas ecuaciones:

a. $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 3,\ x_2 = 1$$

b. $2x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2},\ x_2 = -2$$

c. $4x^2 - 3x + 7 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7}}{2 \cdot 4} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 112}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{-103}}{2}$$

No tiene solución real.

d. $x^2 - 8x + 16 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{+8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow x = 4$$

e. $0 = 4x^2 + 12x + 5$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4\cdot 4\cdot 5}}{2\cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144-80}}{8} = \frac{-12 \pm \sqrt{64}}{8} = \frac{-12 \pm 8}{8} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{5}{2}$

f. $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4\cdot 1\cdot 9}}{2\cdot 1} = \frac{+6 \pm \sqrt{36-36}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$$

g. $x^2 + 6x = -8$

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4\cdot 1\cdot 8}}{2\cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-32}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 = -2$, $x_2 = -4$

h. $-3x^2 = -5x + 7$

$$-3x^2 + 5x - 7 = 0;\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4\cdot(-3)\cdot(-7)}}{2\cdot(-3)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-84}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{-59}}{4}$$

No tiene solución real.

i. $2x^2 - 8x + 3 = 10 - 4x^2 + 11x$

$2x^2 - 8x + 3 - 10 + 4x^2 - 11x = 0 \Rightarrow 6x^2 - 19x - 7 = 0$

$$x = \frac{-(-19) \pm \sqrt{(-19)^2 - 4\cdot 6\cdot(-7)}}{2\cdot 6} = \frac{+19 \pm \sqrt{361+168}}{12} = \frac{19 \pm \sqrt{529}}{12} = \frac{19 \pm 23}{12}$$

$\Rightarrow x_1 = \frac{7}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{3}$

j. $x^2 + 9 + 2x^2 = 30x - 15x^2$

$x^2 + 9 + 2x^2 - 30x + 15x^2 = 0 \Rightarrow 18x^2 - 30x + 9 = 0$

$$x = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4\cdot 18\cdot 9}}{2\cdot 18} = \frac{+30 \pm \sqrt{900-648}}{36} = \frac{30 \pm \sqrt{252}}{36}$$

16 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $(2x - 1)^2 = 3\cdot(x^2 - 1)$

$4x^2 + 1 - 4x = 3x^2 - 3 \Rightarrow 4x^2 + 1 - 4x - 3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$$

b. 4x · (x + 3) – 3x · (x + 3) = 7x – 4

$4x^2 + 12x - 3x^2 - 9x = 7x - 4 \Rightarrow 4x^2 + 12x - 3x^2 - 9x - 7x + 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

c. (x + 8) · (2x – 5) = 0

$2x^2 - 5x + 16x - 40 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 11x - 40 = 0$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 2(-40)}}{2 \cdot 2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 320}}{4} = \frac{-11 \pm \sqrt{441}}{4} = \frac{-11 \pm 21}{4} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = -8$

d. 5x · (x – 3) = x · (x + 2)

$5x^2 - 15x = x^2 + 2x \Rightarrow 5x^2 - 15x - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 4x^2 - 17x = 0 \Rightarrow$

$x \cdot (4x - 17) = 0 \Rightarrow x = 0$ y $(4x - 17) = 0 \Rightarrow 4x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{4}$

e. $\boldsymbol{\frac{-4x^2 + 2x - 1}{2} = \frac{2x^2 + 3x + 1}{3}}$

$(-4x^2 + 2x - 1) \cdot 3 = (2x^2 + 3x + 1) \cdot 2 \Rightarrow -12x^2 + 6x - 3 = 4x^2 + 6x + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow -12x^2 + 6x - 3 - 4x^2 - 6x - 2 = 0 \Rightarrow -16x^2 - 5 = 0 \Rightarrow -16x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{-16}$

No tiene solución real.

f. $\boldsymbol{\frac{(x+2) \cdot (x-1)}{5} - 2x = \frac{(x-3)^2}{2}}$

$$\frac{2 \cdot (x+2) \cdot (x-1) - 20x}{10} = \frac{5 \cdot (x-3)^2}{10} \Rightarrow 2 \cdot (x+2) \cdot (x-1) - 20x = 5 \cdot (x-3)^2 \Rightarrow$$

$2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x = 5 \cdot (x^2 + 9 - 6x) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x = 5x^2 + 45 - 30x \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4x - 4 - 20x - 5x^2 - 45 + 30x = 0; \Rightarrow -3x^2 + 12x - 49 = 0$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(-3)(-49)}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 588}}{-6} = \frac{-12 \pm \sqrt{-444}}{-6}$$

No tiene solución real.

17 Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones sin resolverlas:

a. x^2 – 3x + 4 = 0

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7 < 0 \rightarrow$ No tiene solución real.

b. $4x^2 + 6x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 36 - 48 = -12 < 0 \rightarrow$ No tiene solución real.

c. $3x^2 - 12x + 12 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 144 - 144 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución real.

d. $x^2 - x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 1 - 12 = -11 < 0 \rightarrow$ No tiene solución real.

e. $x^2 + 5x - 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 25 + 12 = 37 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

f. $-6x^2 + x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 1 + 96 = 97 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

g. $25x^2 - 30x + 9 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 900 - 900 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución real.

h. $-3x^2 + 2x - 7 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7) = 4 - 84 = -80 < 0 \rightarrow$ No tiene solución real.

i. $-x^2 - 5x - 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) = 25 - 12 = 13 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones reales.

j. $x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución real.

18 Resuelve la ecuación $3x^2 + 3x - 18 = 0$. Comprueba que sus soluciones, x_1 y x_2, cumplen: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ y $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 3(-18)}}{2 \cdot 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 216}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{6} = \frac{-3 \pm 15}{6} \Rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = -3$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow 2 + (-3) = \frac{-3}{3} \Rightarrow -1 = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 \cdot (-3) = \frac{-18}{3} \Rightarrow -6 = -6$$

19 Escribe una ecuación de segundo grado que tenga estas soluciones:

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a. 2 y –3

$x^2 + x - 6 = 0$

b. 4 y 5

$x^2 - 9x + 20 = 0$

c. $\frac{1}{2}$ y 4

$x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$

d.– $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{2}$

$x^2 - \frac{7}{4}x - \frac{15}{8}$

20 Halla el valor de m para que las siguientes ecuaciones tengan una única solución:

Para que tenga una única solución, el discriminante debe ser nulo.

a. $2x^2 + 20x + m = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 20^2 - 4 \cdot 2 \cdot m = 0 \Rightarrow 400 - 8m = 0 \Rightarrow 400 = 8m \Rightarrow$

$m = \frac{400}{8} = 50$

b. $x^2 + mx + 16 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 0 \Rightarrow m^2 - 64 = 0 \Rightarrow m^2 = 64 \Rightarrow m = \pm\sqrt{64} \Rightarrow$

$\Rightarrow m = 8$ y $m = -8$

21 Actividad resuelta.

22 Si $x = 2$ es una solución de la ecuación $2x^2 + x + m = 0$, ¿cuál es la otra solución?

Se sustituye el valor de x en la ecuación para averiguar el valor de m:

$2 \cdot 2^2 + 2 + m = 0 \Rightarrow 10 + m = 0 \Rightarrow m = -10$

Con este valor de m se escribe la ecuación y se resuelve:

$2x^2 + x - 10 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2(-10)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-1 \pm 9}{4} \Rightarrow$$

$x_1 = 2$, $x_2 = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$

Por lo tanto, $-\frac{5}{2}$ es la otra solución.

23 En grupos de cuatro, comprobad que una de las soluciones de la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$ es el número de oro (también llamado razón áurea): $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Buscad información en Internet sobre este número y haced una presentación donde se ponga de manifiesto la presencia de este número en la naturaleza y en la vida cotidiana.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Respuesta abierta.

24 Visita esta página de Internet para repasar las ecuaciones de segundo grado y realiza las actividades propuestas:

http://conteni2.educarex.es/mats/11978/contenido/

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 107

25 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas completas:

a. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Se hace el cambio $x^2 = t$; $t^2 - 5t + 4 = 0$ y se resuelve la ecuación:

$$t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}\ ;\ t_1 = 4,\ t_2 = 1$$

$x^2 = 4$; $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

$x^2 = 1$; $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

b. $x^4 - 24x^2 - 25 = 0$

$t^2 - 24t - 25 = 0$

$$t = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-25)}}{2 \cdot 1} = \frac{+24 \pm \sqrt{576+100}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{676}}{2} = \frac{24 \pm 26}{2}$$

$t_1 = 25$, $t_2 = -1$

$x^2 = 25$; $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

$x^2 = -1$. No hay soluciones reales.

c. $4x^4 - 13x^2 + 9 = 0$

$4t^2 - 13t + 9 = 0$

$$t = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{+13 \pm \sqrt{169 - 144}}{8} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{13 \pm 5}{8}$$

$t_1 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$, $t_2 = 1$

$x^2 = \frac{9}{4}$; $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = -\frac{3}{2}$

$x^2 = 1$; $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

d. $x^4 + 17x^2 + 16 = 0$

$t^2 + 17t + 16 = 0$

$$t = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 64}}{2} = \frac{-17 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-17 \pm 15}{2}$$

$t_1 = -1$, $t_2 = -16$

No tiene soluciones reales.

e. $3x^4 - 3x^2 + 5 = 0$

$3t^2 - 3t + 5 = 0$;

$$t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 160}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{-151}}{8}$$

No tiene soluciones reales.

f. $100x^4 - 29x^2 + 1 = 0$

$100t^2 - 29t + 1 = 0$

$$t = \frac{-(-29) \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 100 \cdot 1}}{2 \cdot 100} = \frac{+29 \pm \sqrt{841 - 400}}{200} = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{200} = \frac{29 \pm 21}{200}$$

$t_1 = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$, $t_2 = \frac{8}{200} = \frac{1}{25}$

$x^2 = \frac{1}{4}$; $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

$x^2 = \frac{1}{25}$; $x_3 = \frac{1}{5}$, $x_4 = -\frac{1}{5}$

g. $6x^4 + 5x^2 + 1 = 0$

$6t^2 + 5t + 1 = 0$

$t = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{1}}{12} = \dfrac{-5 \pm 1}{12}$

$t_1 = \dfrac{-6}{12} = \dfrac{-1}{2}$, $t_2 = \dfrac{-4}{12} = \dfrac{-1}{3}$ $\rightarrow$ No tiene soluciones reales.

h. $4x^4 - 8x^2 - 5 = 0$

$4t^2 - 8t - 5 = 0$

$t = \dfrac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} = \dfrac{+8 \pm \sqrt{64+80}}{8} = \dfrac{8 \pm \sqrt{144}}{8} = \dfrac{8 \pm 12}{8}$

$t_1 = \dfrac{20}{8} = \dfrac{5}{2}$, $t_2 = \dfrac{-1}{2}$

$x^2 = \dfrac{5}{2}$; $x_1 = +\sqrt{\dfrac{5}{2}}$, $x_2 = = -\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

$x^2 = \dfrac{-1}{2}$ $\rightarrow$ No tiene soluciones reales.

i. $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$t = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \dfrac{+5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \dfrac{5 \pm 1}{2}$; $t_1 = 3$, $t_2 = 2$

$x^2 = 3$; $x_1 = +\sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$

$x^2 = 2$; $x_3 = +\sqrt{2}$, $x_4 = -\sqrt{2}$

j. $5x^4 + 2x^2 - 1 = 0$

$5t^2 + 2t - 1 = 0$

$t = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 5 (-1)}}{2 \cdot 5} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+20}}{10} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{24}}{10}$

$t_1 = \dfrac{-2+\sqrt{24}}{10}$, $t_2 = \dfrac{-2-\sqrt{24}}{10}$

$x^2 = \dfrac{-2+\sqrt{24}}{10}$; $x_1 = +\sqrt{\dfrac{-2+\sqrt{24}}{10}}$, $x_2 = -\sqrt{\dfrac{-2+\sqrt{24}}{10}}$

$x^2 = \dfrac{-2-\sqrt{24}}{10}$ $\rightarrow$ No tiene soluciones reales.

26 Actividad resuelta.

27 Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones bicuadradas incompletas:

a. $x^4 - 16 = 0$

$t^2 - 16 = 0$; $t^2 = 16$; $t = \pm\sqrt{16}$; $t_1 = 4$, $t_2 = -4$

$x^2 = 4$; $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

$x^2 = -4 \rightarrow$ No tiene soluciones reales.

b. $x^4 - 25x^2 = 0$

$t^2 - 25t = 0$; $t \cdot (t - 25) = 0$; $t = 0$ y $t = 25$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 25$; $x = \pm\sqrt{25}$; $x_2 = 5$, $x_3 = -5$

c. $3x^4 + 27 = 0$

$3t^2 + 27 = 0$; $3t^2 = -27$; $t^2 = \dfrac{-27}{3}$; $t^2 = -9$; $t = \sqrt{-9} \rightarrow$ No tiene solución

d. $2x^4 = 18x^2$

$2t^2 - 18t = 0$; $t \cdot (2t - 18) = 0$; t = 0 y $2t - 18 = 0$; $2t = 18$; $t = 9$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x_2 = 3$, $x_3 = -3$

e. $5x^2 = 20x^4$

$-20t^2 + 5t = 0$; $t \cdot (-20t + 5) = 0$; t = 0 y $-20t + 5 = 0$; $-20t = -5$; $t = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = \dfrac{1}{4}$; $x = \pm\sqrt{\dfrac{1}{4}}$; $x_2 = \dfrac{1}{2}$, $x_3 = -\dfrac{1}{2}$

f. $-4x^4 + 9 = 0$

$-4t^2 + 9 = 0$; $-4t^2 = -9$; $t^2 = \dfrac{9}{4}$; $t = \pm\sqrt{\dfrac{9}{4}}$; $t = \dfrac{3}{2}$, t = $-\dfrac{3}{2}$

$x^2 = \dfrac{3}{2}$; $x = \pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}$; $x_1 = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$, $x_2 = -\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

$x^2 = -\dfrac{3}{2} \rightarrow$ No tiene soluciones reales.

g. $0 = 81 - x^4$

$0 = 81 - t^2$; $-t^2 = -81$; $t^2 = 81$; $t = \pm\sqrt{81}$; $t = 9$ y $t = -9$

$x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

$x^2 = -9 \rightarrow$ No tiene soluciones reales.

h. $-6x^4 = -24x^2$

$-6t^2 + 24t = 0$; $t \cdot (-6t + 24) = 0$; t = 0 y $-6t + 24 = 0$; $-6t = -24$; $t = \frac{24}{6} = 4$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}$; $x_2 = 2$, $x_3 = -2$

i. $-3x^2 = 5x^4$

$-3t - 5t^2 = 0$; $t \cdot (-5t - 3) = 0$; t = 0 y $-5t - 3 = 0$; $-5t = 3$; $t = \frac{3}{-5}$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = \frac{3}{-5}$; $x = \sqrt{\frac{3}{-5}}$ $\rightarrow$ No tiene soluciones reales.

28 Escribe una ecuación bicuadrada que tenga estas soluciones:

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a. 2, –2, 5, –5

$x^4 - 29x^2 + 100$

b. 3, –3, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$

$x^4 - \frac{37}{4}x^2 + \frac{9}{4}$

c. $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$

$x^4 - 5x^2 + 6$

d. 1, –1, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

$x^4 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{2}{3}$

29 Resuelve las ecuaciones.

a. $(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 1) = 0$

$x^4 - x^2 - 9x^2 + 9 = 0$; $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; $t^2 - 10t + 9 = 0$;

$$t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{+10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$t_1 = 9$, $t_2 = 1$

$x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x_1 = 3$, $x_2 = -3$

$x^2 = 1$; $x = \pm\sqrt{1}$; $x_3 = 1$, $x_4 = -1$

b. $\mathbf{(x^2 - 2) \cdot (9x^2 + 25) = 0}$

$9x^4 + 25x^2 - 18x^2 - 50 = 0$; $9x^4 + 7x^2 - 50 = 0$; $9t^2 + 7t - 50 = 0$;

$$t = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-50)}}{2 \cdot 9} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 1800}}{18} = \frac{-7 \pm \sqrt{1849}}{18} = \frac{-7 \pm 43}{18}$$

$t_1 = 2$, $t_2 = \frac{-50}{18}$

$x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$; $x_1 = \sqrt{2}$, $x_2 = -\sqrt{2}$

$x^2 = \frac{-50}{18} \rightarrow$ No tiene soluciones reales.

c. $\mathbf{(4x^2 - 1) \cdot (4x^2 - 16)}$

$16x^4 - 64x^2 - 4x^2 + 16 = 0$; $16x^4 - 68x^2 + 16 = 0$; $16t^2 - 68t + 16 = 0$;

$$t = \frac{-(-68) \pm \sqrt{(-68)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 16}}{2 \cdot 16} = \frac{+68 \pm \sqrt{4624 - 1024}}{32} = \frac{+68 \pm \sqrt{3600}}{32} = \frac{68 \pm 60}{32}$$

$t_1 = 4$; $t_2 = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$;

$x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}$; $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

$x^2 = \frac{1}{4}$; $x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$; $x_3 = \frac{1}{2}$, $x_4 = -\frac{1}{2}$

d. $\mathbf{\frac{x^2 \cdot (x^2 - 4)}{5} + 12 = 5x^2 - 8}$

$$\frac{x^2 \cdot (x^2 - 4) + 60}{5} = \frac{5 \cdot (5x^2 - 8)}{5}; x^2 \cdot (x^2 - 4) + 60 = 5 \cdot (5x^2 - 8);$$

$x^4 - 4x^2 + 60 = 25x^2 - 40$; $x^4 - 4x^2 + 60 - 25x^2 + 40 = 0$;
$x^4 - 29x^2 + 100 = 0$; $t^2 - 29t + 100 = 0$;

$$t = \frac{-(-29) \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2} = \frac{+29 \pm \sqrt{841 - 400}}{2} = \frac{+29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{+29 \pm 21}{2}$$

$t_1 = 25$; $t_2 = 4$

$x^2 = 25$; $x = \pm\sqrt{25}$; $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

$x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}$; $x_3 = 2$, $x_4 = -2$

e. $\mathbf{\frac{-x^4 - 5x^2 + 1}{6} + x^2 = \frac{-3x^4 - 2}{8}}$

$$\frac{4 \cdot (-x^4 - 5x^2 + 1) + 24x^2}{24} = \frac{3 \cdot (-3x^4 - 2)}{24};$$

$4 \cdot (-x^4 - 5x^2 + 1) + 24x^2 = 3 \cdot (-3x^4 - 2)$; $-4x^4 - 20x^2 + 4 + 24x^2 = -9x^4 - 6$;

$5x^4 + 4x^2 + 4 = 0$; $5t^2 + 4t + 4 = 0$;

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 80}}{10} = \frac{-4 \pm \sqrt{-64}}{10} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

f. $\mathbf{0 = \frac{(x^2 - 3)^2 + (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)}{2}}$

$x^4 - 6x^2 + 9 + x^4 + 3x^2 - 3x^2 - 9 = 0$; $2x^4 - 6x^2 = 0$; $2t^2 - 6t = 0$;

$t \cdot (2t - 6) = 0$; t = 0 y $2t - 6 = 0$; $t = \frac{6}{2} = 3$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 3$ $x = \pm\sqrt{3}$; $x_2 = \sqrt{3}$; $x_3 = -\sqrt{3}$

SOLUCIONES PÁGINA 109

30 Un cuaderno cuesta el triple que un bolígrafo. Si Inés ha comprado 3 cuadernos y 5 bolígrafos y ha pagado 10,50 €, ¿cuánto le ha costado cada cuaderno y cada bolígrafo?

Coste bolígrafo: x

Coste cuaderno: $3x$

Ecuación: 3 por el coste del cuaderno + 5 por el coste del bolígrafo = 10,50 €

$3 \cdot 3x + 5x = 10{,}50$; $9x + 5x = 10{,}50$; $14x = 10{,}50$; $x = \frac{10{,}50}{14} = 0{,}75$

Coste bolígrafo: x = 0,75 €

Coste cuaderno: $3x = 3 \cdot 0{,}75 = 2{,}25 \Rightarrow$ El cuaderno cuesta 2,25 €

Comprobación:

3 por el coste cuaderno + 5 por el coste bolígrafo = 10,50 €

$3 \cdot 2{,}25 + 5 \cdot 0{,}75$ = 10,50 €; 6,75 + 3,75 = 10,50

31 Determina tres números naturales consecutivos cuya suma sea 282.

Números naturales consecutivos: x, $x + 1$ y $x + 2$

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = 282$

$3x + 3 = 282$; $3x = 282 - 3$; $x = \frac{279}{3} = 93$

Los números naturales consecutivos son: 93, 94 y 95

Comprobación: La suma de los tres números es 282

93 + 94 + 95 = 282

32 Tres hermanos se reparten 3 400 €. El mediano recibe 200 € más que el pequeño, y el mayor, el cuádruple que el mediano. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?

Hermano pequeño: x

Hermano mediano: $x + 200$

Hermano mayor: $4 \cdot (x + 200)$

Ecuación: $x + x + 200 + 4 \cdot (x + 200) = 3\,400$ €

$x + x + 200 + 4x + 800 = 3\,400$; $x + x + 4x = 3\,400 - 200 - 800$; $6x = 2\,400$;

$x = \frac{2\,400}{6} = 400$

Hermano pequeño: $x = 400$

Hermano mediano: $x + 200 = 600$

Hermano mayor: $4 \cdot (x + 200) = 2\,400$

Comprobación: La suma de las tres cantidades es 3 400 €

$400 + 600 + 2\,400 = 3\,400$

33 La diagonal de un cuadrado mide 10 cm. Determina el lado del cuadrado.

Lado del cuadrado: x

Ecuación: $h^2 = x^2 + x^2$; $10^2 = 2x^2$; $100 = 2x^2$; $x^2 = \frac{100}{2} = 50$; $x = \sqrt{50} = 7{,}071067$ cm.

Lado del cuadrado: $x = 7{,}07$

Comprobación: $h^2 = x^2 + x^2$; $10^2 = 50 + 50$

34 Si al cuadrado de un número se le resta su quinta parte, se obtiene 24. ¿Cuál es el número?

Número: x

Ecuación: $x^2 - \frac{x}{5} = 24; \frac{5x^2 - x}{5} = \frac{120}{5}; 5x^2 - x = 120; 5x^2 - x - 120 = 0$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-120)}}{2 \cdot 5} = \frac{+1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{10} = \frac{+1 \pm \sqrt{2401}}{10} = \frac{+1 \pm 49}{10}$;

$x_1 = 5$; $x_2 = \frac{-48}{10} = \frac{-24}{5}$

Número: $x = 5$ y $\frac{-24}{5}$

Comprobación:

$5^2 - \frac{5}{5} = 24$; 25 – 1 = 24

$\left(\frac{-24}{5}\right)^2 - \frac{\frac{-24}{5}}{5} = 24$; $\frac{576}{25} - \frac{24}{25} = 24$; 23,04+ 0,96 = 24

Los dos números lo cumplen.

35 Dos números se diferencian en 3 unidades. Si su producto es 108, ¿cuáles son estos números?

Número 1: x

Número 2: $x + 3$

Ecuación: $x \cdot (x + 3) = 108$

$x^2 + 3x = 108$; $x^2 + 3x - 108 = 0$;

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-108)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2}$$

$x_1 = 9$; $x_2 = -12$

Número 1: $x = 9 \Rightarrow$ Número 2: $x + 3 = 12$

Número 1: $x = -12 \Rightarrow$ Número 2: $x + 3$: –9

Comprobación:

Con los números 9 y 12: $x \cdot (x + 3) = 108$; $9 \cdot 12 = 108$

Con los números –9 y –12: $x \cdot (x + 3) = 108$; $(-12) \cdot (-9) = 108$

36 La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 313. Halla dichos números.

Números enteros consecutivos: x, $x + 1$

Ecuación: $x^2 + (x + 1)^2 = 313$

$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$; $x^2 + x^2 + 2x + 1 - 313 = 0$; $2x^2 + 2x - 312 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-312)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2496}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4}$$

$x_1 = 12$; $x_2 = -13$

Números enteros consecutivos: x, $x + 1$

Son: 12 y 13 y –13 y –12.

Comprobación:

Con los números 12 y 13

$x^2 + (x + 1)^2 = 313$

$12^2 + (12 + 1)^2 = 313$; $144 + 169 = 313$

Con los números –13 y –12

$(-13)^2 + (-13 + 1)^2 = 313$

37 Los asistentes a una reunión se estrechan la mano unos a otros. Uno de ellos sumó un total de 66 apretones. ¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?

Personas: x

Con x + 1 personas el número de apretones es la suma de los primeros n números naturales consecutivos.

Ecuación: $\frac{x\cdot(1+x)}{2} = 66; \frac{x+x^2}{2} = \frac{132}{2}; x + x^2 = 132; x^2 + x - 132 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 1\cdot(-132)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+528}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-1 \pm 23}{2}$$

$x_1 = 11$; $x_2 = -12$

$x = 11$, puesto que no puede ser negativo.

Personas: x + 1 = 12

Comprobación:

$$\frac{x\cdot(1+x)}{2} = 66; \frac{11\cdot(1+11)}{2} = 66; \frac{11\cdot 12}{2} = 66$$

SOLUCIONES PÁGINA 111

38 Fíjate en los siguientes pares de valores (*x* , *y*): (1 , –3) y (2 , 1). Comprueba si son solución de estos sistemas:

a. $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4\cdot 1 - 3(-3) = 5 \\ -1 + 2\cdot(-3) = 0 \end{cases}; \begin{cases} 4 + 9 = 5 \\ -1 - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow$ No es solución (1 , –3)

$\begin{cases} 4\cdot 2 - 3\cdot 1 = 5 \\ -2 + 2\cdot 1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} 8 - 3 = 5 \\ -2 + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow$ Sí es solución (2 , 1).

b. $\begin{cases} \mathbf{7}\boldsymbol{x} + \mathbf{2}\boldsymbol{y} = \mathbf{1} \\ \mathbf{4}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = \mathbf{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 7\cdot 1 + 2(-3) = 1 \\ 4\cdot 1 + (-3) = 2 \end{cases}; \begin{cases} 7 - 6 = 1 \\ 4 - 3 = 2 \end{cases}$ $\rightarrow$ No es solución (1 , –3)

$\begin{cases} 7\cdot 2 + 2\cdot 1 = 1 \\ 4\cdot 2 + 1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} 14 + 2 = 1 \\ 8 + 1 = 2 \end{cases}$ $\rightarrow$ No es solución (2 , 1).

c. $\begin{cases} \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} = \mathbf{4} \\ \mathbf{5}\boldsymbol{x} + \mathbf{3}\boldsymbol{y} = -\mathbf{4} \end{cases}$

$\begin{cases} 1 - (-3) = 4 \\ 5\cdot 1 + 3(-3) = -4 \end{cases}; \begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 5 - 9 = -4 \end{cases}$ $\rightarrow$ Sí es solución (1 , –3).

$\begin{cases} 2 - 1 = 4 \\ 5\cdot 2 + 3\cdot 1 = -4 \end{cases}; \begin{cases} 2 - 1 = 4 \\ 10 + 3 = -4 \end{cases}$ $\rightarrow$ No es solución (2 , 1).

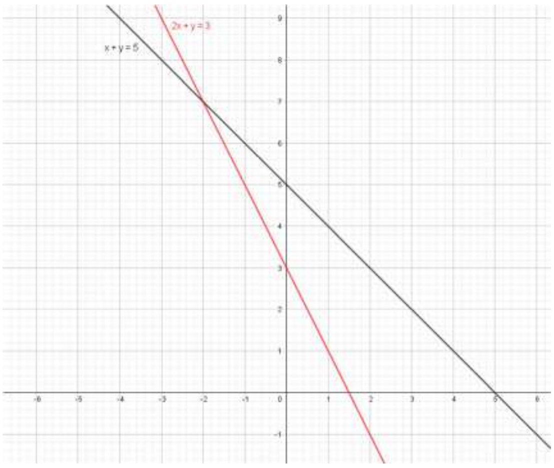
39 Visita esta página de Internet para repasar los sistemas de ecuaciones lineales y realiza las actividades propuestas:

http://conteni2.educarex.es/mats/11987/contenido/

Respuesta abierta.

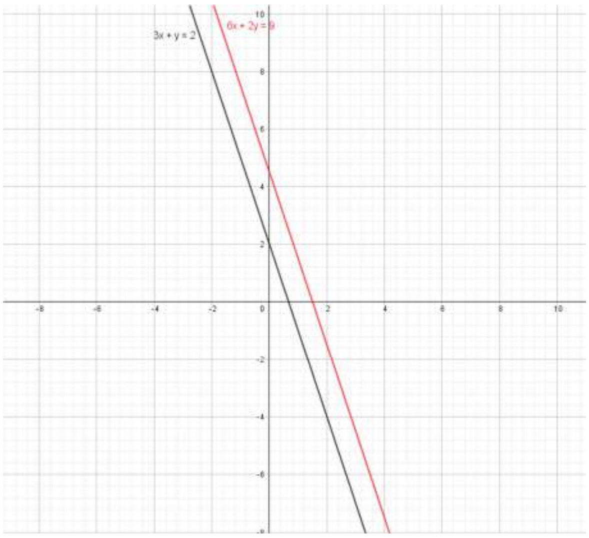
40 Resuelve gráficamente los sistemas planteados y clasifícalos según su número de soluciones.

a. $\begin{cases} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = \mathbf{5} \\ \mathbf{2}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = \mathbf{3} \end{cases}$



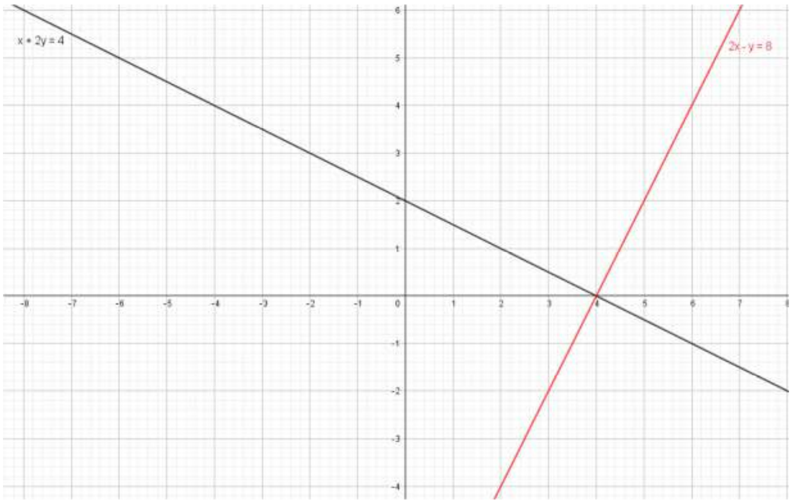
Se cortan en el punto (–2 , 7), por lo que tiene una solución el sistema.

b. $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$



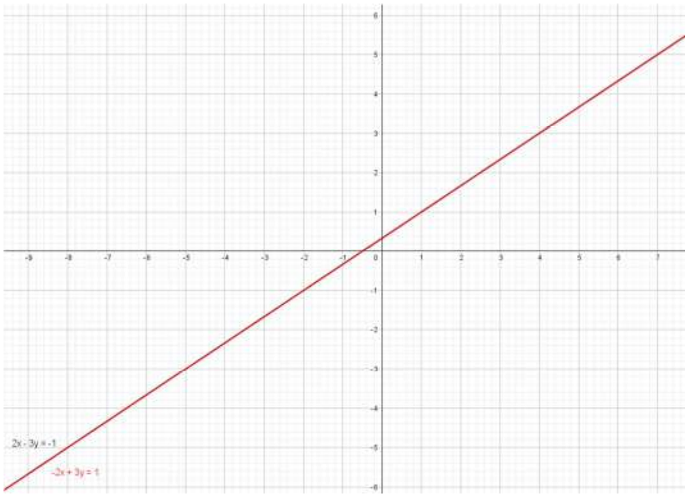
No tiene solución, pues no se cortan en ningún punto al ser dos rectas paralelas. Además, observamos que $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}; \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{9}$

c. $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$



Tiene una solución, ya que las rectas se cortan en el punto (4 , 0).

d. $\begin{cases} \mathbf{2x - 3y = -1} \\ \mathbf{-4x + 6y = 2} \end{cases}$



Las rectas son la misma, por lo que tiene infinitas soluciones este sistema. De hecho, se cumple que $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}; -\frac{2}{4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

SOLUCIONES PÁGINA 115

41 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a. $\begin{cases} \mathbf{x + y = 8} \\ \mathbf{2x - 3y = -9} \end{cases}$

$x = 8 - y$

$2 \cdot (8 - y) - 3y = -9; 16 - 2y - 3y = -9; -5y = -25; y = 5$

$x = 8 - 5 = 3$

Solución (3 , 5)

Comprobación

$\begin{cases} 3 + 5 = 8 \\ 2 \cdot 3 - 3 \cdot 5 = -9 \end{cases}; \begin{cases} 3 + 5 = 8 \\ 6 - 15 = -9 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \mathbf{-4x - y = -5} \\ \mathbf{x + 7y = 8} \end{cases}$

$x = 8 - 7y$

$-4 \cdot (8 - 7y) - y = -5; -32 + 28y - y = -5; 27y = 27; y = 1$

$x = 8 - 7 \cdot 1; x = 1$

Solución (1 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases}-4\cdot 1-1=-5\\ 1+7\cdot 1=8\end{cases};\begin{cases}-4-1=-5\\ 1+7=8\end{cases}$$

c. $\begin{cases}\mathbf{2x-5y=1}\\ \mathbf{3x+y=10}\end{cases}$

$$y=10-3x$$

$$2x-5\cdot(10-3x)=1;2x-50+15x=1;17x=51;x=3$$

$$y=10-3\cdot 3=1$$

Solución (3 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases}2\cdot 3-5\cdot 1=1\\ 3\cdot 3+1=10\end{cases};\begin{cases}6-5=1\\ 9+1=10\end{cases}$$

d. $\begin{cases}\mathbf{-x+2y=2}\\ \mathbf{-6x+5y=5}\end{cases}$

$$x=2y-2$$

$$-6\cdot(2y-2)+5y=5;-12y+12+5y=5;-7y=-7;y=1$$

$$x=2\cdot 1-2=0$$

Solución (0 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases}-0+2\cdot 1=2\\ -6\cdot 0+5\cdot 1=5\end{cases};\begin{cases}0+2=2\\ 0+5=5\end{cases}$$

e. $\begin{cases}\mathbf{3x+2y=-1}\\ \mathbf{4x=-3y}\end{cases}$

$$x=\frac{-3y}{4}$$

$$3\cdot\left(\frac{-3y}{4}\right)+2y=-1;\frac{-9y}{4}+2y=-1;\frac{-9y+8y}{4}=\frac{-4}{4};-9y+8y=-4;-y=-4;y=4$$

$$x=\frac{-3\cdot 4}{4}=-3$$

Solución (–3 , 4)

Comprobación

$$\begin{cases}3\cdot(-3)+2\cdot 4=-1\\ 4\cdot(-3)=-3\cdot 4\end{cases};\begin{cases}-9+8=-1\\ -12=-12\end{cases}$$

f. $\begin{cases} -6x+4y=3 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$

$$3x=-1+2y;\ x=\frac{-1+2y}{3}$$

$$-6\cdot\frac{-1+2y}{3}+4y=3\ \frac{6-12y}{3}+4y=3;\frac{6-12y+12y}{3}=\frac{9}{3};6-12y+12y=9;0y=3$$

No tiene solución real.

42 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de sustitución. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} 3x-y=3 \\ x-2y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3-3x \\ x-2y=6 \end{cases} \Rightarrow x-2\cdot(3-3x)=6$$

$y=3x-3$. Aquí estaba el error cometido.

$$x-2\cdot(3x-3)=6;x-6x+6=6;-5x=0;x=0$$

$$y=3\cdot 0-3;y=-3$$

Solución (0 , –3).

Comprobación

$$\begin{cases} 3\cdot 0-(-3)=3 \\ 0-2\cdot(-3)=6 \end{cases};\ \begin{cases} 0+3=3 \\ 0+6=6 \end{cases}$$

43 Soluciona estos sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a. $\begin{cases} x-3y=-11 \\ 2x+5y=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x=-11+3y \\ 2x=-5y \end{cases} \begin{cases} x=-11+3y \\ x=-\frac{5}{2}y \end{cases}$$

$$-11+3y=\frac{-5y}{2};\ (-11+3y)\cdot 2=-5y;-22+6y=-5y;11y=22;y=2$$

$$x=\frac{-5\cdot 2}{2}=-5$$

Solución (–5 , 2)

Comprobación

$$\begin{cases} -5-3\cdot 2=-11 \\ 2\cdot(-5)+5\cdot 2=0 \end{cases};\begin{cases} -5-6=-11 \\ -10+10=0 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} \mathbf{6x + 7y = -5} \\ \mathbf{3x - 2y = -8} \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x = -5 - 7y \\ 3x = -8 + 2y \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{-5-7y}{6} \\ x = \dfrac{-8+2y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{-5-7y}{6} = \frac{-8+2y}{3}; (-5-7y)\cdot 3 = (-8+2y)\cdot 6; -15-21y = -48+12y;$$

$$-33y = -33; \ y = 1$$

$$x = \frac{-5-7\cdot 1}{6} = -2$$

Solución (–2 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases} 6\cdot(-2) + 7\cdot 1 = -5 \\ 3\cdot(-2) - 2\cdot 1 = -8 \end{cases}; \begin{cases} -12+7 = -5 \\ -6-2 = -8 \end{cases}$$

c. $\begin{cases} \mathbf{3x - 2y = 2} \\ \mathbf{3x + 12y = -5} \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x = 2 + 2y \\ 3x = -5 - 12y \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{2+2y}{2} \\ x = \dfrac{-5-12y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2+2y}{3} = \frac{-5-12y}{3}; \ 2+2y = -5-12y; 14y = -7; \ y = \frac{-7}{14} = \frac{-1}{2}$$

$$x = \frac{2+2\cdot\dfrac{-1}{2}}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

Solución $\left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{1}{2}\right)$

Comprobación

$$\begin{cases} 3\cdot\dfrac{1}{3} - 2\cdot\dfrac{-1}{2} = 2 \\ 3\cdot\dfrac{1}{3} + 12\cdot\dfrac{-1}{2} = -5 \end{cases}; \begin{cases} 1+1 = 2 \\ 1-6 = -5 \end{cases}$$

d. $\begin{cases} \mathbf{2x - y = 1} \\ \mathbf{10x - 5y = 5} \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x = 1 + y \\ 2x = 1 + y \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{1+y}{2} \\ x = \dfrac{1+y}{2} \end{cases}$$

$\dfrac{1+y}{2} = \dfrac{1+y}{2}$ $\rightarrow$ Infinitas soluciones.

e. $\begin{cases} \mathbf{-8x + 6y = -1} \\ \mathbf{4x - 3y = 2} \end{cases}$

$$\begin{cases} 6y = -1 + 8x \\ -3y = 2 - 4x \end{cases} \begin{cases} y = \dfrac{-1+8x}{6} \\ y = \dfrac{-2+4x}{3} \end{cases}$$

$$\frac{-1+8x}{6} = \frac{4x-2}{3}; (-1+8x)\cdot 3 = 6(4x-2); -3 + 24x = 24x - 12; 0x = -9$$

No tiene solución.

f. $\begin{cases} \mathbf{3x - 3 = y} \\ \mathbf{x = 6 + 2y} \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{y+3}{2} \\ x = 6 + 2y \end{cases}$$

$$6 + 2y = \frac{y+3}{3}; (6+2y)\cdot 3 = y + 3; 18 + 6y = y + 3; 5y = -15; y = -3$$

$$x = 6 + 2\cdot(-3) = 0$$

Solución (0 , –3)

Comprobación

$$\begin{cases} 3\cdot 0 - 3 = -3 \\ 0 = 6 + 2\cdot(-3) \end{cases}; \begin{cases} 0 - 3 = -3 \\ 0 = 6 - 6 \end{cases}$$

44 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de igualación. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 5y = -2} \\ \mathbf{4x - 2y = 6} \end{cases} \begin{cases} \mathbf{x = \dfrac{-2-5y}{3}} \\ \mathbf{x = \dfrac{6+2y}{4}} \end{cases} \Rightarrow \mathbf{\frac{-2-5y}{3} = \frac{6+2y}{4}}$$

$$(-2-5y)\cdot 4=(6+2y)\cdot 3; -8-20y=18+6y; -26y=26; y=-1$$

$$x=\frac{6+2\cdot(-1)}{4}=\frac{6-2}{4}=1$$

Solución (1 , –1).

Comprobación

$$\begin{cases} 3\cdot 1+5(-1)=-2 \\ 4\cdot 1-2(-1)=6 \end{cases}; \begin{cases} 3-5=-2 \\ 4+2=6 \end{cases}$$

45 Soluciona estos sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a. $\begin{cases} \mathbf{3x+7y=5} \\ \mathbf{2x+4y=6} \end{cases}$

$$\begin{cases} 2\cdot(3x+7y=5) \\ -3\cdot(2x+4y=6) \end{cases}; +\begin{cases} 6x+14y=10 \\ -6x-12y=-18 \end{cases}; 2y=-8; y=-4$$

$$3x+7\cdot(-4)=5; 3x-28=5; 3x=33; x=11$$

Solución (11 , –4)

Comprobación

$$\begin{cases} 3\cdot 11+7(-4)=5 \\ 2\cdot 11+4(-4)=6 \end{cases}; \begin{cases} 33-28=5 \\ 22-16=6 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} \mathbf{9x-3y=5} \\ \mathbf{3x-y=2} \end{cases}$

$$\begin{cases} 9x-3y=5 \\ (-3)\cdot(3x-y=2) \end{cases}; +\begin{cases} 9x-3y=5 \\ -9x+3y=-6 \end{cases}; 0x-0y=-1$$

No tiene solución.

c. $\begin{cases} \mathbf{-3x+4y=-1} \\ \mathbf{5=6x+4y} \end{cases}$

$$+\begin{cases} -3x+4y=-1 \\ -6x-4y=-5 \end{cases}; -9x=-6; x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$-3\cdot\frac{2}{3}+4y=-1; -2+4y=-1; 4y=1; y=\frac{1}{4}$$

Solución $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{4}\right)$

Comprobación

$$\left.\begin{array}{l} -3\cdot\frac{2}{3}+4\cdot\frac{1}{4}=-1 \\ -6\cdot\frac{2}{3}-4\cdot\frac{1}{4}=-5 \end{array}\right. ; \begin{array}{l} -2+1=-1 \\ -4-1=-5 \end{array}$$

d. $\begin{cases} \mathbf{2x-6y=0} \\ \mathbf{-3x+4y=0} \end{cases}$

$$\begin{cases} 3\cdot(2x-6y=0) \\ 2\cdot(-3x+4y=0) \end{cases}; \; +\begin{cases} 6x-18y=0 \\ -6x+8y=0 \end{cases}; -10y=0\,; \; y=0$$

$$2x-6\cdot 0=0; 2x-0=0; 2x=0; x=0$$

Solución (0 , 0)

Comprobación

$$\begin{cases} 2\cdot 0-6\cdot 0=0 \\ -3\cdot 0+4\cdot 0=0 \end{cases}$$

e. $\begin{cases} \mathbf{-4x-2y=14} \\ \mathbf{5y=-23-4x} \end{cases}$

$$+\begin{cases} -4x-2y=14 \\ +4x+5y=-23 \end{cases}; 3y=-9; y=-3$$

$$-4x-2\cdot(-3)=14; -4x+6=14; -4x=8; x=-2$$

Solución (–2 ,–3)

Comprobación

$$\begin{cases} -4\cdot(-2)-2(-3)=14 \\ 5\cdot(-3)=-23-4(-2) \end{cases}; \begin{cases} 8+6=14 \\ -15=-23+8 \end{cases}$$

f. $\begin{cases} x-2y=1 \\ 6x-12y=6 \end{cases}$

$$\begin{cases} (-6)\cdot(x-2y=1) \\ 6x-12y=6 \end{cases}; +\begin{cases} -6x+12y=-6 \\ 6x-12y=6 \end{cases}; \; 0x+0y=0$$

Infinitas soluciones.

46 Corrige el error cometido al resolver este sistema por el método de reducción. Resuélvelo correctamente.

$$\begin{cases} \mathbf{2\cdot(5x-3y=-1)} \\ \mathbf{(-5)\cdot(2x-5y=-11)} \end{cases};\ +\begin{cases} 10x-6y=-2 \\ -10x+25y=55 \end{cases};19y=53;\ y=\frac{53}{19}$$

$$5x-3\cdot\frac{53}{19}=-1;5x-\frac{159}{19}=-1;5x=-1+\frac{159}{19};\ 5x=\frac{-19+159}{19};\ 5x=\frac{140}{19};$$

$$x=\frac{140}{19}:5=\frac{28}{19}$$

Solución ($\frac{28}{19}$, $\frac{53}{19}$)

Comprobación

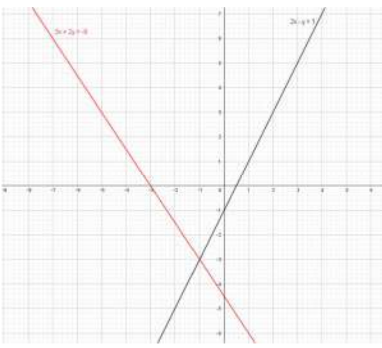
$$\begin{cases} 5\cdot\frac{28}{19}-3\cdot\frac{53}{19}=-1 \\ 2\cdot\frac{28}{19}-5\cdot\frac{53}{19}=-11 \end{cases};\ \begin{cases} \frac{140}{19}-\frac{159}{19}=-1 \\ \frac{56}{19}-\frac{265}{19}=-11 \end{cases}$$

47 Resuelve el sistema $\begin{cases} \mathbf{2x-y=1} \\ \mathbf{3x+2y=-9} \end{cases}$

a. Por el método gráfico.

x	–1	0	1
$y=2x-1$	–3	–1	1

x	1	0	1
$y=\frac{-9-3x}{2}$	–3	$-\frac{9}{2}$	–6



Solución (–1, –3).

b. Por los tres métodos algebraicos.

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}$$

SUSTITUCIÓN

$y = 2x - 1;$

$3x + 2\cdot(2x - 1) = -9; 3x + 4x - 2 = -9; 7x = -7; x = -1$

$y = 2\cdot(-1) - 1 = -3$

IGUALACIÓN

$y = 2x - 1; y = \dfrac{-9 - 3x}{2}$

$2x - 1 = \dfrac{-9 - 3x}{2}; (2x - 1)\cdot 2 = -9 - 3x; 4x - 2 = -9 - 3x; 7x = -7; x = -1$

$y = 2\cdot(-1) - 1 = -3$

REDUCCIÓN

$\begin{cases} 2\cdot(2x - y = 1) \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}; + \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 3x + 2y = -9 \end{cases}; \ 7x = -7; x = -1; y = 2\cdot(-1) - 1 = -3$

48 Elige el método más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. $\begin{cases} \boldsymbol{x - 4y + 5 = 2y + 3x - 3} \\ \boldsymbol{6x = 1 + 5y} \end{cases}$

$$\begin{cases} x - 4y - 2y - 3x = -3 - 5 \\ 6x = 1 + 5y \end{cases}; + \begin{cases} 3\cdot(-2x - 6y = -8) \\ 6x - 5y = 1 \end{cases}; + \begin{cases} -6x - 18y = -24 \\ 6x - 5y = 1 \end{cases};$$

$$-23y = -23;\ y = 1$$

$$6x = 1 + 5\cdot 1;\ 6x = 6;\ x = 1$$

Solución (1 , 1)

Comprobación

$$\begin{cases} -2\cdot 1 - 6\cdot 1 = -8 \\ 6\cdot 1 - 5\cdot 1 = 1 \end{cases}; \begin{cases} -2 - 6 = -8 \\ 6 - 5 = 1 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} \boldsymbol{2{,}8x - 1{,}7y = 8{,}9} \\ \boldsymbol{3{,}2\cdot(x - 3y) = -12{,}8} \end{cases}$

$$\begin{cases} 2{,}8x - 1{,}7y = 8{,}9 \\ 3{,}2x - 9{,}6y = -12{,}8 \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{8{,}9 + 1{,}7y}{2{,}8} \\ x = \dfrac{-12{,}8 + 9{,}6y}{3{,}2} \end{cases}$$

$$\frac{8{,}9 + 1{,}7y}{2{,}8} = \frac{-12{,}8 + 9{,}6y}{3{,}2};\ (8{,}9 + 1{,}7y)\cdot 3{,}2 = (-12{,}8 + 9{,}6y)\cdot 2{,}8;$$

$$28{,}48 + 5{,}44 = -35{,}84 + 26{,}88y;\ -21{,}44y = 64{,}32;\ y = 3$$

$$x = \frac{-12{,}8 + 9{,}6\cdot 3}{3{,}2} = 5$$

Solución (5 , 3)

Comprobación

$$\begin{cases} 2{,}8\cdot 5 - 1{,}7\cdot 3 = 8{,}9 \\ 3{,}2\cdot 5 - 9{,}6\cdot 3 = -12{,}8 \end{cases}; \begin{cases} 14 - 5{,}1 = 8{,}9 \\ 16 - 28{,}8 = -12{,}8 \end{cases}$$

c. $\begin{cases} \mathbf{2x + \dfrac{y}{4} = 5} \\ \mathbf{-3\cdot(x-1) + 13 = 2\cdot(y+1)} \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{8x+y}{4} = \dfrac{20}{4} \\ -3x+3+13 = 2y+2 \end{cases}; \begin{cases} 2\cdot(8x+y=20) \\ -3x-2y=-14 \end{cases}; +\begin{cases} 16x+2y=40 \\ -3x-2y=-14 \end{cases}; 13x=26; x=2$

$8\cdot 2 + y = 20; y = 20 - 16; y = 4$

Solución (2 , 4)

Comprobación

$\begin{cases} 8\cdot 2 + 4 = 20 \\ -3\cdot 2 - 2\cdot 4 = -14 \end{cases}; \begin{cases} 16+4=20 \\ -6-8=-14 \end{cases}$

d. $\begin{cases} \mathbf{-\dfrac{2x}{3} + \dfrac{y}{2} = -5} \\ \mathbf{\dfrac{x}{2} + \dfrac{5y}{4} = \dfrac{1}{2}} \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{-4x+3y}{6} = \dfrac{-30}{6} \\ \dfrac{2x+5y}{4} = \dfrac{2}{4} \end{cases}; \begin{cases} -4x+3y=-30 \\ 2\cdot(2x+5y=2) \end{cases}; +\begin{cases} -4x+3y=-30 \\ 4x+10y=4 \end{cases}; 13y=-26; y=-2$

$-4x+3\cdot(-2) = -30;\ -4x-6=-30; -4x=-24;\ x=6$

Solución (6 , –2)

Comprobación

$\begin{cases} -4\cdot 6 + 3(-2) = -30 \\ 2\cdot 6 + 5(-2) = 2 \end{cases}; \begin{cases} -24-6=-30 \\ 12-10=2 \end{cases}$

e. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{2x}{5}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{4x}{5}-\dfrac{3\cdot(x-2y)}{2}=3 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{5x+5y+6x}{15}=\dfrac{5}{15} \\ \dfrac{8x-15x+30y}{10}=\dfrac{30}{10} \end{cases}; \begin{cases} 11x+5y=5 \\ -7x+30y=30 \end{cases}$

$x=\dfrac{5-5y}{11}$

$-7\cdot\left(\dfrac{5-5y}{11}\right)+30y=30; \dfrac{-35+35y}{11}+30y=30; \dfrac{-35+35y+330y}{11}=\dfrac{330}{11};$

$-35+35y+330y=330; 365y=365; y=1$

$x=\dfrac{5-5y}{11}=\dfrac{5-5\cdot1}{11}=0$

Solución (0 , 1)

Comprobación

$\begin{cases} 11\cdot0+5\cdot1=5 \\ -7\cdot0+30\cdot1=30 \end{cases}; \begin{cases} 0+5=5 \\ 0+30=30 \end{cases}$

f. $\begin{cases} 2\cdot\left(3x-\dfrac{y}{2}\right)=\dfrac{1}{4} \\ 7+\dfrac{1}{2}y=3x \end{cases}$

$\begin{cases} 6x-\dfrac{2y}{2}=\dfrac{1}{4} \\ 2\cdot\left(-3x+\dfrac{1}{2}y=-7\right) \end{cases}; + \begin{cases} 6x-y=\dfrac{1}{4} \\ -6x+y=-14 \end{cases}; 0x+0y=\dfrac{-55}{4}$ No tiene solución real.

SOLUCIONES PÁGINA 117

49 Por 6 refrescos y 3 bocadillos, varios amigos pagan 18 € en una cafetería. A la semana siguiente, pagan 22,20 € en el mismo establecimiento por 7 refrescos y 4 bocadillos. ¿Cuánto cuesta un refresco y un bocadillo?

Precio refresco: *x*

Precio bocadillo: *y*

$$\begin{cases} 4\cdot(6x+3y=18) \\ (-3)\cdot(7x+4y=22,20) \end{cases};\ +\begin{cases} 24x+12y=72 \\ -21x-12y=-66,6 \end{cases};\ 3x=5,4;\ x=1,8$$

$$6\cdot 1,8+3y=18; 10,8+3y=18; 3y=7,2; y=2,4$$

Entonces, el refresco cuesta 1,8 € y el bocadillo 2,4 €.

Comprobación

$$\begin{cases} 6\cdot 1,8+3\cdot 2,4=18 \\ (7\cdot 1,8+4\cdot 2,4=22,20 \end{cases};\ \begin{cases} 10,8+7,2=18 \\ 12,6+9,6=22,20 \end{cases}$$

50 Juan tiene 15 años más que Antonio. Dentro de 10 años, Juan tendrá el doble de edad que Antonio. ¿Cuántos años tienen los dos amigos?

EDADES	**Antonio**	**Juan**
Edad actual	*x*	*y* = *x* + 15 Juan tiene 15 años más que Antonio
Edad dentro de 10 años	*x* + 10	*y* + 10 = 2 · (*x* + 10) Juan tendrá el doble de la edad de Antonio

$$\begin{cases} y=x+15 \\ y+10=2\cdot(x+10) \end{cases}$$

Por sustitución: $x+15+10=2x+20; x=5$

Edad de Antonio: 5

Edad Juan: *x* + 15 = 5 + 15 = 20

Dentro de 10 años

Antonio: 15

Juan: 30. Doble de la edad de Antonio.

Comprobación

$$\begin{cases} 20=5+15 \\ 20+10=2\cdot(5+10) \end{cases}$$

51 La suma de dos números es 65, y su diferencia 11. ¿Cuáles son dichos números?
Primer número: *x*
Segundo número: *y*

$$\begin{cases} x+y=65 \\ x-y=11 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=65-y$$

$$65-y-y=11; -2y=-54\ ;\ y=27$$

$$x=65-27=38$$

Comprobación

$$\begin{cases} 38+27=65 \\ 38-27=11 \end{cases}$$

52 Dos números suman 40. Si el menor se divide entre 4, y el mayor, entre 3, los números obtenidos se diferencian en –4. Halla dichos números.
Primer número y menor: *x*
Segundo número y mayor: *y*

$$\begin{cases} x+y=40 \\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}-4 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=40-y$$

$$\frac{40-y}{4}=\frac{y}{3}-4; \frac{120-3y}{12}=\frac{4y-48}{12}; 120-3y=4y-48; 7y=168; y=24$$

$$x=40-y=40-24=16$$

Primer número y menor: x = 16
Segundo número y mayor: y = 24

Comprobación

$$\begin{cases} 16+24=40 \\ \dfrac{16}{4}=\dfrac{24}{3}-4 \end{cases}$$

53 En un aparcamiento público hay 235 vehículos entre coches y motos. Si en total suman 718 ruedas, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo?

Número de coches: *x*
Número de motos: *y*

$$\begin{cases} x+y=235 \\ 4x+2y=718 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=235-y$$

$$4\cdot(235-y)+2y=718; 940-4y+2y=718; -2y=-222; y=111$$

$$x=235-y=235-111=124$$

Número de coches: *x* =124
Número de motos: *y* = 111

Comprobación

$$\begin{cases} 124+111=235 \\ 4\cdot124+2\cdot111=718 \end{cases} ; \begin{cases} 124+111=235 \\ 496+222=718 \end{cases}$$

54 Dentro de 8 años la edad de su madre será el doble que la de Susana, pero hace 3 años la edad de Susana era la tercera parte de la de su madre. ¿Cuál es la edad de madre e hija?

Edad Susana: *x*
Edad madre: *y*

EDADES	Susana	Madre
Dentro de 8 años	$x+8$	$y+8=2\cdot(x+8)$
Hace 3 años	$x-3$	$y-3=3\cdot(x-3)$

Resolvemos por igualación:

$$\begin{cases} y+8=2\cdot(x+8) \\ y-3=3\cdot(x-3) \end{cases} ; \begin{cases} y+8=2x+16 \\ y-3=3x-9 \end{cases} ; \begin{cases} y=2x+8 \\ y=3x-6 \end{cases}$$

$$2x+8=3x-6; x=14$$

$$y=3x-6=3\cdot14-6=42-6=36$$

Edad Susana: *x* = 14
Edad madre: *y* = 36

Comprobación

$$\begin{cases} 36=2\cdot14+8 \\ 36=3\cdot14-6 \end{cases} ; \begin{cases} 36=28+8 \\ 36=42-6 \end{cases}$$

55 Herminio ha pagado un libro electrónico que cuesta 175 € con billetes de 5 € y de 10 €. Si pagó con 22 billetes, ¿cuántos billetes había de 5 € y cuántos de 10 €?

Número de billetes de 5 € = *x*
Número de billetes de 10 € = *y*

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 5x+10y=175 \end{cases}$$

$$x=22-y$$

$$5\cdot(22-y)+10y=175; 110-5y+10y=175; 5y=65; y=13$$

$$x=22-y=22-13=9$$

Número de billetes de 5 € = *x* = 9
Número de billetes de 10 € = *y* = 13

Comprobación

$$\begin{cases} 9+13=22 \\ 5\cdot 9+10\cdot 13=175 \end{cases}; \begin{cases} 9+13=22 \\ 45+130=175 \end{cases}$$

56 Una empresa que se dedica a la cría de camellos y dromedarios acoge en sus instalaciones 182 cabezas y 286 jorobas; ¿cuántos animales tiene de cada tipo?

Número de camellos = *x*
Número de dromedarios = *y*

$$\begin{cases} x+y=182 \\ 2x+y=286 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=182-y$$

$$2\cdot(182-y)+y=286; 364-2y+y=286; y=78$$

$$x=182-y=182-78=104$$

Número de camellos = $x=104$
Número de dromedarios = *y* = 78

Comprobación

$$\begin{cases} 104+78=182 \\ 2\cdot 104+78=286 \end{cases}; \begin{cases} 104+78=182 \\ 208+78=286 \end{cases}$$

57 La suma de las dos cifras de un número es 15. Hállalo teniendo en cuenta que la cifra de las decenas es igual a las $\frac{2}{3}$ partes de la cifra de las unidades.

Cifra unidades = *x*
Cifra decenas = *y*

$$\begin{cases} x+y=15;\ y=15-x \\ y=\dfrac{2}{3}x \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$15-x=\frac{2}{3}x;\ (15-x)\cdot 3=2x;\ 45-3x=2x;\ 5x=45;\ x=9$$

$$y=15-x=15-9=6$$

Cifra unidades = *x* = 9
Cifra decenas = *y* = 6
El número es el 69.

Comprobación

$$\begin{cases} 9+6=15 \\ 6=\dfrac{2\cdot 9}{3} \end{cases}$$

58 Carmen pagó 49 € por un pantalón y un jersey. En rebajas, su amiga Pilar ha pagado por el pantalón un 20 % menos y por el jersey un 30 % menos, con lo que le ha costado en total 37,10 €. ¿Cuál era el precio del pantalón y del jersey antes de las rebajas?

Precio del pantalón = *x*
Precio del jersey = *y*

$$\begin{cases} x+y=49 \\ x-\dfrac{20x}{100}+y-\dfrac{30y}{100}=37{,}10 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=49-y$$

$$49-y-\frac{20\cdot(49-y)}{100}+y-\frac{30y}{100}=37{,}10$$

$$\frac{4900-100y-980+20y+100y-30y}{100}=\frac{3710}{100};$$

$$4900-100y-980+20y+100y-30y=3710; -10y=-210; y=21$$

$$x=49-y=49-21=28$$

Precio del pantalón = *x* = 28 €
Precio del jersey = *y* = 21 €

Comprobación

$$\begin{cases} 28+21=49 \\ 28-\dfrac{20\cdot 28}{100}+21-\dfrac{30\cdot 21}{100}=37{,}10 \end{cases}; \begin{cases} 28+21=49 \\ 28-5{,}6+21-6{,}3=37{,}10 \end{cases}$$

59 Edu ha pagado en total 6,4 € por 4 kg de naranjas y 5 kg de manzanas. La semana pasada pagó 5 € por 3 kg de naranjas y 4 kg de manzanas. ¿A cuánto están el kilo de naranjas y el de manzanas?

Precio kilo de naranjas = *x*
Precio kilo de manzanas = *y*

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 3\cdot(4x+5y=6{,}4) \\ (-4)\cdot(3x+4y=5) \end{cases}; +\begin{cases} 12x+15y=19{,}2 \\ -12x-16y=-20 \end{cases}; y=0{,}8$$

$$4x+5\cdot 0{,}8=6{,}4; 4x+4=6{,}4; 4x=2{,}4; x=0{,}6$$

Precio kilo de naranjas = *x* = $0{,}6$ €
Precio kilo de manzanas = $y=0{,}8$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 4\cdot 0{,}6+5\cdot 0{,}8=6{,}4 \\ 3\cdot 0{,}6+4\cdot 0{,}8=5 \end{cases}; \begin{cases} 2{,}4+4=6{,}4 \\ 1{,}8+3{,}2=5 \end{cases}$$

60 Halla dos números cuyo cociente vale 3 y cuya diferencia es 8.

Primer número: *x*
Segundo número: *y*

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = 3 \\ x - y = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y \\ x = 8 + y \end{cases};$$

Resolvemos por igualación:

$$3y = 8 + y; 2y = 8; y = 4$$

$$x = 3 \cdot 4 = 12$$

Primer número: $x = 12$
Segundo número: $y = 4$

Comprobación

$$\begin{cases} \dfrac{12}{4} = 3 \\ 12 - 4 = 8 \end{cases}$$

61 Si María regala a David 5 cromos de su colección, tendrá el triple de cromos que él. Si David le da 1 cromo a María, tendrá la novena parte que ella. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?

Cromos que tiene María: *x*
Cromos que tiene David: *y*

$$\begin{cases} x - 5 = 3 \cdot (y + 5) \\ x + 1 = 9 \cdot (y - 1) \end{cases}; \begin{cases} x - 5 = 3y + 15 \\ x + 1 = 9y - 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y + 20 \\ x = 9y - 10 \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$3y + 20 = 9y - 10; -6y = -30; y = 5$$

$$x = 3y + 20 = 3 \cdot 5 + 20 = 35$$

Cromos que tiene María: $x = 35$
Cromos que tiene David: $y = 5$

Comprobación

$$\begin{cases} 35 - 5 = 3 \cdot (5 + 5) \\ 35 + 1 = 9 \cdot (5 - 1) \end{cases}; \begin{cases} 30 = 3 \cdot 10 \\ 36 = 9 \cdot 4 \end{cases}$$

62 El perímetro de un rectángulo es de 42 cm. Si la altura mide 5 cm menos que la base, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

Medida de la altura: *x*
Medida de la base: *y*

$$\begin{cases} 2x+2y=42 \\ x=y-5 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$2\cdot(y-5)+2y=42; 2y-10+2y=42; 4y=52; y=13$$

$$x=y-5=13-5=8$$

Medida de la altura: *x* = 8
Medida de la base: *y* = 13

Comprobación

$$\begin{cases} 2\cdot8+2\cdot13=42 \\ 8=13-5 \end{cases}; \begin{cases} 16+26=42 \\ 8=13-5 \end{cases}$$

63 Un examen de Biología consta de 25 preguntas tipo test. Los aciertos suman 0,4 puntos, mientras que los fallos restan 0,2 puntos. Si Andrea ha contestado a todas las preguntas y ha sacado un 6,4, ¿cuántos aciertos y fallos ha tenido?

Número de aciertos: *x*
Número de fallos: *y*

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 0,4x-0,2y=6,4 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=25-y$$

$$0,4\cdot(25-y)-0,2y=6,4; 10-0,4y-0,2y=6,4; -0,6y=-3,6; y=6$$

$$x=25-y=25-6=19$$

Número de aciertos: $x=19$
Número de fallos: $y=6$

Comprobación

$$\begin{cases} 19+6=25 \\ 0,4\cdot19-0,2\cdot6=6,4 \end{cases}; \begin{cases} 19+6=25 \\ 7,6-1,2=6,4 \end{cases}$$

64 Un pintor mezcla dos tipos de pintura, una de 3,50 €/kg y otra de 1,50 €/kg, para elaborar una mezcla de 2,50 €/kg. ¿Cuántos kilos necesita de cada tipo si quiere obtener 50 kg de mezcla?

Kilos de pintura A: *x*
Kilos de pintura B: *y*

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 3,50x+1,50y=50\cdot 2,50 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x=50-y$$

$$3,50\cdot(50-y)+1,50y=50\cdot 2,50; 175-3,50y+1,50y=125; -2y=-50; y=25$$

$$x=50-y=50-25=25$$

Kilos de pintura A: $x=25$
Kilos de pintura B: $y=25$

Comprobación

$$\begin{cases} 25+25=50 \\ 3,50\cdot 25+1,50\cdot 25=50\cdot 2,50 \end{cases}; \begin{cases} 25+25=50 \\ 87,5+37,5=125 \end{cases}$$

65 En una granja hay 98 animales entre gallinas y conejos. Si suman un total de 268 patas, ¿cuántos animales hay de cada tipo?

Número de gallinas: *x*
Número de conejos: *y*

$$\begin{cases} x+y=98 \\ 2x+4y=268 \end{cases}; \begin{cases} x=98-y \\ x=\dfrac{268-4y}{2} \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$98-y=\frac{268-4y}{2}; (98-y)\cdot 2=268-4y; 196-2y=268-4y; 2y=72; y=36$$

$$x=98-y=98-36=62$$

Número de gallinas: $x=62$
Número de conejos: $y=36$

Comprobación

$$\begin{cases} 62+36=98 \\ 2\cdot 62+4\cdot 36=268 \end{cases}; \begin{cases} 62+36=98 \\ 124+144=268 \end{cases}$$

66 Sergio y Mario han hecho un trabajo por el que han cobrado 840 €. Si Mario ha trabajado el triple de horas que Sergio, ¿cuánto debe cobrar cada uno?

Cobra Mario: *x*
Cobra Sergio: *y*

$$\begin{cases} x+y=840 \\ x=3y \end{cases}; \begin{cases} x=840-y \\ x=3y \end{cases}$$

$$840-y=3y;\ 4y=840; y=210$$

$x = 3y = 3 \cdot 210 = 630$

Cobra Mario: $x = 630$ €

Cobra Sergio: $y = 210$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 630 + 210 = 840 \\ 630 = 3 \cdot 210 \end{cases}$$

67 Por la compra de 3 libros cuyo precio es el mismo, y 2 CD, ambos al mismo precio, Ana ha pagado 75 €. Si un libro cuesta 5 € más que un CD, ¿cuál es el precio de un libro? ¿Y el de un CD?

Precio del libro: *x*

Precio del CD: *y*

$$\begin{cases} 3x + 2y = 75 \\ x = 5 + y \end{cases}; \begin{cases} x = \dfrac{75 - 2y}{3} \\ x = 5 + y \end{cases}$$

Resolvemos por igualación:

$$\frac{75 - 2y}{3} = 5 + y; 75 - 2y = (5 + y) \cdot 3; 75 - 2y = 15 + 3y;\ 5y = 60;\ y = 12$$

$x = 5 + y = 5 + 12 = 17$

Precio del libro: $x = 17$

Precio del CD: $y = 12$

Comprobación

$$\begin{cases} 3 \cdot 17 + 2 \cdot 12 = 75 \\ 17 = 5 + 12 \end{cases}; \begin{cases} 51 + 24 = 75 \\ 17 = 5 + 12 \end{cases}$$

68 La suma de las edades de un padre y su hijo es de 34 años. Dentro de 7 años, la edad del padre será el triple que la del hijo; ¿cuántos años tienen ambos actualmente?

Edad del padre: *x*

Edad del hijo: *y*

EDADES	**Padre**	**Hijo**
x + *y* = 34	*x*	*y*
Dentro de 7 años	*x* +7	(*y* + 7) · 3 = *x* +7

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} x + y = 34 \\ (y + 7) \cdot 3 = x + 7 \end{cases}; \begin{cases} x + y = 34 \\ 3y + 21 = x + 7 \end{cases}; + \begin{cases} x + y = 34 \\ -x + 3y = -14 \end{cases} : 4y = 20; y = 5$$

$x = 34 - y = 34 - 5 = 29$

Edad del padre: $x = 29$

Edad del hijo: $y = 5$

Comprobación

$$\begin{cases} 29+5=34 \\ -29+3\cdot5=-14 \end{cases}$$

69 El perímetro de un triángulo isósceles es de 30 cm. Si el lado desigual mide 3 cm menos que los lados iguales, ¿qué longitud tienen los lados del triángulo?

Lado a = x

Lado b = $y=x-3$

$$\begin{cases} y=x-3 \\ 30=y+2x \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$30=x-3+2x; 33=3x; x=11$

$y=x-3=11-3=8$

Lado a = $x=11$

Lado b = $y=x-3=8$

Comprobación

$$\begin{cases} 8=11-3 \\ 30=8+2\cdot11 \end{cases}$$

70 Para pintar un edificio se han mezclado dos tipos de pintura: una de 4 €/kg y otra de 6,50 €/kg. Si se necesitan 120 kg de mezcla y el precio del kilo de mezcla es de 5 €, ¿cuántos kilos de cada tipo de pintura se necesitan para elaborar la mezcla?

Kilos de pintura A: x

Kilos de pintura B: y

$$\begin{cases} x+y=120 \\ 4x+6,50y=120\cdot5 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$x=120-y$

$4\cdot(120-y)+6,50y=600; 480-4y+6,50y=600; 2,50y=120; y=48$

$x=120-y=120-48=72$

Kilos de pintura A: $x=72$ kg

Kilos de pintura B: $y=48$ kg

Comprobación

$$\begin{cases} 72+48=120 \\ 4\cdot72+6,50\cdot48=600 \end{cases}; \begin{cases} 72+48=120 \\ 288+312=600 \end{cases}$$

71 **Visita esta página de Internet y realiza las actividades propuestas:** http://conteni2.educarex.es/mats/11994/contenido/
Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 119

1 **¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado completa? ¿De qué depende?**

Puede tener 1, 2 o ninguna solución. El número de soluciones depende del valor del discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

2 **¿Cómo se resuelve una ecuación de segundo grado sin término independiente?**

Sacando factor común e igualando los dos factores a 0.

3 **¿Puede un sistema de ecuaciones lineales tener dos soluciones? Razona tu respuesta.**

No. Puede tener una solución formada por los dos valores de sus variables o tener infinitas soluciones.

4 **¿Cómo son los coeficientes de un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones? ¿Y si no tiene solución?**

Si tiene infinitas soluciones, los coeficientes son proporcionales. Si no tiene solución, los coeficientes de las dos variables son proporcionales, pero no lo son los coeficientes del término independiente.

5 **¿Es (0 , 0) solución de un sistema que tenga los dos términos independientes iguales a 0? Justifica tu respuesta.**

Sí, pues la suma y el producto por 0 siempre dan 0.

6 **Realiza una presentación a tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, usar Glogster…**

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁGINA 120

ECUACIONES. SOLUCIONES Y ECUACIONES EQUIVALENTES

1 Comprueba si $x = 3$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones:

a. $2 \cdot (5 - x) = 3 \cdot (1 - 4x)$

$2 \cdot (5 - 3) = 3 \cdot (1 - 4 \cdot 3)$; $4 \neq -33$. No es solución.

b. $x^2 - 2x + 6 = 3x \cdot (x - 2)$

$3^2 - 2 \cdot 3 + 6 = 3 \cdot 3 \cdot (3 - 2)$; $9 - 6 + 6 = 9$; $9 = 9$. Sí es solución.

c. $(x - 1) \cdot (x^3 - 22) = 10$

$(3 - 1) \cdot (3^3 - 22) = 10$; $2 \cdot 5 = 10$. Sí es solución.

d. $\dfrac{3x}{2} - 5 = 4x - \dfrac{4x - 3}{3}$

$\dfrac{3 \cdot 3}{2} - 5 = 4 \cdot 3 - \dfrac{4 \cdot 3 - 3}{3}$; $\dfrac{9}{2} - 5 = 12 - 3$; $\dfrac{9 - 10}{2} = 12 - 3$; $\dfrac{-1}{2} \neq 9$. No es solución.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

2 Resuelve las ecuaciones propuestas y comprueba tus soluciones con Wiris.

a. $2 \cdot (5x - 1) - 3 \cdot (x + 1) = 2x + 5 - 4x$

$10x - 2 - 3x - 3 = 2x + 5 - 4x$; $10x - 3x - 2x + 4x = +5 + 2 + 3$; $9x = 10$; $x = \dfrac{10}{9}$

b. $-4 \cdot (x - 6) + 7x - 2 = 8 - 3x + 11$

$-4x + 24 + 7x - 2 = 8 - 3x + 11$; $-4x + 7x + 3x = 8 + 11 - 24 + 2$; $6x = -3$; $x = -\dfrac{1}{2}$

c. $x + 2 \cdot (4x - 3) = -(2 + x) + 10x$

$x + 8x - 6 = -2 - x + 10x$; $x + 8x + x - 10x = -2 + 6$; $0x = 4$. No tiene solución.

d. $5 \cdot (2 + 2x) = -3 \cdot (2x + 1 - 5x) - 3x + 7$

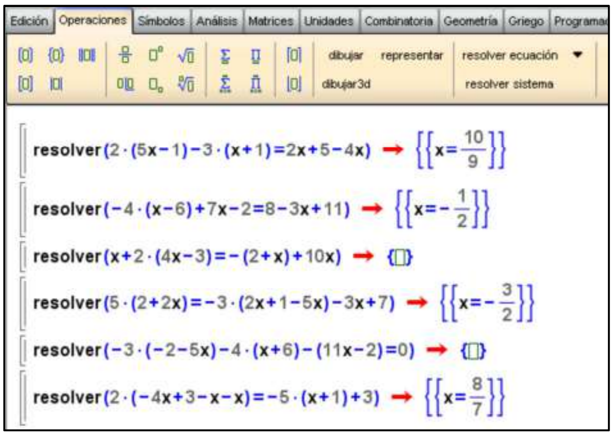
$10 + 10x = 9x - 3 - 3x + 7$; $10x - 9x + 3x = -3 + 7 - 10$; $+4x = -6$; $x = -\dfrac{6}{4} = -\dfrac{3}{2}$

e. $-3 \cdot (-2 - 5x) - 4 \cdot (x + 6) - (11x - 2) = 0$

$6 + 15x - 4x - 24 - 11x + 2 = 0$; $-16 + 0x = 0$; $0x = 16$. No tiene solución.

f. 2 · (–4*x* + 3 – *x* – *x*) = –5 · (*x* + 1) + 3

$-12x + 6 = -5x - 5 + 3;\ -12x + 5x = -5 + 3 - 6;\ -7x = -8;\ x = \dfrac{8}{7}$



3 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $4 - \dfrac{2x}{5} - \dfrac{3}{10} = -x + 1$

$\dfrac{40 - 4x - 3}{10} = \dfrac{-10x + 10}{10};\ 40 - 4x - 3 = -10x + 10;\ 6x = -27;\ x = \dfrac{-27}{6} = \dfrac{-9}{2}$

b. $\dfrac{5}{2} - \dfrac{7x}{6} + \dfrac{3x}{4} = \dfrac{9}{8} - \dfrac{4x}{3}$

$\dfrac{60 - 28x + 18x}{24} = \dfrac{27 - 32x}{24};\ 60 - 28x + 18x = 27 - 32x;\ 32x = -33;\ x = \dfrac{-33}{32} = \dfrac{-3}{2}$

c. $x - 3 + 2x = \dfrac{-5x}{4} - \dfrac{7}{12}$

$\dfrac{12x - 36 + 24x}{12} = \dfrac{-15x - 7}{12};\ 12x - 36 + 24x = -15x - 7;\ 51x = 29;\ x = \dfrac{29}{51}$

d. $\dfrac{3}{2} - \dfrac{x+4}{15} = -x - \dfrac{2x-1}{12}$

$\dfrac{90 - 4x - 16}{60} = \dfrac{-60x - 10x + 5}{60};\ 90 - 4x - 16 = -60x - 10x + 5;\ 66x = -69;$

$x = \dfrac{-69}{66} = \dfrac{-23}{22}$

e. $1 + \dfrac{-x-6}{12} = 3 - \dfrac{4-5x}{28}$

$\dfrac{84 - 7x - 42}{84} = \dfrac{252 - 12 + 15x}{84};\ 84 - 7x - 42 = 252 - 12 + 15x;\ -22x = 198;$

$x = \dfrac{198}{-22} = -9$

f. $\mathbf{\dfrac{-2x+3}{21}+\dfrac{x}{7}=\dfrac{3x+2}{14}}$

$\dfrac{-4x+6+6x}{42}=\dfrac{9x+6}{42}$; $-4x+6+6x=9x+6$; $-7x=0; x=0$

4 Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones:

a. $\mathbf{\dfrac{4\cdot(-x+3)}{5}=\dfrac{2\cdot(1-4x)}{4}}$

$4\cdot(-x+3)\cdot 4=2\cdot(1-4x)\cdot 5; -16x+48=10-40x\ ; 24x=-38;$

$x=\dfrac{-38}{24}=\dfrac{-19}{12}$

b. $\mathbf{\dfrac{3\cdot(5x-7)}{12}-4=\dfrac{2\cdot(2x-3)}{3}-\dfrac{4}{9}}$

$\dfrac{3\cdot(15x-21)-144}{36}=\dfrac{12\cdot(4x-6)-16}{36}; 3\cdot(15x-21)-144=12\cdot(4x-6)-16;$

$45x-63-144=48x-72-16; -3x=119; x=\dfrac{119}{-3}$

c. $\mathbf{\dfrac{3x}{10}+\dfrac{2\cdot(3+x)}{15}=\dfrac{3}{20}}$

$\dfrac{18x+4\cdot(6+2x)}{60}=\dfrac{9}{60}; 18x+4\cdot(6+2x)=9; 18x+24+8x=9; 26x=-15;$

$x=\dfrac{-15}{26}$

d. $\mathbf{\dfrac{4\cdot(-x+3)}{5}=\dfrac{2\cdot(1-4x)}{4}}$

$\dfrac{-28x+4+3\cdot(-15+5x)}{24}=0; -28x+4+3\cdot(-15+5x);$

$-28x+4-45+15x=0; -13x=41; x=\dfrac{41}{-13}$

e. $\mathbf{\dfrac{-5x+3}{12}+\dfrac{3\cdot(2+x)}{8}=-4}$

$\dfrac{-10x+6+3\cdot(6+3x)}{24}=\dfrac{-96}{24}; -10x+6+3\cdot(6+3x)=-96;$

$-10x+6+18+9x=-96; x=120$

f. $\frac{x}{4}-3\cdot(2x-1)=\frac{5\cdot(7-x)}{6}$

$$\frac{3x-72x+36}{12}=\frac{70-10x}{12};3x-72x+36=70-10x;-59x=34;x=\frac{34}{-59}$$

5 Actividad resuelta.

6 Resuelve las ecuaciones y comprueba tus soluciones con Wiris.

a. $1-2\cdot\left(\frac{3}{5}-x\right)=3\cdot\left(\frac{2x}{3}+\frac{4}{9}\right)$

$$1-\frac{6}{5}+2x=\frac{6x}{3}+\frac{12}{9};\ \frac{45-54+90x}{45}=\frac{90x+60}{45};45-54+90x=90x+60$$
$$\Rightarrow 0x=69$$

No tiene solución real.

b. $3\cdot\left(x-\frac{5}{4}\right)-2x=\frac{7\cdot(x-3)}{6}$

$$3x-\frac{15}{4}-2x=\frac{7x-21}{6};\ \frac{36x-45-24x}{12}=\frac{14x-42}{12};36x-45-24x=14x-42;$$

$$-2x=3;x=-\frac{3}{2}$$

c. $-\left(\frac{3x}{7}-\frac{5}{2}\right)=x+3\cdot\left(2+\frac{4x}{7}\right)$

$$-\frac{3x}{7}+\frac{5}{2}=x+6+\frac{12x}{7};\frac{-6x+35}{14}=\frac{14x+84+24x}{14};-6x+35=14x+84+24x;$$

$$-44x=49;x=-\frac{49}{44}$$

d. $8x-2=-4\cdot\left(\frac{x}{2}-5\right)$

$$8x-2=\frac{-4x}{2}+20;\frac{16x-4}{2}=\frac{-4x+40}{2};16x-4=-4x+40;20x=44;$$

$$x=\frac{44}{20}=\frac{11}{5}$$

e. $\mathbf{\frac{2x-1}{6}=\frac{x}{6}-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{x}{3}\right)}$

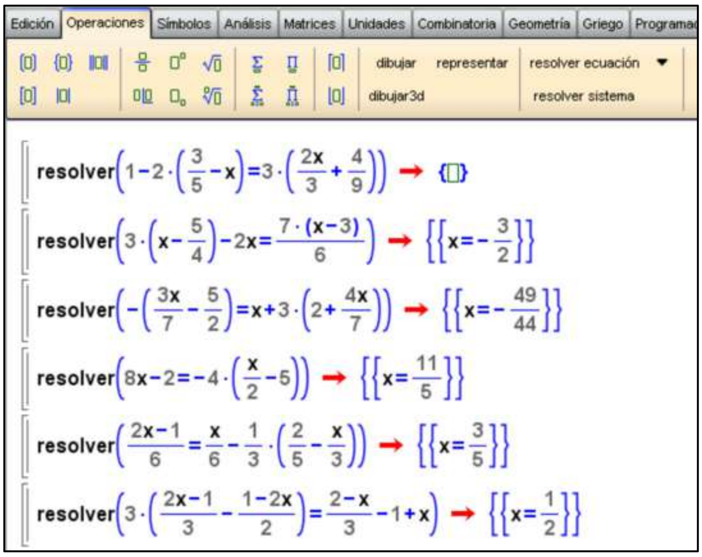
$$\frac{2x-1}{6}=\frac{x}{6}-\frac{2}{15}+\frac{x}{9};\ \frac{30x-15}{90}=\frac{15x-12+10x}{90};$$

$$30x-15=15x-12+10x; 5x=3; x=\frac{3}{5}$$

f. $\mathbf{3\cdot\left(\frac{2x-1}{3}-\frac{1-2x}{2}\right)=\frac{2-x}{3}-1+x}$

$$\frac{6x-3}{3}-\frac{3-6x}{2}=\frac{2-x}{3}-1+x; \frac{12x-6-9+18x}{6}=\frac{4-2x-6+6x}{6};$$

$$12x-6-9+18x=4-2x-6+6x\ ;\ 26x=13\ ;\ x=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

7 Comprueba si las ecuaciones de segundo grado $3x^2 - 16x + 5 = 0$ y $2 \cdot (x^2 - 5x) = 3 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (x + 1)$ son equivalentes.

$3x^2 - 16x + 5 = 0$;

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{+16 \pm \sqrt{256 - 60}}{6} = \frac{16 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{16 \pm 14}{6};$$

$x = 5$; $x = \frac{1}{3}$

$2x^2 - 10x = 3x - 3 - 2x - 2$; $2x^2 - 11x + 5 = 0$;

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{+11 \pm \sqrt{121 - 40}}{4} = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{11 \pm 9}{4}; \ x = 5; x = \frac{1}{2}$$

Por tanto, no son equivalentes porque no tienen las mismas soluciones.

8 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a. $x^2 - 81 = 0$

$x^2 = 81$; $x = \pm\sqrt{81}$; $x = 9$, $x = -9$

b. $2x^2 + 7x = 0$

$x \cdot (2x + 7) = 0$; $x = 0$ y $(2x + 7) = 0$; $2x = -7$; $x = \frac{-7}{2}$

c. $x^2 - 10 = 0$

$x^2 = 10$; $x = +\sqrt{10}$; $x = -\sqrt{10}$

d. $3x^2 + 27 = 0$

$3x^2 = -27$; $x^2 = -9$; $x = \sqrt{-9}$. No tiene solución.

e. $-18 = -2x^2$

$x^2 = \frac{18}{2}$; $x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x = 3$, $x = -3$

f. $-x^2 = -x$

$-x \cdot (x - 1) = 0$; $x = 0$ y $(x - 1) = 0$; $x = 1$

SOLUCIONES PÁGINA 121

9 Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a. $x^2 + x + 1 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ No tiene solución.

b. $4x^2 + 11x - 3 = 0$

$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 4(-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{-11 \pm \sqrt{121+48}}{8} = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{8} = \frac{-11 \pm 13}{8}$; $x = \frac{1}{4}$;

$x = -3$

c. $16x^2 + 8x + 1 = 0$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1}}{2 \cdot 16} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-64}}{32} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{32}$; $x = \frac{-8}{32} = -\frac{1}{4}$

d. $x^2 - 3x - 10 = 0$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1(-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2}$; $x = 5; x = -2$

e. $(3x + 1) \cdot (4x - 2) = 0$

$12x^2 - 6x + 4x - 2 = 0$; $12x^2 - 2x - 2 = 0$;

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 12(-2)}}{2 \cdot 12} = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{24} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{24} = \frac{2 \pm 10}{24}$;

$x = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}; x = \frac{-8}{24} = \frac{-1}{3}$

f. $x^2 - 10x = -9$

$x^2 - 10x + 9 = 0$;

$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$; $x = 9; x = 1$

g. $x^2 + 12x = -36$

$x^2 + 12x + 36 = 0$; $x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{-12 \pm \sqrt{144-144}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2}$;

$x = -6$

h. $2x^2 - 8x + 5 = -6x^2$

$2x^2 - 8x + 5 + 6x^2 = 0$; $8x^2 - 8x + 5 = 0$;

$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5}}{2 \cdot 8} = \frac{8 \pm \sqrt{64-160}}{16} = \frac{8 \pm \sqrt{-96}}{16}$. No tiene solución real.

10 Determina el número de soluciones de estas ecuaciones sin resolverlas:

a. $x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$. Tiene una solución real.

b. $5x^2 + 7x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 49 - 20 = 29 > 0$. Tiene dos soluciones reales.

c. $x^2 - 2x + 7 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 4 - 28 = -24 < 0$. No tiene solución real.

d. $-6x^2 + x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-6) \cdot 4 = 1 + 96 = 97 > 0$. Tiene dos soluciones reales.

e. $25x^2 - 30x + 9 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 900 - 900 = 0$. Tiene una solución real.

f. $-3x^2 + 2x - 7 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-7) = 4 - 84 = -80 < 0$. No tiene solución real.

11 Resuelve las ecuaciones siguientes de segundo grado:

a. $2x \cdot (x + 5) = -x \cdot (3x - 1) - 4$

$2x^2 + 10x = -3x^2 + x - 4$; $2x^2 + 10x + 3x^2 - x + 4 = 0$; $5x^2 + 9x + 4 = 0$;

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 80}}{10} = \frac{-9 \pm \sqrt{1}}{10} = \frac{-9 \pm 1}{10};$$

$$x = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}; x = -1$$

b. $2x \cdot (3x - 4) = -1 + (1 - 3x) \cdot (x + 1)$

$6x^2 - 8x = -1 + x + 1 - 3x^2 - 3x$; $9x^2 - 6x = 0$; $x \cdot (9x - 6) = 0$;

$x = 0$ y $(9x - 6) = 0$; $9x = 6$; $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

c. $(3x + 2)^2 = 6(x + 1) - 3$

$9x^2 + 4 + 12x = 6x + 6 - 3$; $9x^2 + 6x + 1 = 0$;

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{18} \quad -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}$$

d. $(x + 2)^2 - (x - 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$

$x^2 + 4 + 4x - x^2 - 1 + 2x - x^2 - 9 - 6x = 0$; $-x^2 - 6 = 0$; $x^2 = -6$; $x = \sqrt{-6}$.

No tiene solución.

e. $\mathbf{2\cdot\left(4x-\frac{2x^2-1}{3}\right)=8x}$

$$8x-\frac{4x^2-2}{3}=8x;\frac{24x-4x^2+2}{3}=\frac{24x}{3};24x-4x^2+2=24x;-4x^2+2=0;$$

$$-4x^2=-2;\ x^2=\frac{2}{4};\ x=+\frac{\sqrt{2}}{2};x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

f. $\mathbf{3x^2+x+2=\frac{6x+5x^2}{2}}$

$$\frac{6x^2+2x+4}{2}=\frac{6x+5x^2}{2};6x^2+2x+4=6x+5x^2;x^2-4x+4=0;$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot4}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{2};\ x=2$$

g. $\mathbf{\frac{x\cdot(x-4)}{3}+\frac{2x^2}{5}=1-\frac{x+3}{2}}$

$$\frac{10x^2-40x+12x^2}{30}=\frac{30-15x-45}{30};10x^2-40x+12x^2=30-15x-45;$$

$$22x^2-25x-15=0;\ x=$$

$$\frac{-(-25)\pm\sqrt{(-25)^2-4\cdot22(-15)}}{2\cdot22}=\frac{25\pm\sqrt{625-1320}}{44}=\frac{25\pm\sqrt{-695}}{2}.$$

No tiene solución.

12 Halla el valor de *m* y *n*, sabiendo que *x* = 5 y *x* = –3 son solución de la ecuación x^2 + m*x* + n = 0.

5^2 + m · 5 + n = 0; 25 + 5m + n = 0

$(-3)^2$ + m · (–3) + n = 0; 9 – 3m + n = 0

Planteamos el sistema de ecuaciones y lo resolvemos por reducción:

$$-\begin{cases}25+5m+n=0\\9-3m+n=0\end{cases};\ 8m=-16;\ m=-2$$

9 – 3 · (–2) + n = 0;9 + 6 + n = 0; n = –15

13 Determina los valores de m para que la ecuación 4x² + mx + 9 = 0 tenga una única solución.

Para ello, el discriminante tiene que ser igual a 0:

b^2 – 4ac = 0; m^2 – 4 · 4 · 9 = 0; m^2 – 144 = 0; m^2 = 144; m = $\sqrt{144}$;

$m=12\ y\ m=-12$

14 Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

Resolvemos teniendo en cuenta que $x^2 = t$

a. $\boldsymbol{x^4 + 5x^2 + 4 = 0}$

$t^2 + 5t + 4 = 0$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}\ ;\ \frac{-5 \pm 3}{2}\ ;\ t_1 = -1;\ t_2 = -4$$

$x^2 = -1$ No tiene solución real.

$x^2 = -4$ No tiene solución real.

b. $\boldsymbol{2x^4 + x^2 + 3 = 0}$

$2t^2 + t + 3 = 0$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{2}$$. No tiene solución real.

c. $\boldsymbol{x^4 - 4x^2 - 5 = 0}$

$t^2 - 4t - 5 = 0$

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 1\cdot(-5)}}{2\cdot 1} = \frac{+4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}\ ;\ t_1 = 5,\ t_2 = -1$$

$x^2 = 5$; $x_1 = +\sqrt{5}$, $x_2 = = -\sqrt{5}$

$x^2 = -1$. No tiene solución.

d. $\boldsymbol{16x^4 - 40x^2 + 9 = 0}$

$16t^2 - 40t + 9 = 0$

$$t = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4\cdot 16\cdot 9}}{2\cdot 16} = \frac{+40 \pm \sqrt{1600-576}}{32} = \frac{40 \pm \sqrt{1024}}{32} = \frac{40 \pm 32}{32}\ ;$$

$t_1 = \frac{72}{32} = \frac{9}{4}$ $t_2 = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

$x^2 = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}; x_1 = +\frac{3}{2}; x_2 = -\frac{3}{2}$

$x^2 = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}; x_3 = +\frac{1}{2}; x_4 = -\frac{1}{2}$

e. $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$

$t^2 + 13t + 36 = 0$

$t = \dfrac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \dfrac{-13 \pm \sqrt{25}}{2}$; $\dfrac{-13 \pm 5}{2}$;

$t_1 = -4; t_2 = -9$

$x^2 = -4$ No tiene solución real.

$x^2 = -9$ No tiene solución real.

f. $x^4 - 8x^2 + 7 = 0$

$t^2 - 8t + 7 = 0$

$t = \dfrac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \dfrac{+8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \dfrac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \dfrac{8 \pm 6}{2}$; $t_1 = 7$; $t_2 = 1$

$x^2 = \pm\sqrt{7}; x_1 = +\sqrt{7}; x_2 = -\sqrt{7}$

$x^2 = \pm\sqrt{1}; x_3 = +1; x_4 = -1$

15 Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones bicuadradas incompletas:

a. $x^4 - 81 = 0$

$t^2 - 81 = 0$; $t^2 = 81$; $t = \sqrt{81}$; $t_1 = 9$, $t_2 = -9$

$x^2 = 9$; $x_1 = +3$, $x_2 = -3$

$x^2 = -9$; No tiene soluciones reales.

b. $x^4 - 16x^2 = 0$

$t^2 - 16t = 0$; $t \cdot (t - 16) = 0$; $t = 0$ y $t = 16$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 16$; $x = \pm\sqrt{16}$; $x_2 = 4$, $x_3 = -4$

c. $-2x^4 - 8 = 0$

$-2t^2 - 8 = 0$; $-2t^2 = 8$; $t^2 = \dfrac{8}{-2}$; $t^2 = -4$; $t = \sqrt{-4}$. No tiene solución real.

d. $5x^4 = 20x^2$

$5t^2 - 20t = 0$; $t \cdot (5t - 20) = 0$; t = 0 y $5t - 20 = 0$; 5t = 20; $t = 4$

$x^2 = 0$; $x_1 = 0$

$x^2 = 4$; $x = \sqrt{4}$; $x_2 = 2$, $x_3 = -2$

e. $1 = x^4$

$t^2 - 1 = 0$; $t^2 = 1$; $t = \sqrt{1}$; $t_1 = 1$, $t_2 = -1$

$x^2 = 1$; $x_1 = +1$, $x_2 = -1$

$x^2 = -1$. No tiene solución real.

f. $-6x^4 + 4 = 0$

$6t^2 - 4 = 0$; $t^2 = \frac{4}{6}$; $t = \sqrt{\frac{4}{6}}$ $t_1 = \frac{2}{3}$, $t_2 = -\frac{2}{3}$

$x^2 = \frac{2}{3}$; $x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$

$x^2 = -\frac{2}{3}$. No tiene solución real.

16 Resuelve estas ecuaciones:

a. $(x^2 + 4) \cdot (x^2 - 2) = 0$

$x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 = 0$; $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$;
$t^2 + 2t - 8 = 0$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1(-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2};\ \frac{-2 \pm 6}{2};\ t_1 = 2;\ t_2 = -4$$

$x^2 = 2; x = \pm\sqrt{2};\ x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2}$

$x^2 = -4$ No tiene solución real.

b. $(x^2 - 16) \cdot (4x^2 + 16) = 0$

$4x^4 + 16x^2 - 64x^2 - 256 = 0$; $4x^4 - 48x^2 - 256 = 0$;

$4t^2 - 48t - 256 = 0$

$$t = \frac{-(-48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-256)}}{2 \cdot 4} = \frac{+48 \pm \sqrt{2304 + 4096}}{8} = \frac{48 \pm 80}{8}$$

$t_1 = 16$, $t_2 = -4$

$x^2 = 16$; $x = \pm\sqrt{16}$ $x_1 = +4$, $x_2 = -4$

$x^2 = -4$ No tiene solución real.

c. $\frac{3x^2 \cdot (x^2 - 1)}{2} + 2 = x^2 \cdot (x^2 + 1)$

$$\frac{3x^4 - 3x^2}{2} + 2 = x^4 + x^2; \frac{3x^4 - 3x^2 + 4}{2} = \frac{2x^4 + 2x^2}{2}; 3x^4 - 3x^2 + 4 = 2x^4 + 2x^2;$$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2};\ t_1 = 4;\ t_2 = 1$$

$x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}; x = +2; x = -2$

$x^2 = 1$; $x = \pm\sqrt{1}; x = +1; x = -1$

17 Actividad resuelta.

18 Resuelve las ecuaciones.

a. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

$x^3 = t$

$t^2 - 9t + 8 = 0$

$t = \frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2 - 4\cdot 1\cdot 8}}{2\cdot 1} = \frac{+9\pm\sqrt{81-32}}{2} = \frac{9\pm\sqrt{49}}{2} = \frac{9\pm 7}{2}$; $t_1 = 8$; $t_2 = 1$

$x^3 = 8$; $x = \sqrt[3]{8}; x = +2$

$x^3 = 1$; $x = \sqrt[3]{1}; x = +1$

b. $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$

$x^4 = t$

$t^2 - 15t - 16 = 0$

$t = \frac{-(-15)\pm\sqrt{(-15)^2 - 4\cdot 1\cdot(-16)}}{2\cdot 1} = \frac{+15\pm\sqrt{225+64}}{2} = \frac{15\pm\sqrt{289}}{2} = \frac{15\pm 17}{2}$; t_1 $= 16$, $t_2 = -1$

$x^4 = 16$; $x = \pm\sqrt[4]{16}; x = +2; x = -2$

$x^4 = -1$ No tiene solución real.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

19 Dos hermanos tienen 7 y 18 años, respectivamente. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del pequeño sea la mitad que la del mayor?

Años que tienen que transcurrir: x

Edad del pequeño: $7 + x$

Edad del mayor: $18 + x$

Ecuación

$2\cdot(7 + x) = 18 + x$; $14 + 2x = 18 + x$; $x = 4$. Años que tienen que transcurrir.

Edad del pequeño: $7 + x = 11$

Edad del mayor: $18 + x = 22$

Comprobación:

$2\cdot(7 + x) = 18 + x$; $2\cdot(7 + 4) = 18 + 4$; $2\cdot 11 = 22$

20 Tres amigos, Ana, Juan y Andrés, reparten propaganda durante el verano. En un día, Ana distribuye 5 paquetes de propaganda; Juan, 6 paquetes, y Andrés, 3 paquetes. Si les han pagado 280 € en total, ¿cuánto dinero ha recibido cada uno de los amigos?

Dinero por paquete entregado: x

Ecuación

$5x + 6x + 3x = 280$; $14x = 280$; $x = 20$

Dinero que recibe Ana: $5x = 100$ €

Dinero que recibe Juan: $6x = 120$ €

Dinero que recibe Andrés: $3x = 60$ €

Comprobación

$5x + 6x + 3x = 280$; $100 + 120 + 60 = 280$

21 Tres hermanos ponen dinero para hacer un regalo a su madre. El mediano aporta 20 € más que el pequeño, y el mayor, el triple que el mediano. Si entre los tres han reunido 120 €, ¿con cuánto dinero ha contribuido cada uno?

Dinero que aporta el pequeño: x

Dinero que aporta el mediano: $x + 20$

Dinero que aporta el mayor: $3 \cdot (x + 20)$

Ecuación

$x + x + 20 + 3 \cdot (x + 20) = 120$; $x + x + 20 + 3x + 60 = 120$; $5x = 40$; $x = 8$

Dinero que aporta el pequeño: $x = 8$ €

Dinero que aporta el mediano: $x + 20 = 28$ €

Dinero que aporta el mayor: $3 \cdot (x + 20) = 84$ €

Comprobación

$x + x + 20 + 3 \cdot (x + 20) = 120$; $8 + 28 + 84 = 120$

SOLUCIONES PÁGINA 122

22 Actividad resuelta.

23 En clase de Química, Ruth ha hecho una mezcla de 25 L con dos tipos distintos de sustancias, A y B. El litro de mezcla ha salido a 0,36 €. Si el precio del litro de la sustancia A es de 0,30 €, y el de la sustancia B, de 0,40 €, ¿cuántos litros de cada una ha puesto Ruth en la mezcla?

Litros de A: x

Litros de B: $25 - x$

Ecuación

$0{,}30x + 0{,}40 \cdot (25 - x) = 0{,}36 \cdot 25$; $0{,}30x + 10 - 0{,}40x = 9$; $-0{,}10x = -1$; $x = 10$

Litros de A: $x = 10$ L

Litros de B: $25 - x = 15$ L

Comprobación

$0{,}30x + 0{,}40 \cdot (25 - x) = 0{,}36 \cdot 25$; $0{,}30 \cdot 10 + 0{,}40 \cdot (25 - 10) = 0{,}36 \cdot 25$; $3 + 6 = 9$

24 Actividad resuelta.

25 Dos ciudades, A y B, están a 510 km de distancia una de otra. A las 5 de la tarde sale una moto desde A en dirección a B a una velocidad de 100 km/h. A la misma hora sale de B hacia A otra moto a 70 km/h. ¿A qué hora y a qué distancia de ambas ciudades se encuentran?

Distancia recorrida por moto que sale de A: $100 \cdot t$

Distancia recorrida por moto que sale de B: $70 \cdot t$

Ecuación

$100 \cdot t + 70 \cdot t = 510$; $170t = 510$; $t = 3$

Distancia recorrida por moto A: $100 \cdot t = 100 \cdot 3 = 300 \Rightarrow$ A = 300 km

Distancia recorrida por moto B: $70 \cdot t = 210 \Rightarrow$ B = 210 km.

Hora a la que se encuentran: $5 + 3 = 8 \Rightarrow$ Se encuentran a las 8 de la tarde.

Comprobación

$100 \cdot t + 70 \cdot t = 510$; $300 + 200 = 500$

26 El espacio recorrido por un móvil viene determinado por la expresión $e = v_ot + \frac{1}{2}at^2$, donde v_o es la velocidad inicial del móvil; t, el tiempo que está en movimiento, y a, la aceleración.

a. Si un móvil parte a una velocidad de 30 m/s con una aceleración de 4 m/s^2, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer 200 m?

$e = v_ot + \frac{1}{2}at^2$; $200 = 30t + \frac{1}{2}4t^2; 2t^2 + 30t - 200 = 0;$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 2(-200)}}{2 \cdot 2} = \frac{-30 \pm \sqrt{900+1600}}{4} = \frac{-30 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-30 \pm 50}{4}$$

$t = 5$

Tardará 5 segundos en recorrer 200 m.

Comprobación

$e = v_ot + \frac{1}{2}at^2$; $200 = 30 \cdot 5 + \frac{1}{2}4 \cdot 5^2$; $200 = 150 + 50$

b. Si parte a una velocidad nula, ¿cuánto tardará en recorrer la misma distancia?

$e = \frac{1}{2}at^2$; $200 = \frac{1}{2}4t^2$; $200 = 2t^2; t^2 = 100; t = \sqrt{100}$; $t = 10$

Tardará 10 segundos en recorrer la misma distancia.

Comprobación

$e = \frac{1}{2}at^2$; $200 = \frac{1}{2}4t^2$; $200 = \frac{1}{2}\ 4 \cdot 10^2$; $200 = \frac{400}{2}$

27 ¿Cuántos centímetros hay que sumar a la base y a la altura de un rectángulo de 7 cm de base y 3 cm de altura para que el área del nuevo rectángulo sea de 96 cm^2?

Centímetros que hay que sumar: x

Ecuación

Área = base · altura

$96 = (7 + x) \cdot (3 + x)$; $96 = 21 + 7x + 3x + x^2$; $x^2 + 10x - 75 = 0$;

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1(-75)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm \sqrt{100+300}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-10 \pm 20}{2} \ ;\ t = 5$$

Centímetros que hay que sumar: $x = 5$, ya que no tenemos en cuenta el número negativo.

Comprobación

$96 = (7 + x) \cdot (3 + x)$; $96 = (7 + 5) \cdot (3 + 5)$; $96 = 12 \cdot 8$

28 Marta tiene que leer un libro para la clase de Lengua. La primera semana leyó las $\frac{2}{7}$ partes del libro; la segunda semana, las $\frac{2}{5}$ partes de lo que le quedaba por leer, y la tercera semana, las 60 páginas restantes. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas leyó las dos primeras semanas?

Páginas del libro: *x*

	Primera semana	**Segunda semana**	**Tercera semana**
Páginas leídas	$\frac{2x}{7}$	$\frac{2}{5}\cdot\frac{5x}{7}=\frac{10x}{35}$	60
Páginas por leer	$\frac{5x}{7}$	$\frac{5x}{7}-\frac{10x}{35}=\frac{25x-10x}{35}=\frac{15x}{35}$	

Ecuación

$$\frac{2x}{7}+\frac{10x}{35}+60=x;\frac{10x+10x+2100}{35}=\frac{35x}{35};10x+10x+2100=35x;15x=2100;$$

$$x=140$$

Páginas del libro: *x* = 140 páginas.

Primera semana: $\frac{2x}{7}=\frac{2\cdot 140}{7}=40$ páginas primera semana.

Segunda semana: $\frac{10x}{35}=\frac{10\cdot 140}{35}=40$ páginas segunda semana.

Comprobación

40 + 40 + 60 = 140 páginas

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS. REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LAS SOLUCIONES

29 Escribe un sistema que tenga como solución (*x* , *y*) = (2 , –4).

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ 2x-y=8 \end{cases}$$

30 Halla el valor de *a* y *b* para que el siguiente sistema tenga como solución x = 1 e y = –2

$$\begin{cases} 3x + ay = 5 \\ 4x - y = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\cdot 1 + a(-2) = 5 \\ 4\cdot 1 - (-2) = b \end{cases}; \begin{cases} 3 - 2a = 5 \\ 4 + 2 = b \end{cases}; \begin{cases} -2a = 5 - 3 \\ 6 = b \end{cases}; \ -2a = 2; a = -1$$

Comprobación

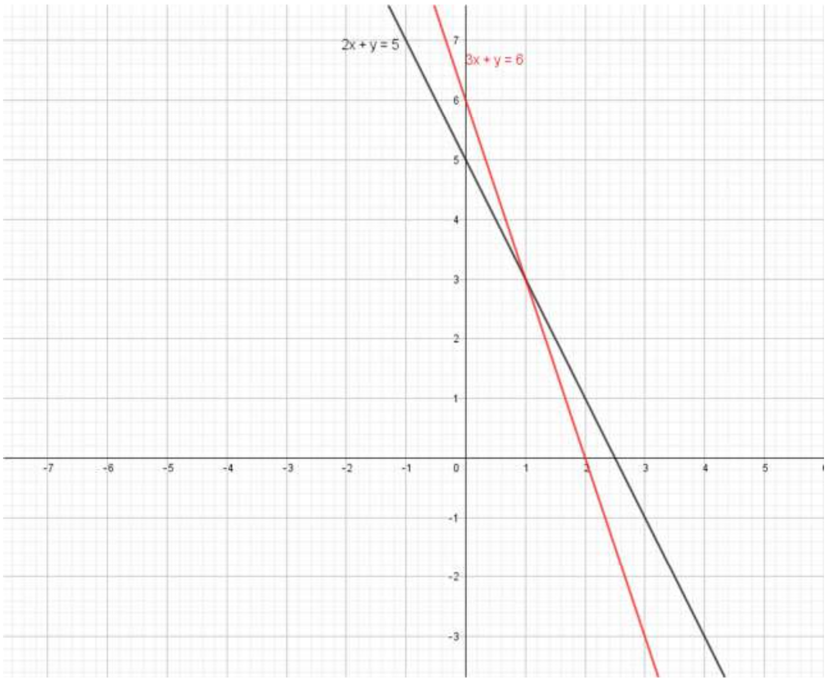
$$\begin{cases} 3\cdot 1 + (-1)(-2) = 5 \\ 4\cdot 1 - (-2) = 6 \end{cases}; \begin{cases} 3 + 2 = 5 \\ 4 + 2 = 6 \end{cases};$$

31 Resuelve gráficamente los sistemas propuestos y clasifícalos según su número de soluciones. Comprueba tus soluciones con Wiris.

a. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

x	–1	0	1
$y = 5 - 2x$	7	5	3

x	–1	0	1
$y = 6 - 3x$	9	6	3

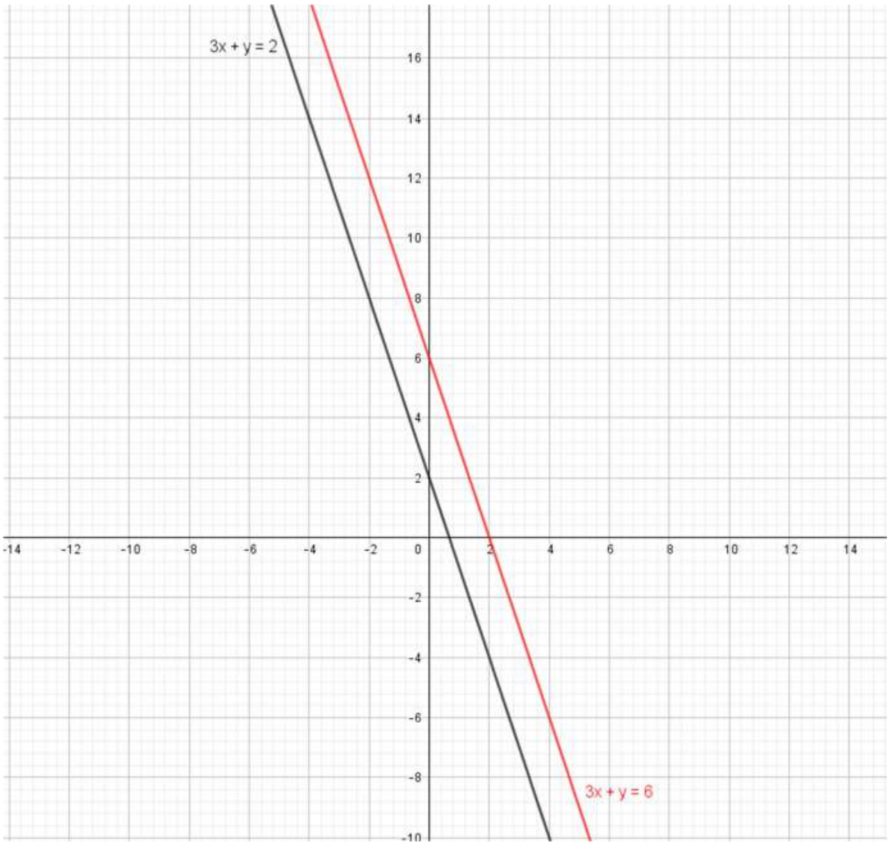


Tiene una solución: (1 , 3). Compatible determinado.

b. $\begin{cases} \mathbf{3}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=\mathbf{2} \\ \mathbf{6}\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y}=\mathbf{9} \end{cases}$

x	–1	0	1
$y=2-3x$	5	2	–1

x	–1	0	1
$y=\frac{9-6x}{2}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{2}$

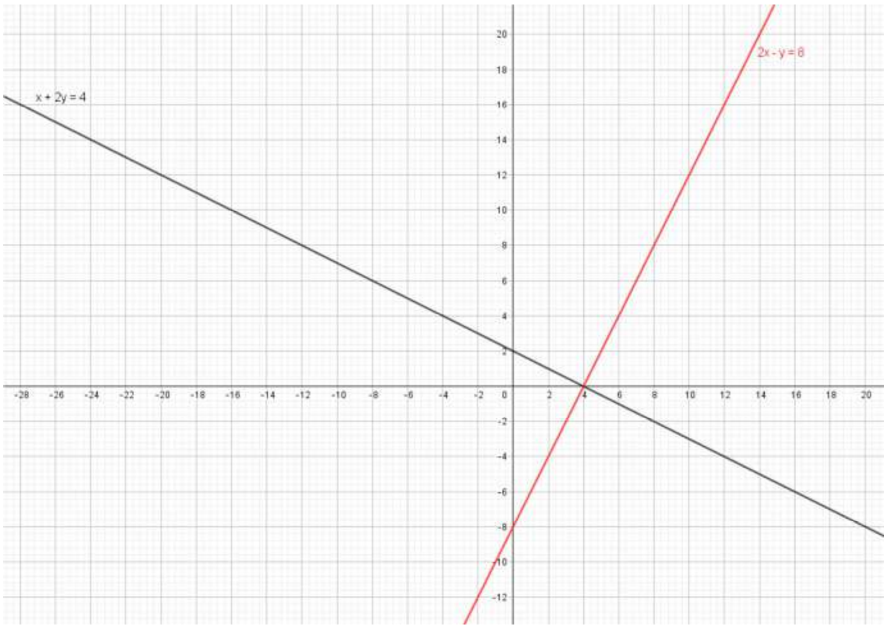


No tiene solución. Incompatible. Además, $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\neq\frac{2}{9}$

c. $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

x	–1	0	4
$y = \dfrac{4 - x}{2}$	$\dfrac{5}{2}$	2	0

x	–1	0	4
$y = 2x - 8$	–10	–8	0

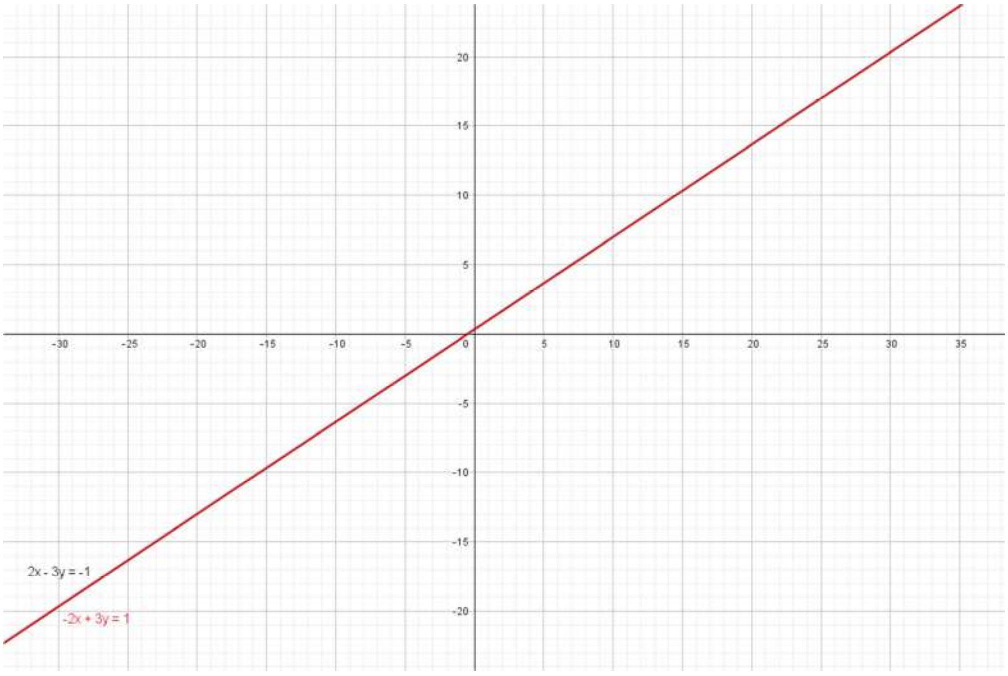


Tiene una solución: (4 , 0). Compatible determinado. Además, $\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{2}{-1}$;

d. $\begin{cases} \mathbf{2}\boldsymbol{x}\ \mathbf{-3}\boldsymbol{y} = \mathbf{-1} \\ \mathbf{-4}\boldsymbol{x} + \mathbf{6}\boldsymbol{y} = \mathbf{2} \end{cases}$

x	–1	0	1
$y=\dfrac{2x+1}{3}$	$\dfrac{-1}{3}$	$\dfrac{1}{3}$	1

x	–1	0	1
$y=\dfrac{2+4x}{6}$	$\dfrac{-1}{3}$	$\dfrac{1}{3}$	1



Tiene infinitas soluciones. Compatible indeterminado. Además, $\dfrac{2}{-4}=\dfrac{-3}{6}=\dfrac{-1}{2}$

SOLUCIONES PÁGINA 123

32 Halla los valores de *a* y *b* para que el primer sistema sea incompatible, y el segundo, compatible indeterminado.

a. $\begin{cases} \mathbf{4}\boldsymbol{x} + \mathbf{3}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{ax} + \mathbf{9}\boldsymbol{y} = \mathbf{-6} \end{cases}$

$\dfrac{4}{a}=\dfrac{3}{9}\neq\dfrac{b}{-6}$; $36=3a; a=12; \dfrac{4}{12}=\dfrac{3}{9}\neq\dfrac{b}{-6}$ Por tanto b $\neq$ –2

b. $\begin{cases} \mathbf{2x + y = 3} \\ \mathbf{-8x + ay = -b} \end{cases}$

$\frac{2}{-8} = \frac{1}{a} = \frac{3}{-b}$ Por tanto: $a = -4$ y $b = 12$

33 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a. $\begin{cases} \mathbf{4x + 3y = -7} \\ \mathbf{-6x + 7y = -1} \end{cases}$

$y = \frac{-7 - 4x}{3}$

$-6x + 7\cdot\left(\frac{-7-4x}{3}\right) = -1; -6x + \frac{-49-28x}{3} = -1; \frac{-18x - 49 - 28x}{3} = \frac{-3}{3};$

$-18x - 49 - 28x = -3; -46x = 46; x = -1$

$y = \frac{-7-4x}{3} = \frac{-7-4\cdot(-1)}{3} = \frac{-7+4}{3} = -1$

$x = -1$, $y = -1$

Comprobación

$\begin{cases} 4\cdot(-1) + 3(-1) = -7 \\ -6\cdot(-1) + 7(-1) = -1 \end{cases}; \begin{cases} -4 - 3 = -7 \\ 6 - 7 = -1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \mathbf{\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3} \\ \mathbf{x + 2y = 12} \end{cases}$

$x = 12 - 2y$

$\frac{12-2y}{2} + \frac{y}{4} = 3; \frac{24 - 4y + y}{4} = \frac{12}{4}; 24 - 4y + y = 12; -3y = -12; y = 4$

$x = 12 - 2\cdot 4 = 4$

$x = 4$, $y = 4$

Comprobación

$\begin{cases} \frac{4}{2} + \frac{4}{4} = 3 \\ 4 + 2\cdot 4 = 12 \end{cases}; \begin{cases} 2 + 1 = 3 \\ 4 + 8 = 12 \end{cases}$

34 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a. $\begin{cases} \boldsymbol{4x - 6y = 7} \\ \boldsymbol{2x - 3y = 5} \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{7+6y}{4} \\ x = \dfrac{5+3y}{2} \end{cases}$$

$\dfrac{7+6y}{4} = \dfrac{5+3y}{2}; \dfrac{7+6y}{4} = \dfrac{10+6y}{2}; 7+6y = 10+6y; 0y = 3$ No tiene solución real.

b. $\begin{cases} \boldsymbol{2 \cdot (3y - x) + 1 = 5 - 2y} \\ \boldsymbol{5 \cdot (y + x) + y = 2 \cdot (y + 1)} \end{cases}$

$$\begin{cases} 6y - 2x + 1 = 5 - 2y \\ 5y + 5x + y = 2y + 2 \end{cases} \begin{cases} 8y - 2x = 4 \\ 4y + 5x = 2 \end{cases} \begin{cases} y = \dfrac{4+2x}{8} \\ y = \dfrac{2-5x}{4} \end{cases}$$

$\dfrac{4+2x}{8} = \dfrac{2-5x}{4}; \dfrac{4+2x}{8} = \dfrac{4-10x}{8}; 4+2x = 4-10x; 12x = 0; x = 0$

$y = \dfrac{4+2\cdot 0}{8} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

$x = 0$, $y = \dfrac{1}{2}$

Comprobación

$$\begin{cases} 8 \cdot \dfrac{1}{2} - 2 \cdot 0 = 4 \\ 4 \cdot \dfrac{1}{2} + 5 \cdot 0 = 2 \end{cases}; \begin{cases} \dfrac{8}{2} - 0 = 4 \\ \dfrac{4}{2} + 0 = 2 \end{cases}$$

35 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a. $\begin{cases} \mathbf{5x - 2y = 10} \\ \mathbf{3x + 3y = 6} \end{cases}$

$\begin{cases} 3\cdot(5x - 2y = 10) \\ 2\cdot(3x + 3y = 6) \end{cases}; + \begin{cases} 15x - 6y = 30 \\ 6x + 6y = 12 \end{cases}; 21x = 42; x = 2$

$5\cdot 2 - 2y = 10; 10 - 2y = 10; -2y = 0; y = 0$

$x = 2$; $y = 0$

Comprobación

$\begin{cases} 5\cdot 2 - 2\cdot 0 = 10 \\ 3\cdot 2 + 3\cdot 0 = 6 \end{cases}; \begin{cases} 10 - 0 = 10 \\ 6 + 0 = 6 \end{cases}$

b. $\begin{cases} \mathbf{x - 1 = \dfrac{2x - y}{5}} \\ \mathbf{3x - \dfrac{2x - y}{5} = 5} \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{5x - 5}{5} = \dfrac{2x - y}{5} \\ \dfrac{15x - 2x + y}{5} = \dfrac{25}{5} \end{cases}; \begin{cases} 5x - 5 = 2x - y \\ 15x - 2x + y = 25 \end{cases}; (-)\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 13x + y = 25 \end{cases}; -10x = -20; x = 2$

$3\cdot 2 + y = 5; 6 + y = 5; y = -1$

$x = 2$; $y = -1$

Comprobación

$\begin{cases} 3\cdot 2 + (-1) = 5 \\ 13\cdot 2 + (-1) = 25 \end{cases}; \begin{cases} 6 - 1 = 5 \\ 26 - 1 = 25 \end{cases}$

36 Elige el método más adecuado para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. $\begin{cases} \mathbf{4x + 3\cdot(y-1) = 5} \\ \mathbf{2x - 7 = 3\cdot(y-1)} \end{cases}$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 4x+3y-3=5 \\ 2x-7=3y-3 \end{cases};+\begin{cases} 4x+3y=8 \\ 2x-3y=4 \end{cases};\ 6x=12;\ x=2$$

$$4\cdot 2+3y=8; 8+3y=8; 3y=0; y=0$$

$x = 2$; $y = 0$

Comprobación

$$\begin{cases} 4\cdot 2+3\cdot 0=8 \\ 2\cdot 2-3\cdot 0=4 \end{cases};\ \begin{cases} 8+0=8 \\ 4-0=4 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} \mathbf{2x + \dfrac{y}{4} = \dfrac{5}{3}} \\ \mathbf{8\cdot(x-1) + 1 = \dfrac{5\cdot(2y-4)}{3}} \end{cases}$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 2x+\dfrac{y}{4}=\dfrac{5}{3} \\ 8x-8+1=\dfrac{10y-20}{3} \end{cases};\ \begin{cases} \dfrac{24x+3y}{12}=\dfrac{20}{12} \\ \dfrac{24x-21}{3}=\dfrac{10y-20}{3} \end{cases};\ \begin{cases} 24x+3y=20 \\ 24x-21=10y-20 \end{cases};$$

$$-\begin{cases} 24x+3y=20 \\ 24x-10y=1 \end{cases};\ 13y=19;\ y=\frac{19}{13}$$

$$24x+3\cdot\frac{19}{13}=20; 24x+\frac{57}{13}=20;\ \frac{312x+57}{13}=\frac{260}{13};\ 312x+57=260;$$

$$312x=203; x=\frac{203}{312}$$

$$x=\frac{203}{312}; y=\frac{19}{13}$$

Comprobación

$$\begin{cases} 24\cdot\dfrac{203}{312}+3\cdot\dfrac{19}{13}=20 \\ 24\cdot\dfrac{203}{312}-10\cdot\dfrac{19}{13}=1 \end{cases};\ \begin{cases} \dfrac{4872}{312}+\dfrac{57}{13}=20 \\ \dfrac{4872}{312}-\dfrac{190}{13}=1 \end{cases};\ \begin{cases} \dfrac{4872}{312}+\dfrac{57}{13}=20 \\ \dfrac{4872}{312}-\dfrac{190}{13}=1 \end{cases}$$

c. $\begin{cases} \mathbf{2\cdot(5x-3)+2y=0} \\ \mathbf{-3\cdot(x-y)=-(x+8)} \end{cases}$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{cases} 10x-6+2y=0 \\ -3x+3y=-x-8 \end{cases};+\begin{cases} 10x+2y=6 \\ 5\cdot(-2x+3y=-8) \end{cases};\ +\begin{cases} 10x+2y=6 \\ -10x+15y=-40 \end{cases};$$

$17y=-34; y=-2$

$10x+2\cdot(-2)=6; 10x-4=6; 10x=10; x=1$

x = 1; y = –2

Comprobación

$$\begin{cases} 10\cdot1+2(-2)=6 \\ -10\cdot1+15(-2)=-40 \end{cases};\begin{cases} 10-4=6 \\ -10-30=-40 \end{cases}$$

d. $\begin{cases} \mathbf{\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{2}=0} \\ \mathbf{-x+\dfrac{3y}{4}=-\dfrac{7}{2}} \end{cases}$

Resolvemos por igualación:

$$\begin{cases} \dfrac{2x-5y}{10}=0 \\ \dfrac{-4x+3y}{4}=-\dfrac{14}{4} \end{cases};\begin{cases} 2x-5y=0 \\ -4x+3y=-14 \end{cases};\begin{cases} y=\dfrac{2x}{5} \\ y=\dfrac{-14+4x}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2x}{5}=\frac{-14+4x}{3};\frac{6x}{15}=\frac{-70+20x}{15}; 6x=-70+20x; -14x=-70; x=5$$

$$y=\frac{2\cdot5}{5}=2$$

$x=5$, $y=2$

Comprobación

$$\begin{cases} 2\cdot5-5\cdot2=0 \\ -4\cdot5+3\cdot2=-14 \end{cases};\begin{cases} 10-10=0 \\ -20+9=-14 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

37 Alberto ha pagado 3,90 € por 1 kg de lentejas y 2 kg de judías. En la misma tienda, Elisa ha pagado 6,90 € por 3 kg de lentejas y 2 kg de judías. ¿A cuánto está el kilo de cada una de estas legumbres?

Precio kilo de lentejas: *x*

Precio kilo de judías: *y*

Resolvemos por reducción:

$$-\begin{cases} x+2y=3,90 \\ 3x+2y=6,90 \end{cases}; \ -2x=-3; x=\frac{3}{2}=1,5$$

$$1,5+2y=3,90; 2y=2,4; y=1,2$$

Precio kilo de lentejas: *x* = $1,5$ €

Precio kilo de judías: *y* $=1,2$ €

Comprobación

$$\begin{cases} 1,5+2\cdot1,2=3,90 \\ 3\cdot1,5+2\cdot1,2=6,90 \end{cases}; \begin{cases} 1,5+2,4=3,90 \\ 4,5+2,4=6,90 \end{cases}$$

38 En un hotel hay 204 habitaciones entre dobles e individuales. Si el total de camas es de 324, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?

Habitaciones dobles: *x*

Habitaciones individuales: *y*

$$\begin{cases} x+y=204 \\ 2x+y=324 \end{cases}$$

$$x=204-y$$

$$2\cdot(204-y)+y=324; 408-2y+y=324; y=84$$

$$x=204-y=204-84=120$$

Habitaciones dobles: *x* = 120

Habitaciones individuales: *y* = 84

Comprobación

$$\begin{cases} 120+84=204 \\ 2\cdot120+84=324 \end{cases}; \begin{cases} 120+84=204 \\ 240+84=324 \end{cases}$$

EVALUACIÓN

1 **La ecuación 3 · (2*x* – 4) + 5 = –6 – (1 – *x*) tiene por solución:**

a. 5 b. 0 **c. –5** **d. 7**

$6x - 12 + 5 = -6 - 1 + x$; $6x - x = -6 - 1 + 12 - 5$; $5x = 0$; $x = 0$

2 **La ecuación** $\frac{2\cdot(3x+7)}{3} - 1 = \frac{4x+5}{2}$ **:**

a. No tiene solución. **b. Tiene una solución.**

c. Tiene dos soluciones. **d. Tiene infinitas soluciones.**

$\frac{4\cdot(3x+7)-6}{6} = \frac{3(4x+5)}{6}; 4\cdot(3x+7) - 6 = 3(4x+5)$;

$12x + 28 - 6 = 12x + 15; 0x = -7$. No tiene solución.

3 **La ecuación 2*x*^{2} – 5*x* – 3 = 0 tiene por soluciones:**

a. *x* = 1, *x* = $\frac{1}{3}$ **b. *x* = 1, *x* = 3**

c. *x* = $-\frac{1}{2}$, *x* = 3 **d. *x* =** $-\frac{1}{2}$, ***x* =** $\frac{1}{3}$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\cdot 2(-3)}}{2\cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}; x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$$

4 Indica la respuesta correcta en relación con la ecuación $2x^2 - 4x + 7 = 0$.

a. No tiene solución. **b. Tiene una solución.**

c. Tiene dos soluciones. **d. Tiene infinitas soluciones.**

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot 2\cdot 7}}{2\cdot 2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-56}}{4} = \dfrac{4 \pm \sqrt{-40}}{4}$. No tiene solución.

5 Las soluciones de la ecuación $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$ son:

a. $x = 2$, $x = -2$, $x = 3$, $x = -3$ **b. $x = 1$, $x = -1$, $x = 6$, $x = -6$**

c. $x = 2$, $x = -2$ **d. $x = 3$, $x = -3$**

$x^2 = t \Rightarrow t^2 + 5t - 36 = 0$

$t = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4\cdot 1(-36)}}{2\cdot 1} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \dfrac{-5 \pm 13}{2}; t_1 = 4; t_2 = -9$

$x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4}; x_1 = 2; x_2 = -2$

$x^2 = -9$. No tiene solución.

6 El sistema $\begin{cases} -2x + 3y = -5 \\ 6x - 9y = 15 \end{cases}$ es…

a. Incompatible. **b. Compatible determinado.**

c. Compatible indeterminado. **d. Ninguna de las anteriores.**

$-\dfrac{2}{6} = -\dfrac{3}{9} = -\dfrac{5}{15}$. Es compatible indeterminado.

7 El sistema $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases}$ tiene por solución:

a. (1 , 1) **b. (2 , –1)** **c. (1 , 2)** d. (1 , –1)

Resolvemos por reducción:

$\begin{cases} 3\cdot(2x - 5y = 7) \\ 2\cdot(-3x + 2y = -5) \end{cases} + \begin{cases} 6x - 15y = 21 \\ -6x + 4y = -10 \end{cases}; -11y = 11; y = -1$

$2x - 5\cdot(-1) = 7; 2x = 7 - 5; x = 1$

8 Eduardo tiene el triple de años que Natalia, y Natalia, 7 años más que Sandra. Si entre los tres tienen 53 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

a. Eduardo: 36; Natalia: 12; Sandra: 5

b. Eduardo: 12; Natalia: 36; Sandra: 5

c. Eduardo: 5; Natalia: 12; Sandra: 36

d. Eduardo: 15; Natalia: 12; Sandra: 5

Edad de Sandra: x

Edad de Natalia: $x + 7$

Edad de Eduardo: $3 \cdot (x + 7)$

Ecuación

$x + x + 7 + 3 \cdot (x + 7) = 53$; $5x = 25$; $x = 5$

Edad de Sandra: 5 años

Edad de Natalia: 12 años

Edad de Eduardo: 36 años

Comprobación

5 + 12 + 36 = 53 años