MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS
3.º ESO

somoslink

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 6. Funciones. Características

Unidad 6. Funciones. Características

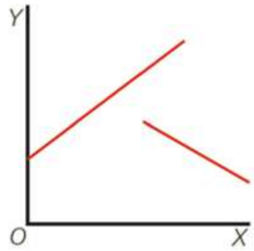
SOLUCIONES PÁG. 135

1 ¿Es una función la relación entre un número natural y su siguiente? Justifica tu respuesta.

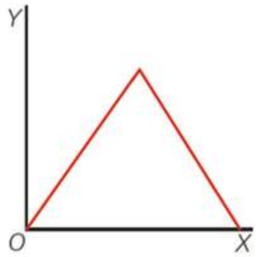
Sí, pues un número natural solo tiene un número que sea su siguiente.

2 Indica si estas gráficas son funciones:

a. No es función, pues al mismo valor de *x* le corresponde dos valores diferentes de *y*.



b. Sí es función, pues a cada valor de *x* le corresponde un único valor de *y*.



3 Halla la imagen de los valores $x = -2$, $x = 4$ y $x = \frac{2}{3}$ para las siguientes funciones:

a. $\mathbf{f(x) = 3x - 5}$

$f(-2) = -11$, $f(4) = 7$, $f\left(\frac{2}{3}\right) = -3$

b. $\mathbf{f(x) = \sqrt{x+2}}$

$f(-2) = 0$, $f(4) = \sqrt{6}$, $f\left(\frac{2}{3}\right) = \sqrt{\frac{8}{3}}$

c. $\mathbf{f(x) = \frac{x-3}{x+2}}$

No existe $f(-2)$, $f(4) = \frac{1}{6}$, $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{7}{8}$

4 **Representa en un mismo eje de coordenadas las funciones del perímetro y el área de un cuadrado de lado *x*, y las funciones del área y el volumen de un cubo de arista *x*, para valores comprendidos entre [0 , 3].**

Se definen la función perímetro y la función área de un cuadrado de lado x:

$P(x) = x + x + x + x = 4x$

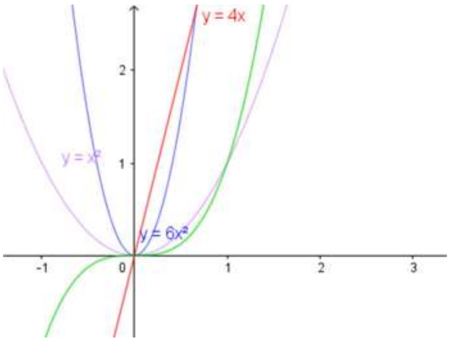
$A(x) = x \cdot x = x^2$

Se definen la función área y la función volumen de un cubo de arista x:

$A_{cubo}(x) = 6x^2$

$V_{cubo}(x) = x^3$

La representación de estas funciones es:



a. ¿Cuál de esas funciones pasa por el punto $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

Se comprueba a cuál de las funciones descritas pertenece el punto $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$P(x) = 4x;\ 2 = 4 \cdot \frac{1}{2}$

$A(x) = x \cdot x = x^2;\ 2 \neq \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$A_{cubo}(x) = 6x^2;\ 2 \neq 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$V_{cubo}(x) = x^3;\ 2 \neq \left(\frac{1}{2}\right)^3$

El punto solo cumple la $P(x)$, la función perímetro de un cuadrado.

b. ¿En qué puntos se cortan las funciones del área de un cuadrado y el volumen de un cubo?

En el punto de corte, ambas funciones tienen igual valor, es decir:

$x^2 = x^3 \Rightarrow x^2(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ y_1 = 0;\ x_2 = 1,\ y_2 = 1$

Se cortan en los puntos (0 , 0) y (1 , 1).

c. ¿Existe algún punto en el que se corten todas las funciones? ¿Podrían coincidir de nuevo todas ellas en otro punto para valores de *x* mayores que 3?

Según la gráfica todas las funciones se cortan en el punto (0 , 0), pero no vuelven a cortarse en otro punto para valores de x mayores que 3.

d. Al aumentar los valores de la variable independiente, ¿disminuyen o aumentan los valores de la variable dependiente de las distintas funciones?

En las cuatro funciones la variable dependiente, y, aumenta al aumentar la variable independiente, x.

SOLUCIONES PÁG. 137

5 Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos de números:

a. Todos los números positivos.
(0 , +∞)

b. Todos los números mayores o iguales que 5.
[5 , +∞)

c. Todos los números menores que –3.
(–∞ , –3)

d. Los números comprendidos entre –4 y 7.
(–4 , 7)

6 Indica todos los números enteros que pertenecen a los siguientes intervalos:

a. (1 , 6)
2, 3, 4, 5

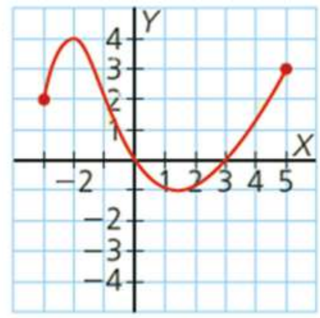
b. [–2 , 3]
–2, –1, 0, 1, 2, 3

c. (0 , 9]
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

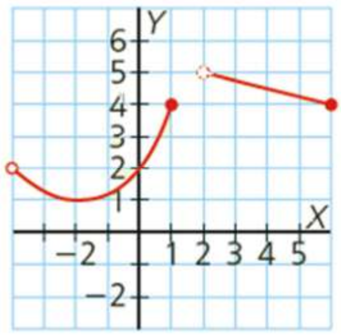
d. [–3 , 4)
–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3

7 Halla el dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes de estas funciones:

a. D (f) = [–3 , 5]; R (f) = [–1 , 4];
Puntos de corte con el eje *X:* (3 , 0) y (0 , 0).
Puntos de corte con el eje *Y:* (0 , 0).



b. D (f) = (–4 , 1] U [2 , 6]; R (f) =[1 , 5)
Puntos de corte con el eje *X:* No hay.
Puntos de corte con el eje *Y:* (0 , 2).



8 Representa una función que tiene por dominio (–4 , 6] y cuyo recorrido es [0 , 3] U U (5 , 7].

Respuesta abierta.

9 Determina el dominio y el recorrido de las funciones que relacionan:

a. Un número con su valor absoluto.

Se expresa la función: f (x) = $|x| \Rightarrow$ D (f) = (–∞ , +∞); R (f) = [0 , +∞)

b. Un número con su cubo.

Se expresa la función: f (x) = $x^3 \Rightarrow$ D (f) = (–∞ , +∞); R (f) = (–∞ , +∞)

c. Un número natural con su inverso.

Se expresa la función: $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow$ D (f) = (–∞ , +∞); R (f) = (–∞ , +∞)

10 Actividad resuelta

11 Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a. $y = 3x - 12$

Eje *X*

$0 = 3x - 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow (4 , 0)$

Eje *Y*

f (0) = –12 $\Rightarrow$ (0 , –12)

b. $y = 2x^2 - 5x - 3$

Eje *X*

$0 = 2x^2 - 5x - 3 \Rightarrow$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$$

$(3 , 0)$; $(-\frac{1}{2} , 0)$

Eje *Y*

f (0) = –3 $\Rightarrow$ (0 , –3)

c. $y = x^2 + 1$

Eje *X*

$0 = x^2 + 1 \Rightarrow$ No existen puntos de corte con *x.*

Eje *Y*

f (0) = 1 $\Rightarrow$ (0 , 1)

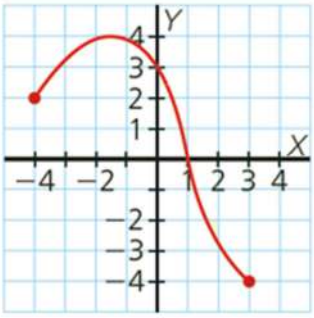
d. $y = \frac{4}{x}$

No tiene puntos de corte con los ejes.

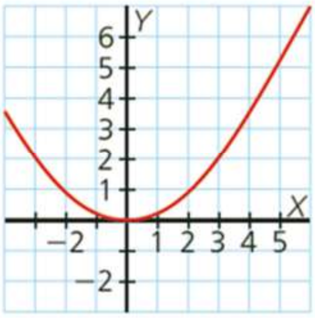
SOLUCIONES PÁG. 139

12 Estudia el signo de las siguientes funciones:

a. Positiva: [–4 , 1), negativa: (1 , 3], nula en $x = 1$.



b. Positiva: $(-\infty , 0) \cup (0 , +\infty)$, nula en $x = 0$.



13 Comprueba si las siguientes funciones son simétricas:

a. $\mathbf{f(x) = 3x + 1}$

$f(-x) = 3(-x) + 1 = -3x + 1$. No es simétrica, porque $f(x) \neq f(-x)$ y tampoco $f(-x) = -f(x)$.

b. $\mathbf{f(x) = 3x^4}$

$f(-x) = 3(-x)^4 = 3x^4$**.** Simetría par, porque $f(x) = f(-x)$

c. $\mathbf{f(x) = 2x^4 + 5x^2 + 1}$

$f(-x) = 2(-x)^4 + 5(-x)^2 + 1$. Simetría par, porque $f(x) = f(-x)$

d. $\mathbf{f(x) = x^3}$

$f(-x) = (-x)^3 = -x^3$. Simetría impar, porque $f(-x) = -f(x)$.

14 Representa gráficamente una función, f (*x*), que cumpla las siguientes condiciones:

– Dom (f) = [–6 , 5] y R (f) = [–2 , 5]
– Es positiva en [–6 , –3) U (1 , 3) U (4 , 5].
– Es negativa en (–3 , 1) U (3 , 4).
– Su punto de corte con el eje Y es (0 , –2).

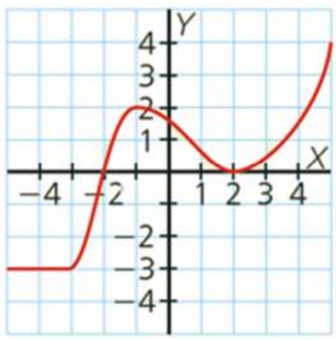
Respuesta abierta.

15 La función $y = x^2$ presenta simetría par, mientras que la función $y = x^3$ tiene simetría impar. ¿Qué tipo de simetría tendrán las funciones $y = x^4$, $y = x^5$, $y = x^6$ e $y = x^7$? ¿Y las funciones $y = x^{1000}$ e $y = x^{1001}$? Establece un criterio que permita averiguar si una función del tipo $y = x^n$ presenta simetría par o impar, sin representarla.

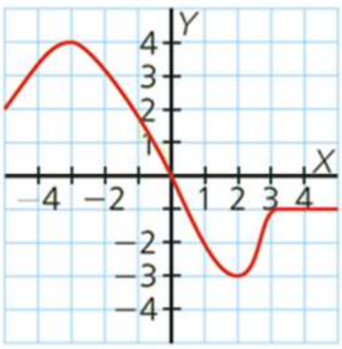
La función $y = x^4$ es simétrica par; $y = x^5$ es simétrica impar; $y = x^6$ es simétrica par; $y = x^7$ es simétrica impar; $y = x^{1000}$ es simétrica par; $y = x^{1001}$ es simétrica impar.
El criterio es que, si n es par, la función $y = x^n$ tiene simetría par y si n es impar, la función $y = x^n$ tiene simetría impar.

SOLUCIONES PÁG. 141

16 Estudia el crecimiento de las siguientes funciones:
a. Creciente (–3 , –1) U (2 , +∞), decreciente (–1 , 2) y constante (–∞ , –3).



b. Creciente (–∞ , –3) U (2 , 3), decreciente (–3 , 2) y constante (3 , +∞).



17 Representa una función que sea creciente en (0 , 4), decreciente en (–6 , 0) U U (4 , 7) y constante en (7 , +∞).
Respuesta abierta.

18 Sin representar la gráfica de la función, ¿podrías decir en qué valores de x se alcanzan los mínimos y los máximos de una función continua creciente en (–4 , 3) U (5 , 9) y decreciente en (3 , 5) U (9 , 11)?
Los máximos se alcanzan en $x = 3$ y $x = 9$ y los mínimos se alcanzan en $x = 5$ y en $x = 11$.

19 Formad grupos de siete alumnos. Durante una semana, cada uno de los alumnos medirá la temperatura a lo largo de un día diferente. Representad los datos obtenidos en una gráfica y estudiad:

a. El dominio, el recorrido, el signo y las simetrías.

Respuesta abierta.

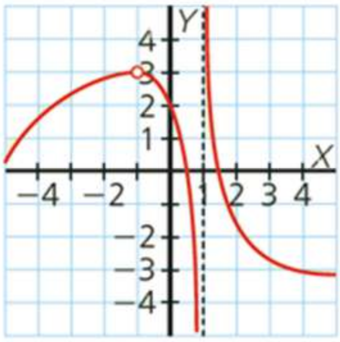
b. El crecimiento y los extremos de la función.

Respuesta abierta.

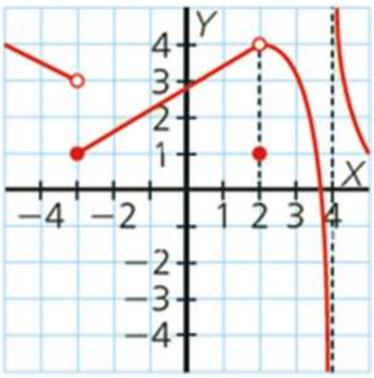
SOLUCIONES PÁG. 143

20 Señala los puntos de discontinuidad de las funciones e indica el tipo de discontinuidad que presentan dichos puntos.

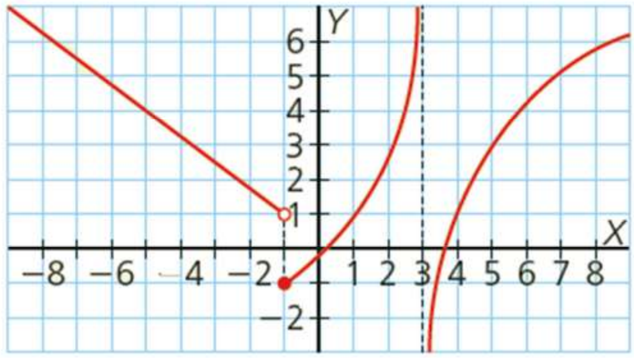
a. La función es discontinua en x = –1, pues no existe la función en ese punto, y en x = 1, de tipo salto infinito.



b. La función es discontinua en x = –3, de tipo salto finito; en x = 2, pues el punto está desplazado, y en x = 4, de tipo salto infinito.



21 Para la siguiente función halla:



a. El dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes.
D (f) = (–∞ , 3) U (3 , +∞), R (f) = ℝ, puntos de corte con los ejes (0 , 0) y (3,5 , 0).

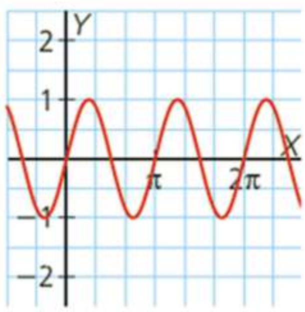
b. El signo y las simetrías.
Es positiva en (–∞ , –1) U (0 , 3) U (3,5 , +∞), negativa en (–1 , 0) U (3 , 3,5) y nula en x = 0 y x = 3,5. No tiene simetría par ni impar, pues no se cumple f (x) = f (–x) ni tampoco f (–x) = –f (x).

c. Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los puntos máximos y mínimos relativos y absolutos, si existen.
Es creciente en (–1 , 3) U (3 , +∞) y decreciente en (–∞ , –1). No tiene máximos ni mínimos absolutos ni relativos.

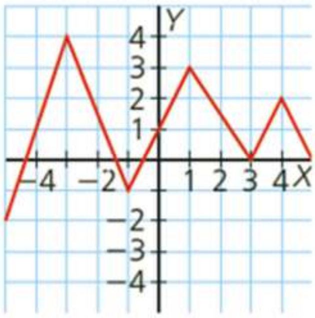
d. Los puntos de discontinuidad y los tipos de discontinuidad que presentan.
Es discontinua en x = –1 de tipo salto finito y en x = 3 de tipo salto infinito.

22 Indica si las siguientes funciones son periódicas. En caso afirmativo, di cuál es el período:

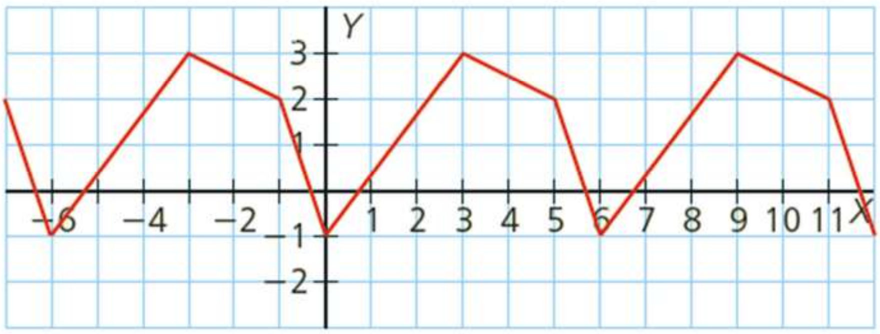
a. Sí es periódica, porque se cumple que f (x) = f (x + π). El periodo es, por tanto, T = π.



b. No es periódica, porque no se cumple que f (x) = f (x + T) con ningún valor de T.



23 **Estudia si esta función es periódica y, en caso afirmativo, halla su período. ¿Cuánto valdrá f (18)? ¿Y f (21)?**



Sí es periódica, porque se cumple f (x) = f (x + 6), el periodo es, por tanto, T = 6.
f (18) = f (0 + 18) = f (0 + 3 · 6) = f (0 +3T) = f (0) = –1
f (21) = f (3 + 18) = f (3 + 3 · 6) = f (3 + 3T) = f (3) = 3

24 **Representa una función periódica de período 4 que sea simétrica impar, que pase por el punto (0 , 0) y tenga un máximo relativo en el punto (1 , 3) y un mínimo relativo en (3 , –4).**
a. ¿Cuánto vale la función en *x* = –3?
b. ¿Es (9 , 3) un máximo relativo de la función?

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 145

1 **¿Puede una función asociar a un valor de la variable *y* dos valores de la variable *x*? ¿Y al revés?**
Sí, un valor de y puede asociarse a dos valores diferentes de x, por ejemplo
$y = x^2$: si $x = 1$, $y = 1$; si $x = –1$, $y = 1$.
No, un valor de x solo tiene un valor único de y, de lo contrario no se está definiendo una función.

2 **¿Toda relación entre dos magnitudes es una función? En caso afirmativo, justifica tu respuesta, y en caso contrario, pon un contraejemplo.**
No. Respuesta abierta. Se puede poner el ejemplo de una empresa distribuidora, que pone el precio de venta de un producto al doble o el triple del precio de compra, dependiendo de si lo van a adquirir particulares o u otros distribuidores.

3 **¿Puede una función tener el mismo dominio y recorrido? Justifica tu respuesta mediante una gráfica.**
Sí. Respuesta abierta.

4 **¿Qué caracteriza a los puntos de corte con el eje de ordenadas y con el eje de abscisas? ¿Puede existir más de un punto de corte con el eje *Y*? ¿Y con el eje *X*?**
Todos los puntos de corte con el eje de ordenadas tienen $x = 0$ y todos los puntos de corte con el eje de abscisas tienen $y = 0$.
No puede existir más de un punto de corte con el eje *Y*, pues eso significaría que para el valor $x = 0$ habría dos valores de y, y no sería una función.
Sí pueden existir más de un punto de corte con el eje *X*, eso significaría que para $y = 0$ hay más de un valor de x.

5 **¿Puede una función ser simétrica con respecto al eje de abscisas? Razona tu respuesta.**
Si una función es simétrica respecto al eje de abscisas, eje *X*, significa que para un valor de x se asocian dos valores, y y $-y$. No sería, pues, una función.

6 **¿Puede ser una función simultáneamente simétrica par e impar?**
No, porque no se puede cumplir que $f(x) = f(-x) = -f(-x)$.

7 **Si una función simétrica impar cumple que $f(x) = y$, ¿cuál es el valor de $f(-x)$? ¿Y si fuese simétrica par?**
Si es simétrica impar $f(-x) = -f(x) = -y$
Si es simétrica par $f(-x) = f(x) = y$

8 **Si una función es siempre positiva, ¿puede tener puntos de corte con el eje *X*? ¿Y con el eje *Y*?**
Con el eje *X* no, pero sí puede tener un punto de corte con el eje *Y*.

9 **Los extremos de una función pueden ser relativos y absolutos. ¿Cuál es la diferencia entre unos y otros? ¿Puede ser un extremo relativo también absoluto? ¿Y al revés?**
En un extremo relativo el valor de la ordenada del punto es el mayor o menor valor de las ordenadas de los puntos de su entorno y en un extremo absoluto el valor de la ordenada del punto es el mayor o menor valor de las ordenadas de todos los puntos de la función.
Sí, a veces, un extremo relativo puede ser absoluto si su entorno es el dominio de la función.
Sí, un extremo absoluto siempre es extremo absoluto en su entorno.

10 ¿Tienen todas las funciones continuas puntos de corte con el eje de abscisas?

No, puede tratarse de una función continua positiva o negativa, sin corte con el eje *X*.

11 ¿Podrías representar una función que tenga dos tipos de discontinuidades diferentes en un mismo valor de *x*?

No, porque en un punto solo existe un tipo de discontinuidad.

12 Prepara una presentación para tus compañeros. Puedes hacer un documento PowerPoint, utilizar Gloster…

Respuesta abierta.

SOLUCIONES PÁG. 146

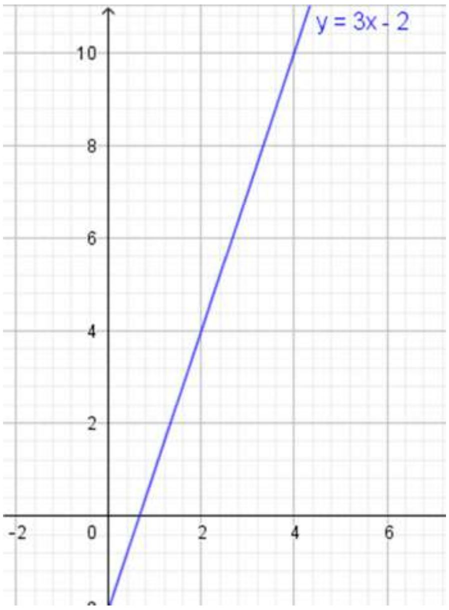
REPASO FINAL

FUNCIONES

1 Considera la función que asocia a cada número con su triple menos 2. Escribe su expresión algebraica, construye una tabla de valores y haz la representación gráfica. Calcula la ordenada para *x* = –1, *x* = 1 y *x* = 2.

$y = 3x - 2$

x	0	1	2	3	4
y	–2	1	4	7	10



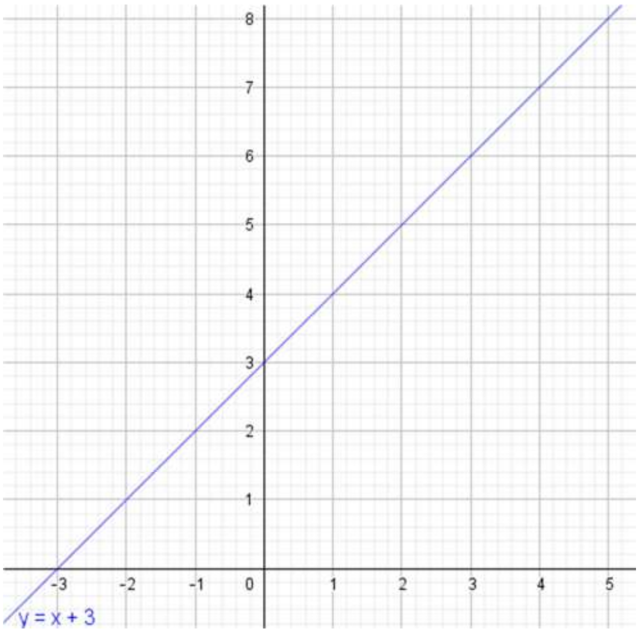
f (–1) = –5; f (1) = 1; f (2) = 4

2 **Encuentra la expresión algebraica que se corresponde con la siguiente tabla de valores y haz su representación gráfica:**

x	1	2	3	4	5
y	4	5	6	7	8

Comprueba el resultado que has obtenido utilizando GeoGebra.

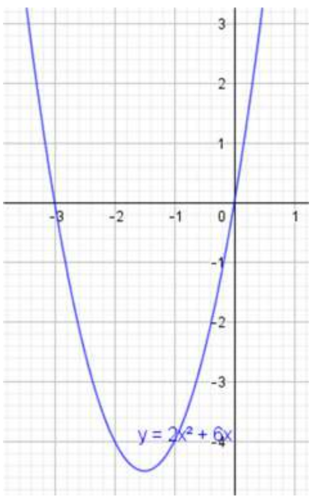
$y = x + 3$



3 **Construye una tabla de valores para la función $y = 2x \cdot (x + 3)$ y represéntala.**

Respuesta abierta, por ejemplo:

x	0	1	2	–1	–2
y	0	8	20	–4	–4



DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN. PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

4 Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos de números:

a. Todos los números menores que 9.

(–∞ , 9)

b. Todos los números mayores o iguales que –7.

[–7 , +∞)

c. Los números negativos.

(–∞ , 0)

d. Los números comprendidos entre 3 y 9.

(3 , 9)

5 Indica todos los números enteros que pertenecen a los siguientes intervalos:

a. [2 , 6)

2, 3, 4, 5

b. [–2 , 1]

–2, –1, 0, 1

c. (–5 , 5)

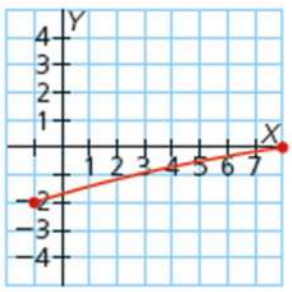
–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4

d. (–4 , 10]

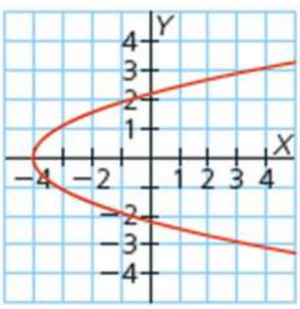
–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

6 Indica si estas gráficas son funciones y, en caso afirmativo, halla su dominio y su recorrido.

a. Sí es una función. D (f) = [–1 , 8], R (f) = [–2 , 0].

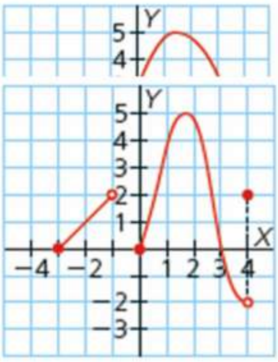


b. No es una función, porque para un solo valor de *x* hay dos posibles valores de *y*.



7 **¿Está el número 3 incluido en el intervalo (–7 , 3]? ¿Y en el (3 , 8)?**
En el intervalo (–7 , 3] sí está incluido, en el (3 , 8) no está incluido.

8 **Determina el dominio, el recorrido y los puntos de corte con los ejes de las gráficas siguientes:**
a. D (f) = [–2 , 4], R (f) = [–3 , 5], puntos de corte con los ejes (–1 , 0), (4 , 0) y (0 , 3).



b. D (f) = [–3 , –1) U [0 , 4], R (f) = (–2 , 5], puntos de corte con los ejes (–3 , 0), (0 , 0) y (3 , 0).

9 **Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:**
a. f (*x*) = –6*x* + 2
Eje *X*
$0 = -6x + 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}, 0\right)$
Eje *Y*
f (0) = 2 ⟹ (0 , 2)

b. $\mathbf{f(x) = \frac{-x}{5x^2+1}}$
Eje *X*
$0 = \frac{-x}{5x^2+1} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0)$

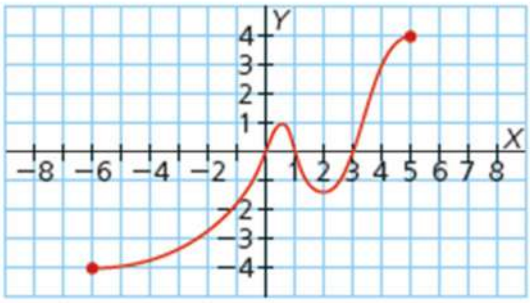
Eje *Y*
f (0) = 0

c. f (*x*) = x^3 – 4*x*
Eje *X*
$0 = x^3 - 4x \Rightarrow x(x^2 - 4) \Rightarrow x = 0$ ó $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow (0, 0), (2, 0), (-2, 0)$

Eje *Y*
f (0) = 0

SIGNO Y SIMETRÍA DE UNA FUNCIÓN

10 Estudia el signo de la siguiente función:



Positiva en (0 , 1) U (3 , 5), negativa en (–6 , 0) U (1 , 3) y nula en $x = 0$, $x = 1$ y $x = 3$.

11 Determina si las siguientes funciones son simétricas pares o impares:

a. $f(x) = 2x^2 - 6$

$f(x) = f(-x) \Longrightarrow 2(-x)^2 - 6 = 2x^2 - 6$. Simetría par.

b. $f(x) = 4x^3 + 8x$

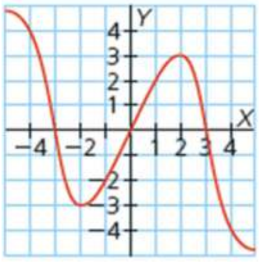
$f(-x) = -f(-x) \Longrightarrow 4(-x)^3 + 8(-x) = -4x^3 - 8x$. Simetría impar.

c. $f(x) = \dfrac{-3x + 7}{x}$

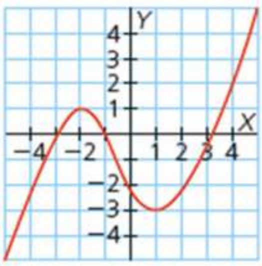
$f(-x) = \dfrac{-3(-x)+7}{-x} = \dfrac{3x+7}{-x} \Longrightarrow$ No tiene simetría.

12 Estudia las simetrías que presentan las siguientes gráficas:

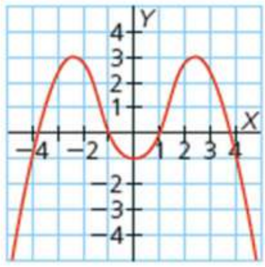
a. Simetría impar, la función es simétrica respecto al origen de coordenadas.



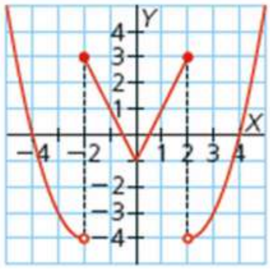
b. No tiene simetría.



c. Simetría par, la función es simétrica respecto al eje de ordenadas.



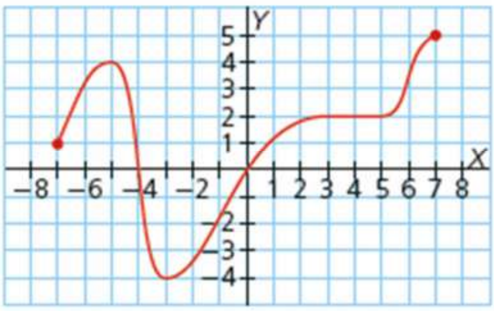
d. Simetría par, la función es simétrica respecto al eje de ordenadas.



SOLUCIONES PÁG. 147

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN. EXTREMOS

13 Determina los intervalos donde la función es creciente, decreciente y constante, así como los máximos y mínimos relativos y absolutos.



La función es creciente en (–7 , –5) U (–3 , 3) U (5 , 7), decreciente en (–5 , –3) y constante en (3 , 5).
Tiene un máximo relativo en (–5 , 4) y un máximo absoluto en (7 , 5) y un mínimo relativo y absoluto en (–3 , –4).

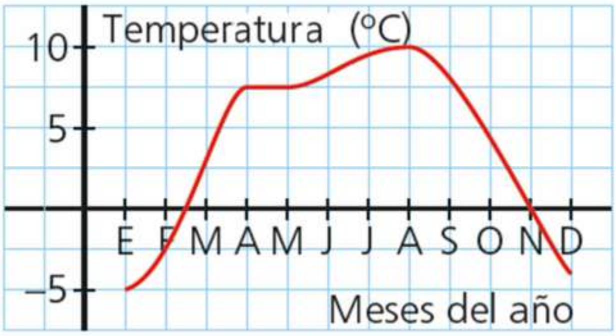
14 **La siguiente gráfica muestra la temperatura mínima alcanzada en una ciudad a lo largo de un año:**

a. Estudia su crecimiento.

La temperatura es creciente de enero a abril y de mayo a agosto, decreciente de agosto a diciembre y constante de abril a mayo.

b. Determina sus máximos y mínimos absolutos.

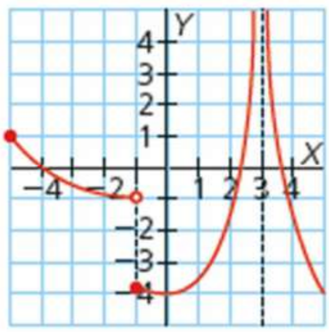
Hay un máximo absoluto en agosto con 10 ºC, y mínimo absoluto en enero con –5 ºC.



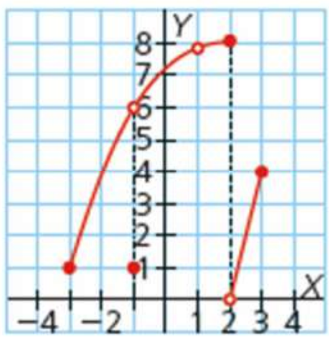
CONTINUIDAD Y PERIODICIDAD

15 **Señala los puntos de discontinuidad de estas funciones e indica el tipo de discontinuidad que presentan dichos puntos:**

a. En x = –1 presenta una discontinuidad de salto finito y en x = 3 de salto infinito.



b. En x = –1 presenta un punto desplazado; en x = 1 no existe la función y en x = 2 presenta una discontinuidad de salto finito.



16 Construye una función que presente las siguientes discontinuidades: en $x = -3$, de tipo salto finito; en $x = -1$, de punto desplazado; en $x = 3$, de tipo salto infinito; y en $x = 7$ no existe la función.

Respuesta abierta.

17 Visita esta dirección de Internet y repasa los contenidos de la unidad de forma divertida:

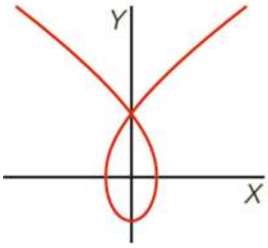
http://conteni2.educarex.es/mats/11816/contenido/

Respuesta abierta.

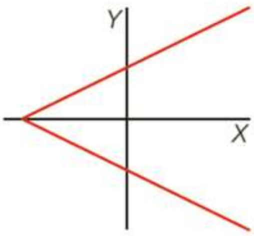
EVALUACIÓN

1 ¿Cuál de las siguientes gráficas es una función?

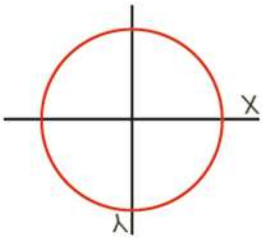
a.



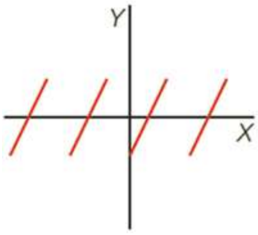
b.



c.



d. Para cada valor de x hay un solo valor de y.



2 Dada la función $y = x^2 - 1$, ¿qué valor debe tener x para que se cumpla que $y = 3$?

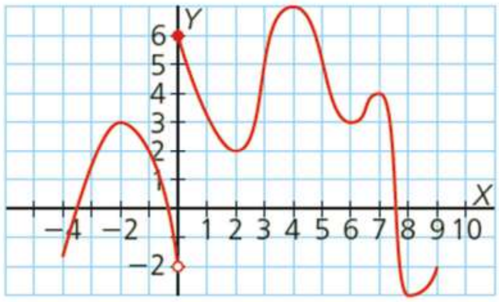
a. $x = 1$

b. $x = -1$

c. $x^2 - 1 = 3$; $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$

d. $x = 4$

3 Observa la gráfica. ¿Cuál es su dominio y su recorrido?



a. D (f) = [–4 , 0) U [0 , 9] y R (f) = [–3 , 7]
b. D (f) = (–4 , 9] y R (f) = (–3 , 7]
c. D (f) = [–3 , 7] y R (f) = (–4 , 9]
d. D (f) = (–3 , 7] y R (f) = [–4 , 0) U [0 , 9]

4 Los puntos de corte con los ejes de la función $y = x^2 - x - 12$ son:
a. (0 , 4) y (0 , –3)
b. (4 , 0) y (–3 , 0)
c. En el eje *X*:

$$0 = x^2 - x - 12 \Longrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 4;\ x_2 = -3$$

En el eje *Y:*
f (0) = –12
Los puntos de corte son (4 , 0) , (–3 , 0) y (0 , –12)

d. (0 , 4) , (0 , –3) y (–12 , 0)

5 La función f (x) = $3x^2 - 4x + 2$:
a. Es simétrica par.
b. Es simétrica impar.
c. Es simétrica par e impar.
d. No es simétrica, porque $f(-x) = 3 \cdot (-x)^2 - 4 \cdot (-x) + 2 = 3x^2 + 4x + 2$