

# FUNCIONES

## Evaluación A

1. Escribe la expresión algebraica que corresponde.

- a) La función que asocia a cada número su cuarta parte.
- b) La función que asocia a cada número el cubo de su doble.
- c) La función que asocia a cada número su anterior.
- d) La función que asocia a cada número el cuadrado de su mitad.

a)  $f(x) = \frac{x}{4}$

b)  $f(x) = (2x)^3$

c)  $f(x) = x - 1$

d)  $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2$

2. Estudia si las siguientes tablas se corresponden con una función y, en ese caso, escribe la expresión algebraica correspondiente.

a)

|   |   |   |   |    |    |
|---|---|---|---|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  |
| y | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |

b)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| y | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

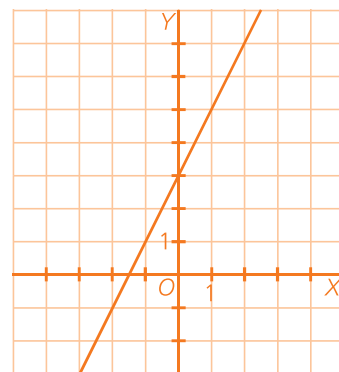
a) Sí es función porque a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ .

La expresión algebraica es:  $y = 3x$

b) No es función porque el valor  $x = 3$  tiene dos imágenes (dos valores de  $y$ ).

3. Completa la tabla de valores de la función  $f(x) = 2x + 3$  y represéntala gráficamente.

|      |    |    |    |   |   |   |
|------|----|----|----|---|---|---|
| x    | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| f(x) | -3 | -1 | 1  | 3 | 5 | 7 |



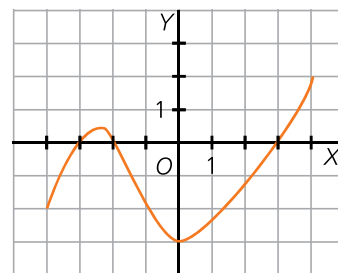
4. Halla el dominio, el recorrido y los puntos de corte de esta función.

Dominio:  $[-4, 4]$

Recorrido:  $[-3, 2]$

Puntos de corte eje X:  $(-3, 0)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(3, 0)$

Puntos de corte eje Y:  $(0, -3)$



5. ¿Cuál es el dominio de las siguientes funciones?

a)  $f(x) = x^2 + 3x - 6$    b)  $g(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$    c)  $h(x) = \sqrt{x - 2}$

a) Dom  $f$ :  $\mathbb{R}$

b) Dom  $g$ :  $\mathbb{R} - \{-1\}$

c) Dom  $h$ :  $[2, +\infty)$

### Ten en cuenta

Imágenes de algunas funciones:

■ Polinomios:  $\mathbb{R}$

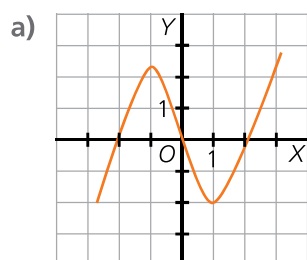
■ Fracciones algebraicas:

$\mathbb{R} - \{\text{valores que hacen 0 el denominador}\}$

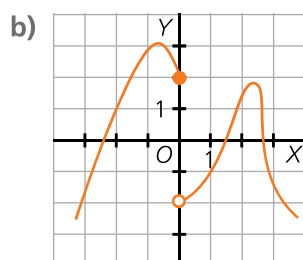
■ Raíces cuadradas:

valores para los cuales el radicando  $\geq 0$

6. Indica si las funciones representadas son continuas. En el caso de no serlo, indica los puntos de discontinuidad.



a) Es continua.

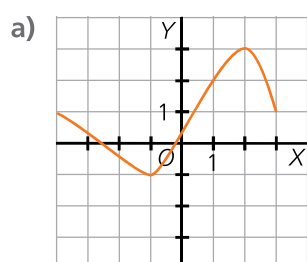


b) Es discontinua. Punto de discontinuidad en  $x = 0$ .

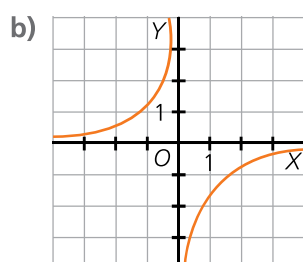
## Ten en cuenta

Los puntos de discontinuidad los indicaremos dando solo el valor de  $x$ .

7. Describe la monotonía, los máximos y los mínimos de las siguientes funciones.



a) Decreciente en  $(-4, -1)$  y  $(2, 3)$  y creciente en  $(-1, 2)$ . Mínimo  $(-1, -1)$  y máximo  $(2, 3)$ .



b) Creciente en todos los puntos menos en  $x = 0$ . No tiene mínimos ni máximos.

## Ten en cuenta

Indicaremos la monotonía mediante intervalos del eje  $X$ , y los máximos y los mínimos, mediante sus coordenadas.

8. Estudia la simetría de estas funciones.

a)  $f(x) = x^2 + 3x^4$

b)  $f(x) = 3x^3 - 2x$

a)  $f(-x) = (-x)^2 + 3(-x)^4 = x^2 + 3x^4 = f(x) \rightarrow$  Simetría par

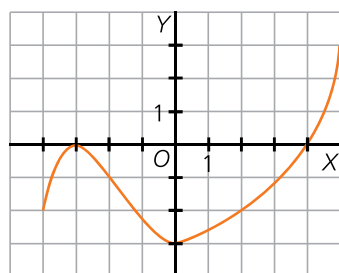
b)  $f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -f(x) \rightarrow$  Simetría impar

## Recuerda

■  $f(-x) = f(x) \rightarrow$  Simetría par

■  $f(-x) = -f(x) \rightarrow$  Simetría impar

9. Dada la siguiente gráfica, describe todas sus características.



Dominio:  $[-4, 5]$ ; Recorrido:  $[-3, 3]$

Puntos de corte:  $(-3, 0)$ ,  $(0, -3)$ ,  $(4, 0)$

La función es continua.

Creciente en  $(-4, -3)$  y  $(0, 5)$ .

Decreciente en  $(-3, 0)$ .

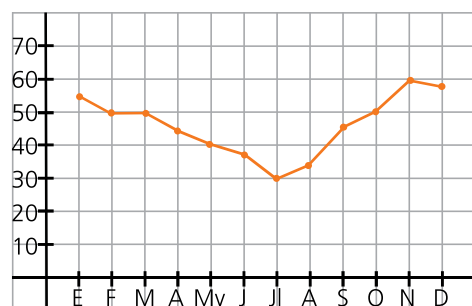
Máximo  $(-3, 0)$ , Mínimo  $(0, -3)$ .

No es simétrica ni periódica.

## Ten en cuenta

Las características de una función son: dominio, recorrido, puntos de corte, continuidad, monotonía, máximos y mínimos, simetría y periodicidad.

10. Esta gráfica indica la evolución de la factura de electricidad de una familia española. Lee y responde.



a) ¿En qué mes el gasto fue menor? ¿Cuál fue este gasto?

b) ¿Cuál fue el gasto en octubre? ¿Hubo algún otro mes con el mismo gasto que octubre?

c) ¿En algún momento se mantuvo el gasto durante dos meses consecutivos?

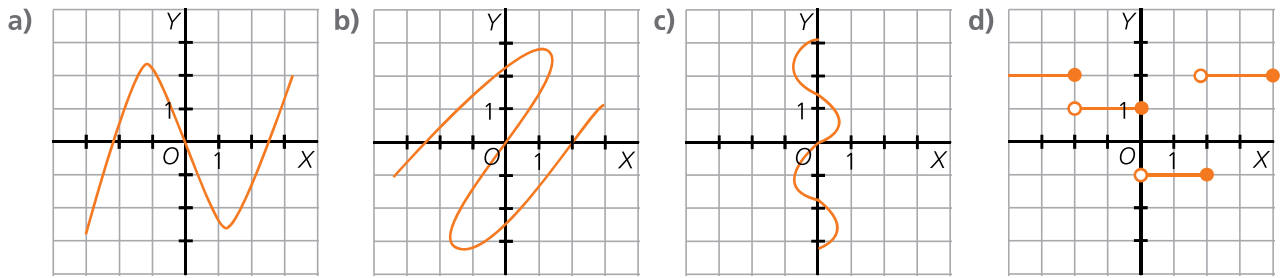
a) El gasto fue menor en julio. El gasto fue 30 €.

b) El gasto en octubre fue de 50 €. Sí, febrero y marzo.

c) Sí, en febrero y marzo.

# Evaluación B

1. Indica si las siguientes gráficas representan una función.



- a) Sí es función.      b) No es función.      c) No es función.      d) Sí es función.

2. Halla la imagen de  $x = 3$  para estas funciones.

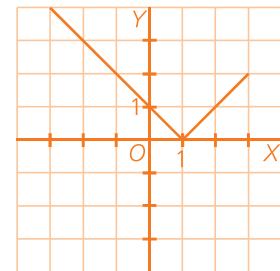
- a)  $f(x) = x^2 - 1$       b)  $f(x) = 3x^2 - 5x + 3$   
 a)  $f(3) = 3^2 - 1 = 8$       b)  $f(3) = 3 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 3 = 27 - 15 + 3 = 15$

## Recuerda

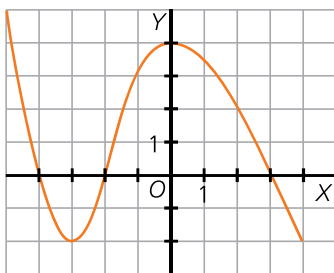
La imagen de un valor  $a$  en una función  $f(x)$  es el valor numérico  $f(a)$ .

3. Completa la tabla de valores de la función  $f(x) = |x - 1|$  y represéntala gráficamente.

| x    | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|---|---|---|---|
| f(x) | 4  | 3  | 2  | 1 | 0 | 1 | 2 |



4. Halla el dominio, el recorrido y los puntos de corte de esta función.



- Dominio:  $[-5, 4]$   
 Recorrido:  $[-2, 4]$   
 Puntos de corte eje X:  $(-4, 0), (-2, 0), (3, 0)$   
 Puntos de corte eje Y:  $(0, 4)$

5. Halla los puntos de corte de las siguientes funciones.

- a)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$       b)  $f(x) = 3x^2 + 2x$

a) Puntos de corte con el eje X:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -3 \end{cases} \rightarrow (-2, 0), (-3, 0)$$

Puntos de corte eje Y:  $f(0) = 0^2 + 5 \cdot 0 + 6 = 6 \rightarrow (0, 6)$

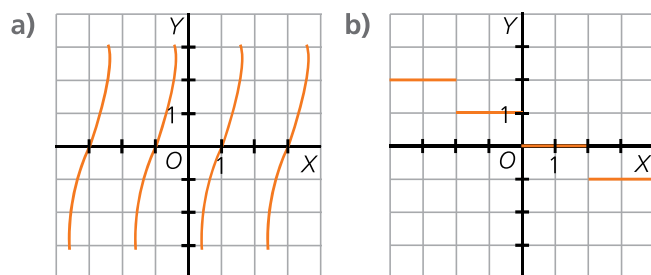
b) Puntos de corte eje X:  $3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(3x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ 3x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow (0, 0), \left(-\frac{2}{3}, 0\right)$

Puntos de corte eje Y:  $(0, 0)$ , pues han salido ya al calcular los puntos de corte con el eje X.

## Recuerda

- Puntos de corte eje X:  $f(x) = 0$
- Puntos de corte eje Y:  $f(0)$

6. Indica si las siguientes funciones son periódicas y, en caso de serlo, indica el período.

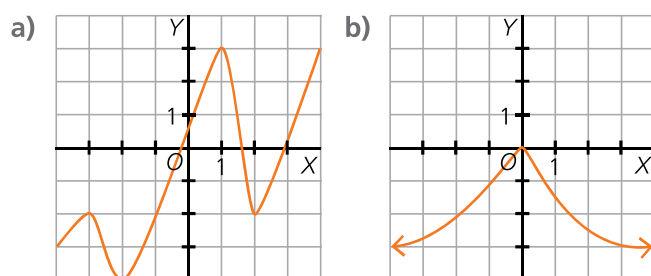


## Recuerda

Una función es periódica de período  $t$  cuando el comportamiento de la función se repite cada  $t$  unidades.

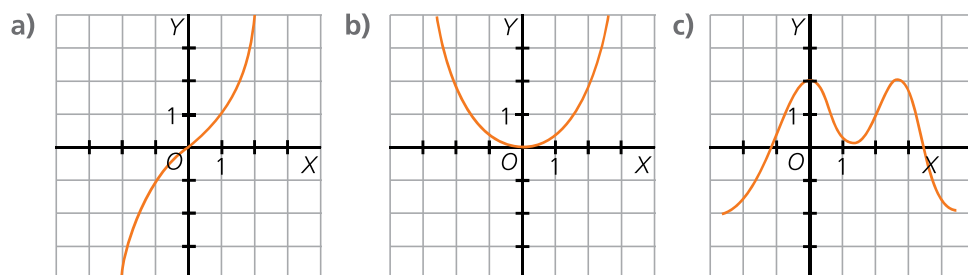
- a) Es periódica de período 2.  
b) No es periódica.

7. Indica la monotonía, los máximos y los mínimos de las siguientes funciones.



- a) Creciente en  $(-4, -3)$ ,  $(-2, 1)$  y  $(2, 4)$ .  
Decreciente en  $(-3, -2)$  y  $(1, 2)$ .  
Máximos en  $(-3, -2)$  y  $(1, 3)$ .  
Mínimos en  $(-2, -4)$  y  $(2, -2)$ .  
b) Creciente en  $(-\infty, 0)$ .  
Decreciente en  $(0, \infty)$ .  
Máximo en  $(0, 0)$ .  
No tiene mínimos.

8. Estudia la simetría de estas funciones.



- a) Simetría impar. b) Simetría par. c) No tiene simetría.

## Ten en cuenta

- **Simetría par:** el eje de simetría es el eje Y.
- **Simetría impar:** el eje de simetría es el origen de coordenadas  $(0, 0)$ .

9. Indica el tipo de simetría que tienen estas funciones.

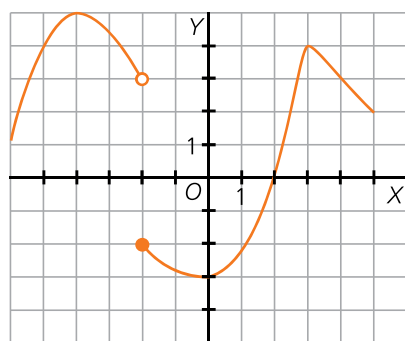
a)  $f(x) = \frac{2x}{3x + x^3}$

b)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

a)  $f(-x) = \frac{2 \cdot (-x)}{3 \cdot (-x) + (-x)^3} = \frac{2x}{-3x - x^3} = -\frac{2x}{3x + x^3} = -f(x) \rightarrow$  Simetría impar

b)  $f(-x) = (-x)^4 - 2 \cdot (-x)^2 + 3 = x^4 - 2x^2 + 3 = f(x) \rightarrow$  Simetría par

10. Describe todas las características de esta gráfica.



Dominio:  $[-6, 5]$ ; Recorrido:  $[-3, 5]$

Puntos de corte:  $(0, -3)$ ,  $(2, 0)$

La función es discontinua en  $x = -2$ .

Creciente en  $(-6, -4)$  y  $(0, 3)$ .

Decreciente en  $(-4, -2)$ ,  $(-2, 0)$  y  $(3, 5)$ .

Máximo en  $(-4, 5)$  y  $(3, 4)$ ; Mínimo en  $(0, -3)$ .

No es simétrica ni periódica.

# Evaluación C

1. Expresa las siguientes relaciones mediante una expresión algebraica.

- a) A cada número se le asocia con su triple más dos.
- b) A cada número se le asocia con su cuadrado menos una unidad.
- c) A cada número se le asocia con el cubo de su opuesto.
- d) A cada número se le asocia con el inverso de su doble.

a)  $f(x) = 3x + 2$

b)  $f(x) = x^2 - 1$

c)  $f(x) = (-x)^3$

d)  $f(x) = \frac{1}{2x}$

2. Halla el valor de  $a$  en cada caso.

a) La imagen de  $a$  mediante la función  $f(x) = 3x - 2$  es  $-5$ .

b) La imagen de  $a$  mediante la función  $f(x) = -x^2 - 2$  es  $-2$ .

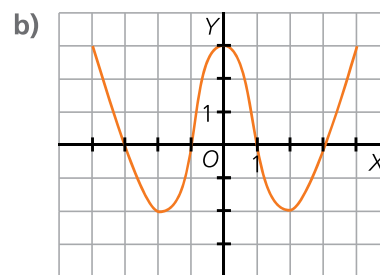
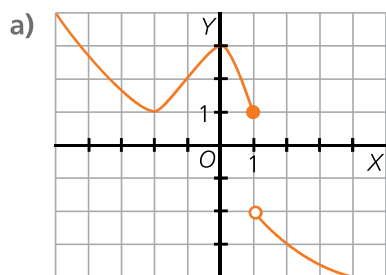
a) Sustituyendo en la expresión algebraica:  $f(a) = -5 \rightarrow 3a - 2 = -5 \rightarrow 3a = -3 \rightarrow a = -1$

b) Sustituyendo en la expresión algebraica:  $f(a) = -2 \rightarrow -a^2 - 2 = -2 \rightarrow -a^2 = 0 \rightarrow a^2 = 0 \rightarrow a = 0$

3. Indica razonadamente si las siguientes relaciones corresponden con una función.

- a) A cada número se le asigna su anterior y su posterior.
  - b) A cada kilo de carne se le asigna un precio de venta.
  - c) A cada persona se le asigna su número de calzado.
  - d) A cada número natural se le asignan sus dos raíces cuadradas.
- a) No es función, ya que a cada número se le asignan dos valores distintos.
- b) Sí es función, ya que cada kilo de carne tiene un único precio.
- c) Sí es función, ya que cada persona tiene un único número de calzado.
- d) No es función, ya que a cada número natural se le asignan dos valores distintos: uno positivo y otro negativo.

4. Indica el dominio, el recorrido y los puntos de corte de estas funciones.



- a) Dominio:  $[-5, 4]$ ; Recorrido:  $[-2, 3]$ ; Puntos de corte eje X: no tiene; Puntos de corte eje Y:  $(0, 3)$
- b) Dominio:  $[-4, 4]$ ; Recorrido:  $[-2, 3]$ ; Puntos de corte eje X:  $(-3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(3, 0)$ ; Puntos de corte eje Y:  $(0, 3)$

5. Halla el dominio de las siguientes funciones.

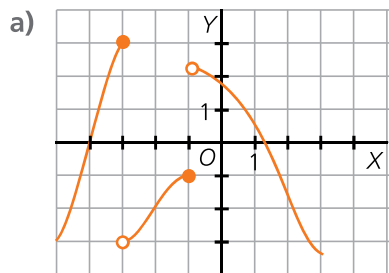
a)  $f(x) = \frac{4x^2 - x}{5}$

b)  $g(x) = \frac{-1}{x^2 + 1}$

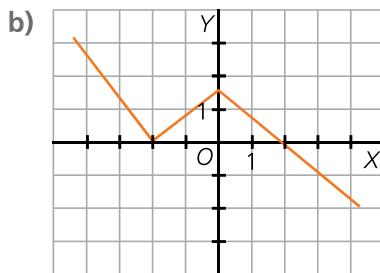
c)  $h(x) = \sqrt{-2x + 3}$

- a) Dom  $f$ :  $\mathbb{R}$ , ya que el denominador nunca puede ser 0.
- b) Dom  $g$ :  $\mathbb{R}$  ya que la ecuación  $x^2 + 1 = 0$  no tiene solución.
- c) Dom  $h$ :  $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ , pues en este intervalo  $-2x + 3 \geq 0$ .

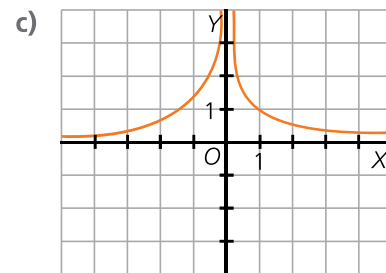
6. Indica si las funciones representadas son continuas. Si no lo son, indica los puntos de discontinuidad.



a) Es discontinua en  $x = -3$  y  $x = -1$ .

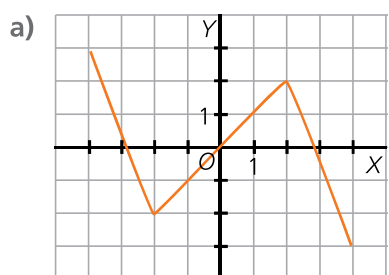


b) Es continua.

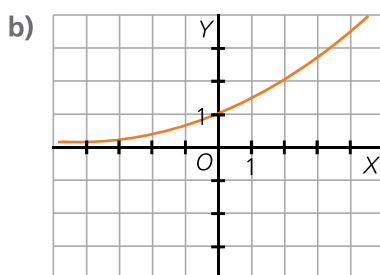


c) Es discontinua en  $x = 0$ .

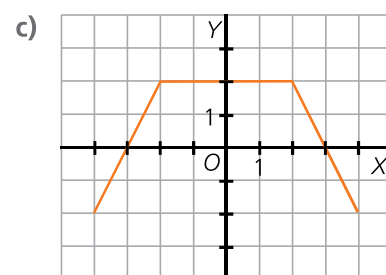
7. Describe la monotonía, los máximos y los mínimos de estas funciones.



a) Creciente en  $(-2, 2)$ ; Decreciente en  $(-4, -2)$  y  $(2, 4)$ ; Máximo  $(2, 2)$ ; Mínimo  $(-2, -2)$ .



b) Creciente en todos los puntos; No tiene máximos ni mínimos.



c) Creciente en  $(-4, -2)$ ; Constante en  $(-2, 2)$ ; Decreciente en  $(2, 4)$ ; No tiene máximos ni mínimos.

8. Estudia la simetría de las siguientes funciones dadas en expresión algebraica.

a)  $f(x) = x^2 - 2x + 3$

a)  $f(-x) = (-x)^2 - 2 \cdot (-x) + 3 = x^2 + 2x + 3$

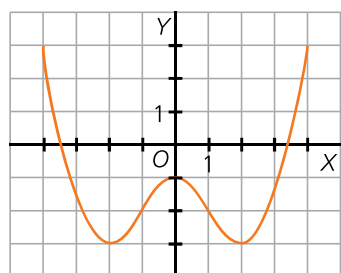
No es simétrica.

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{3x^4}$

b)  $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 5}{3 \cdot (-x)^4} = \frac{x^2 - 5}{3x^4} = f(x)$

Simetría par.

9. Dada la siguiente gráfica describe todas sus características.



Dominio:  $[-4, 4]$ ; Recorrido:  $[-3, 3]$

Puntos de corte:  $(-3, 5; 0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(3, 5; 0)$

La función es continua.

Creciente en  $(-2, 0)$  y  $(2, 4)$ .

Decreciente en  $(-4, -2)$  y  $(0, 2)$ .

Máximo:  $(0, -1)$ ; Mínimos:  $(-2, -3)$  y  $(2, -3)$ .

Es simétrica par. No es periódica.

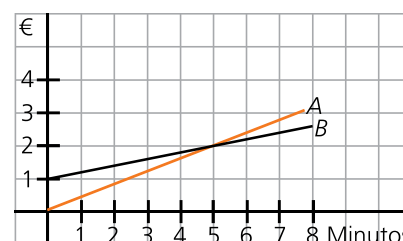
10. En la gráfica se observan las tarifas de dos compañías telefónicas según los minutos de llamada.

a) ¿Cuál es la tarifa de cada compañía?

b) Resume qué compañía elegirías para realizar una llamada en función de los minutos que vayas a hablar.

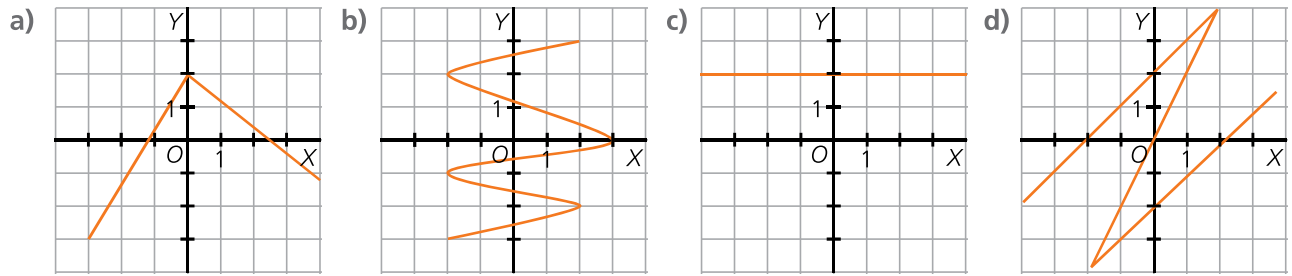
a) La compañía A cobra 0,40 € por minuto de llamada, pero no cobra establecimiento de llamada. La compañía B cobra 1 € por establecimiento de llamada y 0,20 € por minuto.

b) Para llamadas de menos de 5 min es más barata la compañía A; para llamadas de 5 min el precio es el mismo; a partir de 5 min, es más barata la compañía B.



## Evaluación D

### 1. ¿Representan estas gráficas una función?



- a) Sí es función.      b) No es función.      c) Sí es función.      d) No es función.

### 2. Halla la imagen de $x = -2$ para estas funciones.

a)  $f(x) = -2x^2 - 5x + 3$

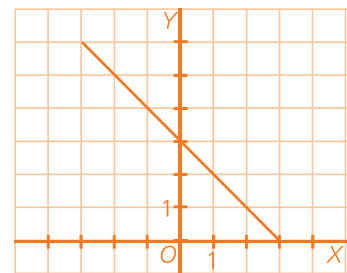
b)  $f(x) = \frac{6}{x-1}$

a)  $f(-2) = -2 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 3 = 5$

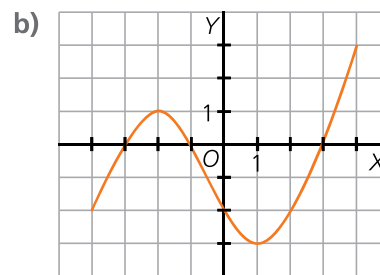
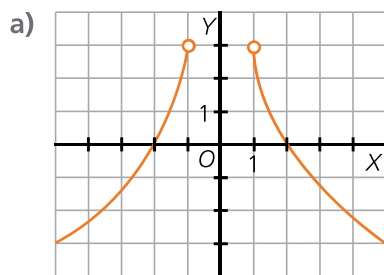
b)  $f(-2) = \frac{6}{-2-1} = -2$

### 3. Completa la tabla de valores de la función y represéntala gráficamente.

| x    | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------|----|----|----|---|---|---|---|
| f(x) | 6  | 5  | 4  | 3 | 2 | 1 | 0 |



### 4. Indica el dominio, el recorrido y los puntos de corte de las siguientes funciones.



a) Dominio:  $[-5, -1) \cup (1, 5]$ ; Recorrido:  $[-3, 3]$

Puntos de corte eje X:  $(-2, 0)$  y  $(2, 0)$ ; Puntos de corte eje Y: no tiene.

b) Dominio:  $[-4, 4]$ ; Recorrido:  $[-3, 3]$

Puntos de corte eje X:  $(-3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(3, 0)$ ; Puntos de corte eje Y:  $(0, -2)$

### 5. Halla los puntos de corte de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = -2x$

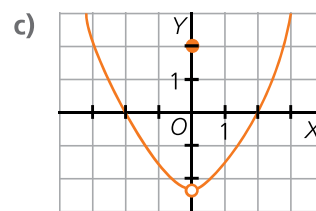
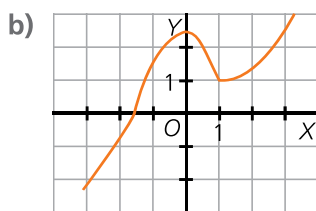
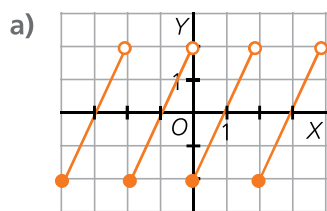
b)  $f(x) = 4x^2 + 9$

a) Puntos de corte con el eje X:  $-2x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0)$ . Como también pertenece al eje Y, el punto  $(0, 0)$  es el único punto de corte de la función con los ejes.

b) Puntos de corte con el eje X:  $4x^2 + 9 = 0$ . Esta ecuación no tiene solución por lo que la función no tiene puntos de corte en el eje X.

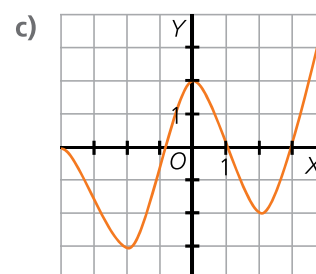
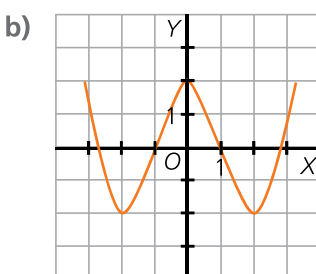
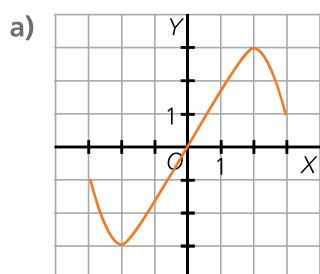
Puntos de corte con el eje Y:  $f(0) = 4 \cdot 0^2 + 9 = 9 \rightarrow$  El punto de corte es  $(0, 9)$ .

6. Indica si estas funciones son continuas y si son periódicas. Si no son continuas, indica los puntos de discontinuidad.



- a) Es discontinua en  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  y  $x = 4$ . Es periódica de período 2.  
 b) Es continua y no periódica.  
 c) Es discontinua en  $x = 0$  y no periódica.

7. Estudia la simetría de estas funciones.



- a) Simetría impar.  
 b) Simetría par.  
 c) No es simétrica.

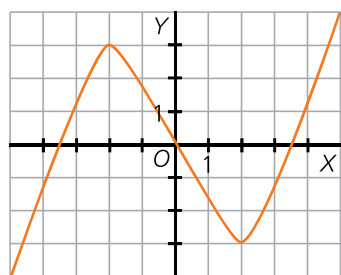
8. Halla el valor de  $k$  para que la función  $f(x) = 3x^4 + kx^3 + 2x^2 + 6$  tenga simetría par.

Para que la función tenga simetría par se tiene que cumplir que  $f(-x) = f(x)$ .

$$f(-x) = 3 \cdot (-x)^4 + k \cdot (-x)^3 + 2 \cdot (-x)^2 + 6 = 3x^4 - kx^3 + 2x^2 + 6$$

$$\text{Igualando las dos expresiones: } 3x^4 - kx^3 + 2x^2 + 6 = 3x^4 + kx^3 + 2x^2 + 6 \rightarrow -kx^3 = kx^3 \rightarrow -2kx^3 = 0 \rightarrow k = 0$$

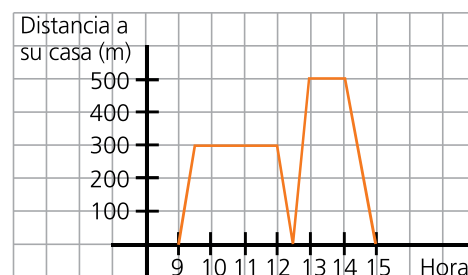
9. Dada la siguiente gráfica, describe todas sus características.



Dominio:  $[-5, 5]$ ; Recorrido:  $[-3, 3]$   
 Puntos de corte:  $(-3, 5)$ ;  $(0, 0)$ ,  $(3, 5)$   
 La función es continua.  
 Creciente en  $(-5, -2)$  y  $(2, 5)$ .  
 Decreciente en  $(-2, 2)$ .  
 Máximo  $(-2, 3)$ ; Mínimo  $(2, -3)$   
 Simétrica impar. No periódica.

10. Álvaro sale de casa a las 9 de la mañana. Va paseando al parque y un rato después vuelve a casa, coge dinero y sale corriendo hacia el cine. Después, vuelve a casa.

- a) ¿A qué distancia está el parque de la casa de Álvaro? ¿Cuánto tarda en llegar? ¿Cuánto tiempo estuvo en el parque?  
 b) ¿A qué distancia está el cine de su casa? ¿A qué hora llegó?  
 c) ¿Cuánto tardó Álvaro en llegar a su casa después del cine? ¿A qué hora llegó?



- a) El parque está a 300 m. Tarda en llegar media hora y allí está 2 horas y media.  
 b) El cine está a 500 m. Llegó a las 13:00.  
 c) Tardó una hora. Llegó a las 15:00.