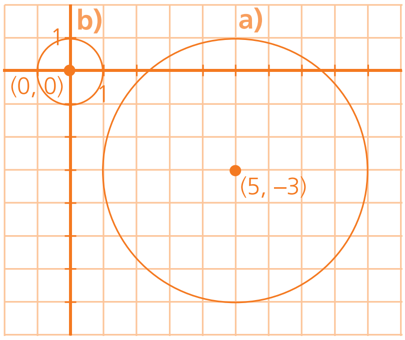
Evaluación A

1. Dibuja y describe el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan:

a) 4 unidades del punto (5, –3).

b) 1 unidad del origen de coordenadas.



a) El lugar geométrico es una circunferencia de centro (5, –3) y radio 4 unidades.

b) El lugar geométrico es una circunferencia de centro el origen de coordenadas y radio 1 unidad.

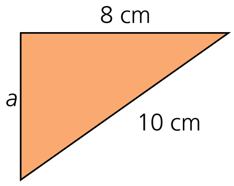
2. Dado un ángulo $\hat{A} = 110°$, calcula la medida de su ángulo suplementario.

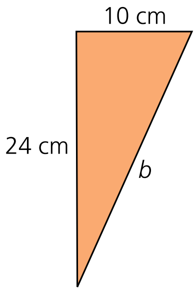
Calculamos la medida del ángulo suplementario, $\hat{B}$.

$\hat{B} = 180° - 110° = 70°$

> **Recuerda**
>
> Dos ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}$ son suplementarios si:
>
> $\hat{A} + \hat{B} = 180°$

3. Halla la longitud de los lados desconocidos de estos triángulos rectángulos.

a) 

b) 

> **Recuerda**
>
> **Teorema de Pitágoras**
>
> En un triángulo rectángulo de hipotensa a y catetos b y c, se cumple que $a^2 = b^2 + c^2$.

a) Hallamos la medida de uno de los catetos aplicando el teorema de Pitágoras.

$10^2 = 8^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow a = \sqrt{36} = 6$ cm

b) Hallamos la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras.

$b^2 = 10^2 + 24^2 \rightarrow b^2 = 100 + 576 = 676 \rightarrow b = \sqrt{676} = 26$ cm

4. Calcula la longitud de la diagonal de un rectángulo de 16 cm de base y 12 cm de altura.

La diagonal del rectángulo es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son la base y la altura del rectángulo. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular su longitud.

$d^2 = 12^2 + 16^2 \rightarrow d^2 = 144 + 256 = 400 \rightarrow d = \sqrt{400} = 20$ cm

La diagonal mide 20 cm.

5. Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 6 m y 8 m.

Las diagonales del rombo forman 4 triángulos rectángulos cuyos catetos miden 6 : 2 = 3 cm y 8 : 2 = 4 cm.

Para hallar el perímetro calculamos uno de los lados aplicando el teorema de Pitágoras.

$l^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow l^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow l = \sqrt{25} = 5$ cm

Por tanto, el perímetro es: $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20$ cm

6. Halla el perímetro y el área de estos cuadriláteros.

a) Un romboide de lados 8 cm y 5 cm, y 4 cm de altura.

b) Un rectángulo de 9 m de base y 0,5 dam de altura.

Ten en cuenta

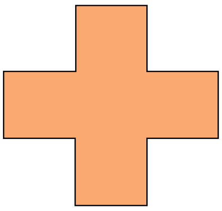
Antes de operar, hay que expresar todas las medidas en las mismas unidades.

a) $P = 2a + 2b = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 = 10 + 16 = 26$ cm; $A = b \cdot h = 8 \cdot 4 = 32$ cm^2

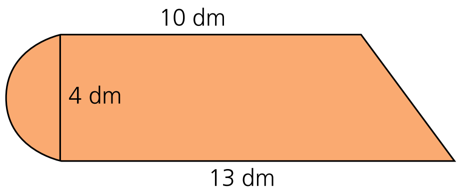
b) 0,5 dam = 5 m; P = $2b + 2h = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 18 + 10 = 28$ cm; $A = b \cdot h = 9 \cdot 5 = 45$ cm^2

7. Halla el área de las siguientes figuras.

a)



b)

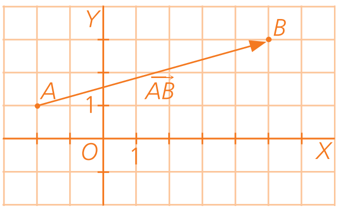


a) La figura está formada por 5 cuadrados de 4 cm de lado. Por tanto: $A = 5 \cdot l^2 = 5 \cdot 4^2 = 80$ cm

b) La figura está compuesta por un semicírculo y un trapecio rectángulo. Por tanto:

$$A = A_{Semicírculo} + A_{Trapecio} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} + \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + \frac{(13 + 10) \cdot 4}{2} = 6{,}28 + 46 = 52{,}28 \text{ dm}^2$$

8. Dibuja los puntos $A(-2, 1)$ y $B(5, 3)$ y el vector $\overrightarrow{AB}$. Determina las coordenadas del vector.



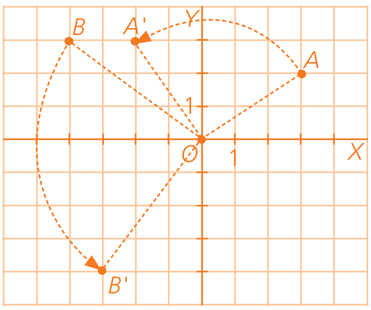
Las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ son:

$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2) = (5 - (-2), 3 - 1) =$
$= (7, 2)$

Recuerda

Si $A = (a_1, a_2)$ y $B = (b_1, b_2)$, entonces las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ son $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$.

9. Efectúa un giro de centro O y 90° de ángulo a los puntos $A(3, 2)$ y $B(-4, 3)$. Indica las coordenadas de los nuevos puntos A' y B'.



Las coordenadas son $A'(-2, 3)$ y $B'(-3, -4)$.

Recuerda

Si el ángulo de giro es positivo, el sentido del giro es contrario al de las agujas del reloj.

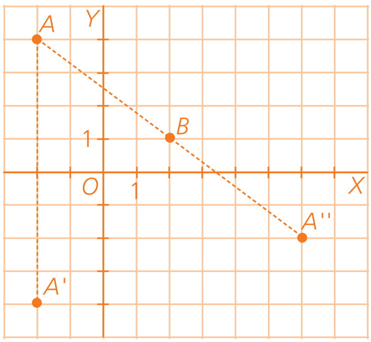
10. Indica las coordenadas del punto simétrico a $A(-2, 4)$:

a) Respecto al eje de abscisas.

b) Respecto al punto $B(2, 1)$.

a) Respecto al eje de abscisas, el punto simétrico es $A'(-2, -4)$.

b) Respecto al punto $B(2, 1)$, el punto simétrico es $A''(6, -2)$.



Evaluación B

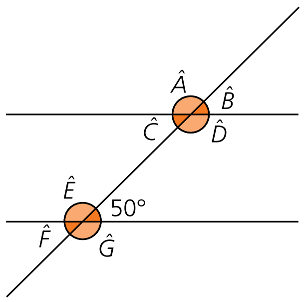
1. Traza dos rectas secantes y dibuja el lugar geométrico de los puntos que equidistan de ellas.

Comprobar que los alumnos dibujan dos rectas secantes y trazan las bisectrices de los ángulos que forman.

Recuerda

La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas *r* y *s* que forman dicho ángulo.

2. Halla la medida los ángulos que faltan.



$\hat{F} = 50°$ por ser opuesto por el vértice al ángulo dado.

$\hat{B} = \hat{C} = 50°$ por ser correspondientes a 50° y a $\hat{F}$, respectivamente.

$\hat{E} = 130°$ por ser adyacente al ángulo dado.

$\hat{G} = 130°$ por ser opuesto por el vértice al ángulo $\hat{E}$.

$\hat{A} = \hat{D} = 130°$ al ser correspondientes a los ángulos $\hat{E}$ y $\hat{G}$, respectivamente.

Recuerda

- Dos ángulos opuestos por el vértice tienen la misma amplitud.
- Dos ángulos adyacentes son suplementarios.

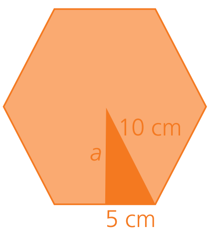
3. Halla la altura de un triángulo equilátero de 8 cm de lado.

La altura divide al triángulo equilátero en dos triángulos rectángulos cuya hipotenusa coincide con uno de sus lados, y uno de los catetos es la mitad de uno de los lados.

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el otro cateto.

$8^2 = h^2 + 4^2 \rightarrow h^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow h = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

4. Calcula la apotema de un hexágono regular de 10 m de lado.



Como el lado del hexágono mide 10 cm, la longitud del segmento que une el centro con el vértice también mide 10 cm.

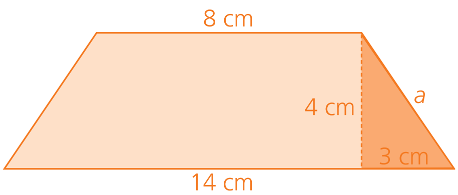
Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema.

$10^2 = a^2 + 5^2 \rightarrow a^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow a = \sqrt{75} = 8{,}66$ cm

Ten en cuenta

En un hexágono regular, los triángulos formados al unir el centro con el vértice son equiláteros.

5. Halla el perímetro y el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 14 cm y 8 cm, y su altura 4 cm.



Para calcular el perímetro tenemos que hallar la longitud del lado *a*.

Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos que:

$a^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow a = \sqrt{25} = 5$ cm

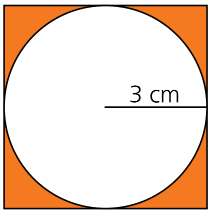
Por tanto:

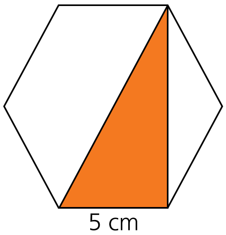
$P = 14 + 8 + 5 + 5 = 32$ cm

Calculamos el área utilizando la fórmula.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(14 + 8) \cdot 4}{2} = 44 \text{ cm}^2$$

6. Determina el área de las regiones sombreadas.

a) 

b) 

a) Para calcular el área hallamos el área del cuadrado y le restamos el del círculo.

$A = A_{Cuadrado} - A_{Círculo} = l^2 - \pi r^2 = 6^2 - \pi \cdot 3^2 = 7{,}73\ \text{cm}^2$

b) Para hallar el área del triángulo necesitamos calcular la altura. La hipotenusa es el doble del lado del hexágono. Por tanto, aplicando el teorema de Pitágoras tenemos que:

$10^2 = h^2 + 5^2 \rightarrow h^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow h = \sqrt{75} = 8{,}66\ \text{cm}$

Luego el área del triángulo es: $A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{5 \cdot 8{,}66}{2} = 21{,}65\ \text{cm}^2$

7. Calcula.

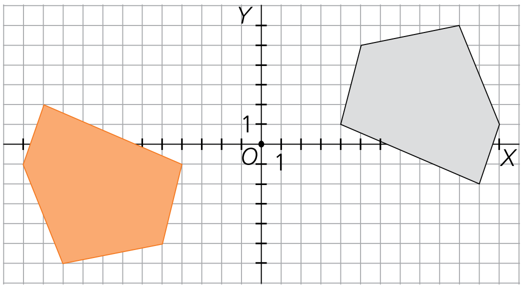
a) El vector de traslación que transforma el punto $P(1, 3)$ en el $P'(-2, 5)$.

b) Las coordenadas del punto P si al trasladarlo mediante el vector $\vec{v} = (4, 0)$ se ha transformado en el punto $P'(7, 13)$.

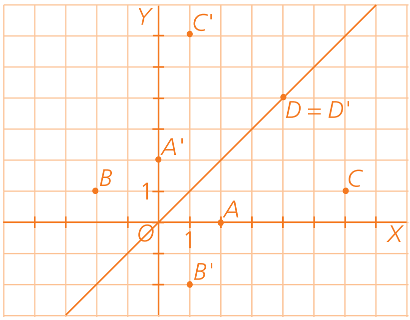
a) Calculamos el vector de traslación: $\vec{v} = (-2 - 1, 5 - 3) = (-3, 2)$

b) Sea $P = (p_1, p_2)$. Entonces: $(p_1, p_2) + (4, 0) = (7, 13) \rightarrow (p_1, p_2) = (7 - 4, 13 - 0) = (3, 13)$

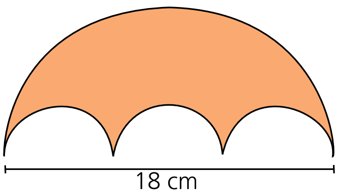
8. Dibuja la figura que se obtiene al girar este polígono con centro O y ángulo 180°.



9. Dibuja una recta que pase por los puntos (2, 2) y (–1, –1). Halla respecto de ella los simétricos de los puntos $A(2, 0)$, $B(-2, 1)$, $C(6, 1)$ y $D(4, 4)$.



10. Halla el área de la siguiente figura.

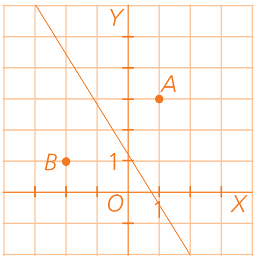


El área coloreada se calcula restando al área de un semicírculo de radio 9 cm, tres semicírculos de radio 3 cm. Por tanto:

$A = \dfrac{\pi \cdot R^2}{2} - 3 \cdot \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 9^2}{2} - 3 \cdot \dfrac{\pi \cdot 3^2}{2} = 127{,}23 - 42{,}41 = 84{,}82\ \text{cm}^2$

Evaluación C

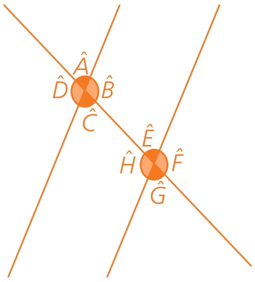
1. Representa los puntos $A(1, 3)$ y $B(-2, 1)$ y halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ellos. ¿Cuál es el nombre de este lugar geométrico?



El lugar geométrico es la mediatriz del segmento $\overline{AB}$.

2. Dibuja dos rectas paralelas y una secante a ellas. Nombra los ángulos que se forman y compáralos según sean iguales o suplementarios razonando la respuesta.

Respuesta abierta:



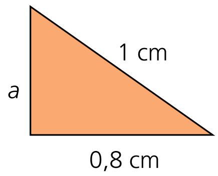
$\hat{A} = \hat{C} = \hat{E} = \hat{G}$ pues el ángulo $\hat{A}$ es opuesto por el vértice al $\hat{C}$ y los ángulos $\hat{E}$ y $\hat{G}$ son sus correspondientes.

$\hat{B} = \hat{D} = \hat{F} = \hat{H}$ pues el ángulo $\hat{B}$ es opuesto por el vértice al $\hat{D}$ y los ángulos $\hat{F}$ y $\hat{H}$ son sus correspondientes.

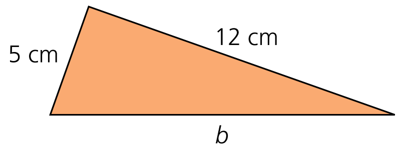
$\hat{A}$ y $\hat{B}$, $\hat{E}$ y $\hat{F}$, $\hat{A}$ y $\hat{D}$, $\hat{E}$ y $\hat{H}$, $\hat{C}$ y $\hat{B}$, $\hat{G}$ y $\hat{F}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$, $\hat{G}$ y $\hat{H}$ son suplementarios por ser adyacentes.

3. Determina la longitud de los lados desconocidos de estos triángulos rectángulos.

a)



b)



a) Calculamos el cateto aplicando el teorema de Pitágoras.

$1^2 = 0{,}8^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 \rightarrow a = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$ cm

b) Hallamos la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras.

$b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \rightarrow b = \sqrt{169} = 13$ cm

4. Halla la altura de un triángulo isósceles de 10 cm de base y 36 cm de perímetro.

Al ser la base 10 cm y el perímetro 36 cm, cada lado igual mide (36 – 10) : 2 = 13 cm.

Al trazar la altura sobre el lado desigual, se forman dos triángulos rectángulos de base 5 cm. Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura.

$13^2 = 5^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow c = \sqrt{144} = 12$ cm

5. Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 16 cm.

Para calcular el perímetro tenemos que hallar la medida del lado del rombo.

Al trazar las diagonales del rombo, se forman 4 triángulos rectángulos de 12 : 2 = 6 cm de base y 16 : 2 = 8 cm de altura. Como la hipotenusa coincide con el lado del rombo, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular su longitud.

$l^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow l = \sqrt{100} = 10$ cm

Por tanto: $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 10 = 40$ cm

Calculamos el área del rombo mediante la fórmula: $A = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{16 \cdot 12}{2} = 96$ cm^2

6. Joaquín quiere cercar un terreno circular de 20 m de diámetro. ¿Cuántos metros de valla necesitará? ¿Qué superficie tiene el terreno?

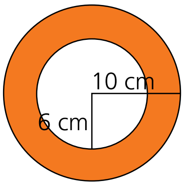
Para saber cuántos metros de valla necesita, calculamos la longitud de la circunferencia.

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62{,}83$ cm

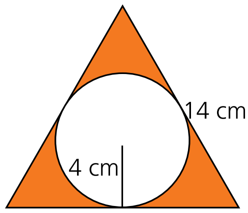
La superficie del terreno es el área: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10^2 = 314{,}16$ cm²

7. Halla el área de estas regiones sombreadas.

a)



b)



a) Calculamos el área de una corona circular de radio mayor $R = 10$ cm y radio menor $r = 6$ cm.

$A = \pi \cdot (R^2 + r^2) = \pi \cdot (10^2 - 6^2) = 201{,}06$ cm²

b) Calculamos el área del triángulo equilátero de 14 cm de lado y le restamos la del círculo de radio 4 cm. Primero hallamos la altura del triángulo mediante el teorema de Pitágoras.

$14^2 = 7^2 + h^2 \to h^2 = 196 - 49 = 147 \to h = \sqrt{147} = 12{,}12$ cm

Entonces: $A = A_{Triángulo} - A_{Círculo} = \dfrac{b \cdot h}{2} - \pi \cdot r^2 = \dfrac{14 \cdot 12{,}12}{2} - \pi \cdot 4^2 = 84{,}84 - 50{,}27 = 34{,}57$ cm²

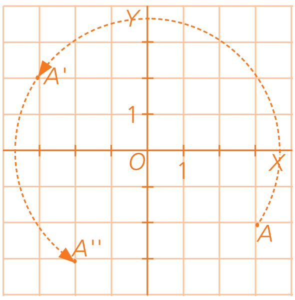
8. Los vértices de un triángulo son $A(-1, 4)$, $B(1, 1)$ y $C(-1, -1)$. Determina las coordenadas de la figura obtenida al aplicar una traslación mediante el vector $\vec{v} = (4, -1)$.

Sumamos a cada punto las coordenadas del vector.

$A' = (-1, 4) + (4, -1) = (3, 3)$ $B' = (1, 1) + (4, -1) = (5, 0)$ $C' = (-1, -1) + (4, -1) = (3, -2)$

La figura obtenida es un triángulo de coordenadas $A'(3, 3)$, $B'(5, 0)$ y $C'(3, -2)$.

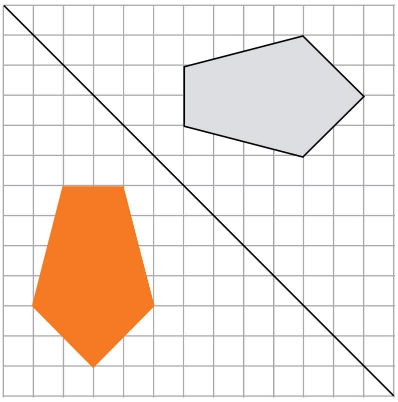
9. Aplica al punto $A(3, -2)$ un giro de centro O y ángulo 180° y, a continuación, otro de 90°. ¿Cómo podemos llegar a ese punto con un solo giro?



Al aplicar los dos giros al punto $A(3, -2)$ obtenemos el punto $(-2, 3)$.

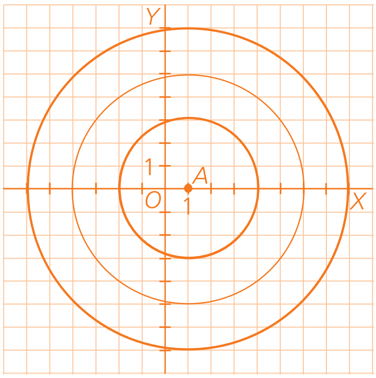
Se podría llegar a ese punto haciendo un único giro de ángulo 270°.

10. Halla el simétrico de la siguiente figura respecto de la recta marcada.



Evaluación D

1. Dada una circunferencia de centro $A(1, 0)$ y 5 unidades de radio, dibuja y describe el lugar geométrico de los puntos del plano que se encuentran a 2 unidades de ella.



El lugar geométrico de los puntos que se encuentran a 2 unidades de ella son dos circunferencias concéntricas, una de radio 3 unidades y otra de radio 7 unidades.

2. ¿Cuánto mide el suplementario de un ángulo de 40°? ¿Y su opuesto por el vértice? ¿Y su adyacente? ¿Y el suplementario de su suplementario?

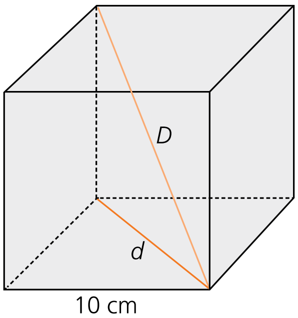
El suplementario de un ángulo de 40° mide 180° − 40° = 140°.

Su opuesto por el vértice mide 40° al ser iguales

El adyacente de un ángulo es su suplementario, por lo que mide 140°.

El suplementario del suplementario es el mismo ángulo, por lo que mide 40°.

3. Halla la diagonal de un cubo de lado 10 cm ayudándote de la figura.



Primero calculamos el valor de la diagonal d aplicando el teorema de Pitágoras.

$d^2 = l^2 + l^2 = 10^2 + 10^2 = 200 \rightarrow d = \sqrt{200} = 14,14$ cm

Volvemos a aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de la diagonal del cubo, D.

$D^2 = l^2 + d^2 = 10^2 + 14,14^2 = 300 \rightarrow D = \sqrt{300} = 17,32$ cm

4. Calcula la altura a la que apoya en la pared una escalera de 3 m de largo si separamos el pie a 40 cm de la pared.

La escalera forma un triángulo rectángulo con la pared y el suelo. Uno de los catetos es la distancia del pie de la escalera a la pared, 40 cm = 0,4 m, y la hipotenusa es la longitud de la escalera. Calculamos el otro cateto aplicando el teorema de Pitágoras.

$3^2 = 0,4^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 9 - 0,16 = 8,84 \rightarrow h = \sqrt{8,84} = 2,97$ m

Apoyará a 2,97 m de la pared.

5. Razona si los siguientes valores corresponden a los lados de un triángulo rectángulo.

a) 9, 40 y 41 **b)** 20, 21 y 29 **c)** 6, 8 y 12 **d)** 7, 24 y 25

Para comprobarlo, estudiamos si se verifica el teorema de Pitágoras.

a) $41^2 = 40^2 + 9 \rightarrow 1\,681 = 1\,600 + 81 \rightarrow$ Sí corresponden a los lados de un triángulo rectángulo.

b) $29^2 = 20^2 + 21^2 \rightarrow 841 = 400 + 441 \rightarrow$ Sí corresponden a los lados de un triángulo rectángulo.

c) $12^2 \neq 6^2 + 8^2 \rightarrow 144 \neq 36 + 64 \rightarrow$ No corresponden a los lados de un triángulo rectángulo.

d) $25^2 = 7^2 + 24^2 \rightarrow 625 = 49 + 576 \rightarrow$ Sí corresponden a los lados de un triángulo rectángulo.

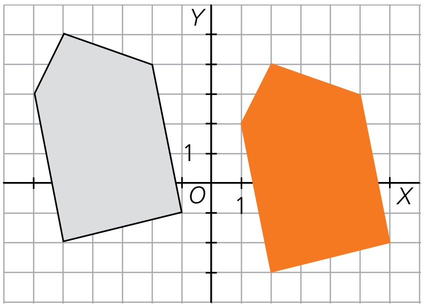
6. Halla el área de un hexágono regular de lado 8 cm.

Calculamos la apotema aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo formado por la apotema, el segmento que une el centro del hexágono con un vértice y la mitad de uno de los lados.

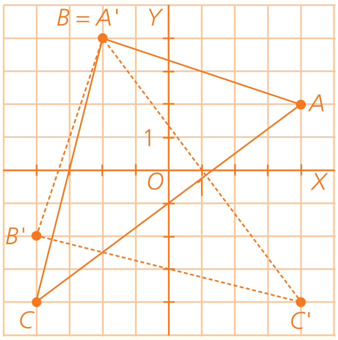
$8^2 = 4^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

Hallamos el área aplicando la fórmula: $A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = \dfrac{332{,}64}{2} = 166{,}32$ cm^2

7. Traslada la siguiente figura mediante el vector $\vec{v} = (7, -1)$.



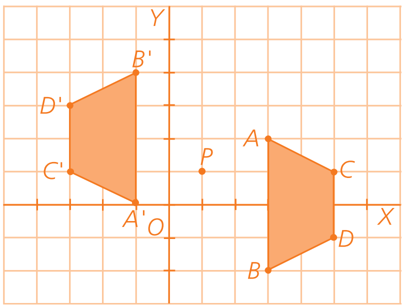
8. Halla las coordenadas de los vértices de la figura que se obtiene al girar con centro *O* y un ángulo de 90° el triángulo que tiene por vértices *A*(4, 2), *B*(–2, 4) y *C*(–4, –4).



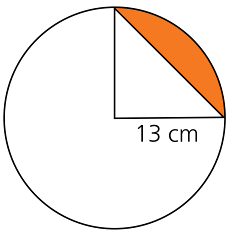
Al girar el triángulo se obtiene otro triángulo de coordenadas *A*'(–2, 4), *B*'(–4, –2) y *C*'(4, –4).

9. Halla la figura simétrica respecto al punto *P*(1, 1) del cuadrilátero de vértices *A*(3, 2), *B*(3, –2), *C*(5, 1) y *D*(5, –1).

La figura simétrica es otro cuadrilátero de vértices *A*'(–1, 0), *B*'(–1, 4), *C*'(–3, 1) y *D*'(–3, 3).



10. Calcula el área de la región coloreada.



El área de la región coloreada es un sector circular de 90° menos un triángulo isósceles de 13 cm base y altura. Por tanto:

$$A = A_{Sector} - A_{Triángulo} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 90}{360} - \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 13^2 \cdot 90}{360} - \frac{13 \cdot 13}{2} = 132{,}73 - 84{,}5 = 48{,}23 \text{ cm}^2$$