

ESTADÍSTICA

Evaluación A

1. Clasifica estas variables estadísticas en cualitativas o cuantitativas y, en este último caso, indica si la variable es discreta o continua.

- a) La edad en años de una persona.
b) Los ingresos mensuales de una familia.
c) El color de ojos de una persona.
d) El número de nacimientos en un mes en una ciudad.

- a) Cuantitativa discreta c) Cualitativa
b) Cuantitativa continua d) Cuantitativa discreta

Recuerda

- **Variable cualitativa:** los datos son cualidades.
- **Variable cuantitativa:** los datos son números.
 - Discreta: solo puede tomar valores aislados.
 - Continua: puede tomar cualquier valor intermedio entre dos números dados.

2. En una clase de 30 alumnos se han obtenido los siguientes resultados en un examen de matemáticas. ¿Qué tipo de variable es? Realiza el recuento y construye una tabla.

8 5 3 6 6 5 2 8 7 5 8 2 4 5 7
4 5 9 4 6 7 6 3 5 6 2 8 9 7 5

Es una variable cuantitativa discreta.

Nota	2	3	4	5	6	7	8	9
Recuento	3	2	3	7	5	4	4	2

3. Completa esta tabla de frecuencias a partir de los datos de la actividad anterior.

Nota (x_i)	f_i	h_i	F_i	H_i	%
2	3	0,1	3	0,1	10
3	2	0,07	5	0,17	7
4	3	0,1	8	0,27	10
5	7	0,23	15	0,5	23
6	5	0,17	20	0,67	17
7	4	0,13	24	0,8	13
8	4	0,13	28	0,93	13
9	2	0,07	30	1	7
Total	30	1			100

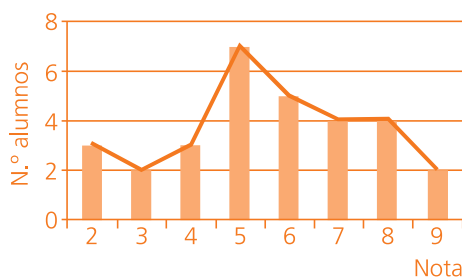
Recuerda

- Frecuencia absoluta (f_i): número de veces que se repite cada dato.
- Frecuencia absoluta acumulada (F_i):

$$F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i$$
- Frecuencia relativa (h_i): $\frac{f_i}{N.º \text{ de datos}}$
- Frecuencia relativa acumulada (H_i):

$$H_i = h_1 + h_2 + \dots + h_i$$
- Porcentaje (%): $h_i \cdot 100$

4. Representa los datos de la actividad 2 en un diagrama de barras y mediante un polígono de frecuencias.



5. Halla la media, la moda y la mediana de los datos anteriores.

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5 + x_6 \cdot f_6 + x_7 \cdot f_7 + x_8 \cdot f_8}{N} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 2}{30} = \frac{167}{30} = 5,57$$

Mo = 5 porque es el dato con mayor frecuencia absoluta.

Para calcular la mediana se halla la media aritmética de los dos datos centrales, que corresponden con las posiciones 15 y 16.

$$Me = \frac{7 + 4}{2} = 5,5$$

Recuerda

■ **Media:**

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{N}$$

■ **Moda (Mo):** es el dato que tiene mayor frecuencia absoluta.

■ **Mediana (Me):** es el valor que ocupa la posición central.

6. Calcula los cuartiles correspondientes a los datos de la actividad 2.

Nos fijamos en los datos de la tabla de la actividad 3.

El primer cuartil deja el 25 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con la nota 4. Luego $Q_1 = 4$.

El segundo cuartil coincide con la mediana por lo que $Q_2 = 5,5$.

El tercer cuartil deja el 75 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con la nota 7. Luego $Q_3 = 7$.

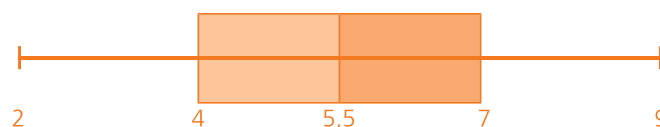
Recuerda

■ Q_1 es el valor que deja a su izquierda el 25 % de los datos.

■ Q_2 es el valor que deja a su izquierda el 50 % de los datos.

■ Q_3 es el valor que deja a su izquierda el 75 % de los datos.

7. Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de caja y bigotes.



8. Calcula el rango, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3.

$$R = 9 - 2 = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + x_3^2 \cdot f_3 + x_4^2 \cdot f_4 + x_5^2 \cdot f_5 + x_6^2 \cdot f_6 + x_7^2 \cdot f_7 + x_8^2 \cdot f_8}{N} - \bar{x}^2 = \frac{2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 7 + 6^2 \cdot 5 + 7^2 \cdot 4 + 8^2 \cdot 4 + 9^2 \cdot 2}{30} - 5,57^2 = 3,88$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3,88} = 1,97$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,97}{5,57} = 0,35$$

Recuerda

■ **Rango:**

$$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$$

■ **Varianza:**

$$\sigma^2 = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{N} - \bar{x}^2$$

■ **Desviación típica:** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

■ **Coeficiente de variación:** $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

9. La media de las cuatro notas de un alumno es 7,2. Calcula la cuarta nota si tres de ellas son 8,5; 6,9 y 6,6.

Llamamos x al valor de la cuarta nota y sustituimos en la fórmula de la media.

$$\frac{8,5 + 6,9 + 6,6 + x}{4} = 7,2 \rightarrow \frac{22 + x}{4} = 7,2 \rightarrow 22 + x = 28,8 \rightarrow x = 28,8 - 22 = 6,8$$

La cuarta nota del alumno es 6,8.

Evaluación B

1. Clasifica estas variables estadísticas en cualitativas o cuantitativas y, en este último caso, indica si la variable es discreta o continua.

- a) Número de calzado de una persona. **a) Cuantitativa discreta**
 b) Color de pelo de una persona. **b) Cualitativa**
 c) Número de aprobados en una asignatura. **c) Cuantitativa discreta**

2. Estas son las alturas en centímetros de 25 jóvenes. ¿Qué tipo de variable es? Construye una tabla donde aparezcan los datos en intervalos de 5 cm, las marcas de clase y el recuento.

172 175 168 182 194 178 169 183 187 191 173 177 181
 184 166 181 184 173 175 178 189 187 179 185 178

Altura	Marca de clase	Recuento
[165, 170)	167,5	3
[170, 175)	172,5	3
[175, 180)	177,5	7
[180, 185)	182,5	6
[185, 190)	187,5	4
[190, 195)	192,5	2

Recuerda

La marca de clase es el punto medio de cada intervalo.

Es una variable cuantitativa continua.

3. Completa esta tabla de frecuencias a partir de los datos de la actividad anterior.

Altura	Marca de clase x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	%
[165, 170)	167,5	3	0,12	3	0,12	12
[170, 175)	172,5	3	0,12	6	0,24	12
[175, 180)	177,5	7	0,28	13	0,52	28
[180, 185)	182,5	6	0,24	19	0,76	24
[185, 190)	187,5	4	0,16	23	0,92	16
[190, 195)	192,5	2	0,08	25	1	8
Total		25	1			100

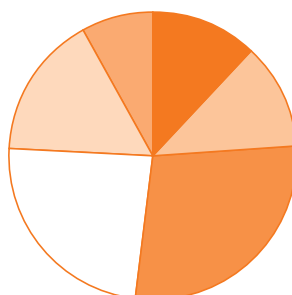
4. Dibuja el diagrama de sectores correspondiente a los datos de la actividad 2.

Altura	Marca de clase x_i	h_i	Amplitud
[165, 170)	167,5	0,12	43,2°
[170, 175)	172,5	0,12	43,2°
[175, 180)	177,5	0,28	100,8°
[180, 185)	182,5	0,24	86,4°
[185, 190)	187,5	0,16	57,6°
[190, 195)	192,5	0,08	28,8°
Suma		1	360°

Recuerda

En un diagrama de sectores:

$$\text{Ángulo del sector circular} = h_i \cdot 360^\circ$$



- [165, 170)
- [170, 175)
- [175, 180)
- [180, 185)
- [185, 190)
- [190, 195)

5. Halla la media, la moda y la mediana de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3 y utilizamos la marca de clase para calcular la media.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5 + x_6 \cdot f_6}{N} = \\ &= \frac{167,5 \cdot 3 + 172,5 \cdot 3 + 177,5 \cdot 7 + 182,5 \cdot 6 + 187,5 \cdot 4 + 192,5 \cdot 2}{25} = \\ &= \frac{4\,492,5}{25} = 179,7 \text{ cm}\end{aligned}$$

El intervalo modal es [175, 180). La moda es $Mo = 177,5$.

El intervalo mediano es [175, 180) ya que su frecuencia relativa acumulada es la primera que supera 0,5. La mediana es 177,5.

6. Calcula los cuartiles correspondientes a los datos de la actividad 2.

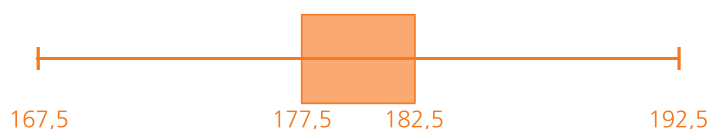
Nos fijamos en los datos de la tabla de la actividad 3.

El primer cuartil deja el 25 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con el intervalo [175, 180). Luego $Q_1 = 177,5$.

El segundo cuartil coincide con la mediana por lo que $Q_2 = 177,5$.

El tercer cuartil deja el 75 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con el intervalo [180, 185). Luego $Q_3 = 182,5$.

7. Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de caja y bigotes.



8. Calcula el rango, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3.

$$R = 195 - 165 = 30$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + x_3^2 \cdot f_3 + x_4^2 \cdot f_4 + x_5^2 \cdot f_5 + x_6^2 \cdot f_6}{N} - \bar{x}^2 = \\ &= \frac{167,5^2 \cdot 3 + 172,5^2 \cdot 3 + 177,5^2 \cdot 7 + 182,5^2 \cdot 6 + 187,5^2 \cdot 4 + 192,5^2 \cdot 2}{25} - 179,7^2 = \\ &= \frac{808\,556,25}{25} - 32\,292,09 = 50,16\end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{50,16} = 7,08 \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7,08}{179,7} = 0,04$$

9. Responde razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) La frecuencia relativa de una serie de datos es el número de veces que se repite un dato concreto.
- b) Para representar datos agrupados se suele utilizar un histograma.
- c) La suma de todas las frecuencias relativas es igual al número total de datos.
- d) La desviación típica siempre es menor que la varianza.

- a) FALSO. El número de veces que se repite un dato concreto es la frecuencia absoluta.
- b) VERDADERO. El histograma siempre se usa para datos agrupados.
- c) FALSO. La suma de las frecuencias relativas es igual a 1, independientemente del número de datos.
- d) FALSO. Si la varianza es menor que 1, la desviación típica es mayor que la varianza.

Ten en cuenta

En datos agrupados, la media se calcula con las marcas de clase.

La moda y la mediana se tomarán como la marca de clase del intervalo que las contenga.

Ten en cuenta

En datos agrupados, tomamos las marcas de clase como aproximación de los cuartiles.

Evaluación C

- Clasifica estas variables estadísticas en cualitativas o cuantitativas y, en este último caso, indica si la variable es discreta o continua.
 - Consumo de agua de una familia. **a) Cuantitativa continua**
 - Comida favorita de las personas de un edificio. **b) Cualitativa**
 - Número de llamadas de teléfono realizadas en un año. **c) Cuantitativa discreta**
- Al preguntar a 40 alumnos sobre el número de horas diarias de estudio, hemos conseguido los siguientes resultados. ¿Qué tipo de variable es? Realiza el recuento y exprésalo mediante una tabla.

3 2 3 1 4 2 3 4 5 1
 2 0 3 4 3 0 5 1 2 3
 3 4 3 4 2 3 4 2 0 2
 2 3 4 4 5 0 1 1 3 2

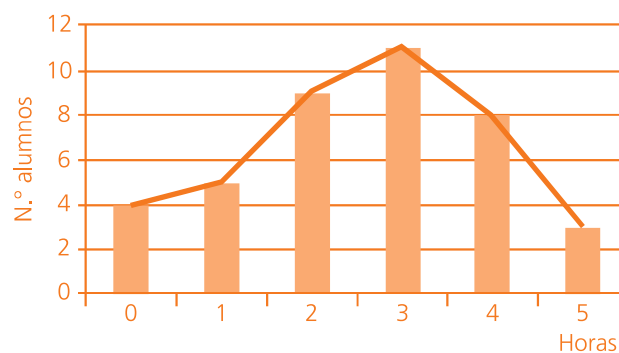
Es una variable cuantitativa discreta.

N.º horas	0	1	2	3	4	5
Recuento	4	5	9	11	8	3

- Completa esta tabla de frecuencias a partir de los datos de la actividad anterior.

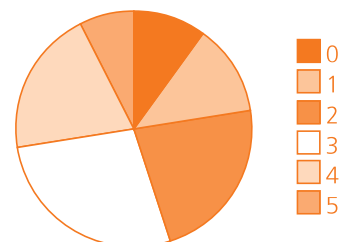
Horas (x_i)	f_i	h_i	F_i	H_i	%
0	4	0,1	4	0,1	10
1	5	0,125	9	0,225	12,5
2	9	0,225	18	0,45	22,5
3	11	0,275	29	0,725	27,5
4	8	0,2	37	0,925	20
5	3	0,075	40	1	7,5
Total	40	1			100

- Representa los datos de la actividad 2 en un diagrama de barras y mediante un polígono de frecuencias.



- Dibuja el diagrama de sectores correspondiente a los datos de la actividad 2.

Horas (x_i)	h_i	Amplitud
0	0,1	36°
1	0,125	45°
2	0,225	81°
3	0,275	99°
4	0,2	72°
5	0,075	27°



6. Halla la media, la mediana y la moda de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3.

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5 + x_6 \cdot f_6}{N} = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 3}{40} = \frac{103}{40} = 2,575$$

$$Mo = 3$$

Para calcular la mediana se calcula la media aritmética de los dos datos centrales, que corresponden a las posiciones 20 y 21. Como los dos datos en esas posiciones son iguales a 3, entonces $Me = 3$.

7. Calcula los cuartiles correspondientes a los datos de la actividad 2.

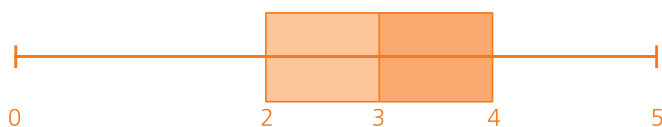
Nos fijamos en los datos de la tabla de la actividad 3.

El primer cuartil deja el 25 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con 2 horas. Luego $Q_1 = 2$.

El segundo cuartil coincide con la mediana por lo que $Q_2 = 3$.

El tercer cuartil deja el 75 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con 4 horas. Luego $Q_3 = 4$.

8. Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de caja y bigotes.



9. Calcula el rango, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3.

$$R = 5 - 0 = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + x_3^2 \cdot f_3 + x_4^2 \cdot f_4 + x_5^2 \cdot f_5 + x_6^2 \cdot f_6}{N} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{0^2 \cdot 4 + 1^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 9 + 3^2 \cdot 11 + 4^2 \cdot 8 + 5^2 \cdot 3}{40} - 2,575^2 = \frac{343}{40} - 6,63 = 1,945$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,944} = 1,39 \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,39}{2,575} = 0,54$$

10. Completa la siguiente tabla de frecuencias.

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	%
4	3	0,06	3	0,06	6
6	5	0,1	8	0,16	10
7	8	0,16	16	0,32	16
9	12	0,24	28	0,56	24
10	15	0,3	43	0,86	30
12	7	0,14	50	1	14
Total	50	1			100

Evaluación D

1. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) El coeficiente de variación se utiliza para medir la dispersión de los datos.
- b) El diagrama de caja y bigotes representa la media, la mediana y la moda.
- c) La mediana siempre coincide con el tercer cuartil.
- a) VERDADERO. Cuanto mayor sea el coeficiente de variación, mayor será la dispersión de los datos.
- b) FALSO. Representa los cuartiles y la mediana.
- c) FALSO. La mediana coincide con el segundo cuartil.

2. Estos son los goles que ha marcado un equipo de fútbol en las últimas 20 temporadas. ¿Qué tipo de variable es? Realiza el recuento mediante intervalos de amplitud 8 empezando en [58, 66) y exprésalo mediante una tabla.

75 85 63 77 58 81 69 86 72 71
70 66 84 83 102 102 121 103 104 118

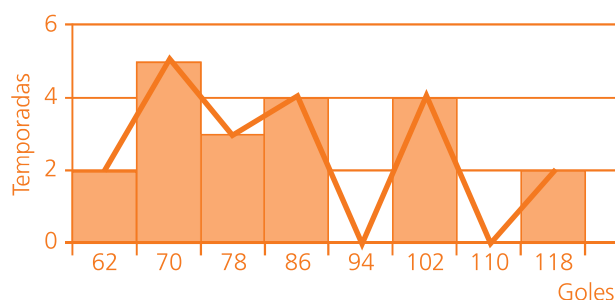
Es una variable cuantitativa discreta.

Goles	Marca de clase	Recuento
[58, 66)	62	2
[66, 74)	70	5
[74, 82)	78	3
[82, 90)	86	4
[90, 98)	94	0
[98, 106)	102	4
[106, 114)	110	0
[114, 122)	118	2

3. Completa esta tabla de frecuencias a partir de los datos de la actividad anterior.

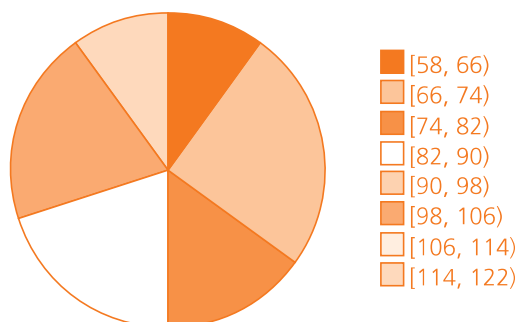
Goles	Marca de clase (x_i)	f_i	h_i	F_i	H_i	%
[58, 66)	62	2	0,1	2	0,1	10
[66, 74)	70	5	0,25	7	0,35	25
[74, 82)	78	3	0,15	10	0,5	15
[82, 90)	86	4	0,2	14	0,7	20
[90, 98)	94	0	0	14	0,7	0
[98, 106)	102	4	0,2	18	0,9	20
[106, 114)	110	0	0	18	0,9	0
[114, 122)	118	2	0,1	20	1	10
Total		20	1			100

4. Representa los datos anteriores en un histograma y construye el polígono de frecuencias.



5. Dibuja el diagrama de sectores correspondiente a los datos de la actividad 2.

Goles	Marca de clase (x_i)	h_i	Amplitud
[58, 66)	62	0,1	36°
[66, 74)	70	0,25	90°
[74, 82)	78	0,15	54°
[82, 90)	86	0,2	72°
[90, 98)	94	0	0°
[98, 106)	102	0,2	72°
[106, 114)	110	0	0°
[114, 122)	118	0,1	36°
Suma		1	360°



6. Halla la media, la mediana y la moda de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3.

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5 + x_6 \cdot f_6 + x_7 \cdot f_7 + x_8 \cdot f_8}{N}$$

$$= \frac{62 \cdot 2 + 70 \cdot 5 + 78 \cdot 3 + 86 \cdot 4 + 94 \cdot 0 + 102 \cdot 4 + 110 \cdot 0 + 118 \cdot 2}{20} = \frac{1696}{20} = 84,8 \text{ goles}$$

El intervalo modal es [66, 74). La moda es $Mo = 70$.

El intervalo mediano es [74, 82) ya que su frecuencia relativa acumulada es la primera que supera 0,5. La mediana es 78.

7. Calcula los cuartiles correspondientes a los datos de la actividad 2.

Nos fijamos en los datos de la tabla de la actividad 3.

El primer cuartil deja el 25 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con el intervalo [66, 74). Luego $Q_1 = 70$.

El segundo cuartil coincide con la mediana por lo que $Q_2 = 78$.

El tercer cuartil deja el 75 % de los datos a la izquierda por lo que, según la columna H_i , corresponde con el intervalo [98, 106). Luego $Q_3 = 102$.

8. Calcula el rango, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación de los datos anteriores.

Partimos de la tabla de la actividad 3. $R = 195 - 165 = 30$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + x_3^2 \cdot f_3 + x_4^2 \cdot f_4 + x_5^2 \cdot f_5 + x_6^2 \cdot f_6 + x_7^2 \cdot f_7 + x_8^2 \cdot f_8}{N} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{62^2 \cdot 2 + 70^2 \cdot 5 + 78^2 \cdot 3 + 86^2 \cdot 4 + 94^2 \cdot 0 + 102^2 \cdot 4 + 110^2 \cdot 0 + 118^2 \cdot 2}{20} - 84,8^2 =$$

$$= \frac{149488}{20} - 7191,04 = 283,36$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{283,36} = 16,83 \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{16,83}{84,8} = 0,198$$

9. En el examen de matemáticas, la nota media de los 24 alumnos de 3.º A de ESO ha sido 6,2, y la de los 32 alumnos de 3.º B, 7,6. ¿Cuál es la media total de todos los alumnos de 3.º A y 3.º B?

Para calcular la media tenemos en cuenta el número de alumnos de cada grupo.

$$\text{Por tanto: } \bar{x} = \frac{6,2 \cdot 24 + 7,6 \cdot 32}{24 + 32} = \frac{399,6}{56} = 7,01$$

La media total de todos los alumnos es 7,01.