

POTENCIAS

Evaluación A

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) 2^{-3}

b) 3^{-4}

c) 6^{-1}

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$

a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

c) $6^{-1} = \frac{1}{6}$

b) $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$

Recuerda

Si un número a es distinto de cero:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

2. Expresa estos números como potencias de base 2.

a) 256

b) $\frac{1}{128}$

c) $\frac{5}{160}$

d) 0,0625

a) $256 = 2^8$

b) $\frac{1}{128} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$

c) $\frac{5}{160} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5}$

d) $0,0625 = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$

3. Halla el valor de x en cada caso.

a) $-243 = (-3)^x$

b) $625 = (-5)^x$

c) $\frac{1}{729} = 3^x$

a) $-243 = (-3)^5 \rightarrow x = 5$

b) $625 = (-5)^4 \rightarrow x = 4$

c) $\frac{1}{729} = \frac{1}{3^6} = 3^{-6} \rightarrow x = -6$

4. Álvaro tiene en cada una de sus 6 estanterías 6 cajas donde guarda 6 estuches con 6 tacos de 6 cromos cada uno. ¿Cuántos cromos tiene Álvaro en total? Expresa el resultado en forma de potencia y calcula el resultado.

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$$

$$6^5 = 7776$$

Álvaro tiene 7776 cromos.

5. Expresa el resultado de estas operaciones como una única potencia.

a) $2^{-8} \cdot 2^{-4} : 2^3$

b) $(-3)^{-2} : (-3)^{-5} \cdot (-3)^7$

c) $(5^{-4})^2 : \frac{1}{5^6}$

d) $\frac{1}{((7^{-2})^{-4})^3}$

a) $2^{-8} \cdot 2^{-4} : 2^3 = 2^{-8+(-4)-3} = 2^{-15}$

b) $(-3)^{-2} : (-3)^{-5} \cdot (-3)^7 = (-3)^{-2-(-5)+7} = (-3)^{10} = 3^{10}$

c) $(5^{-4})^2 : \frac{1}{5^6} = \frac{5^{-8}}{5^6} = 5^{-8-6} = 5^{-14}$

d) $\frac{1}{((7^{-2})^{-4})^3} = \frac{1}{7^{24}} = 7^{-24}$

Recuerda

Propiedades de las potencias:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

6. Simplifica estas expresiones utilizando las propiedades de las potencias.

a) $\frac{9^2 \cdot 6^4 \cdot 25^3}{5^3 \cdot 12^2 \cdot 10}$

b) $\frac{14^{-2} \cdot 7^4 \cdot 8^{-4}}{10^3 \cdot 35^{-2} \cdot 49}$

a) $\frac{9^2 \cdot 6^4 \cdot 25^3}{5^3 \cdot 12^2 \cdot 10} = \frac{(3^2)^2 \cdot (2 \cdot 3)^4 \cdot (5^2)^3}{5^3 \cdot (2^2 \cdot 3)^2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^6}{5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^6}{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4} = \frac{3^6 \cdot 5^2}{2}$

b) $\frac{14^{-2} \cdot 7^4 \cdot 8^{-4}}{10^3 \cdot 35^{-2} \cdot 49} = \frac{35^2 \cdot 7^4}{14^2 \cdot 10^3 \cdot 49 \cdot 8^4} = \frac{(5 \cdot 7)^2 \cdot 7^4}{(2 \cdot 7)^2 \cdot (2 \cdot 5)^3 \cdot 7^2 \cdot (2^3)^4} = \frac{5^2 \cdot 7^2 \cdot 7^4}{2^2 \cdot 7^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 2^{12}} = \frac{5^2 \cdot 7^6}{2^{17} \cdot 7^4 \cdot 5^3} = \frac{7^2}{2^{17} \cdot 5^3}$

7. Escribe estos números en notación científica.

a) 4497 000 000

b) 0,000 000 0853

c) 16 000 000

d) -0,000 0137

a) $4497\,000\,000 = 4,497 \cdot 10^9$

c) $16\,000\,000 = 1,6 \cdot 10^7$

b) $0,000\,000\,0853 = 8,53 \cdot 10^{-8}$

d) $-0,000\,0137 = -1,37 \cdot 10^{-5}$

Ten en cuenta

La parte entera de un número expresado en notación científica debe estar entre 1 y 9.

8. Calcula y expresa el resultado en notación científica.

a) $3,18 \cdot 10^5 + 2,63 \cdot 10^3$

b) $1,3 \cdot 10^{-2} - 3,75 \cdot 10^{-4}$

c) $1,61 \cdot 10^{15} - 2,8 \cdot 10^{17}$

a) $3,18 \cdot 10^5 + 2,63 \cdot 10^3 = 318 \cdot 10^3 + 2,63 \cdot 10^3 = 320,63 \cdot 10^3 = 3,2063 \cdot 10^5$

b) $1,3 \cdot 10^{-2} - 3,75 \cdot 10^{-4} = 130 \cdot 10^{-4} - 3,75 \cdot 10^{-4} = 126,25 \cdot 10^{-4} = 1,2625 \cdot 10^{-2}$

c) $1,61 \cdot 10^{15} - 2,8 \cdot 10^{17} = 1,61 \cdot 10^{15} - 280 \cdot 10^{15} = -278,39 \cdot 10^{15} = -2,7839 \cdot 10^{17}$

Recuerda

Para sumar o restar números en notación científica, expresamos todos los términos en un mismo orden de magnitud, sacamos factor común la potencia de 10 y sumamos o restamos los números decimales.

9. ¿Cuántos segundos transcurrieron desde las 12 del mediodía del 15 de abril de 1985 y las 12 de la noche del 15 de agosto del mismo año? Expresa el resultado en notación científica.

Entre esas dos fechas han pasado 122 días y 12 horas.

Pasando a segundos estas cantidades:

$122 \text{ días} = 122 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 10\,540\,800 \text{ s}$

$12 \text{ horas} = 12 \cdot 60 \cdot 60 = 43\,200 \text{ s}$

$10\,540\,800 + 43\,200 = 10\,584\,000 = 1,0584 \cdot 10^7$

Transcurrieron $1,0584 \cdot 10^7 \text{ s}$.

10. La masa de la Tierra es $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, y la de la Luna, $7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, aproximadamente. ¿Cuántas veces es mayor la masa de la Tierra que la de la Luna?

$5,97 \cdot 10^{24} : 7,35 \cdot 10^{22} = 0,8122 \cdot 10^2 = 81,22$

La masa de la Tierra es 81,22 veces mayor que la de la Luna.

Recuerda

Para multiplicar o dividir números en notación científica, operamos por un lado los números decimales y, por otro, las potencias de base 10.

Evaluación B

1. Calcula el resultado de las siguientes potencias.

- a) 3^2 b) 3^{-2} c) $(-3)^{-2}$ d) -3^2 e) -3^{-2} f) $(-3)^2$
- a) $3^2 = 9$ d) $-3^2 = -9$
- b) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ e) $-3^{-2} = -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$
- c) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ f) $(-3)^2 = 9$

Ten en cuenta

Al calcular una potencia, recuerda la importancia de los paréntesis.

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

$$-2^2 = -2 \cdot 2 = -4$$

2. Expresa estos números en forma de potencia de base 3.

- a) 243 b) $\frac{1}{81}$ c) $\frac{10}{2430}$ d) 0,1
- a) $243 = 3^5$ b) $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ c) $\frac{10}{2430} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5}$ d) $0,1 = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$

3. Escribe cada término como producto de factores primos y simplifica el resultado.

- a) $\frac{72 \cdot 98 \cdot 27}{28 \cdot 108 \cdot 63}$ b) $\frac{216 \cdot 24 \cdot 1000}{80 \cdot 2025 \cdot 48}$
- a) $\frac{72 \cdot 98 \cdot 27}{28 \cdot 108 \cdot 63} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^2}{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^2} = 1$
- b) $\frac{216 \cdot 24 \cdot 1000}{80 \cdot 2025 \cdot 48} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 3} = \frac{2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^3}{2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^3} = \frac{2}{3}$

4. Simplifica estas expresiones utilizando las propiedades de las potencias.

- a) $\frac{32^2 \cdot 6^4 \cdot 12^3}{8^3 \cdot 18^2 \cdot 27}$ b) $\frac{121^{-2} \cdot 55^4 \cdot 9^{-1}}{15^3 \cdot 45^{-3} \cdot 125}$
- a) $\frac{32^2 \cdot 6^4 \cdot 12^3}{8^3 \cdot 18^2 \cdot 27} = \frac{(2^5)^2 \cdot (2 \cdot 3)^4 \cdot (2^2 \cdot 3)^3}{(2^3)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^2 \cdot 3^3} = \frac{2^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^6 \cdot 3^3}{2^9 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3} = \frac{2^{20} \cdot 3^7}{2^{11} \cdot 3^7} = 2^9$
- b) $\frac{121^{-2} \cdot 55^4 \cdot 9^{-1}}{15^3 \cdot 45^{-3} \cdot 125} = \frac{45^3 \cdot 55^4}{15^3 \cdot 125 \cdot 121^2 \cdot 9} = \frac{(3^2 \cdot 5)^3 \cdot (5 \cdot 11)^4}{(3 \cdot 5)^3 \cdot 5^3 \cdot (11^2)^2 \cdot 3^2} = \frac{3^6 \cdot 5^7 \cdot 11^4}{3^5 \cdot 5^6 \cdot 11^4} = 3 \cdot 5$

5. Halla el valor de x en cada caso.

- a) $-625 = -5^x$ b) $1024 = (2^2)^x$ c) $\frac{1}{1331} = x^{-3}$
- a) $-625 = -5^4 \rightarrow x = 4$ b) $1024 = 2^{10} = 2^{2x} \rightarrow x = 5$ c) $\frac{1}{1331} = \frac{1}{11^3} = 11^{-3} \rightarrow x = 11$

6. Se quiere construir un cubo metálico con un volumen de 1728 m^3 para adornar la plaza del pueblo. ¿Cuál debe ser la longitud de cada lado? ¿Qué cantidad de metal se necesitará para construirlo?

El volumen de un cubo es $V = l^3$.

Como conocemos el volumen y queremos calcular el lado, tendremos que calcular su raíz cúbica.

$$l = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ m}$$

La longitud de cada lado debe ser 12 m.

Para calcular la cantidad de metal, hallamos el área total del cubo.

$$A_T = 6 \cdot A_L = 6 \cdot l^2 = 6 \cdot 12^2 = 864 \text{ m}^2$$

Se necesitarán 864 m^2 de metal.

7. Expresa estos números en notación científica y ordénalos de menor a mayor.

0,00000127 0,0003891 0,00001 0,0987

$$\left. \begin{array}{l} 0,00000127 = 1,27 \cdot 10^{-6} \\ 0,0003891 = 3,891 \cdot 10^{-4} \\ 0,00001 = 10^{-5} \\ 0,0987 = 9,87 \cdot 10^{-2} \end{array} \right\} \rightarrow 1,27 \cdot 10^{-6} < 10^{-5} < 3,891 \cdot 10^{-4} < 9,87 \cdot 10^{-2}$$

Ten en cuenta

En notación científica, el número mayor es el que tiene el mayor exponente.

8. Calcula las siguientes sumas y restas en notación científica.

a) $2,115 \cdot 10^7 + 1,63 \cdot 10^5$ b) $3,39 \cdot 10^{-3} - 2,51 \cdot 10^{-4}$ c) $9,1 \cdot 10^8 - 2,58 \cdot 10^9$

a) $2,115 \cdot 10^7 + 1,63 \cdot 10^5 = 211,5 \cdot 10^5 + 1,63 \cdot 10^5 = 213,13 \cdot 10^5 = 2,1313 \cdot 10^7$

b) $3,39 \cdot 10^{-3} - 2,51 \cdot 10^{-4} = 33,9 \cdot 10^{-4} - 2,51 \cdot 10^{-4} = 31,39 \cdot 10^{-4} = 3,139 \cdot 10^{-3}$

c) $9,1 \cdot 10^8 - 2,58 \cdot 10^9 = 9,1 \cdot 10^8 - 25,8 \cdot 10^8 = -16,7 \cdot 10^8 = -1,67 \cdot 10^9$

9. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones en notación científica.

a) $2,115 \cdot 10^7 \cdot 1,63 \cdot 10^5$ b) $3,39 \cdot 10^{-3} : 2,51 \cdot 10^{-4}$ c) $9,1 \cdot 10^8 \cdot 2,58 \cdot 10^9$

a) $2,115 \cdot 10^7 \cdot 1,63 \cdot 10^5 = 3,44745 \cdot 10^{12}$

b) $3,39 \cdot 10^{-3} : 2,51 \cdot 10^{-4} = 1,3506 \cdot 10$

c) $9,1 \cdot 10^8 \cdot 2,58 \cdot 10^9 = 23,478 \cdot 10^{17} = 2,3478 \cdot 10^{18}$

10. El municipio de Valsaín se encuentra situado aproximadamente a 15 km de Segovia. ¿Cuál es la distancia en milímetros? Si en coche tardamos 24 min aproximadamente en recorrer esa distancia y hacemos ese trayecto dos veces al día todos los días del año, ¿cuántos segundos emplearemos en total? Expresa los resultados en notación científica.

Pasamos 15 km a milímetros: $15 \text{ km} = 15\,000\,000 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ mm}$

La distancia entre los dos municipios es $1,5 \cdot 10^7 \text{ mm}$.

Al año se hacen $365 \cdot 2 = 730$ trayectos.

$$730 \cdot 24 = 17\,520 \text{ min} = 1\,051\,200 \text{ s} = 1,0512 \cdot 10^6 \text{ s}$$

Emplearemos $1,0512 \cdot 10^6 \text{ s}$ en total.

Evaluación C

1. Expresa el resultado de estas operaciones como una potencia de exponente positivo.

a) $5^{-20} \cdot 5^{18}$

b) $(3^2)^{-3} : \frac{1}{3^4}$

c) $2^{-16} : \left(\frac{1}{2}\right)^{21}$

d) $\frac{(2^{-3})^{-2}}{\frac{1}{2^2}}$

a) $5^{-20} \cdot 5^{18} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

c) $2^{-16} : \left(\frac{1}{2}\right)^{21} = 2^{-16} : 2^{-21} = 2^{-16-(-21)} = 2^5$

b) $(3^2)^{-3} : \frac{1}{3^4} = 3^{-6} : 3^{-4} = 3^{-6-(-4)} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

d) $\frac{(2^{-3})^{-2}}{\frac{1}{2^2}} = \frac{2^6}{2^{-2}} = 2^{6-(-2)} = 2^8$

2. Expresa estos números como potencia de base 5.

a) 3 125

b) $\frac{1}{625}$

c) $\frac{2}{250}$

d) $3,2 \cdot 10^{-4}$

a) $3\,125 = 5^5$

b) $\frac{1}{625} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$

c) $\frac{2}{250} = \frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$

d) $3,2 \cdot 10^{-4} = 0,00032 = \frac{32}{100\,000} = \frac{1}{3\,125} = \frac{1}{5^5} = 5^{-5}$

3. Escribe en forma de una única potencia.

a) $3^{12} \cdot 3^{-5} : 3^6$

b) $(-7)^3 : (-7)^{-4} \cdot (-7)^{-1}$

c) $(5^{-3})^3 : \frac{1}{5^8}$

d) $\frac{2}{((2^2)^5)^{-3}}$

a) $3^{12} \cdot 3^{-5} : 3^6 = 3^{12+(-5)-6} = 3$

b) $(-7)^3 : (-7)^{-4} \cdot (-7)^{-1} = (-7)^{3-(-4)-1} = (-7)^6$

c) $(5^{-3})^3 : \frac{1}{5^8} = 5^{-9} : 5^{-8} = 5^{-9-(-8)} = 5^{-1}$

d) $\frac{2}{((2^2)^5)^{-3}} = \frac{2}{2^{-30}} = 2 : 2^{-30} = 2^{1-(-30)} = 2^{31}$

4. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\frac{6^{-3} \cdot 50^2 \cdot 3^{-7}}{30^{-2} \cdot 10^5}$

b) $\frac{2^{-4} \cdot 21^3 \cdot 56^{-1}}{49^{-4} \cdot 108^6}$

a) $\frac{6^{-3} \cdot 50^2 \cdot 3^{-7}}{30^{-2} \cdot 10^5} = \frac{50^2 \cdot 30^2}{6^3 \cdot 3^7 \cdot 10^5} = \frac{(2 \cdot 5^2)^2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3)^3 \cdot 3^7 \cdot (2 \cdot 5)^5} = \frac{2^2 \cdot 5^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^7 \cdot 2^5 \cdot 5^5} = 2^{-4} \cdot 3^{-8} \cdot 5$

b) $\frac{2^{-4} \cdot 21^3 \cdot 56^{-1}}{49^{-4} \cdot 108^6} = \frac{49^4 \cdot 21^3}{2^4 \cdot 56 \cdot 108^6} = \frac{(7^2)^4 \cdot (3 \cdot 7)^3}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot (2^2 \cdot 3^3)^6} = \frac{7^8 \cdot 3^3 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 2^{12} \cdot 3^{18}} = \frac{7^{11} \cdot 3^3}{2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 7} = 2^{-19} \cdot 3^{-15} \cdot 7^{10}$

5. Halla el valor de x en cada caso.

a) $-512 = -2^x$

b) $\frac{1}{36} = 6^{1+x}$

c) $-243 = (-3)^{-x}$

a) $-512 = -2^9 = -2^x \rightarrow x = 9$

b) $\frac{1}{36} = \frac{1}{6^2} = 6^{-2} = 6^{1+x} \rightarrow x = -3$

c) $-243 = (-3)^5 = (-3)^{-x} \rightarrow x = -5$

6. Completa los exponentes que faltan en las siguientes igualdades.

a) $2\,893\,000\,000 = 2,893 \cdot 10^{\boxed{9}}$

c) $31\,040\,000 = 3,104 \cdot 10^{\boxed{7}}$

b) $-0,013\,089 = 13,089 \cdot 10^{\boxed{-2}}$

d) $0,000\,000\,0049 = 4,9 \cdot 10^{\boxed{-9}}$

7. Expresa en notación científica y opera.

a) $0,000\,621 + 0,001\,8$

c) $\frac{0,027 - 0,004\,5}{2\,500}$

b) $(0,000\,12)^3$

d) $\frac{683\,000 \cdot 8\,200}{0,000\,14}$

a) $0,000\,621 + 0,001\,8 = 6,21 \cdot 10^{-4} + 1,8 \cdot 10^{-3} = 6,21 \cdot 10^{-4} + 18 \cdot 10^{-4} = 24,21 \cdot 10^{-4} = 2,421 \cdot 10^{-3}$

b) $(0,000\,12)^3 = (1,2 \cdot 10^{-4})^3 = 1,728 \cdot 10^{-12}$

c) $\frac{0,027 - 0,004\,5}{2\,500} = \frac{2,7 \cdot 10^{-2} - 4,5 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^3} = \frac{27 \cdot 10^{-3} - 4,5 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^3} = \frac{22,5 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^3} = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^3} = 0,9 \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-6}$

d) $\frac{683\,000 \cdot 8\,200}{0,000\,14} = \frac{6,83 \cdot 10^5 \cdot 8,2 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 10^{-4}} = \frac{56,006 \cdot 10^8}{1,4 \cdot 10^{-4}} = \frac{5,6006 \cdot 10^9}{1,4 \cdot 10^{-4}} = 4,0004 \cdot 10^{13}$

8. Indica cuál de estas afirmaciones es correcta.

a) $3,5 \cdot 10^8 < 4,7 \cdot 10^7$

b) $3,5 \cdot 10^8 > 4,7 \cdot 10^7$

c) $3,5 \cdot 10^8 = 4,7 \cdot 10^7$

La afirmación correcta es la b) ya que cuando comparamos números del mismo signo expresados en notación científica es mayor el que tiene la potencia de 10 con mayor exponente.

9. Una librería tiene 20 estanterías. Cada estantería consta de 20 baldas en las cuales hay 20 libros con 20 capítulos de 20 páginas cada uno. ¿Cuántas páginas hay en total en la librería? Exprésalo mediante una potencia y en notación científica.

$$20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^5$$

$$20^5 = 3\,200\,000$$

En la librería hay 3 200 000 páginas.

10. Responde razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Un número negativo elevado a cualquier exponente es siempre negativo.

b) La notación científica sólo se utiliza para expresar cantidades muy grandes.

c) $-4^2 = 16$

d) $2^5 + 3^5 = 5^5$

a) FALSO. Si un número negativo se eleva a un exponente par, el resultado es positivo.

b) FALSO. También se utiliza para expresar cantidades muy pequeñas.

c) FALSO. $-4^2 = 16$. Para ser 16 debería ser $(-4)^2 = 16$.

d) FALSO. No hay ninguna propiedad para la suma de potencias con distinto exponente.

Evaluación D

1. Ordena de menor a mayor las siguientes potencias.

$$3^{-4} \quad (-2)^{-3} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 \quad (-3)^{-2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} \\ (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8} \\ \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \\ (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9} \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{1}{8} < \frac{1}{81} < \frac{1}{64} < \frac{1}{9} \rightarrow (-2)^{-3} < 3^{-4} < \left(\frac{1}{2}\right)^6 < (-3)^{-2}$$

2. Expresa los siguientes números en forma de potencia de base 7.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & 117\,649 & \text{b)} & \frac{1}{2\,401} & \text{c)} & \frac{2}{686} & \text{d)} & \frac{1}{49^{-2}} \\ \text{a)} & 117\,649 = 7^6 & \text{c)} & \frac{2}{686} = \frac{1}{343} = \frac{1}{7^3} = 7^{-3} & & & & \\ \text{b)} & \frac{1}{2\,401} = \frac{1}{7^4} = 7^{-4} & \text{d)} & \frac{1}{49^{-2}} = \frac{1}{(7^2)^{-2}} = \frac{1}{7^{-4}} = 7^4 & & & & \end{array}$$

3. Escribe como una única potencia y simplifica.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & 9^3 \cdot 3^2 : 81 & \text{b)} & (81^4 : 27^4) \cdot 2^4 & \text{c)} & 10^6 : (-2)^6 \cdot 5^3 : 2^9 & \text{d)} & ((-2)^3)^4 : (8^{-4} : 4^{-4}) \\ \text{a)} & 9^3 \cdot 3^2 : 81 = (3^2)^3 \cdot 3^2 : 3^4 = 3^6 \cdot 3^2 : 3^4 = 3^4 & & & & & & \\ \text{b)} & (81^4 : 27^4) \cdot 2^4 = 3^4 \cdot 2^4 = 6^4 & & & & & & \\ \text{c)} & 10^6 : (-2)^6 \cdot 5^3 : 2^9 = (-5)^6 \cdot 5^3 : 2^9 = 5^6 \cdot 5^3 : 2^9 = 5^9 : 2^9 = \left(\frac{5}{2}\right)^9 & & & & & & \\ \text{d)} & ((-2)^3)^4 : (8^{-4} : 4^{-4}) = (-2)^{12} : 2^{-4} = 2^{12} : 2^{-4} = 2^{16} & & & & & & \end{array}$$

4. Corrige las siguientes expresiones.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & 3^2 \cdot 3^3 = 3^6 & \text{b)} & 8^4 : 2^4 = 4^0 & \text{c)} & -2^4 = 16 & \text{d)} & 3^4 \cdot 3^2 \cdot 3 = 3^6 \\ \text{a)} & 3^2 \cdot 3^3 = 3^5 & \text{b)} & 8^4 : 2^4 = 4^4 & \text{c)} & -2^4 = -16 & \text{d)} & 3^4 \cdot 3^2 \cdot 3 = 3^7 \end{array}$$

5. Simplifica estas expresiones expresándolas previamente como producto de primos.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \frac{8^2 \cdot 25^{-4} \cdot 200^3}{5^{-3} \cdot 80^2 \cdot 100^{-2}} & \text{b)} & \frac{15\,000 \cdot 9\,000 \cdot 375}{21\,600 \cdot 3\,125 \cdot 750} \\ \text{a)} & \frac{8^2 \cdot 25^{-4} \cdot 200^3}{5^{-3} \cdot 80^2 \cdot 100^{-2}} = \frac{5^3 \cdot 8^2 \cdot 200^3 \cdot 100^2}{80^2 \cdot 25^4} = \frac{5^3 \cdot (2^3)^2 \cdot (2^3 \cdot 5^2)^3 \cdot (2^2 \cdot 5^2)^2}{(2^4 \cdot 5)^2 \cdot (5^2)^4} = \frac{5^3 \cdot 2^6 \cdot 2^9 \cdot 5^6 \cdot 2^4 \cdot 5^4}{2^8 \cdot 5^2 \cdot 5^8} = \\ & = \frac{2^{19} \cdot 5^{13}}{2^8 \cdot 5^{10}} = 2^{11} \cdot 5^3 & & \\ \text{b)} & \frac{15\,000 \cdot 9\,000 \cdot 375}{21\,600 \cdot 3\,125 \cdot 750} = \frac{15 \cdot 9\,000 \cdot 375}{216 \cdot 3\,125 \cdot 75} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \cdot 3 \cdot 5^2} = \frac{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7}{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^7} = 1 \end{array}$$

6. Utilizando la calculadora, ordena de menor a mayor las siguientes expresiones: 2^{3^5} , 3^{2^5} , 5^{3^2} , 3^{5^2}

$$\left. \begin{array}{l} 2^{3^5} = 2^{243} = 1,41 \cdot 10^{73} \\ 3^{2^5} = 3^{32} = 1,85 \cdot 10^{15} \\ 5^{3^2} = 5^9 = 1,95 \cdot 10^6 \\ 3^{5^2} = 3^{25} = 8,47 \cdot 10^{11} \end{array} \right\} \rightarrow 5^{3^2} < 3^{5^2} < 3^{2^5} < 2^{3^5}$$

7. Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $3,45 \cdot 10^{-3} + 2,134 \cdot 10^{-4}$

c) $2,06 \cdot 10^4 \cdot 3,1 \cdot 10^{-2}$

b) $4,893 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{11}$

d) $7,34 \cdot 10^5 : (-1,16 \cdot 10^8)$

a) $3,45 \cdot 10^{-3} + 2,134 \cdot 10^{-4} = 34,5 \cdot 10^{-4} + 2,134 \cdot 10^{-4} = 36,634 \cdot 10^{-4} = 3,6634 \cdot 10^{-3}$

b) $4,893 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{11} = 4,893 \cdot 10^8 - 2000 \cdot 10^8 = -1995,107 \cdot 10^8 = -1,995107 \cdot 10^{11}$

c) $2,06 \cdot 10^4 \cdot 3,1 \cdot 10^{-2} = 6,386 \cdot 10^2$

d) $7,34 \cdot 10^5 : (-1,16 \cdot 10^8) = -6,3276 \cdot 10^{-3}$

8. Se estima que la población mundial es de $7,25 \cdot 10^9$ habitantes repartidos en 200 países, aproximadamente. Si se repartieran en partes iguales todos los habitantes entre los países, ¿cuántos habitantes habría por país? Expresa el resultado en notación científica y en notación decimal.

$$7,25 \cdot 10^9 : 200 = 0,03625 \cdot 10^9 = 3,625 \cdot 10^7$$

$$3,625 \cdot 10^7 = 36250000$$

Habría 36250000 habitantes en cada país.

9. El cubo de Rubik es un rompecabezas tridimensional compuesto por pequeños cubos que forman un cubo más grande. ¿Cuántos cubos lo forman? Si quisiéramos formar el siguiente cubo más grande, ¿cuántos cubos tendría? ¿Y el siguiente?

Lo forman $3^3 = 27$ cubos.

El siguiente tendría $4^3 = 64$ cubos, y el siguiente, $5^3 = 125$ cubos.

10. Sabiendo que la velocidad de la luz es de 300000 km/s, ¿cuántos metros recorre a lo largo de un año? Expresa el resultado en notación científica.

En primer lugar calculamos los segundos que tiene un año.

$$365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31536000 \text{ s}$$

Como cada segundo recorre 300000 km, en un año recorrerá $31536000 \cdot 300000 = 9460800000000 \text{ km}$.

$$9460800000000 \text{ km} = 9460800000000000 \text{ m} = 9,4608 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

A lo largo de un año recorre $9,4608 \cdot 10^{15} \text{ m}$.