ECUACIONES

Evaluación A

1. Comprueba si $x = 3$ es solución de alguna de estas ecuaciones.

a) $3x - 2(2x - 1) = -1$ b) $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{2x}{3} \square 4$ c) $x^2 - 4x + 3 = 0$ d) $2x^2 - 5x - 10 = 0$

Sustituimos $x = 3$ en cada ecuación y vemos en cuáles se cumple la igualdad.

a) $3 \cdot 3 - 2(2 \cdot 3 - 1) \square 9 - 2(6 - 1) \square 9 - 2 \cdot 5 \square 9 - 10 \square -1 \rightarrow$ Sí es solución.

b) $\dfrac{3-1}{2} - \dfrac{2 \cdot 3}{3} \square \dfrac{2}{2} - \dfrac{6}{3} \square 1 - 2 \square -1 \neq 4 \rightarrow$ No es solución.

c) $3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

d) $2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 - 10 \square 2 \cdot 9 - 15 - 10 \square 18 - 15 - 10 \square -7 \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $3(x - 1) - 2(-1 - 4x) = 5(-2x + 3)$ b) $2(x + 7) + 3 = 4(x - 3) - 7$

a) $3(x - 1) - 2(-1 - 4x) = 5(-2x + 3) \rightarrow 3x - 3 + 2 + 8x = -10x + 15 \rightarrow 3x + 8x + 10x =$

$= 15 + 3 - 2 \rightarrow 21x = 16 \rightarrow x = \dfrac{16}{21}$

b) $2(x + 7) + 3 = 4(x - 3) - 7 \rightarrow 2x + 14 + 3 = 4x - 12 - 7 \rightarrow 2x - 4x =$

$= -12 - 7 - 14 - 3 \rightarrow -2x = -36 \rightarrow x = \dfrac{-36}{-2} = 18$

3. Álvaro le pregunta a María por su edad y ella contesta: «Si al triple de la edad que tengo le restas la mitad de la que tenía el año pasado, obtienes la edad que tendré dentro de 14 años». Halla la edad de María.

Si llamamos x a la edad de María, el año pasado tenía $x - 1$ y dentro de 14 años tendrá $x + 14$. Planteamos la ecuación y la resolvemos.

$3x - \dfrac{x-1}{2} = x + 14 \rightarrow \dfrac{6x}{2} - \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2x+28}{2} \rightarrow$

$\rightarrow 6x - x + 1 = 2x + 28 \rightarrow 6x - x - 2x = 28 - 1 \rightarrow 3x = 27 \rightarrow x = \dfrac{27}{3} = 9$

María tiene 9 años.

Ten en cuenta

El primer paso para resolver un problema es identificar la incógnita, x.

4. Valeria se gastó $\dfrac{1}{5}$ del dinero que tenía ahorrado en invitar a sus amigos a su cumpleaños, $\dfrac{3}{4}$ del dinero restante en ropa y aún le sobraron 10 €. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?

Llamamos x al dinero que tiene ahorrado Valeria y plantemos y resolvemos la ecuación.

$\dfrac{1}{5}x + \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{4}{5}x + 10 = x \rightarrow \dfrac{x}{5} + \dfrac{12x}{20} + 10 = x \rightarrow \dfrac{x}{5} + \dfrac{3x}{5} + 10 = x \rightarrow \dfrac{x}{5} + \dfrac{3x}{5} + \dfrac{50}{5} = \dfrac{5x}{5} \rightarrow$

$\rightarrow x + 3x + 50 = 5x \rightarrow x = 50$

Tenía ahorrado 50 €.

5. Resuelve esta ecuación de primer grado con denominadores: $\frac{3x-1}{4}+\frac{x-2}{3}+1=\frac{2x-4}{6}+\frac{x-2}{5}$

$$\frac{3x-1}{4}\square\frac{x-2}{3}+1=\frac{2x-4}{6}\square\frac{x-2}{5}\to\frac{45x-15}{60}\square\frac{20x-40}{60}+\frac{60}{60}=\frac{20x-40}{60}\square\frac{12x-24}{60}\to$$

$$\to 45x-15\square 20x-40+60=20x-40\square 12x-24\to 33x\square -69\to x\square\frac{-69}{-33}\square\frac{23}{11}$$

6. Halla la solución de la siguiente ecuación: $(x-2)^2+(2x-1)^2=6x^2-(x+1)^2$

$$(x-2)^2\square(2x-1)^2\square 6x^2-(x\square 1)^2\to x^2-4x\square 4\square 4x^2-4x+1=6x^2-(x^2\square 2x\square 1)\to$$

$$\to x^2-4x\square 4\square 4x^2-4x+1=6x^2-x^2-2x-1\to x^2-4x\square 4x^2-4x-6x^2\square x^2\square 2x\square$$

$$\square -4-1-1\to -6x\square -6\to x\square 1$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $3x^2-4x+1=0$

b) $-x^2+x+6=0$

a) $x\square\frac{4\square\sqrt{(-4)^2-4\cdot 3\cdot 1}}{2\cdot 3}\square\frac{4\square\sqrt{16-12}}{6}\square\frac{4\square 2}{6}\to\begin{cases}x_1\square\frac{1}{3}\\ x_2\square 1\end{cases}$

b) $x\square\frac{-1\square\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 6}}{2\cdot(-1)}\square\frac{-1\square\sqrt{1\square 24}}{-2}\square\frac{-1\square 5}{-2}\to\begin{cases}x_1\square -2\\ x_2\square 3\end{cases}$

Recuerda

Las soluciones de la ecuación de segundo grado $ax^2+bx+c=0$ se obtienen mediante la fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

8. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su área es 117 cm² y la base mide 4 cm más que la altura.

Si llamamos x a la altura del rectángulo, la base medirá $x+4$. Como el área es $A=b\cdot a$, entonces:

$$x(x\square 4)\square 117\to x^2\square 4x-117\square 0\to x\square\frac{-4\square\sqrt{4^2-4\cdot 1\cdot(-117)}}{2\cdot 1}\square\frac{-4\square\sqrt{16\square 468}}{2}\square$$

$$\square\frac{-4\square 22}{2}\to\begin{cases}x_1\square 9\\ x_2\square -13\end{cases}$$

Nos quedamos con la solución positiva ya que x es una longitud. Por tanto, la altura mide 9 cm, y la base, 13 cm.

9. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $9x^2-1=0$

b) $16x^2+8x=0$

a) $9x^2-1\square 0\to 9x^2\square 1\to x^2\square\frac{1}{9}\to x\square\square\sqrt{\frac{1}{9}}\square\square\frac{1}{3}$

b) $16x^2+8x=0\to 8x(2x+1)=0\to\begin{cases}8x=0\to x=0\\ 2x+1=0\to x=-\frac{1}{2}\end{cases}$

Recuerda

Ecuaciones incompletas:

- $ax^2+bx=0\to$ Extraemos factor común y resolvemos dos ecuaciones de primer grado.
- $ax^2+c=0\to$ Despejamos x^2 y resolvemos la raíz cuadrada.

10. Halla las soluciones de esta ecuación: $\frac{2x^2-1}{2}-\frac{x-1}{3}\square\frac{1-2x}{6}$

$$\frac{2x^2-1}{2}-\frac{x-1}{3}\square\frac{1-2x}{6}\to\frac{6x^2-3}{6}-\frac{2x-2}{6}\square\frac{1-2x}{6}\to 6x^2-3-2x+2=1-2x\to 6x^2\square 2\to$$

$$\to x^2\square\frac{2}{6}\square\frac{1}{3}\to x\square\square\sqrt{\frac{1}{3}}$$

Evaluación B

1. Señala cuáles de estas ecuaciones son equivalentes a $3x + 6 = 2x + 3$.

a) $-2x = 6$ **b)** $x + 7 = 11$ **c)** $4x - 1 = 5$ **d)** $5x - 3 = -18$

Resolvemos la ecuación y vemos cuáles de las ecuaciones tienen esa solución.

$3x + 6 = 2x + 3 \rightarrow 3x - 2x = 3 - 6 \rightarrow x = -3$

a) $-2x = 6 \rightarrow x = -3 \rightarrow$ Sí es equivalente.

b) $x + 7 = 11 \rightarrow x = 4 \rightarrow$ No es equivalente.

c) $4x - 1 = 5 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \rightarrow$ No es equivalente.

d) $5x - 3 = -18 \rightarrow 5x = -15 \rightarrow x = -3 \rightarrow$ Sí es equivalente.

Recuerda

Dos ecuaciones de primer grado son equivalentes si tienen la misma solución.

2. Resuelve la siguiente ecuación de primer grado.

$$\frac{2x-3}{5} - \frac{3x-2}{2} - 4 = \frac{x-3}{4} - \frac{2x-6}{5}$$

$$\frac{2x-3}{5} - \frac{3x-2}{2} - 4 = \frac{x-3}{4} - \frac{2x-6}{5}$$

$$\frac{8x-12}{20} - \frac{30x-20}{20} - \frac{80}{20} = \frac{5x-15}{20} - \frac{8x-24}{20}$$

$8x - 12 - 30x + 20 - 80 = 5x - 15 - 8x + 24$

$8x - 30x - 5x + 8x = -15 + 24 + 12 - 20 + 80 \rightarrow -19x = 81 \rightarrow x = -\frac{81}{19}$

Ten en cuenta

Al eliminar denominadores, un signo – delante de una fracción cambia el signo a todos los términos.

3. Celia ha repartido 100 € entre sus tres hijas. A Nuria le ha dado el doble que a Raquel más 5 € y Ruth ha recibido 10 € menos que el triple de Nuria. ¿Cuánto dinero ha recibido cada una?

Llamamos x al dinero que ha recibido Raquel.

Entonces Nuria habrá recibido $2x + 5$, y Ruth, $3(2x + 5) - 10$.

Planteamos la ecuación y la resolvemos.

$x + (2x + 5) + 3(2x + 5) - 10 = 100 \rightarrow x + 2x + 5 + 6x + 15 - 10 = 100 \rightarrow 9x = 90 \rightarrow x = 10$

Raquel recibe 10 €, Nuria $2 \cdot 10 + 5 = 25$ €, y Ruth, $3 \cdot 25 - 10 = 65$ €.

4. La diferencia entre los tres cuartos de un número y los dos tercios de ese mismo número es 1. ¿De qué número se trata?

Llamando x al número que buscamos, planteamos y resolvemos la ecuación.

$$\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = 1 \rightarrow \frac{9x}{12} - \frac{8x}{12} = \frac{12}{12} \rightarrow 9x - 8x = 12 \rightarrow x = 12$$

Se trata del número 12.

5. Calcula el valor de m en la ecuación $x^2 - mx - 3 = 0$ para que $x = 4$ sea una de sus soluciones.

Sustituimos $x = 4$ en la ecuación y hallamos m.

$$4^2 - m \cdot 4 - 3 = 0 \rightarrow 16 - 4m - 3 = 0 \rightarrow -4m = -13 \rightarrow m = \frac{13}{4}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $8x^2 - 6x + 1 = 0$ b) $3x^2 + 2x - 8 = 0$

a) $8x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1}}{2 \cdot 8} = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{16} = \dfrac{6 \pm 2}{16} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2} \\ x_2 = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

b) $3x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{6} = \dfrac{-2 \pm 10}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3} \\ x_2 = \dfrac{-12}{6} = -2 \end{cases}$

7. Halla, sin resolverlas, el número de soluciones de estas ecuaciones de segundo grado.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ c) $x^2 - 6x + 9 = 0$

b) $x^2 + x + 1 = 0$ d) $3x^2 - 5x + 9 = 0$

Calculamos el discriminante en cada caso.

a) $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1 > 0 \rightarrow$ Tiene dos soluciones.

b) $b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

c) $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0 \rightarrow$ Tiene una solución doble.

d) $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9 = 25 - 108 = -83 < 0 \rightarrow$ No tiene solución.

Recuerda

Dada la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$:

- Si $b^2 - 4ac > 0 \rightarrow$ tiene dos soluciones.
- Si $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow$ tiene una solución doble.
- Si $b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$ no tiene solución.

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $3x^2 - 7x = 0$ b) $4x^2 = 1$ c) $-2x^2 + x = 0$ d) $2x^2 + 8 = 0$

a) $3x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(3x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 7 = 0 \rightarrow x = \dfrac{7}{3} \end{cases}$

b) $4x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \dfrac{1}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \pm\dfrac{1}{2}$

c) $-2x^2 + x = 0 \rightarrow x(-2x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -2x + 1 = 0 \rightarrow x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

d) $2x^2 + 8 = 0 \rightarrow 2x^2 = -8 \rightarrow x^2 = -\dfrac{8}{2} = -4 \rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \rightarrow$ No tiene solución.

Recuerda

- La ecuación $ax^2 + bx = 0$ siempre tiene dos soluciones y una de ellas es $x = 0$.
- La ecuación $ax^2 + c = 0$ tiene dos soluciones si a y c tienen el mismo signo; si tienen distinto signo, no hay soluciones.

9. Halla la solución de esta ecuación: $x^2(x^2 - 2) = (x^2 + 2)(x^2 - 2) + 12$

$x^2(x^2 - 2) = (x^2 + 2)(x^2 - 2) + 12 \rightarrow x^4 - 2x^2 = x^4 - 4 + 12 \rightarrow -2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = \dfrac{8}{-2} = -4 \rightarrow x = \pm\sqrt{-4}$

La ecuación no tiene solución.

10. El producto de dos números consecutivos menos el mayor de ellos es igual a 120. Halla los dos números.

Llamamos x y $x + 1$ a los dos números consecutivos. Planteamos y resolvemos al ecuación.

$x(x + 1) - (x + 1) = 120 \rightarrow x^2 + x - x - 1 = 120 \rightarrow x^2 = 121 \rightarrow x = \pm\sqrt{121} = \pm 11$

Los números consecutivos pueden ser 11 y 12 o −11 y −10.

Evaluación C

1. Comprueba cuál de estos valores es solución de la ecuación $4x - 5 = 3x + 5$.

a) $x = 8$ **b)** $x = 10$ **c)** $x = 3$ **d)** $x = -2$

Sustituimos cada uno de los valores a ambos lados de la ecuación.

a) $4 \cdot 8 - 5 = 27;\ 3 \cdot 8 + 5 = 29 \rightarrow x = 8$ no es solución de la ecuación.

b) $4 \cdot 10 - 5 = 35;\ 3 \cdot 10 + 5 = 35 \rightarrow x = 10$ es solución de la ecuación.

c) $4 \cdot 3 - 5 = 7;\ 3 \cdot 3 + 5 = 14 \rightarrow x = 3$ no es solución de la ecuación.

d) $4 \cdot (-2) - 5 = -13;\ 3 \cdot (-2) + 5 = -1 \rightarrow x = -2$ no es solución de la ecuación.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $-(4x - 2) + 3(-2 + x) = 2(-3x + 5)$ **b)** $-5x - (-2x + 1) - 12 = 3(2x - 3) + 5$

a) $-(4x - 2) + 3(-2 + x) = 2(-3x + 5) \rightarrow -4x + 2 - 6 + 3x = -6x + 10 \rightarrow$

$$\rightarrow -4x + 3x + 6x = 10 - 2 + 6 \rightarrow 5x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{5}$$

b) $-5x - (-2x + 1) - 12 = 3(2x - 3) + 5 \rightarrow -5x + 2x - 1 - 12 = 6x - 9 + 5 \rightarrow$

$$\rightarrow -5x + 2x - 6x = -9 + 5 + 1 + 12 \rightarrow -9x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{-9} = -1$$

3. Resuelve esta ecuación de primer grado con denominadores: $\dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{x+6}{2} = \dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{x-3}{6}$

$$\frac{3x-1}{4} - \frac{x+6}{2} = \frac{2x+1}{3} - \frac{x-3}{6} \rightarrow \frac{9x-3}{12} - \frac{6x+36}{12} = \frac{8x+4}{12} - \frac{2x-6}{12} \rightarrow$$

$$\rightarrow 9x - 3 - (6x + 36) = 8x + 4 - (2x - 6) \rightarrow 9x - 3 - 6x - 36 = 8x + 4 - 2x + 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9x - 6x - 8x + 2x = 4 + 6 + 3 + 36 \rightarrow -3x = 49 \rightarrow x = -\frac{49}{3}$$

4. Se han comprado 12 balones y 3 bicicletas, y se han pagado 1 050 €. Calcula el precio de un balón y una bicicleta sabiendo que cada bicicleta vale 200 € más que un balón.

Llamamos x al precio de un balón y $x + 200$ al precio de una bicicleta.

Plantemos y resolvemos la ecuación.

$$12x + 3(x + 200) = 1\,050 \rightarrow 12x + 3x + 600 = 1\,050 \rightarrow 15x = 450 \rightarrow x = \frac{450}{15} = 30$$

El balón cuesta 30 € y la bicicleta 30 + 200 = 230 €.

5. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $(2x - 1)(x + 3) - (x + 1)^2 = 0$ **b)** $(2x - 3)(3x - 1) - (2 - x)(3 + x) = -3$

a) $(2x - 1)(x + 3) - (x + 1)^2 = 0 \rightarrow 2x^2 + 6x - x - 3 - x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{2}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

b) $(2x - 3)(3x - 1) - (2 - x)(3 + x) = -3 \rightarrow 6x^2 - 2x - 9x + 3 - 6 - 2x + 3x + x^2 = -3 \rightarrow$

$$\rightarrow 7x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(7x - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 7x - 10 = 0 \rightarrow x = \dfrac{10}{7} \end{cases}$$

6. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 3 y –3.

Las soluciones 3 y –3 son de signo contrario por lo que la ecuación es incompleta de la forma $ax^2 + b = 0$.

Al ser raíces cuadradas de 9, la ecuación es: $x^2 - 9 = 0$

7. Halla las soluciones de estas ecuaciones.

a) $3x(x-3) = 5x^2 - 2(x+4) - 7x$ **b)** $2x(1-x) = (x+1)^2 + 3x - 1$

a) $3x(x-3) = 5x^2 - 2(x+4) - 7x \rightarrow 3x^2 - 9x = 5x^2 - 2x - 8 - 7x \rightarrow -2x^2 = -8 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 = \frac{-8}{-2} = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

b) $2x(1-x) = (x+1)^2 + 3x - 1 \rightarrow 2x - 2x^2 = x^2 + 2x + 1 + 3x - 1 \rightarrow 3x^2 + 3x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 3x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

8. Resuelve esta ecuación: $(x-1)^2 + (2x-3)^2 = (2-x)^2$

$(x-1)^2 + (2x-3)^2 = (2-x)^2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 12x + 9 = 4 - 4x + x^2 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 12x + 9 - 4 + 4x - x^2 = 0 \rightarrow 4x^2 - 10x + 6 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{8} = \frac{10 \pm 2}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10+2}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{10-2}{8} = \frac{8}{8} = 1 \end{cases}$$

9. Calcula la medida de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son tres números consecutivos.

Llamamos x, $x + 1$ y $x + 2$ a los lados del triángulo, siendo $x + 2$ la hipotenusa por ser el lado más largo. Aplicamos el teorema de Pitágoras y resolvemos la ecuación.

$(x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + x^2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

Al ser una longitud, nos quedamos con la solución positiva $x = 3$. Luego los lados miden 3, 4 y 5.

10. En una clase, la mitad de los alumnos cursan Ampliación de Matemáticas, $\frac{1}{3}$ de los que quedan, Francés, y los 20 restantes, Cultura Clásica. ¿Cuántos alumnos hay en total?

Llamamos x al total de alumnos: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x + 20 = x \rightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + 20 = x \rightarrow \frac{3x}{6} + \frac{x}{6} + \frac{120}{6} = \frac{6x}{6} \rightarrow$

$\rightarrow 3x + x + 120 = 6x \rightarrow 2x = 120 \rightarrow x = \frac{120}{2} = 60$ Hay 60 alumnos en 3.º de ESO.

Evaluación D

1. Escribe dos ecuaciones equivalentes a $3x - 1 = \frac{x}{2} + 14$.

Resolvemos la ecuación: $3x - 1 = \frac{x}{2} + 14 \rightarrow \frac{6x - 2}{2} = \frac{x}{2} + \frac{28}{2} \rightarrow 6x - 2 = x + 28 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow x = 6$

Cualquier ecuación que tenga como solución $x = 6$ es equivalente a la dada.

Por ejemplo, $x + 1 = 7$ o $2x = 12$.

2. Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{3x - 2}{5} - \frac{2x + 3}{3} + 4 = \frac{-2(x + 3)}{10} - \frac{-x + 2}{4}$

$\frac{3x - 2}{5} - \frac{2x + 3}{3} + 4 = \frac{-2(x + 3)}{10} - \frac{-x + 2}{4} \rightarrow \frac{36x - 24}{60} - \frac{40x + 60}{60} + \frac{240}{60} = \frac{-12x - 36}{60} - \frac{-15x + 30}{60} \rightarrow$

$\rightarrow 36x - 24 - 40x - 60 + 240 = -12x - 36 + 15x - 30 \rightarrow 36x - 40x + 12x - 15x =$

$= -36 - 30 + 24 + 60 - 240 \rightarrow -7x = -222 \rightarrow x = \frac{222}{7}$

3. Hace 3 años la edad de David era el triple de la de Elena y dentro de 3 años será el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?

	Hace 3 años	Hoy	Dentro de 3 años
Elena	x	$x + 3$	$x + 6$
David	$3x$	$3x + 3$	$3x + 6$

Planteamos y resolvemos la ecuación.

$3x + 6 = 2(x + 6) \rightarrow 3x + 6 = 2x + 12 \rightarrow 3x - 2x = 12 - 6 \rightarrow x = 6$

En la actualidad, Elena tiene $6 + 3 = 9$ años, y David, $3 \cdot 6 + 3 = 21$.

4. Halla los valores de m en la ecuación $3x^2 + mx + 3 = 0$ para que tenga una única solución.

Para que una ecuación de segundo grado tenga solo una solución tiene que cumplirse que el discriminante sea igual a 0, es decir, $b^2 - 4ac = 0$.

En nuestra ecuación: $m^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 \square 0 \rightarrow m^2 - 36 \square 0 \rightarrow m \square \square\sqrt{36} \square \square 6$

Para que la ecuación tenga una única solución, $m = \pm 6$.

5. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $(2x + 1)^2 = 2(-4x - 4)$

b) $\frac{x^2 + 3}{2} + \frac{3x + 1}{3} = \frac{x^2 + 8x - 7}{3}$

a) $(2x \square 1)^2 \square 2(-4x - 4) \rightarrow 4x^2 \square 4x \square 1 \square -8x - 8 \rightarrow 4x^2 \square 12x \square 9 \square 0 \rightarrow$

$\rightarrow x \square \frac{-12 \square \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} \square \frac{-12 \square \sqrt{144 - 144}}{8} \square \frac{-12}{8} \square \frac{-3}{2}$ (solución doble)

b) $\frac{x^2 \square 3}{2} \square \frac{3x \square 1}{3} \square \frac{x^2 \square 8x - 7}{3} \rightarrow \frac{3x^2 \square 9}{6} \square \frac{6x \square 2}{6} \square \frac{2x^2 \square 16x - 14}{6} \rightarrow 3x^2 \square 9 \square 6x \square 2 \square$

$\square 2x^2 \square 16x - 14 \rightarrow x^2 - 10x \square 25 \square 0 \rightarrow x \square \frac{10 \square \sqrt{10^2 - 4 \cdot 25}}{2 \cdot 1} \square \frac{10 \square \sqrt{100 - 100}}{2} \square$

$\square \frac{10}{2} \square 5$ (solución doble)

6. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $(2x-2)^2-(x-2)^2=0$ **b)** $(1-3x)^2+3(2x+4)=13$

a) $(2x-2)^2-(x-2)^2=0 \to 4x^2-8x+4-x^2+4x-4=0 \to 3x^2-4x=0 \to$

$$\to x(3x-4)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ 3x-4=0 \to x=\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

b) $(1-3x)^2+3(2x+4)=13 \to 1-6x+9x^2+6x+12=13 \to 9x^2=0 \to x=0$ (solución doble)

7. Halla la solución de esta ecuación: $(x+1)^3-(x-1)^3=2$

$(x+1)^3-(x-1)^3=2 \to x^3+3x^2+3x+1-(x^3-3x^2+3x-1)=2 \to$

$\to x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1=2 \to x^3+3x^2+3x+1-x^3+3x^2-3x+1-2=0 \to$

$\to 6x^2=0 \to x=\pm\sqrt{0} \to x=0$ (solución doble)

8. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones tiene $x=0$ como solución.

a) $x^2+9=0$ **b)** $3x-4=2x-4$ **c)** $4x-2x^2=0$ **d)** $3x^3=-2x^2$

a) $0^2+9=9\neq 0 \to$ No es solución.

b) $3\cdot 0-4=2\cdot 0-4 \to -4=-4 \to$ Sí es solución.

c) $4\cdot 0-2\cdot 0^2=0 \to$ Sí es solución.

d) $3\cdot 0^3=-2\cdot 0^2 \to 0=0 \to$ Sí es solución.

9. El perímetro de un rectángulo es 92 cm. Si aumentamos la altura 2 cm y disminuimos la base 4 cm, el área del nuevo rectángulo se reduce 24 cm². ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

La suma de la base y la altura es la mitad del perímetro: 92 : 2 = 46 cm

Entonces, si llamamos x a la base, la altura sería $46-x$.

El área del primer rectángulo es $x(46-x)$, y la del segundo, $(x-4)(48-x)$.

Planteamos y resolvemos la ecuación.

$$x(46-x)=(x-4)(48-x)+24 \to 46x-x^2=48x-x^2-192+4x+24 \to 6x=168 \to x=\frac{168}{6}=28$$

La base del nuevo rectángulo mide 24 cm, y la altura, 20 cm.

10. Un vehículo sale de Tobed a las 10 de la mañana a una velocidad constante de 80 km/h y 2 horas después, en la misma dirección, sale una moto a 110 km/h. ¿A qué hora le alcanzará?

Llamamos x al tiempo que transcurre desde que sale el vehículo hasta que se encuentran.

Planteamos y resolvemos la ecuación.

$$80x=110(x-2) \to 80x=110x-220 \to -30x=-220 \to x=\frac{-220}{-30}=7,\widehat{3}\text{ h}=7\text{ h }20\text{ min}$$

Le alcanzará a las 17:20 horas.