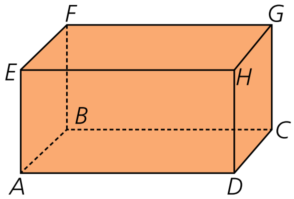
GEOMETRÍA DEL ESPACIO

Evaluación A

1. Indica las caras, vértices y aristas de esta figura. ¿Qué posición tienen entre sí las rectas que forman las aristas *AB* y *EH*? ¿Y las caras *ABCD* y *EFGH*?

Ten en cuenta

Las caras y las aristas las nombramos mediante los vértices que las forman.



Caras: *ABCD, EFGH, AEFB, DHGC, AEHD, BFGC*

Vértices: *A, B, C, D, E, F, G, H*

Aristas: *AD, BC, EH, FG, AB, DC, EF, HG, AE, DH, BF, CG*

Las rectas *AB* y *EH* se cruzan. Las caras *ABCD* y *EFGH* son paralelas.

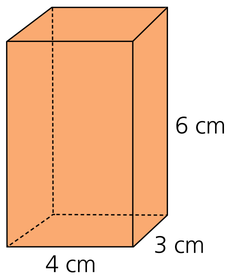
2. Halla el área total y el volumen de este prisma.

$A_b = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12\ \text{cm}^2$

$A_L = P \cdot h = 14 \cdot 6 = 84\ \text{cm}^2$

$A_T = A_L + 2A_b = 84 + 2 \cdot 12 = 108\ \text{cm}^2$

$V = A_b \cdot h = 12 \cdot 6 = 72\ \text{cm}^3$



Recuerda

Área y volumen de prismas:

$A_L = P \cdot h$

$A_T = A_L + 2A_b$

$V = A_b \cdot h$

3. Calcula la diagonal de un cubo si el área total es 150 m².

En primer lugar, hallamos la medida del lado del cubo. El área del cubo es 6 veces el área de una cara.

$A = 6 \cdot l^2 = 150 \rightarrow l^2 = \dfrac{150}{6} = 25 \rightarrow l = \sqrt{25} = 5\ \text{cm}$

Cada lado mide 5 cm. Aplicando el teorema de Pitágoras, hallamos la longitud de la diagonal de la base: $d^2 = l^2 + l^2 \rightarrow d^2 = 5^2 + 5^2 \rightarrow d^2 = 50 \rightarrow d = \sqrt{50} = 7{,}07\ \text{cm}$

Aplicamos de nuevo Pitágoras para hallar D: $D^2 = d^2 + l^2 \rightarrow D^2 = 7{,}07^2 + 5^2 \rightarrow D^2 = 75 \rightarrow D = \sqrt{75} = 8{,}66\ \text{cm}$

Por tanto, la diagonal del cubo mide 8,66 cm.

4. Halla el área total y el volumen de una pirámide regular pentagonal cuyo lado de la base mide 12 cm, la apotema de la base 8,26 cm y la apotema de la pirámide 16 cm.

$A_b = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{12 \cdot 5 \cdot 8{,}26}{2} = 247{,}8\ \text{cm}^2$

$A_L = \dfrac{P \cdot A_P}{2} = \dfrac{12 \cdot 5 \cdot 16}{2} = 480\ \text{cm}^2$

$A_T = A_b + A_L = 247{,}8 + 480 = 727{,}8\ \text{cm}^2$

Por tanto, el área total es de 727,8 cm².

$h^2 = A_p^2 - a^2 = 16^2 - 8{,}26^2 = 187{,}77 \rightarrow h = \sqrt{187{,}77} = 13{,}7\ \text{cm}$

$V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{247{,}8 \cdot 13{,}7}{3} = 1\,131{,}62\ \text{cm}^3$ Por tanto, el volumen es de 1 131,62 cm³.

Recuerda

Área y volumen de pirámides:

$A_L = \dfrac{P \cdot A_P}{2}$

$A_T = A_L + A_b$

$V = \dfrac{A_b \cdot h}{3}$

5. Determina la altura de una pirámide de base cuadrada de lado 4 cm si sabemos que su volumen es 96 cm³.

Si llamamos h a la altura, tenemos: $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{4^2 \cdot h}{3} = 96\ \text{cm}^3$

Resolviendo la ecuación: $\dfrac{4^2 \cdot h}{3} = 96 \rightarrow h = \dfrac{96 \cdot 3}{16} = 18\ \text{cm}$

Ten en cuenta

Sustituye los datos en la fórmula del volumen y resuelve la ecuación.

6. Halla el área y el volumen de un cilindro de 6 cm de diámetro y 12 cm de altura.

Como el diámetro es 6 cm, el radio será de 3 cm.

Sustituyendo los datos en las fórmulas:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 12 = 226{,}19\ \text{cm}^2$

$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27\ \text{cm}^2$

$A_T = A_L + 2A_b = 226{,}19 + 2 \cdot 28{,}27 = 282{,}73\ \text{cm}^2$

$V = A_b \cdot h = 28{,}27 \cdot 12 = 339{,}24\ \text{cm}^3$

Recuerda

Área total de un cilindro recto:

$$A_T = A_L + 2A_b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

Volumen de un cilindro recto:

$$V = A_b \cdot h$$

7. Calcula la altura de un cilindro sabiendo que su volumen es 502,4 m^3, y su diámetro, 8 m.

Sustituyendo los datos en la fórmula del volumen y tomando el radio de 4 m, tenemos que:

$$V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow 502{,}4 = \pi \cdot 4^2 \cdot h \rightarrow 502{,}4 = 50{,}24 \cdot h \rightarrow h = \frac{502{,}4}{50{,}24} = 10\ \text{m}$$

8. Halla el área y el volumen de un cono de 5 cm de radio y 10 cm de altura.

Calculamos la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras con el radio y la altura.

$g^2 = r^2 + h^2 = 5^2 + 10^2 = 125 \rightarrow g = \sqrt{125} = 11{,}18\ \text{cm}$

Sustituyendo los datos en las fórmulas:

$A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 5 \cdot 11{,}18 = 175{,}62\ \text{cm}^2$

$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ \text{cm}^2$

$A_T = A_L + A_b = 175{,}62 + 78{,}54 = 254{,}16\ \text{cm}^2$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{78{,}54 \cdot 10}{3} = 261{,}8\ \text{cm}^3$$

Recuerda

Área total de un cono recto:

$$A_T = A_L + A_b = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

Volumen de un cono recto:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

9. Queremos comprar tela para forrar una tienda de campaña de forma cónica de 4 m de diámetro y 4 m de altura. Si el metro cuadrado de tela cuesta 21 €, ¿cuánto gastaremos en la tienda?

Calculamos el área total de la tienda, ya que tanto la base como el lateral están forrados.

Hallamos la generatriz del cono mediante el teorema de Pitágoras con la altura y el radio (2 m).

$g^2 = r^2 + h^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \rightarrow g = \sqrt{20} = 4{,}47\ \text{m}$

$A_T = A_L + A_b = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2 \cdot 4{,}47 + \pi \cdot 2^2 = 28{,}09 + 12{,}57 = 40{,}66\ \text{m}^2$

Por tanto, gastaremos $40{,}66 \cdot 21 = 853{,}86$ €.

10. Halla el área y el volumen de una esfera de 10 cm de radio.

Sustituyendo los datos en las fórmulas:

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 10^2 = 1\,256{,}64\ \text{cm}^2$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^3}{3} = 4\,188{,}79\ \text{cm}^3$$

Recuerda

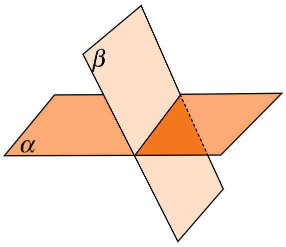
Área de una esfera: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

Volumen de una esfera: $V = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

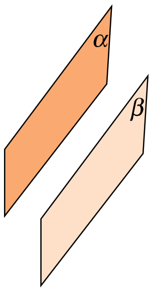
Evaluación B

1. Determina la posición relativa entre los planos α y β.

a)



b)



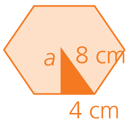
a) Los planos son secantes.

b) Los planos son paralelos.

2. Halla el área total y el volumen de un prisma hexagonal regular cuyo lado de la base mide 8 cm y la altura 6 cm.

Recuerda

En un hexágono regular, la longitud del radio es igual a la del lado.



Calculamos la apotema de la base mediante el teorema de Pitágoras.

$a^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

$A_b = A_{HEXÁGONO} = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 6{,}93}{2} = 124{,}74$ cm^2 $\qquad A_L = P \cdot h = 6 \cdot 6 \cdot 8 = 288$ cm^2

$A_T = A_L + 2A_b = 288 + 2 \cdot 124{,}74 = 537{,}48$ cm^2 $\qquad V = A_b \cdot h = 124{,}74 \cdot 8 = 997{,}92$ cm^3

3. ¿Cuál es el área total y el volumen de una pirámide hexagonal regular cuyo lado de la base mide 5 cm y la arista lateral 12 cm?

Calculamos la apotema de la base, a, la apotema de la pirámide, A_p, y la altura, h.

$a^2 = 5^2 - 2{,}5^2 \rightarrow a^2 = 25 - 6{,}25 = 18{,}75 \rightarrow a = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33$ cm

$A_p^2 = 12^2 - 2{,}5^2 \rightarrow A_p^2 = 144 - 6{,}25 = 137{,}75 \rightarrow A_p = \sqrt{137{,}75} = 11{,}74$ cm

$h^2 = 12^2 - 5^2 \rightarrow h^2 = 144 - 25 = 119 \rightarrow h = \sqrt{119} = 10{,}91$ cm

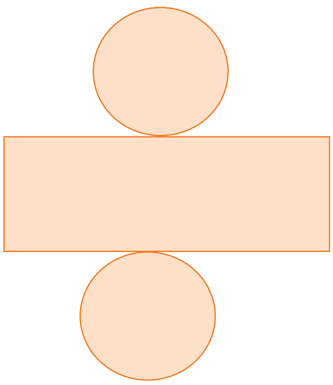
Ahora calculamos el área y el volumen.

$A_b = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95$ cm^2 $\qquad A_L = \dfrac{P \cdot A_p}{2} = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 11{,}74}{2} = 176{,}1$ cm^2

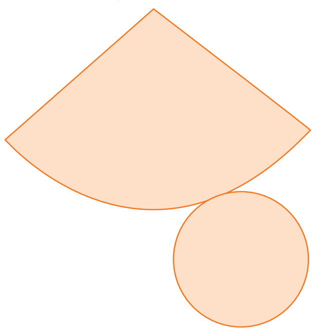
$A_T = A_b + A_L = 64{,}95 + 176{,}1 = 241{,}05$ cm^2 $\qquad V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{64{,}95 \cdot 10{,}91}{3} = 236{,}2$ cm^3

4. Dibuja el desarrollo plano de un cilindro y de un cono.

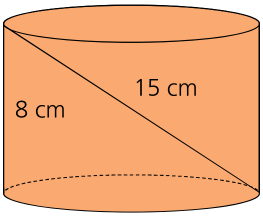
Desarrollo plano de un cilindro



Desarrollo plano de un cono



5. Halla el área y el volumen de este cilindro.



Con los datos de la figura podemos calcular el diámetro mediante el teorema de Pitágoras.

$15^2 = 8^2 + d^2 \rightarrow d^2 = 15^2 - 8^2 = 225 - 64 = 161 \rightarrow d = \sqrt{161} = 12,69$ cm

Por tanto, el radio mide 12,69 : 2 = 6,35 cm.

Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 6,35 \cdot 8 = 319,19$ cm^2 $\quad A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 6,35^2 = 126,68$ cm^2

$A_T = A_L + 2A_b = 319,19 + 2 \cdot 126,68 = 572,55$ cm^2

$V = A_b \cdot h = 126,68 \cdot 8 = 1\,013,44$ cm^3

6. Calcula el radio de un cilindro sabiendo que su altura es 8 cm, y su volumen, 628 cm^3.

Ten en cuenta

Sustituye los datos en la fórmula del volumen y resuelve la ecuación.

Sustituyendo los datos en la fórmula del volumen tenemos: $V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow$

$\rightarrow 628 = \pi \cdot r^2 \cdot 8 \rightarrow 628 = 25,12 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \dfrac{628}{25,12} = 25 \rightarrow r = \sqrt{25} = 5$ cm

7. Halla el área y el volumen de un cono de 12 cm de altura y 15 cm de generatriz.

Calculamos el radio mediante el teorema de Pitágoras.

$g^2 = r^2 + h^2 \rightarrow r^2 = g^2 - h^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 \rightarrow r = \sqrt{81} = 9$ cm

Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

$A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 \cdot 15 = 424,12$ cm^2 $\quad A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254,47$ cm^2

$A_T = A_L + A_b = 424,12 + 254,47 = 678,59$ cm^2 $\quad V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{254,47 \cdot 12}{3} = 1\,017,88$ cm^3

8. Calcula la cantidad de galleta que contiene un cucurucho de 6 cm de diámetro y 15 cm de altura, y la cantidad de helado que podemos introducir en su interior.

La cantidad de galleta que contiene el cucurucho es el área lateral del cono, y la cantidad de helado que podemos introducir, es su volumen.

Calculamos la generatriz mediante el teorema de Pitágoras.

$g^2 = r^2 + h^2 = 3^2 + 15^2 = 234 \rightarrow g = \sqrt{234} = 15,3$ cm

$A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 3 \cdot 15,3 = 144,2$ cm^2 $\quad V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 15}{3} = 141,37$ cm^3

El cucurucho contiene 144,2 cm^2 de galleta y podemos introducir 141,37 cm^3 de helado.

9. Halla la distancia entre dos puntos A y B de la superficie esférica si el radio de la esfera mide 10 cm y el ángulo que forman con el centro de la esfera es de 60°.

Recuerda

Longitud de un arco de circunferencia:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

Para calcular la distancia entre estos dos puntos utilizamos la longitud de un arco de circunferencia.

$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot \dfrac{60°}{360°} = 10,47$ cm

10. Determina la distancia entre los puntos A(30° E, 50° N) y B(30° E, 70° N), situados en el mismo meridiano.

La amplitud del arco entre A y B es: 70° − 50° = 20°

Para hallar la distancia entre A y B, calculamos la longitud del arco correspondiente al sector circular de 20° de amplitud y cuyo radio es aproximadamente el radio de la Tierra (6 371 km).

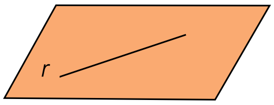
$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \dfrac{\alpha}{360°} = 2 \cdot \pi \cdot 6\,371 \cdot \dfrac{20°}{360°} = 2\,223,9$ km

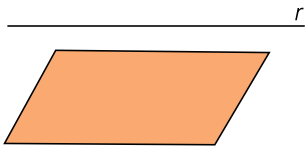
Ten en cuenta

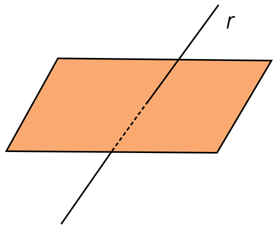
Utiliza la fórmula de la longitud del arco sabiendo que el radio de la Tierra es 6 371 km.

Evaluación C

1. Determina la posición relativa de estas rectas y planos.

a) 

b) 

c) 

a) Recta contenida en el plano. **b)** Recta y plano paralelos. **c)** Recta y plano secantes.

2. Halla el área total y el volumen de un prisma de 7 cm de altura cuyas bases son triángulos equiláteros de 5 cm de lado.

Para hallar el área de las bases, tenemos en cuenta el triángulo rectángulo que corresponde a la mitad de cada base. Mediante el teorema de Pitágoras:

$h^2 = 5^2 - 2{,}5^2 = 25 - 6{,}25 = 18{,}75 \rightarrow h = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33$ cm

$A_b = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{5 \cdot 4{,}33}{2} = 10{,}83$ cm^2 $A_L = P \cdot h = 5 \cdot 3 \cdot 7 = 105$ cm^2

$A_T = A_L + 2A_b = 105 + 2 \cdot 10{,}83 = 126{,}66$ cm^2 $V = A_b \cdot h = 10{,}83 \cdot 7 = 75{,}81$ cm^3

3. Calcula la cantidad de acero que se necesita para construir un cubo de 10 m de arista sin tapa.

Para calcular la cantidad de acero tenemos que calcular el área las 5 caras que tenemos que cubrir.

$A = 5 \cdot l^2 = 5 \cdot 10^2 = 500$ m^2

Necesitamos 500 m^2 de acero.

4. Averigua la altura de un ortoedro cuya base mide 80 cm de largo y 50 cm de ancho sabiendo que en él se pueden introducir hasta 360 L de agua.

Sabemos que 1 L = 1 dm^3. Por tanto, 360 L de agua equivalen a un volumen de 360 dm^3, o lo que es lo mismo, 360 000 cm^3. Hallamos qué altura corresponde a un volumen de 360 000 cm^3.

$V = a \cdot b \cdot h = 80 \cdot 50 \cdot h = 360\,000 \rightarrow 4\,000 \cdot h = 360\,000 \rightarrow h = \dfrac{360\,000}{4\,000} = 90$ cm

5. Calcula el área total y el volumen de una pirámide de altura 4 cm cuya base es un hexágono regular de lado 8 cm.

En primer lugar vamos a calcular la apotema de la base, a, y la apotema de la pirámide, A_p, mediante el teorema de Pitágoras.

$a^2 = 8^2 - 4^2 \rightarrow a^2 = 64 - 16 = 48 \rightarrow a = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

$A_p^2 = 4^2 + 6{,}93^2 \rightarrow A_p^2 = 16 + 48 = 64 \rightarrow A_p = \sqrt{64} = 8$ cm

Ahora, calculamos el área y el volumen.

$A_b = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}93}{2} = 166{,}32$ cm^2 $A_L = \dfrac{P \cdot A_p}{2} = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 8}{2} = 192$ cm^2

$A_T = A_b + A_L = 166{,}32 + 192 = 358{,}32$ cm^2 $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{166{,}32 \cdot 4}{3} = 221{,}76$ cm^3

6. Halla el área y el volumen de un cilindro de 8 cm de diámetro y 15 cm de altura.

Al ser el diámetro 8 cm, el radio será 4 cm.

Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 15 = 376{,}99 \text{ cm}^2$

$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + 2A_b = 376{,}99 + 2 \cdot 50{,}27 = 477{,}53 \text{ cm}^2$

$V = A_b \cdot h = 50{,}27 \cdot 15 = 754{,}05 \text{ cm}^3$

7. Determina la cantidad de pared que quedará pintada al dar una vuelta completa a un rodillo de 10 cm de diámetro y 30 cm de altura.

La cantidad de pared que se pinta es igual al área lateral del cilindro. Por tanto:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 30 = 942{,}48 \text{ cm}^2$

Quedarán pintados 942,48 cm^2 de pared.

8. Calcula el área y el volumen de un cono de 8 cm de diámetro y 10 cm de generatriz.

Calculamos la altura del cono mediante el teorema de Pitágoras con el radio y la generatriz.

$h^2 = g^2 - r^2 = 10^2 - 4^2 = 84 \rightarrow h\ \sqrt{84} = 9{,}17 \text{ cm}$

Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

$A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 4 \cdot 10 = 125{,}66 \text{ cm}^2$

$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + A_b = 125{,}66 + 50{,}27 = 175{,}93 \text{ cm}^2$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{50{,}27 \cdot 9{,}17}{3} = 153{,}66 \text{ cm}^3$$

9. Halla la generatriz de un cono de radio 8 m sabiendo que su volumen es de 1 004,8 m^3.

Primero calculamos la altura sustituyendo en la fórmula del volumen del cono.

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow 1\,004{,}8 = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot h}{3} \rightarrow h = \frac{1\,004{,}8 \cdot 3}{\pi \cdot 8^2} = 15 \text{ m}$$

Ahora calculamos la generatriz mediante el teorema de Pitágoras con el radio y la altura.

$g^2 = h^2 + r^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \rightarrow g = \sqrt{289} = 17 \text{ m}$

10. Calcula el área y el volumen de una esfera de 18 cm de diámetro.

Como el diámetro es 18 cm, el radio es 9 cm. Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

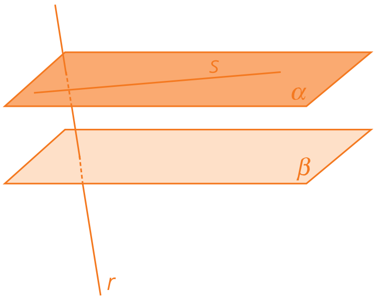
$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 9^2 = 1\,017{,}88 \text{ cm}^2$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9^3}{3} = 3\,053{,}63 \text{ cm}^3$$

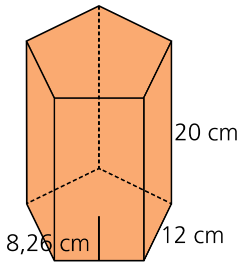
Evaluación D

1. Dibuja dos planos paralelos, una recta secante a ellos, y otra recta que esté contenida en uno de los planos y se cruce con la anterior.

Respuesta abierta.



2. Halla el área y el volumen de este prisma pentagonal regular.



$A_b = A_{PENTÁGONO} = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{12 \cdot 5 \cdot 8{,}26}{2} = 247{,}8 \text{ cm}^2$

$A_L = P \cdot h = 12 \cdot 5 \cdot 20 = 1\,200 \text{ cm}^2$

$A_T = A_L + 2A_b = 1\,200 + 2 \cdot 247{,}8 = 1\,695{,}6 \text{ cm}^2$

$V = A_b \cdot h = 247{,}8 \cdot 20 = 4\,956 \text{ cm}^3$

3. Calcula los litros de agua que caben en un prisma hexagonal de 7 cm de lado y 10 cm de altura.

Para calcular los litros de agua que caben, calculamos el volumen del prisma.

Necesitamos calcular la apotema de la base. Lo hacemos mediante el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 7^2 - 3{,}5^2 = 49 - 12{,}25 = 36{,}75 \rightarrow a = \sqrt{36{,}75} = 6{,}06 \text{ cm}$

Por tanto, el volumen es: $V = A_b \cdot h = \dfrac{P \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{6 \cdot 7 \cdot 6{,}06}{2} \cdot 10 = 1272{,}6 \text{ cm}^3 = 1272{,}6 \text{ ml} = 1{,}2726 \text{ L}$

Caben 1,2726 L.

4. Halla el área total y el volumen de una pirámide de base cuadrada de 4 cm de lado cuya altura es 10 cm.

En primer lugar, calculamos la apotema de la pirámide, A_p, mediante el teorema de Pitágoras, tomando como catetos la altura y la mitad de la base.

$A_p^2 = 10^2 + 2^2 = 100 + 4 = 104 \rightarrow A_p = \sqrt{104} = 10{,}2 \text{ cm}$

Después, calculamos el área y el volumen.

$A_b = l^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

$A_L = \dfrac{P \cdot A_P}{2} = \dfrac{4 \cdot 4 \cdot 10{,}2}{2} = 81{,}6 \text{ cm}^2$

$A_T = A_b + A_L = 16 + 81{,}6 = 97{,}6 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{16 \cdot 10}{3} = 53{,}33 \text{ cm}^3$

5. Halla el volumen de la pirámide de Keops en Egipto, si sabemos que tiene una base cuadrada de 230 m de lado y una altura de 146 m.

Para hallar este volumen simplemente aplicamos la fórmula, ya que tenemos todos los datos.

$V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{230^2 \cdot 146}{3} = 2\,574\,466{,}67 \text{ m}^3$

6. **Halla el área y el volumen de un cilindro de 4 cm de radio cuya diagonal mide 12 cm.**

Calculamos la altura del cilindro aplicando el teorema de Pitágoras con la diagonal y el diámetro (8 cm).

$h^2 = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80 \rightarrow h = \sqrt{80} = 8{,}94$ cm

Sustituyendo los datos en las fórmulas tenemos:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 8{,}94 = 224{,}69$ cm^2

$A_b = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27$ cm^2

$A_T = A_L + 2 \cdot A_b = 224{,}69 + 2 \cdot 50{,}27 = 325{,}23$ cm^2

$V = A_b \cdot h = 50{,}27 \cdot 8{,}94 = 449{,}41$ cm^3

7. **Determina la altura de un cono de 10 cm de diámetro cuya generatriz mide 13 cm.**

Hallamos la altura aplicando el teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta que el radio mide 5 cm.

$h^2 = g^2 - r^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12$ cm

8. **Calcula el diámetro de un cono de 9 cm de altura cuyo volumen es 1 139,82 cm^3.**

Sustituimos los datos en la fórmula del volumen de un cono.

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow 1\,139{,}82 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 9}{3} \rightarrow 1\,139{,}82 = 3 \cdot \pi \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \frac{1\,139{,}82}{3 \cdot \pi} = 121 \rightarrow r = \sqrt{121} = 11 \text{ cm}$$

Por tanto, el diámetro mide 22 cm.

9. **El volumen de una esfera es 3 052,08 dm^3. Halla su diámetro.**

En primer lugar, calculamos el radio sustituyendo en la fórmula del volumen de la esfera.

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = 3\,052{,}08 \rightarrow r^2 = \frac{3\,052{,}08 \cdot 3}{4 \cdot \pi} = 729 \rightarrow r = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ dm}$$

Por tanto, el diámetro mide 18 dm.

10. **Halla la distancia entre dos ciudades cuyas coordenadas geográficas son (20° E, 40° N) y (20° E, 20° S).**

Para hallar esta distancia, calculamos la longitud del arco que hay entre estos dos puntos ya que al estar en un mismo meridiano pertenecen al mismo círculo máximo. El ángulo entre ellos es 60° y el radio es el radio de la Tierra (6 371 km).

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°} = 2 \cdot \pi \cdot 6\,371 \cdot \frac{60°}{360°} = 6\,671{,}7 \text{ km}$$