Unidad 0

Números y potencias. Notación científica

1. a) byte (B) = 1 B

Kilobyte (kB) = 1 000 B = 10^3 B

Megabyte (MB) = 1 000 kB = 10^6 B

Gigabyte (GB) = 1 000 MB = 10^9 B

Terabyte (TB) = 1 000 GB = 10^{12} B

Petabyte (PB) = 1 000 TB = 10^{15} B

Exabyte (EB) = 1 000 PB = 10^{18} B

Zettabyte (ZB) = 1 000 EB = 10^{21} B

Yottabyte (YB) = 1 000 ZB = 10^{24} B

b) Correos electrónicos:

$$\frac{2 \text{x} 10^8 \text{correos}}{1 \text{minuto}} \text{x} \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{hora}} \text{x} \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{día}} =$$

$= 2{,}88 \text{x} 10^{11}$correos electrónicos al día

Búsquedas en Google:

$$\frac{2 \text{x} 10^6 \text{ búsquedas}}{1 \text{minuto}} \text{x} \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{hora}} \text{x} \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{día}} =$$

$= 2{,}88 \text{ x} 10^9$ búsquedas en Google al día

Bloques de contenido en Facebook:

$$\frac{7 \text{x} 10^5 \text{ bloques}}{1 \text{minuto}} \text{x} \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{hora}} \text{x} \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{día}} =$$

$= 1{,}008 \text{x} 10^9$ bloques publicitarios al día

c) 1,8 TB = 1,8 x 10^{12} bytes = 1,8 x 10^3 GB (1 800 GB)

d) 1 800 GB : 8 GB = 225

Se necesitarían 225 lápices de memoria para almacenar toda la información que genera un solo oficinista a lo largo de un año.

e) Una progresión geométrica, ya que el cociente entre un término y su anterior es constante. En este caso es una progresión geométrica de razón 2.

Expresiones algebraicas

2. a) Respuesta abierta.

b) $P(x) = 3x^2 - 5x + 3$

$P(3) = 3 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 3$

$P(3) = 27 - 15 + 3$

$P(3) = 15$

$Q(x) = 5x^4 - 3x^2 + 7x - 1$

$Q(3) = 5 \cdot 3^4 - 3 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3 - 1$

$Q(3) = 405 - 27 + 21 - 1$

$Q(3) = 398$

$P(x) = 3x^2 - 5x + 3$

$P(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 3$

$P(-2) = 12 + 10 + 3$

$P(-2) = 25$

$Q(x) = 5x^4 - 3x^2 + 7x - 1$

$Q(-2) = 5(-2)^4 - 3(-2)^2 + 7(-2) - 1$

$Q(-2) = 80 - 12 - 14 - 1$

$Q(-2) = 53$

c) $3(x-1) + 2 = 5 - 2(x-2)$

$3x - 3 + 2 = 5 - 2x + 4$

$3x + 2x = 3 - 2 + 5 + 4$

a) $5x = 10$

$$x = \frac{10}{5} = 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 = x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

b) $-2x^2 + 50 = 0$

$-2x^2 = -50$

$x = \pm 5$

c) $3x(x-4) = 0$

$3x = 0$

d) $x - 4 = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 4$

d)

a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{array}\right\}$

Por sustitución: $y = 2 - 2x$, de manera que $3x - 2(2 - 2x) = 0$. A continuación, se soluciona la ecuación:

$3x - 4 + 4x = 0$

$7x = 4$

$$x = \frac{4}{7}$$

Después se sustituye en $y = 2 - 2x$, y se obtiene

$$y = \ 2 - 2 \cdot \frac{4}{7} \rightarrow y = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{array}\right\}$

Por reducción:

$3x + 4y = 2$

$4x - 4y = 16$

$7x = -14$

$x = \frac{-14}{7}$

$x = -2$

A continuación, sustituimos en la ecuación inicial:

$3(-2) + 4y = 2$

$4y = 8$

$y = 2$

e) $f(x) = \frac{x}{2} + 3$

$f(-4) = \frac{-4}{2} + 3$

$f(-4) = -2 + 3$

$f(-4) = -1$

$f(x) = \frac{x}{2} + 3$

$10 = \frac{x}{2} + 3$

$10 - 3 = \frac{x}{2}$

$14 = x$

$f(10)^{-1} = 14$

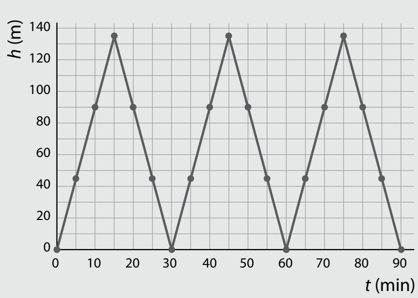
Funciones

3. a) Al cabo de 15 minutos estará en el punto más alto, a 135 metros de altura. Al cabo de 30 minutos estará a nivel del suelo, a 0 metros de altura.

b)

Tiempo (en min)	Altura de la cesta (en m)
0	0
5	45
10	90
15	135
20	90
25	45
30	0

c)



d) Dom $f(x)$= [0, 90]; Rec $f(x)$= [0, 135]; crecimiento: (0, 15) U (30, 45) U (60, 75); decrecimiento: (15, 30) U (45, 60) U (75, 90); máximos en los puntos (15, 135); (45, 135); (75, 135); mínimos en los puntos (0, 0); (30, 0); (60, 0); (90, 0).

e) Es una función periódica de T= 30.

Volumen y capacidad

4. a) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$330 = \pi \cdot 3{,}16^2 \cdot h$

$\frac{330}{3{,}16^2 \cdot \pi} = h$

$h = 10{,}52$ cm

La altura de la lata convencional es de 10,52 cm.

b) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$330 = \pi \cdot 2{,}76^2 \cdot h$

$\frac{330}{2{,}76^2 \cdot \pi} = h$

$h = 13{,}79$ cm

La lata alargada mide 3,27 cm más que la convencional.

c) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V = \pi \cdot 6{,}32^2 \cdot 21{,}04$

$V = 2\,640$ mL $(2\,640 : 330 = 8)$

Al doblar el diámetro y la altura, el volumen aumentará 8 veces.

d) Área total $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$A = 2\pi \cdot 3{,}16 \cdot 10{,}52 + 2\pi \cdot 3{,}16^2 = 271{,}61\ \text{cm}^2$

Con el nuevo formato se utiliza más aluminio (según estos cálculos aproximados, unos 15 cm^2 más). Los motivos pueden ser puramente comerciales, como por ejemplo crear un nuevo formato para aumentar las ventas.

Estadística

5. a) La curva P85 indica el valor que deja al 85 % de los niños por debajo de esa longitud, y la numerada con el P97 indica el valor que deja al 97 % de los niños con longitudes inferiores a él (o que el 3 % tienen una longitud superior a la indicada).

b) El decil 5 corresponde al percentil 50, que determina los valores que corresponden al 50 % de los datos. Es lo mismo que el cuartil 2. Todos esos valores coinciden con la mediana.

c) A las 12 semanas la media de longitud es de 60,8 cm.

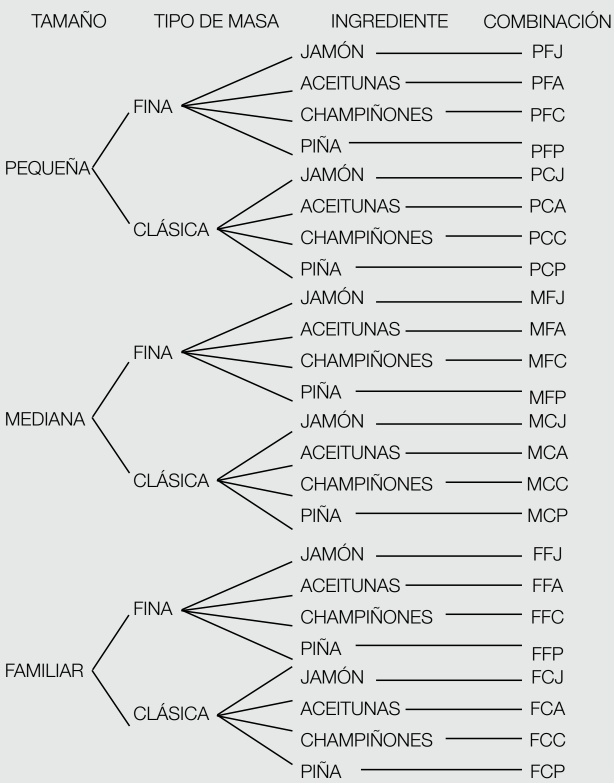
d) Entre el 85 % y el 97 % de los niños. Esto supone que entre 6 200 y 7 075 niños medían más de 47 cm al nacer.

e) Estadísticamente, se recomendó hacer una exploración al 3 % de los niños, es decir, a unos 219 niños.

Probabilidad

6. a) En total se pueden pedir 24 combinaciones diferentes de pizza (3 tamaños x 2 masas x 4 ingredientes).

DIAGRAMA DE ÁRBOL



TOTAL: 3 x 2 x 4 = 24 COMBINACIONES

b) Si a las pizzas medianas añadimos otro tipo de masa, como hay 4 ingredientes posibles para cada masa, el número de combinaciones aumenta hasta 28 posibles.

c) P (pequeña con piña) = 2/24 = 1/12, ya que se da una situación de equiprobabilidad y de entre las 24 combinaciones, solo dos son posibles (con masa fina o con masa clásica).

d) Pueden escoger entre 6 combinaciones: JC, JA, JP, CA, CP, AP (los ingredientes no pueden ser el mismo y, además, no importa el orden en el que los coloquemos).

e) P (aceitunas) = 3/6 = 1/2
P (aceitunas y champiñones)= 1/6

f) Si elimina un tamaño, elimina en total 8 opciones (la tercera parte de la variedad de pizzas). Si elimina un tipo de masa, como solo hay 2, elimina la mitad de las pizzas, y si elimina un ingrediente, como hay 4, elimina 6 opciones, es decir, la cuarta parte de las pizzas. En conclusión, si quiere suprimir el máximo de combinaciones posible eliminando una opción, le recomendaría que eliminase un tipo de masa.