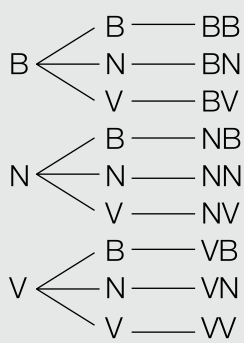
Unidad 10

Actividades

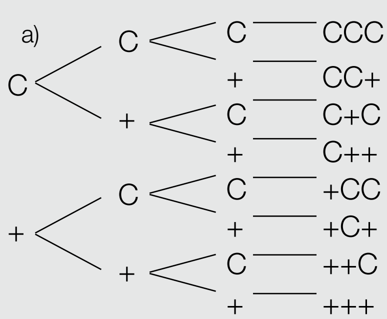
1. a) Aleatorio simple.
b) Determinista.
c) Determinista.
d) Aleatorio simple.
e) Aleatorio simple.
f) Determinista.
g) Determinista.

2.



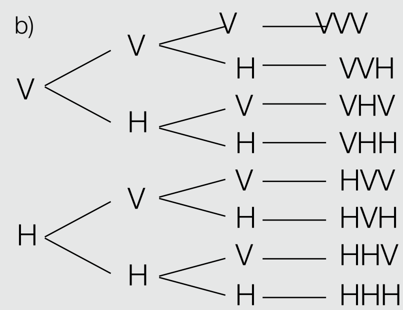
Ω = {BB, BN, BV, NB, NN, NV, VB, VN, VV}

3. a)



Ω = {CCC, CC+, C+C, C++, +CC, +C+, ++C, +++}

b)



V = varón H = hembra

Ω = {VVV, VVH, VHV, VHH, HVV, HVH, HHV, HHH}

c)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Ω = {(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)}

4. Ω = {VVV, VVH, VHV, VHH, HVV, HVH, HHV, HHH}
Suceso A = {VVV, VVH, VHV, VHH}
Suceso B = {VHH, HHH}

5. Ω = {C, +}

a) Suceso A (obtener cara) = {C}
Suceso B (obtener cruz) = {+}

Sucesos elementales, contrarios e incompatibles.

b) Será cualquiera en el que se espere un resultado que no pueda ocurrir nunca en el experimento, como por ejemplo obtener un 1, sacar par u obtener color azul.

6. Suceso A = {2, 4, 6} Suceso $\bar{A}$ = {1, 3, 5}
Suceso B = {1, 2, 3, 4} Suceso $\bar{B}$ = {5, 6}
Suceso C = {∅} Suceso $\bar{C}$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = Ω

7. a) $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7\}$
$A = \{4,5,6,7\}, B = \{2,4,6\}$
$C = \{3,6\}; D = \{\varnothing\}$

© grupo edebé

b) Los sucesos A y B son compatibles. Los sucesos A y el contrario de C también son compatibles.

8.

	Realizaciones del experimento					
	50	100	150	200	250	300
Frecuencia absoluta	13	54	36	49	62	132
Frecuencia relativa	0,260	0,540	0,480	0,245	0,496	0,44

9.

a)

Suceso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
B = salga blanca	307	0,512
R = salga roja	171	0,285
V = salga verde	72	0,12
N = salga negra	50	0,083
	$\sum = 600$	$\sum = 1$

b) $P(B) = \dfrac{10}{20} = 0{,}50$ $\quad P(R) = \dfrac{5}{20} = 0{,}25$

$P(V) = \dfrac{3}{20} = 0{,}15$ $\quad P(N) = \dfrac{2}{20} = 0{,}10$

10. Número de casos posibles = 36

a)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

15 casos favorables a A.

$P(A) = \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12} \approx 0{,}417$

b) Suceso B = $\{(1, 1)\}$, un solo caso favorable a B.

$P(B) = \dfrac{1}{36} \approx 0{,}028$

c) Suceso C = $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$, cuatro casos favorables a C.

11. Total de bolas = 5 + 4 + 1 + 2 + 3 = 15

a) $P(A = \text{bola azul}) = \dfrac{4}{15} \approx 0{,}267$

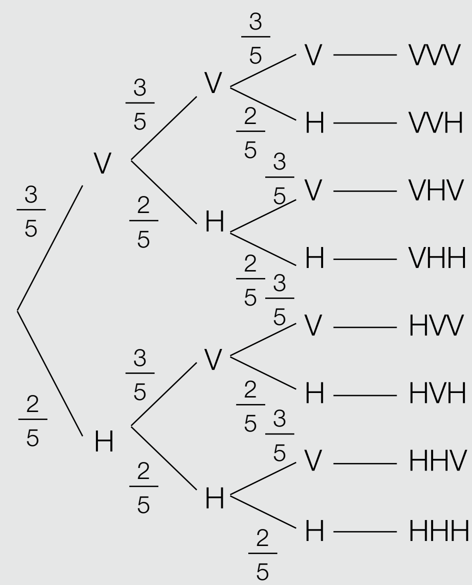
b) $P(B = \text{bola no azul}) = \dfrac{15-4}{15} = \dfrac{11}{15} \approx 0{,}733$

c) $P(C = \text{bola no verde}) = \dfrac{15-3}{15} = \dfrac{12}{15} = 0{,}8$

d) $P(D = \text{bola no verde ni azul}) = \dfrac{15-4-3}{15} = \dfrac{8}{15} \approx 0{,}533$

12. $P(V = \text{niño}) = \dfrac{18}{30} = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

$P(H = \text{niña}) = \dfrac{12}{30} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$



Suceso A (2 niñas y 1 niño) = {VHH, HVH, HHV}

$P(A = \text{2 niñas y 1 niño}) = \dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{2}{5} + \dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{2}{5} + \dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{3}{5} = 3\cdot\dfrac{12}{125} = \dfrac{36}{125} = 0{,}288$

Suceso B (3 niños) = {VVV}

$P(B = \text{3 niños}) = \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 = \dfrac{27}{125} = 0{,}216$

13.

	Defectuosos (d)	No defectuosos ($\bar{d}$)	Total
Audi (A)	3	24	27
Lada (L)	6	17	23
TOTAL	9	41	50

Lada no defectuoso: $P(L \cap \bar{d}) = \dfrac{17}{50} = 0{,}34$

Audi: $P(A) = \dfrac{27}{50} = 0{,}54$

14. Casos posibles = 36

a) Suceso A (obtener 7) = $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$

Casos favorables = 6

$P(A = \text{obtener } 7) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6} \approx 0{,}167$

© grupo edebé

b)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Casos favorables = 18

$P(B = \text{dado negro par}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

c) Si dos sucesos son independientes, se cumple:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

En este ejemplo: $P(A) = \frac{1}{6}$ $\qquad P(B) = \frac{1}{2}$

$A \cap B = \{(2, 5), (4, 3), (6, 1)\} \rightarrow 3$ casos favorables.

$P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = P(A) \cdot P(B)$

Por lo que podemos afirmar que los dos sucesos son independientes.

15. El ejercicio es similar al experimento *lanzar un dado* explicado en el apartado 4.1, pero con las siguientes diferencias:

a) Rango A2:J11: en cada una de las celdas se genera un número aleatorio del 2 al 12 con la fórmula =ENTERO(ALEATORIO()*12+1), o la suma de dos números aleatorios del 1 al 6 con la fórmula =ENTERO(ALEATORIO()*6+1)+ ENTERO(ALEATORIO()*6+1).

b) Rango L2:L13: escribimos los sucesos elementales: {2}, {3},{4},{5},{6},{7},{8},{9},{10},{11},{12}.

c) Rango M2:M13: se escriben las fórmulas para el cálculo de las frecuencias absolutas de cada suceso elemental. En la celda M2 se escribe la fórmula: =CONTAR.SI(A2:J11;L2), se selecciona la celda y se arrastra hasta M13.

d) Rango N2:N13: se escriben las fórmulas para el cálculo de las frecuencias relativas de cada suceso elemental. En la celda N2 se escribe la fórmula =M2/100, se selecciona la celda y se arrastra hasta N13.

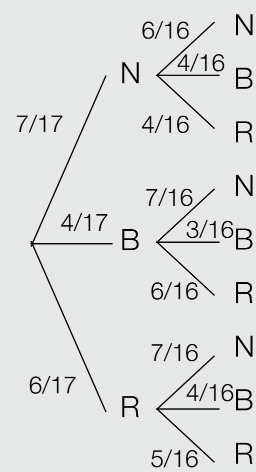
16. Respuesta abierta.

17. Experimento sin devolución, por lo que los sucesos son dependientes. Será necesario construir un diagrama de árbol, pero recordando que la segunda extracción se hace sin que haya habido reemplazamiento, lo que hará que tanto el número de casos posibles como el de favorables varíe a la hora de aplicar la regla de Laplace.

1.ª extracción: casos posibles = 7 + 4 + 6 = 17

2.ª extracción: casos posibles = 17 – 1 = 16

El número de casos favorables al suceso dependerá de la rama en que nos encontremos:



a) Extraer una bola negra y una roja:

Casos favorables = {NR, RN}

$P(A) = \frac{7}{17} \cdot \frac{6}{16} + \frac{6}{17} \cdot \frac{7}{16} = \frac{21}{68} \approx 0{,}309$

b) Extraer dos bolas del mismo color:

Casos favorables = {NN, BB, RR}

$P(B) = \frac{7}{17} \cdot \frac{6}{16} + \frac{4}{17} \cdot \frac{3}{16} + \frac{6}{17} \cdot \frac{5}{16} = \frac{21}{68} \approx 0{,}309$

Extraer dos bolas de distinto color es el contrario a extraer dos bolas del mismo color:

$P(C) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{21}{68} = \frac{47}{68} \approx 0{,}691$

Actividades finales

Concepto de probabilidad

18. Lanzar una moneda es siempre aleatorio porque nunca sabemos el resultado del experimento, a no ser que la moneda esté trucada.

19. Los experimentos deterministas son aquellos en los que es posible predecir el resultado antes de que se lleven a cabo. Los experimentos aleatorios son aquellos en los que no es posible predecir el resultado antes de que se lleven a cabo.

Experimento aleatorio:

- Extraer una carta de una baraja española.
- Lanzar una moneda al suelo y anotar el resultado de la cara que aparece.
- Elegir una camiseta del armario.

© grupo edebé

Experimento determinista:

- Pesar 1 kg de manzanas.
- Pedir el número de teléfono a un compañero.
- Arrojar una piedra al vacío y medir su aceleración.
- Medir la longitud de una circunferencia de radio 5 m.

20. a) Aleatorio. La chincheta puede caer tanto de lado como con la punta hacia arriba.

b) Aleatorio, porque no podemos asegurar que sea doble o no.

c) Determinista, porque estos dos compuestos reaccionan siempre de la misma manera.

21. a) Falso. En el caso de un experimento aleatorio: si los resultados se pueden contar, se le llama experimento aleatorio numerable; y si no se pueden contar, se le llama experimento aleatorio no numerable.

b) Falso. En un experimento aleatorio no se conocen previamente todos los resultados.

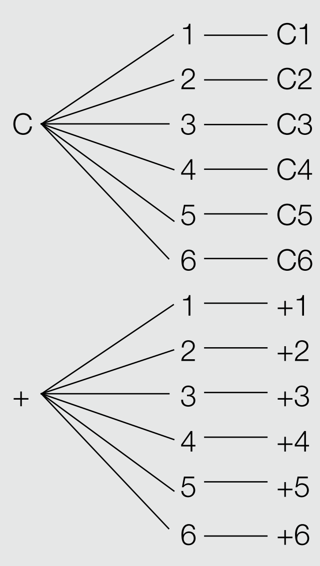
c) Falso. Los experimentos aleatorios son aquellos en los que no es posible predecir el resultado antes de que se lleven a cabo..

d) Verdadero.

22. Un experimento simple consta de un único elemento del espacio muestral. Ejemplo: lanzar un dado.

Un suceso compuesto es el determinado por dos o más resultados del mismo. Ejemplo: que al lanzar un dado que salga par.

23.



$\Omega = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, +1, +2, +3, +4, +5, +6\}$

24. Suceso seguro: el suceso que ocurre siempre que se lleva a cabo el experimento aleatorio.

- Obtener cara o cruz al lanzar una moneda.

Suceso imposible: el suceso que no ocurre jamás.

- Si tienes tres bolas de distintos colores cada una y extraes dos simultáneamente, que las dos bolas que obtengas sean del mismo color.

Suceso contrario: el suceso contrario a un suceso *A* es el que se verifica siempre y cuando no se verifique *A*.

- Los sucesos *A*: sacar una bola roja y B: sacar una bola que no sea roja son sucesos contrarios.

Sucesos compatibles: son los que se pueden verificar simultáneamente.

- Obtener dos caras al lanzar dos monedas simultáneamente.

Sucesos incompatibles: son los que no se pueden verificar simultáneamente.

- Si lanzamos un dado, obtener un número divisor de 5 y obtener un número par.

Sucesos dependientes: son aquéllos en los que la verificación de uno influye en la ocurrencia del otro.

Si lanzamos un dado, el suceso de sacar 4 y el suceso de obtener un número par son dependientes, ya que el hecho de obtener un número par condiciona la probabilidad de obtener un 4.

Sucesos independientes: son aquellos en los que la ocurrencia de uno no influye en la verificación del otro.

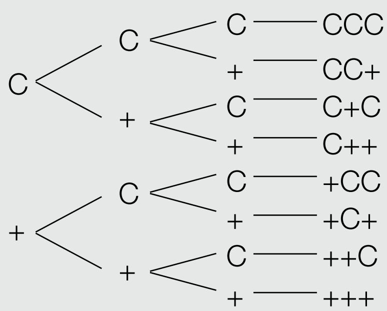
- Así, si lanzamos dos veces un dado, el suceso de obtener un 4 en cada tirada es independiente, ya que tanto la probabilidad de obtener un 4 en la primera como en la segunda tirada será de 1/6.

25. Dos sucesos contrarios son siempre incompatibles, ya que un suceso contrario $(\overline{A})$ se verifica siempre y cuando no se verifique el suceso (A), y, por tanto, si no se verifica, es también incompatible. Así, si consideramos el suceso *A*: obtener un número par y el suceso *B*: obtener un número impar en el experimento lanzar un dado, dichos sucesos son a la vez contrarios e incompatibles.

© grupo edebé

Dos sucesos incompatibles no siempre son contrarios, ya que la suma de los dos sucesos no tiene por qué abarcar todo el espacio muestral. Así, por ejemplo, al lanzar un dado, los sucesos que salga 2 y que salga 6 son incompatibles, pero no contrarios.

26.



$\Omega = \{CCC, CC+, C+C, C++, +CC, +C+, ++C, +++\}$

27 a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$

b) $\Omega = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12\}$

c) $\Omega = \{V, H\}$

28. a) Los dados se lanzan sucesivamente y las monedas también, por lo que consideraremos que sí importa el orden: por ejemplo, sacar un 2 en el primer dado y un 6 en el segundo es diferente a sacar un 6 y luego un 2.

Con un dado hay 6 posibles resultados; con cada uno de estos resultados, 6 posibles resultados del segundo dado, y así sucesivamente; por lo tanto, el número de sucesos elementales en el lanzamiento de 5 dados de 6 caras es:

$VR_6^5 = 6^5 = 7\,776$

El mismo razonamiento debe hacerse con las monedas, pero esta vez el número de resultados posibles en el lanzamiento de una moneda es de 2, por lo que en el lanzamiento de 2 monedas el número de sucesos elementales será:

$VR_2^2 = 2^2 = 4$

Cada uno de estos cuatro sucesos elementales puede darse en cada uno de los sucesos elementales del lanzamiento de 5 dados, por lo que el resultado final es:
Número de sucesos elementales =
$VR_6^5 \cdot VR_2^2 = 7\,776 \cdot 4 = 31104$

b) Sacamos las cartas una detrás de otra, por lo que consideramos que sí importa el orden, como en el caso anterior, pero a diferencia de ese, no se pueden repetir resultados, ya que no hay reposición de las cartas.

La baraja española consta de 40 cartas, por lo que en la primera extracción hay 40 resultados posibles, en la segunda extracción habrá 39 resultados para cada uno de los anteriores, en la siguiente habrá 38, y así sucesivamente, por lo que el número de sucesos elementales al extraer 5 cartas sin reposición será:

Número de sucesos elementales =

$V_{40}^5 = 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 = 78\,960\,960$

c) En este caso, la extracción es simultánea, por lo que no importa el orden de extracción y sigue sin haber reposición.

Al no importar el orden de extracción, el número de sucesos elementales es menor, ya que extraer, por ejemplo, {(A-Oros), (3-Bastos), (7-Oros), (Sota-Copas)} se considera que es el mismo resultado que extraer {(3-Bastos), (A-Oros), (7-Oros), (Sota-Copas)} o {(Sota-Copas), (3-Bastos), (7-Oros), (A-Oros)}.

Para conocer el número de resultados que puede obtenerse situando 4 elementos en 4 posiciones, sin repetir ninguno, debemos considerar que en la primera posición podrá situarse cualquiera de los 4; en la segunda posición de cada uno podrían situarse cualquiera de los 3 restantes; en la tercera posición, cualquiera de los 2 que quedan, y en la cuarta posición de cada uno de los anteriores, el elemento restante. Por lo tanto, el número de resultados posibles para ordenar 4 elementos en 4 posiciones y sin que haya repetición es:

Número de sucesos elementales =
$P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

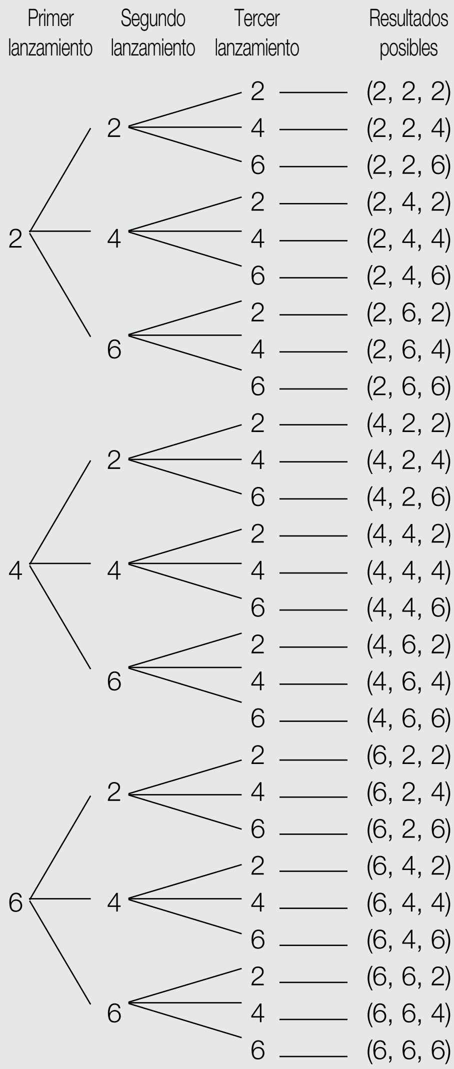
Teniendo en cuenta esto, para conocer el número de sucesos elementales al sacar 4 cartas simultáneamente bastará dividir el total de resultados de sacar 4 cartas importando el orden de extracción entre 24. Por lo tanto:

$$C_{40}^4 = \frac{V_{40}^4}{P_4} = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{2\,193\,360}{24} = 91390$$

© grupo edebé

29. a) A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48}

b)



B = {222, 224, 226, 242, 244, 246, 262, 264, 266, 422, 424, 426, 442, 444, 446, 462, 464, 466, 622, 624, 626, 642, 644, 646, 662, 664, 666}

c) Los resultados posibles se presentan en la siguiente tabla, en la que B = bastos, C = copas, E = espadas y O = oros:

© grupo edebé

	10B	11B	12B	10C	11C	12C	10E	11E	12E	10O	11O	12O
10B		11B 10B	12B 10B	10C 10B	11C 10B	12C 10B	10E 10B	11E 10B	12E 10B	10O 10B	11O 10B	12O 10B
11B	10B 11B		12B 11B	10C 11B	11C 11B	12C 11B	10E 11B	11E 11B	12E 11B	10O 11B	11O 11B	12O 11B
12B	10B 12B	11B 12B		10C 12B	11C 12B	12C 12B	10E 12B	11E 12B	12E 12B	10O 12B	11O 12B	12O 12B
10C	10B 10C	11B 10C	12B 10C		11C 10C	12C 10C	10E 10C	11E 10C	12E 10C	10O 10C	11O 10C	12O 10C
11C	10B 11C	11B 11C	12B 11C	10C 11C		12C 11C	10E 11C	11E 11C	12E 11C	10O 11C	11O 11C	12O 11C
12C	10B 12C	11B 12C	12B 12C	10C 12C	11C 12C		10E 12C	11E 12C	12E 12C	10O 12C	11O 12C	12O 12C
10E	10B 10E	11B 10E	12B 10E	10C 10E	11C 10E	12C 10E		11E 10E	12E 10E	10O 10E	11O 10E	12O 10E
11E	10B 11E	11B 11E	12B 11E	10C 11E	11C 11E	12C 11E	10E 11E		12E 11E	10O 11E	11O 11E	12O 11E
12E	10B 12E	11B 12E	12B 12E	10C 12E	11C 12E	12C 12E	10E 12E	11E 12E		10O 12E	11O 12E	12O 12E
10O	10B 10O	11B 10O	12B 10O	10C 10O	11C 10O	12C 10O	10E 10O	11E 10O	12E 10O		11O 10O	12O 10O
11O	10B 11O	11B 11O	12B 11O	10C 11O	11C 11O	12C 11O	10E 11O	11E 11O	12E 11O	10O 11O		12O 11O
12O	10B 12O	11B 12O	12B 12O	10C 12O	11C 12O	12C 12O	10E 12O	11E 12O	12E 12O	10O 12O	11O 12O	

30. Respuesta abierta. Sirvan como ejemplo:

Suceso seguro: extraer un número menor que 500.

Suceso imposible: extraer un número negativo.

Dos sucesos contrarios: extraer un número par y extraer un número impar.

31. a) $\Omega = \{2, 4, 6\}$

b) $\Omega = \{1, 3, 5\}$

c) $\Omega = \{2, 4, 6\}$

d) $\Omega = \{1, 2, 3, 6\}$

e) $\Omega = \{4, 6\}$

32. a) Lanzar un dado.

b) Rellenar una casilla de una quiniela.

c) Lanzar una moneda y extraer una carta de una baraja española, teniendo solo en cuenta el palo de la carta.

33. a) En efecto, porque la frecuencia relativa de un suceso tiende hacia el valor de la probabilidad, en este caso $P(A) = 0{,}2$.

b) No, porque el valor numérico de la probabilidad del suceso *A* es menor.

c) Sí, porque la suma de sus probabilidades no es 1.

d) No, porque la probabilidad de *A* es mayor que 0; *B*, en efecto, no es un suceso seguro, porque su probabilidad no es 1.

Cálculo de probabilidades

34. La regla de Laplace se puede aplicar en situaciones de equiprobabilidad, es decir, cuando en un experimento aleatorio es válido suponer que los diferentes sucesos elementales tienen la misma probabilidad.

35. $P(A) = \dfrac{\text{Casos favorables a } A}{\text{Casos posibles}}$

$P(G) = \dfrac{30}{42} = 0{,}71$

$P(P) = \dfrac{12}{42} = 0{,}29$

Como los sucesos son opuestos: $P(G) = 1 - P(P)$

36. La ruleta está formada por 37 números, del 0 al 36. La mitad de ellos rojos y la mitad negros, salvo el 0. Por lo tanto, el número de casos posibles es 37.

a) $P(\text{par}) = \dfrac{18}{37} \approx 0{,}486$

b) $P(\text{rojo}) = \dfrac{18}{37} \approx 0{,}486$

c) $P(\text{par y rojo}) = \dfrac{9}{37} \approx 0{,}243$

d) $P(\text{múltiplo de } 6) = \dfrac{6}{37} \approx 0{,}162$

© grupo edebé

37. $P(\text{par}) = 2 \cdot P(\text{impar})$

La suma de probabilidades de que salga cada número es igual a 1:

$$3 \cdot P(\text{par}) + 3 \cdot P(\text{impar}) = 1$$
$$3 \cdot (2 \cdot P(\text{impar})) + 3 \cdot P(\text{impar}) = 1$$
$$9 \cdot P(\text{impar}) = 1 \rightarrow P(\text{impar}) = \frac{1}{9}$$
$$P(\text{par}) = 2 \cdot P(\text{impar}) = \frac{2}{9}$$

Caso A: obtener un número mayor que 2.

$$P(A) = P(\text{salga } 3) + P(\text{salga } 4) + P(\text{salga } 5) + P(\text{salga } 6) =$$
$$= 2 \cdot P(\text{impar}) + 2 \cdot P(\text{par}) = \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$$

Caso B: obtener un número que no sea primo.

$$P(B) = P(\text{salga } 4) + P(\text{salga } 6) = 2 \cdot P(\text{par}) = \frac{4}{9} \approx 0{,}444$$

38.

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	2	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

$$P(A = \text{producto} > 11) = \frac{17}{36} = 0{,}472$$
$$P(B = \text{producto} < 11) = \frac{19}{36} = 0{,}528$$

Es más probable obtener un producto inferior a 11, por lo que es más probable que se hagan preguntas de cine.

39. Si denominamos suceso A a coger al menos un rotulador rojo, el suceso $\overline{A}$ es no coger ningún rotulador rojo.

Se puede afirmar que $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Como se trata de un experimento sin devolución:

$$P(\overline{A} = \text{cuatro rotuladores azules}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{126}$$
$$P(A = \text{algún rotulador rojo}) = 1 - \frac{5}{126} = \frac{121}{126} = 0{,}96$$

40. Si llamamos x al número de bolas rojas:

$$\frac{6+4}{6+4+x} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad x = 10$$

En la bolsa hay 10 bolas rojas.

41. Casos posibles: todos los grupos de 2 cartas que pueden formarse con las 52 de la baraja, de modo que importa el orden de colocación de los elementos y se puede repetir: $52^2 = 2\,704$.

Casos favorables:

$\{(Ap, 2p), (Ap, 2d), (Ap, 2t), (Ap, 2c), (Ad, 2p), (Ad, 2d), (Ad, 2t), (Ad, 2c), (At, 2p), (At, 2d), (At, 2t), (At, 2c), (Ac, 2p), (Ac, 2d), (Ac, 2t), (Ac, 2c)\}$

donde p = picas; d = diamantes; t = tréboles; c = corazones.

16 casos favorables.

$$P(A) = \frac{16}{2\,704} = 0{,}0059$$

42. a) $P(A) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{11}{850} \approx 0{,}013$

b) $P(B) = \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{51} \cdot \frac{12}{50} = \frac{13}{850} \approx 0{,}015$

c) De las posibles combinaciones de los cuatro palos de la baraja, agrupándolos de 3 en 3, nos interesan solamente aquellas en que no se repite ningún palo.

Si se hace el correspondiente diagrama de árbol, se comprueba que son 24 combinaciones.

La probabilidad de cada una de estas combinaciones (por ejemplo, sacar sucesivamente corazones, picas y tréboles) es:

$$P(C_i) = \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{51} \cdot \frac{13}{50} = \frac{169}{10\,200} \approx 0{,}0166$$

La probabilidad total, será:

$$P(C) = 24 \cdot \frac{169}{10\,200} \approx 0{,}398$$

43. a) $P(A) = \left(\frac{13}{52}\right)^3 = \frac{1}{64} \approx 0{,}016$

b) $P(B) = \left(\frac{13}{52}\right)^3 = \frac{1}{64} \approx 0{,}016$

c) $P(C) = 24 \cdot \left(\frac{13}{52}\right)^3 = \frac{3}{8} \approx 0{,}375$

44.

$$P(B) = 2 \cdot P(A)$$
$$P(C) = 2 \cdot P(B) = 2 \cdot 2 \cdot P(A) = 4 \cdot P(A)$$
$$P(D) = 2 \cdot P(C) = 8 \cdot P(A)$$
$$P(E) = 2 \cdot P(D) = 16 \cdot P(A)$$

$$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) = 1$$
$$P(A) + 2 \cdot P(A) + 4 \cdot P(A) + 8 \cdot P(A) + 16 \cdot P(A) = 1$$
$$31 \cdot P(A) = 1 \rightarrow P(A) = \frac{1}{31} \approx 0{,}032; \quad P(B) \approx 0{,}065;$$
$$P(C) \approx 0{,}129; \quad P(D) \approx 0{,}258;$$
$$P(E) \approx 0{,}516$$

© grupo edebé

Probabilidad en experimentos compuestos

45. Consiste en considerar que el suceso *B* ha ocurrido y, teniéndolo en cuenta, calcular la probabilidad de *A*.

Si dos sucesos *A* y *B* son independientes, se verifica que la probabilidad de *A* condicionada a B es igual a la probabilidad de *A,* y también se verifica que la probabilidad de *B* condicionada a *A* es igual a la probabilidad de *B*. Es decir:

$$\left.\begin{array}{l} P(A/B)=P(A) \\ P(B/A)=P(B) \end{array}\right\} \rightarrow A \text{ y } B \text{ son independientes.}$$

En caso contrario, los sucesos son dependientes.

Como ejemplo, consideremos el suceso *A*: sacar un seis al lanzar un dado y el suceso *B:* sacar un número par al lanzar un dado. Entonces, si se sabe que al lanzar un lado se ha producido el suceso *B*, la probabilidad de que se haya verificado el suceso *A* es de un caso favorable sobre tres casos posibles (ya que *B* = {2, 4, 6}):

$P(A / B) = 1/3$ que no es $P(A) = 1/6$.

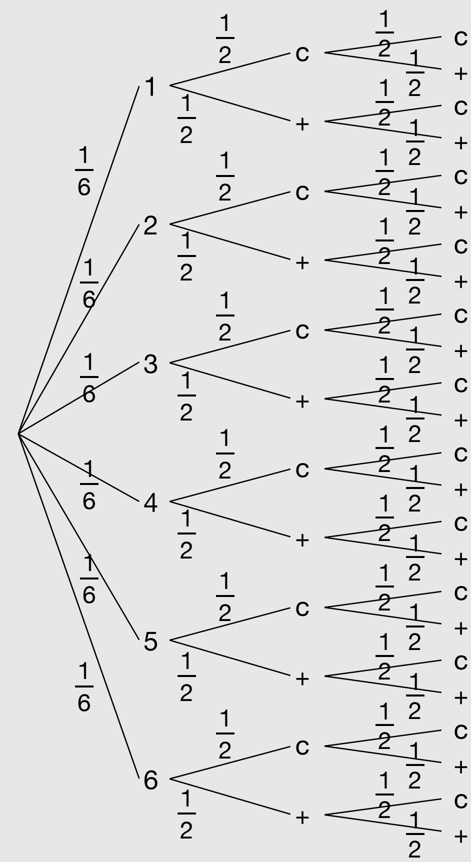
Si, en cambio, se sabe que al lanzar un dado se ha producido el suceso *A,* la probabilidad de que se haya verificado el suceso *B* es la unidad, ya que el seis es un número par. Entonces:

$P(B / A) = 1$ que no es $P(B) = 1/2$.

Los sucesos A y B son dependientes.

Un ejemplo de sucesos independientes son *A:* acertar la primera casilla de una quiniela y *B:* acertar la segunda casilla de una quiniela.

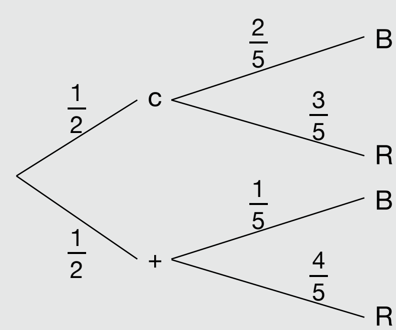
46.



$$P(A)=2\cdot\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{12}\approx 0{,}083$$

$$P(A)=2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}=0{,}5$$

47. a)



b) $P(R/C)=\frac{3}{5}$

c) $P(R/+)=\frac{4}{5}$

48. $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

$P(A\cap B)=P(B/A)\cdot P(A)=0{,}6\cdot 0{,}3=0{,}18$

$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0{,}18}{0{,}4}=0{,}45$

© grupo edebé

49. $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

$P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A\cap B)=P(B/A)\cdot P(A)$

De forma análoga:

$P(B/\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})} \Rightarrow P(\overline{A}\cap B)=P(B/\overline{A})\cdot P(\overline{A})$

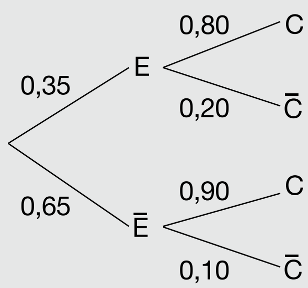
Teniendo en cuenta:

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=$$
$$=P(B/A)\cdot P(A)+P(B/\overline{A})\cdot P(\overline{A})$$

Sustituyendo en la ecuación inicial:

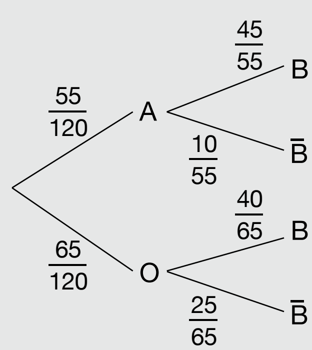
$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=$$
$$=\frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(A)\cdot P(B/A)+P(\overline{A})\cdot P(B/\overline{A})}$$

a)



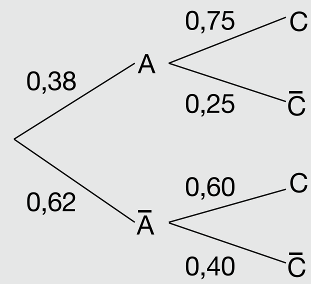
$$P(E/C)=\frac{P(E)\cdot P(C/E)}{P(E)\cdot P(C/E)+P(\overline{E})\cdot P(C/\overline{E})}=$$
$$=\frac{0{,}35\cdot 0{,}80}{0{,}35\cdot 0{,}80+0{,}65\cdot 0{,}90}=\frac{0{,}28}{0{,}865}=0{,}324$$

b)



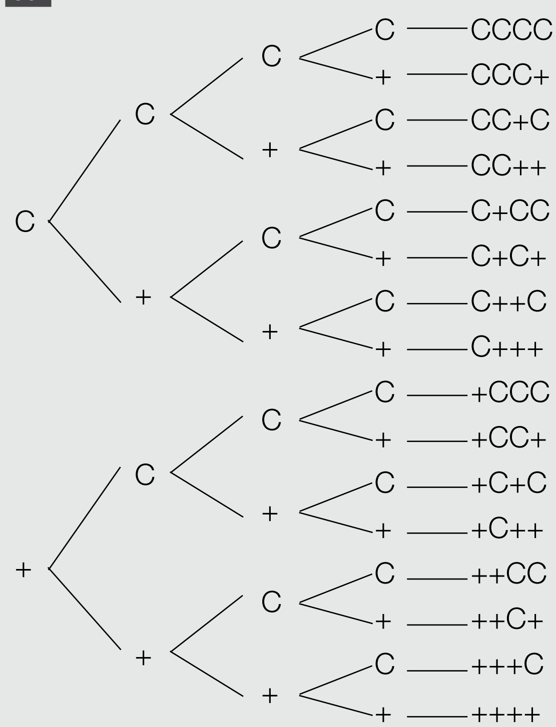
$$P(A/B)=\frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(A)\cdot P(B/A)+P(O)\cdot P(B/O)}=$$
$$=\frac{\frac{55}{120}\cdot\frac{45}{55}}{\frac{55}{120}\cdot\frac{45}{55}+\frac{65}{120}\cdot\frac{40}{65}}=\frac{45}{85}=\frac{9}{17}=0{,}529$$

c)



$$P(A/C)=\frac{P(A)\cdot P(C/A)}{P(A)\cdot P(C/A)+P(\overline{A})\cdot P(C/\overline{A})}=$$
$$=\frac{0{,}38\cdot 0{,}75}{0{,}38\cdot 0{,}75+0{,}62\cdot 0{,}60}=\frac{0{,}285}{0{,}657}=0{,}434$$

50.



a) $P(A)=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}=0{,}5$

b) $P(B)=\dfrac{12}{16}=\dfrac{3}{4}=0{,}75$

c) $P(C)=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}=0{,}25$

d) $P(D)=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}=0{,}5$

51. Primero obtendremos cuantos números de 1, 2, 3 y 4 cifras cumplen la condición de empezar y acabar con la misma cifra:

Una cifra: X = 9 casos

© grupo edebé

Dos cifras: X X = 9 casos

Tres cifras: X Y X = 9 · 10 = 90 casos

Cuatro cifras: X Z Y X = 9 · 100 = 900 casos

Total de casos = 9 + 9 + 90 + 900 = 1 008

$$P(A)=\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}=\frac{1008}{10\,000}=0{,}1008$$

52. $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ $\qquad P(A/\bar{B})=\dfrac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}$

Sustituyendo en la ecuación inicial:

$$P(A\cap B)\cdot\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}+P(A\cap\bar{B})\cdot\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\cdot\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}$$

$$P(A\cap B)\cdot P(A\cap\bar{B})\cdot\left[\frac{1}{P(\bar{B})}+\frac{1}{P(B)}\right]=P(A\cap B)\cdot P(A\cap\bar{B})\cdot\frac{1}{P(B)\cdot P(\bar{B})}$$

$$\frac{1}{P(\bar{B})}+\frac{1}{P(B)}=\frac{1}{P(B)\cdot P(\bar{B})}$$

$$\frac{P(B)+P(\bar{B})}{P(B)\cdot P(\bar{B})}=\frac{1}{P(B)\cdot P(\bar{B})}\quad\Rightarrow\quad\frac{P(B)\cdot P(\bar{B})}{P(B)\cdot P(\bar{B})}\cdot\left[P(B)+P(\bar{B})\right]=1$$

$$P(B)+P(\bar{B})=1$$

Es cierto que la suma de las probabilidades de dos sucesos contrarios es 1, por lo que la igualdad es cierta.

Uso de la hoja de cálculo

53. $P=0{,}1667$

54. $P=\dfrac{8}{38}=\dfrac{4}{19}=0{,}211$

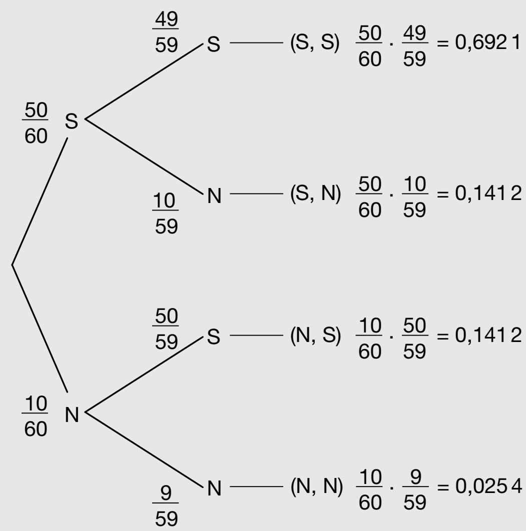
55. a)

Nota	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	2	0,067
1	3	0,1
2	1	0,033
3	1	0,033
4	1	0,033
5	3	0,1
6	2	0,067
7	5	0,167
8	7	0,233
9	5	0,167
	$\Sigma=30$	$\Sigma=1$

$$P(A=\text{nota de }7)=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}=0{,}167$$

Problemas

56. Para construir el diagrama en árbol representamos por ***S*** el suceso *saber el tema* y por ***N*** el suceso *no saber el tema.*



a) El resultado favorable del suceso es (S, S).

$$P(A)=\frac{50}{60}\cdot\frac{49}{59}=\frac{245}{354}=0{,}6921$$

b) Los resultados favorables del suceso son {(S, N), (N, S)}.

$$P(B)=\frac{50}{60}\cdot\frac{10}{59}+\frac{10}{60}\cdot\frac{50}{59}=2\cdot\frac{25}{177}=0{,}2824$$

c) El resultado favorable del suceso es (N, N).

$$P(C)=\frac{10}{60}\cdot\frac{9}{59}=\frac{3}{118}=0{,}0254$$

57.

	Roma (*R*)	Berlín (*B*)	Total
Chicos (*V*)	12	33	45
Chicas (*H*)	20	35	55
Total	32	68	100

$$P(V\cap B)=\frac{33}{100}=0{,}33$$

58.

	Marrones (*M*)	Verdes (*V*)	Azules (*A*)	Total
Chicos (*OS*)	53	12	10	75
Chicas (*AS*)	97	13	15	125
Total	150	25	25	200

a) $P(V)=\dfrac{25}{200}=\dfrac{1}{8}=0{,}125$

© grupo edebé

b) $P(AS \cap A) = \dfrac{15}{200} = \dfrac{3}{40} = 0{,}075$

c) $P(OS \cap M) = \dfrac{53}{200} = 0{,}265$

59.

a) $P(A = \text{no curado}) = \dfrac{57}{160} = 0{,}356$

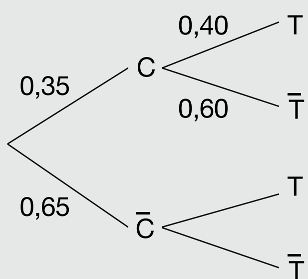
b) $P(B = \text{curado con nuevo tratamiento}) = \dfrac{60}{160} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

c) $P(C = \text{no curado con nuevo tratamiento}) = \dfrac{21}{160} = 0{,}131$

d) $P(D = \text{curado con tratamiento antiguo}) = \dfrac{43}{160} = 0{,}269$

e) $P(E = \text{no curado con tratamiento antiguo}) = \dfrac{36}{160} = \dfrac{9}{40} = 0{,}225$

60.



C: va al cine habitualmente.

$\bar{C}$: no va al cine habitualmente.

T: va al teatro con regularidad.

$\bar{T}$: no va al teatro con regularidad.

$P(T \cap C) = P(C) \cdot P(T / C) = 0{,}35 \cdot 0{,}40 = 0{,}14$

61.

	Baloncesto (B)	No practican baloncesto ($\bar{B}$)	Total
Fútbol (F)	50	175	225
No practican fútbol ($\bar{F}$)	75	200	275
Total	125	375	500

a) $P(B) = \dfrac{125}{500} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$

b) $P(F/B) = \dfrac{50}{125} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

c) $P(F \cap B) = \dfrac{50}{500} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$

d) $P(F \cap \bar{B}) = \dfrac{175}{500} = \dfrac{7}{20} = 0{,}35$

62. a)

Suceso A (obtener un número del sector rojo) $= \{1, 3, 4\}$

Suceso B (obtener un número < 3) $= \{1, 2\}$

$A \cap B = \{1\}$

$P(A) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad P(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1/6}{1/2} = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}333$

b)

Suceso C (obtener un número del sector blanco) $= \{2, 6, 5\}$

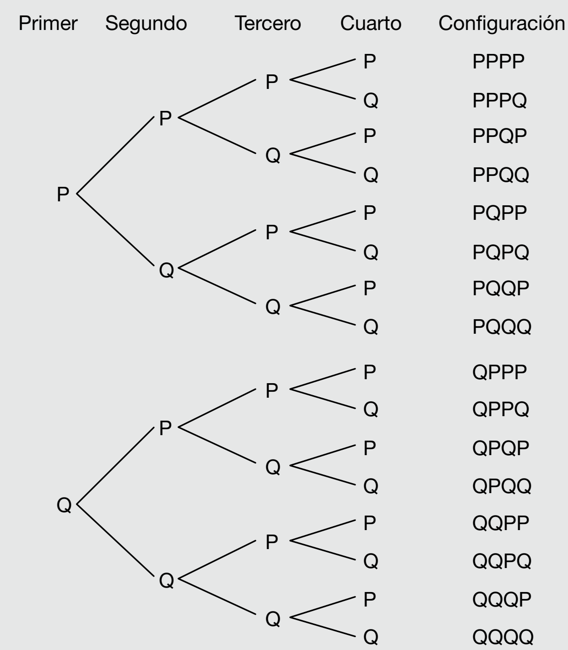
Suceso D (obtener un número par) $= \{2, 4, 6\}$

$C \cap D = \{2, 6\}$

$P(C) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ $\qquad P(C \cap D) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

$P(D/C) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(C)} = \dfrac{1/3}{1/2} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}667$

63.



a) Denotamos por A el suceso *el equipo Q gane los 4 partidos.*

$P(A) = 0{,}5^4 = 0{,}0625$

b) Denotamos por B el suceso *el equipo P pierda los 4 partidos.*

$P(B) = 0{,}5^4 = 0{,}0625$

c) Denotamos por C el suceso *el equipo Q únicamente gane 1 partido.*

$P(C) = 4 \cdot 0{,}5^4 = 0{,}25$

d) Denotamos por D el suceso *el equipo Q gane 2 partidos y pierda 2 partidos.*

$P(D) = 6 \cdot 0{,}5^4 = 0{,}375$

© grupo edebé

64. Si consideramos 100 libros en la librería:

	De oferta (O)	No oferta ($\overline{O}$)	Total
Primera mano (P)	$\frac{1}{3} \cdot 75 = 25$	50	75
Segunda mano (S)	$\frac{3}{4} \cdot 25 = 18{,}75$	6,25	$\frac{1}{4} \cdot 100 = 25$
Total	43,75	56,25	100

a) $P(P) = \dfrac{75}{100} = 0{,}75$

b) $P(S \cap O) = \dfrac{18{,}75}{100} = 0{,}1875$

c) $P(\overline{O}) = \dfrac{56{,}25}{100} = 0{,}5625$

65. A los 2 minutos lo detectan el 0,74 de los alumnos. No lo detectan 1 – 0,74 = 0,26 de los alumnos, que representa el 26 %.

A los 4 minutos lo detectan el 0,74 de los que quedaban, esto es:

0,74 · 0,26 = 0,1924

A los 4 minutos han detectado el error en total: 0,74 + 0,1924 = 0,9324, que representa el 93,24 %.

No lo han detectado: 1 – 0,9324 = 0,0676.

A los 6 minutos lo detectan: 0,74 · 0,0676 = 0,05, en total 0,9324 + 0,05 = 0,9824, que representa un 98,24 %, superior al porcentaje pedido.

Por lo tanto, el 95 % se alcanza entre los 4 y los 6 minutos.

Si supusiéramos que entre los dos periodos de tiempo la función que representa el número de alumnos que encuentran el error fuese lineal, podríamos establecer una regla de proporcionalidad directa para encontrar la respuesta:

Porcentaje que falta para llegar al 95 % pasados 4 minutos: 95 – 93,24 = 1,76.

El porcentaje de alumnos que descubren el error entre el minuto 4 y el minuto 6 es del 5 %, tal como hemos calculado, por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{l} 2 \text{ minutos} \to 5\,\% \\ x \text{ minutos} \to 1{,}76\,\% \end{array}\right\} \frac{2}{x} = \frac{5}{1{,}76} \to x = \frac{2 \cdot 1{,}76}{5} = 0{,}704$$

Por lo que suponiendo una función lineal entre el minuto 4 y el minuto 6, se alcanzaría el 95% a los 4,704 minutos.

Pon a prueba tus competencias

1. Construimos una tabla de contingencia considerando un total de 100 neumáticos.

	Defectuosos (D)	No defectuosos ($\overline{D}$)	Total
Moto (M)	$42 \cdot \frac{6}{100} = 2{,}52$	39,48	42
Coche (C)	$58 \cdot \frac{3}{100} = 1{,}74$	56,26	58
Total	4,26	95,74	100

a) $P(D) = \dfrac{4{,}26}{100} = 0{,}0426$

b) $P(C/D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)} = \dfrac{1{,}74}{4{,}26} = 0{,}408$

$P(M/D) = \dfrac{P(M \cap D)}{P(D)} = \dfrac{2{,}52}{4{,}26} = 0{,}592$

c) Es la probabilidad de que tenga 1 o 2 neumáticos defectuosos.

La probabilidad de que siendo moto el neumático sea defectuoso es:

$P(D/M) = \dfrac{P(D \cap M)}{P(M)} = \dfrac{2{,}52}{42} = 0{,}06$

La probabilidad de que siendo moto el neumático no sea defectuoso es:

$P(\overline{D}/M) = 1 - P(D/M) = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$

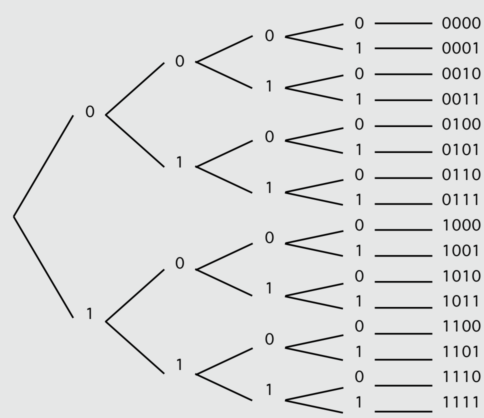
Los casos favorables al suceso C = tener algún neumático defectuoso son:

Suceso $C = \{DD, D\overline{D}, \overline{D}D\}$

Por lo tanto, la probabilidad será:

$$P(\text{Algún neumático defectuoso}) = [P(D/M)]^2 + 2 \cdot P(D/M) \cdot P(\overline{D}/M) =$$
$$= 0{,}06^2 + 2 \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}94 = 0{,}1164$$

2.



© grupo edebé

a) Suceso $A = \{1111\}$

$P(A) = \frac{1}{16} = 0{,}0625$

b) Suceso $B = \{(0001), (0010), (0100), (1000)\}$

$P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c) Suceso $C = \{(0000), (0001), (0010), (0100), (1000)\}$

$P(C) = \frac{5}{16} = 0{,}3125$

d) Con 1 bits se pueden representar 2 valores.

Con 2 bits se pueden representar 4 valores.

Con 4 bits se pueden representar 16 valores.

Por lo que los valores que pueden representarse son 2^n siendo ***n*** el número de bits.

Con 5 bits podrán representarse.

3. En el momento original, la probabilidad de que el concursante escoja la puerta tras la que se oculta el premio es 1/3. Una vez ha elegido, el presentador le ofrece una nueva información: reduce las tres posibilidades iniciales a dos, lo que cambia las probabilidades, ya que la puerta abierta por el presentador pasa a tener probabilidad 0, mientras que las otras dos se reparten el 1/3 que esa puerta pierde. Pero el reparto no es equitativo, ya que la puerta elegida por el concursante sigue teniendo posibilidad 1/3 y la otra que no abrió el presentador pasa a tener probabilidad 2/3.

El concursante debería cambiar su elección, ya que con ello duplica la probabilidad de obtener el premio.

4. a) $P(A) = \frac{1}{13\,983\,816} = 7{,}15 \cdot 10^{-8}$

b) En cada sorteo hay 43 números que no son aciertos. La probabilidad de que los seis elegidos no sean aciertos es:

$$P(B) = \frac{43}{49} \cdot \frac{42}{48} \cdot \frac{41}{47} \cdot \frac{40}{46} \cdot \frac{39}{45} \cdot \frac{38}{44} = 9$$

$$= \frac{435\,461}{998\,844} \approx 0{,}436\,0 \approx 43{,}60\ \%$$

c) $P(C) = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\ \%$

d) Para asegurar el premio máximo, deberemos cubrir todas las combinaciones posibles, por lo que tendríamos que jugar 13 983 816 € en un solo sorteo.

e) Si cada semana se hacen dos sorteos y consideramos que no se repetirá nunca el resultado:

$$13\,983\,816 \text{ sorteos} \cdot \frac{1 \text{ semana}}{2 \text{ sorteos}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{52 \text{ semanas}} =$$

$= 134\,460$ años

5. Construimos una tabla de contingencia:

	Hombre (*H*)	Mujer (*M*)	Total
Carrera larga (*L*)	100	40	140
Carrera corta (*C*)	60	55	115
Total	160	95	255

a) $P(H) = \frac{160}{255} = \frac{32}{51} \approx 0{,}627$

b) $P(L) = \frac{140}{255} = \frac{28}{51} \approx 0{,}549$

c) $P(M \cap C) = \frac{55}{255} = \frac{11}{51} \approx 0{,}216$

d) $P(L/H) = \frac{P(L \cap H)}{P(H)} = \frac{100}{160} = \frac{5}{8} \approx 0{,}625$

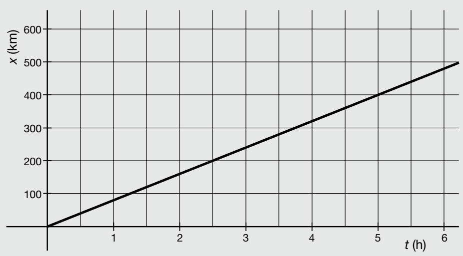
e) $P(M/M) = \frac{95}{255} \cdot \frac{94}{254} = \frac{893}{6.477} \approx 0{,}138$

© grupo edebé

1. a) $\dfrac{480}{80} = 6\text{ h}$

b) Si designamos por x el espacio recorrido, en km, y por t el tiempo, en h, y suponemos que en todo momento la velocidad se mantiene en 80 km/h: $x = 80 \cdot t$.

d)



e) Tardará un tiempo $t = 6 - 1 = 5$ h

Por tanto, la velocidad media debe ser:

$$v = \frac{480}{5} = 96 \text{ km/h}$$

2. a) Designamos por x e y, respectivamente, la distancia recorrida en km y el consumo en litros:

b) $y = 50 + 30 + 20x \rightarrow y = 80 + 20x$

c) $y = 80 + 20 \cdot 7\,000 = 140\,080$ L

d) $900 = 80 + 20x \rightarrow x = 446$ km

3. El espacio muestral es: {39, 31, 35, 93, 91, 95, 13, 19, 15, 53, 59, 51}

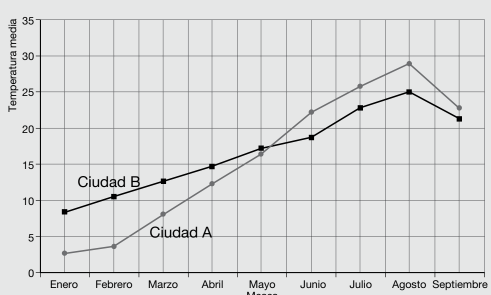
a) $P = \dfrac{3}{12} = 0{,}25$

b) $P = \dfrac{3}{12} = 0{,}25$

c) Todos son números impares.

d) $P = \dfrac{1}{12} = 0{,}083$

4.



a) La temperatura es mayor en la ciudad A en los meses que van de junio a septiembre. En los cinco meses restantes la temperatura es mayor en B.

b) La mayor diferencia de temperatura entre las dos ciudades es de 6,9 ºC y corresponde al mes de febrero.

La menor diferencia de temperatura es de 0,6 ºC, que se registra en mayo.

c) En la ciudad A: 15,83 ºC; en la ciudad B: 16,72.

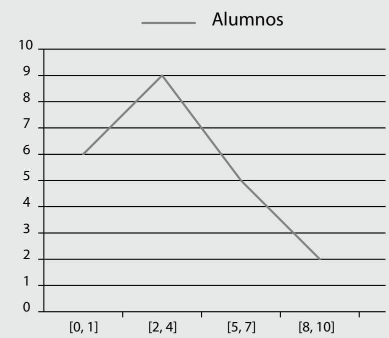
d) La ciudad B.

e) Sí, al darnos la moda un dato sobre la temperatura más habitual de cada ciudad nos valdría para comparar sus temperaturas.

f) $\sigma A = 2{,}85$ y $\sigma B = 2{,}15$.

g) En la ciudad A.

5. a)



b) Media: 3,54; moda: 3; mediana: 2,67.

c) Desviación media: 1,9; varianza: 5,96; desviación típica: 2,44.

6. Isabel escoge al azar tres números del conjunto {1, 2, 3, 4} y su suma puede ser:

$1 + 2 + 3 = 6$; $1 + 2 + 4 = 7$; $1 + 3 + 4 = 8$; $2 + 3 + + 4 = 9$

Para que el número que escoge Ernesto sea mayor que la suma de los tres números que escogió Isabel.

Si Isabel escoge:

$$1 + 2 + 3 = 6 \rightarrow P = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Si Isabel escoge:

$$1 + 2 + 4 = 7 \rightarrow P = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Si Isabel escoge:

$$1 + 2 + 3 = 8 \rightarrow P = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Si Isabel escoge:

$$2 + 3 + 4 = 9 \rightarrow P = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

7. Designamos por L el suceso *llevar a cabo labores relacionadas* y por G el suceso *llevar a cabo trabajos de gestión.* Todos los miembros de la ONG se dedican como mínimo a una de estas dos tareas.

a) Se sabe que el porcentaje de voluntarios que

© grupo edebé

se dedican a una única tarea es del 80 %. Por tanto:

$$P(L,\overline{G}) + P(\overline{L},G) = \frac{80}{100} = 0,8$$

Por otra parte:

$$1 = P(L,G) + P(L,\overline{G}) + P(\overline{L},G)$$

Por tanto, la probabilidad de que un voluntario se dedique a las dos tareas es:

$$P(L,G) = 1 - P(L,\overline{G}) + P(\overline{L},G) = 1 - 0,8 = 0,2$$

b) Se sabe que el porcentaje de voluntarios que se dedican a labores humanitarias es del 75 %:

$$P(L,\overline{G}) + P(L,G) = \frac{75}{100} = 0,75$$

La probabilidad de que un voluntario se dedique solo a trabajos de gestión es:

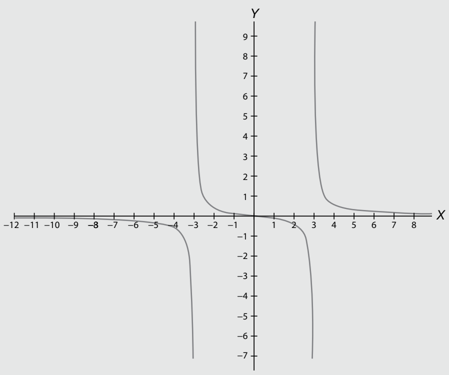
$$P(\overline{L},G) = 1 - [P(L,\overline{G}) + P(L,G)] =$$

$$= 1 - 0,75 = 0,25$$

© grupo edebé

1. Representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 9}$



— $D(f) = \mathbb{R} - \{+3, -3\}$

— (0, 0)

— $(-\infty, -3)$ decrece.

— $(-3, 3)$ decrece.

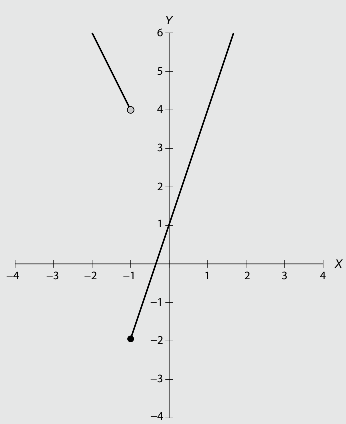
— $(3, +\infty)$ crece.

— Función discontinua.

— Sin máximos ni mínimos.

— Sin simetría y no periódica.

b) $f(x)\begin{cases} -3x + 1 \text{ si } x < -1 \\ 3x + 1 \text{ si } x \geq -1 \end{cases}$



— $D(f) = \mathbb{R}$

— (0, 1); (–0, 5, 0)

— $(-\infty, -1]$ decrece.

— $(-1, +\infty)$ crece.

— Función discontinua.

— Sin máximos ni mínimos.

— Sin simetría y no periódica.

2. $m = 1$; $b = -2$

$m = -4$; $b = 0$

$m = 3$; $b = 5$

$m = 2$; $b = 0$

$m = 1$; $b = 6$

$m = -1$; $b = 8$

3. a) Cierto.

b) Falso.

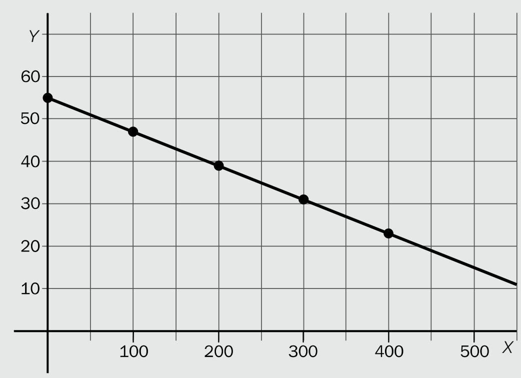
c) Cierto.

d) Corresponde a una función afín.

4. a) $x \longrightarrow$ distancia recorrida en kilómetros.

$y \longrightarrow$ cantidad de gasolina disponible en litros.

x	0	100	200	300	400
y	55	47	39	31	23



b) $b = 55$

$m = \dfrac{47 - 55}{100 - 0} = -\dfrac{2}{25}$

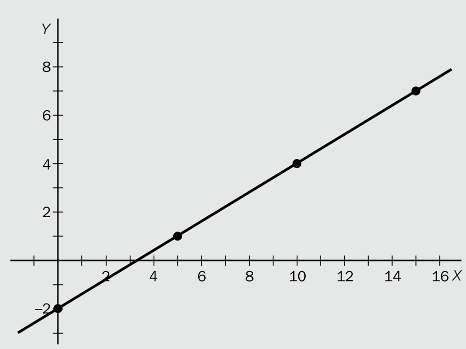
$y = -\dfrac{2}{25}x + 55$

c) $f(250) = 35$

Quedan 35 litros.

La recta pasa por el punto (250, 35).

5.



© grupo edebé

a) Función afín.

b) $m = \frac{3}{5}; b = -2$

$y = \frac{3}{5}x - 2$

c) $D(f) = \mathbb{R}$

$R(f) = \mathbb{R}$

d) Puntos de corte con el eje *OX:* (0, – 2)

Puntos de corte con el eje *OY:* (10/3, 0)

Función creciente en todo el intervalo de *x.*

TVM en el intervalo $\left[0, 15\right] : \frac{3}{5}$

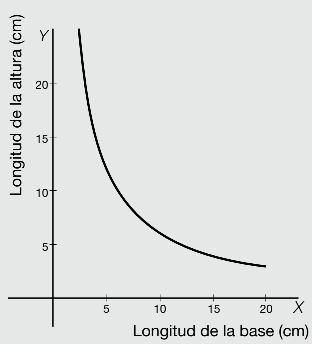
e) $f(2) = \frac{-4}{5}$

$f(-2) = \frac{-16}{5}$

No es función par ni impar.

6. a) Designamos por *x* y por *y,* respectivamente, la longitud en centímetros de la base y la altura. Se cumple: $A = x \cdot y = 60 \text{ cm}^2$.

Por tanto, la función que relaciona ambas longitudes es: $y = \frac{60}{x}$, representada en la figura:



b) A partir de la gráfica, se deduce que:

Si $x = 15$ cm, es: $y = 4$ cm

Si $y = 6$ cm, es: $x = 10$ cm

c) Los resultados se comprueban al sustituir los valores en la expresión algebraica de la función:

$y = \frac{60}{15} = 4$

$6 = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60}{6} = 10$

7. a) f_5

b) f_3

c) f_2

d) f_4

e) f_1

8. $y = -x^2 + 6x - 5$

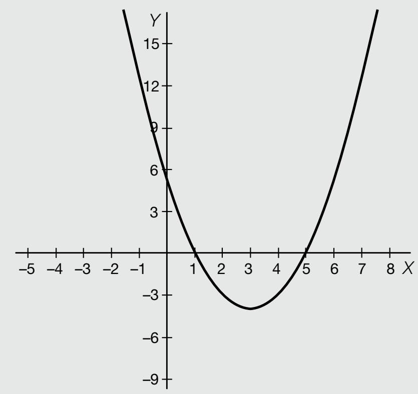
Hallamos los puntos de corte con los ejes.

Con el eje *Y:* (0, 5)

Con el eje *X:* $x_1 = 5$; $x_2 = 1$

El vértice de la parábola es: *V* (3, –4)

Con estos datos ya la podemos representar gráficamente:



9. a) $y = ax^2 + bx + c$

$-1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = -1$

$\left.\begin{array}{l} 2 = 9 \cdot a + 3 \cdot b - 1 \\ -1 = 16 \cdot a + 4 \cdot b - 1 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} 3 = 9a + 3b \\ 0 = 16a + 4b \end{array}\right\} \Rightarrow b = -4a;$

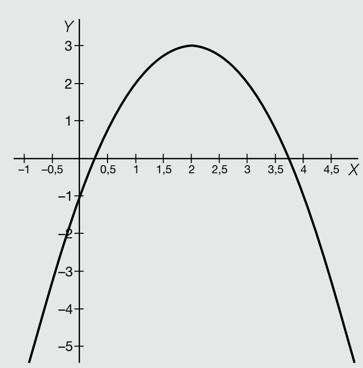
$3 = 9a + 3 \cdot (-4a) \Rightarrow a = -1; b = 4$

La expresión algebraica es: $y = -x^2 + 4x - 1$

b) El vértice es: $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right) \Rightarrow V(2, 3)$

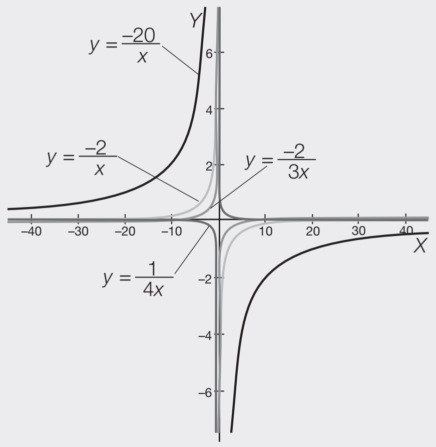
El eje de simetría es la recta paralela al eje *Y* que pasa por el vértice. Su expresión es: $x = 2$.
Con estos datos y la siguiente tabla de valores, representamos la función:

x	2	0	3	4	$2 + \sqrt{3}$	$2 - \sqrt{3}$	1
y	3	–1	2	–1	0	0	2

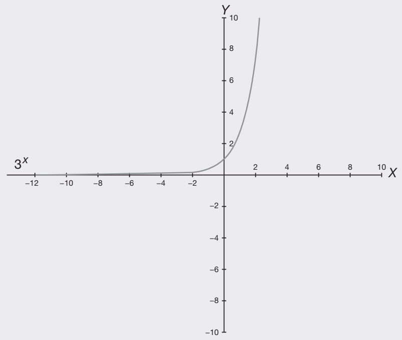


© grupo edebé

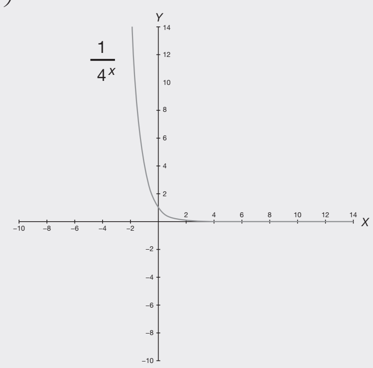
10.



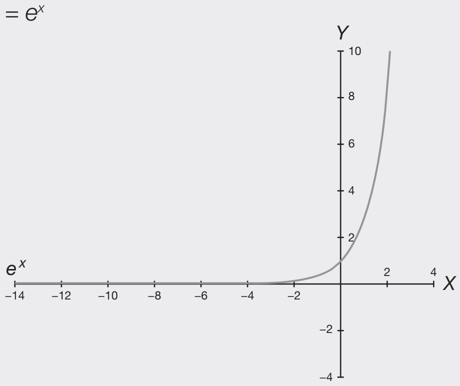
11. a) $y = (3)^2$



b) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$



c) $y = e^x$



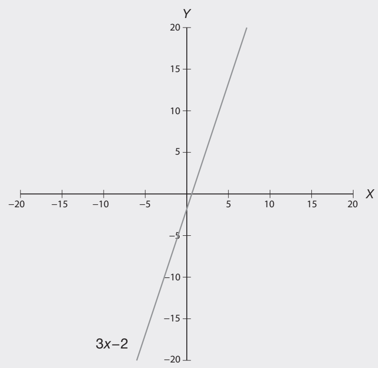
Son todas funciones exponenciales, por lo que su dominio es $\mathbb{R}$, su recorrido es $(0, +\infty)$ y su gráfica pasa por el punto (0, 1).

Si la base es mayor que 1, (*a* y *c*) es estrictamente decreciente.

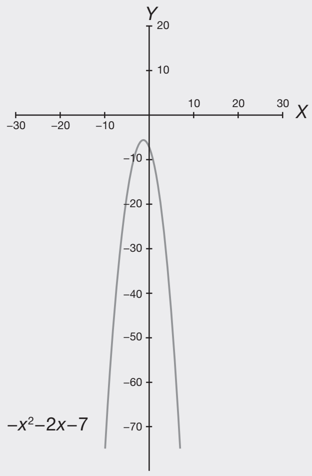
Si la base es menor que 1, (*b*) es estrictamente decreciente.

Son continuas y no son simétricas.

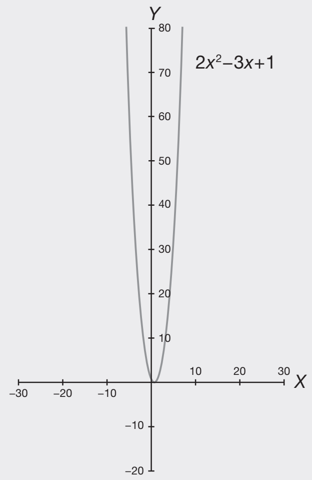
12. a) $y = 3x - 2$



b) $y = -x^2 - 2x - 7$



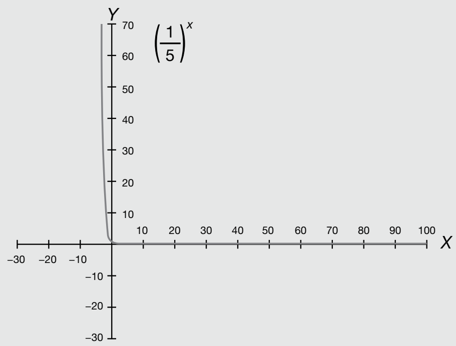
c) $y = 2x^2 - 3x + 1$



© grupo edebé

C2201_R165848_195 123786.BK.indd 195 27/07/2016 20:03:01

d) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$



13. a) Dependencia estadística.

b) Dependencia funcional.

c) Son variables independientes.

d) Dependencia estadística.

14. a) El menor número que se puede obtener es: 1 + 1 + + 1 = 3, y el mayor número que se puede obtener es: 6 + 6 + 6 = 18. Además, se pueden obtener todos los números naturales comprendidos entre los dos anteriores. Así, el espacio muestral es:

{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18}

b) El espacio muestral es el de todas las parejas posibles que pueden formarse con las 10 bolas:

$$\left\{\begin{matrix} (1,\ 2);(1,\ 3);(1,\ 4);(1,\ 5);(1,\ 6);(1,\ 7);(1,\ 8);(1,\ 9); \\ (1,\ 10);(2,\ 1);(2,\ 3);(2,\ 4);(2,\ 5);(2,\ 6);(2,\ 7); \\ (2,\ 8);(2,\ 9);(2,\ 10);(3,\ 1);(3,\ 2);(3,\ 4);(3,\ 5); \\ (3,\ 6);(3,\ 7);(3,\ 8);(3,\ 9);(3,\ 10);(4,\ 1);(4,\ 2); \\ (4,\ 3);(4,\ 5);(4,\ 6);(4,\ 7);(4,\ 8);(4,\ 9);(4,\ 10); \\ (5,\ 1);(5,\ 2);(5,\ 3);(5,\ 4);(5,\ 6);(5,\ 7);(5,\ 8); \\ (5,\ 9);(5,\ 10);(6,\ 1);(6,\ 2);(6,\ 3);(6,\ 4);(6,\ 5); \\ (6,\ 7);(6,\ 8);(6,\ 9);(6,\ 10);(7,\ 1);(7,\ 2);(7,\ 3); \\ (7,\ 4);(7,\ 5);(7,\ 6);(7,\ 8);(7,\ 9);(7,\ 10);(8,\ 1); \\ (8,\ 2);(8,\ 3);(8,\ 4);(8,\ 5);(8,\ 6);(8,\ 7);(8,\ 9); \\ (8,\ 10);(9,\ 1);(9,\ 2);(9,\ 3);(9,\ 4);(9,\ 5);(9,\ 6); \\ (9,\ 7);(9,\ 8);(9,\ 10);(10,\ 1);(10,\ 2);(10,\ 3); \\ (10,\ 4);(10,\ 5);(10,\ 6);(10,\ 7);(10,\ 8);(10,\ 9) \end{matrix}\right\}$$

15. La clase modal es el intervalo [5, 7). Por tanto, la moda es: $Mo = 6$.

Media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i n_i}{N} = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 24 + 8 \cdot 2}{3 + 10 + 24 + 2} = 5{,}28$$

$\frac{N}{2} = \frac{39}{2} = 19{,}5 \rightarrow$ Este valor de frecuencia relativa acumulada corresponde al intervalo de clase [5, 7), que es la clase medianil. Así, la mediana es:

$$Me = L_i + h \cdot \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} =$$

$$= 5 + 2 \cdot \frac{\frac{39}{2} - 13}{24} = 5{,}54$$

Parámetros de dispersión:

Recorrido: $r = 9 - 1 = 8$

Desviación media:

$$d_m = \frac{\sum_i \left|x_i - \bar{x}\right| \cdot n_i}{N} =$$

$$= \frac{\left|2 - 5{,}28\right| \cdot 3 + \left|4 - 5{,}28\right| \cdot 10 +}{39} +$$

$$+ \frac{+\left|6 - 5{,}28\right| \cdot 24 + \left|8 - 5{,}28\right| \cdot 2}{39} =$$

$$= 1{,}16$$

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{2^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 10 + 6^2 \cdot 24 + 8^2 \cdot 2}{39} - 5{,}28^2 =$$

$$= 1{,}968$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1{,}40$

16. a) Correlación fuerte, lineal y positiva.

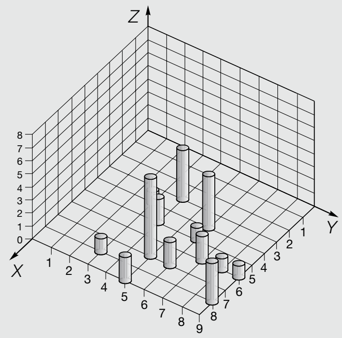
b) Correlación débil y negativa.

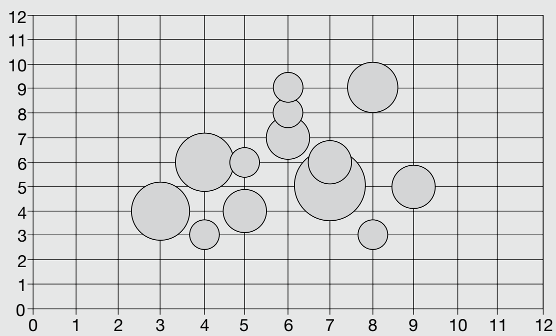
c) Correlación fuerte, curvilínea y positiva.

17.

Y \ X	3	4	5	6	7	8	9	Total
3	0	1	0	0	0	1	0	2
4	4	0	2	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	6	0	2	8
6	0	4	1	0	2	0	0	7
7	0	0	0	2	0	0	0	2
8	0	0	0	1	0	0	0	1
9	0	0	0	1	0	3	0	4
Total	4	5	3	4	8	4	2	30

© grupo edebé



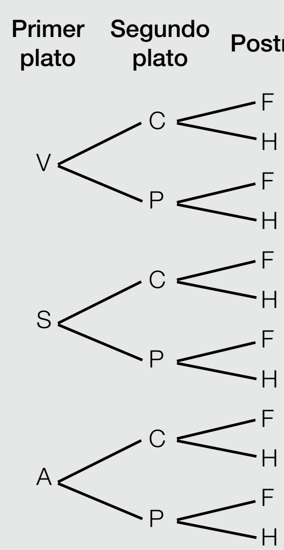


En el diagrama de dispersión no se aprecia que haya una dependencia funcional entre variables.

18. Primeros platos: V – verdura, S – sopa y A – arroz.

Segundos platos: C – carne y P – pescado.

Postres: F – fruta y H – helado.



Configuración
V C F
V C H
V P F
V P H
S C F
S C H
S P F
S P H
A C F
A C H
A P F
A P H

Se pueden escoger 12 menús diferentes.

19. A: Escoger a un defensa;

B: Escoger a un portero;

C: Escoger a un delantero;

D: Escoger a un centrocampista.

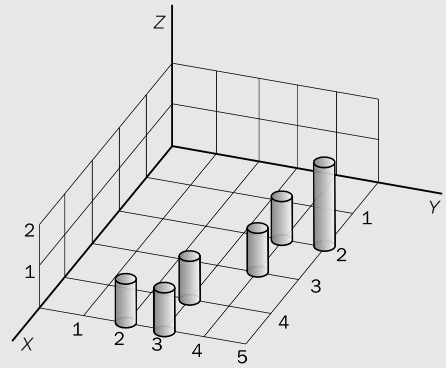
a) $P(A) = \dfrac{9}{25}$

b) $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{3}{25} = \dfrac{22}{25}$

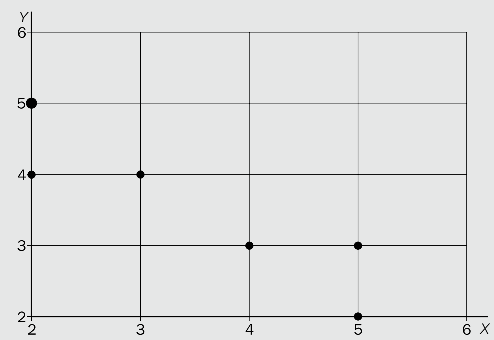
c) $P(C \cup D) = P(C) + P(D) =$

$= \dfrac{6}{25} + \dfrac{7}{25} = \dfrac{13}{25}$

20. a)



b)



Para hacer la predicción, calculamos la recta de regresión de *Y* sobre *X:*

$$A = \overline{y} - \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^{2}}\overline{x} = 3{,}714 - \frac{-1{,}204}{1{,}277^2}3{,}286 =$$

$$= 6{,}140$$

$$B = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^{2}} = \frac{-1{,}204}{1{,}277^2} = -0{,}738$$

$$y = 6{,}140 - 0{,}738\,x$$

Para $x = 6$

$$y = 6{,}140 - 0{,}738 \cdot 6 = 1{,}7$$

Se prevé que el octavo amigo dedique un poco menos de 2 horas a ver la televisión.

21. a) $P = \dfrac{4}{48} \cdot \dfrac{3}{47} = 0{,}005\,31 \rightarrow 0{,}531\ \%$

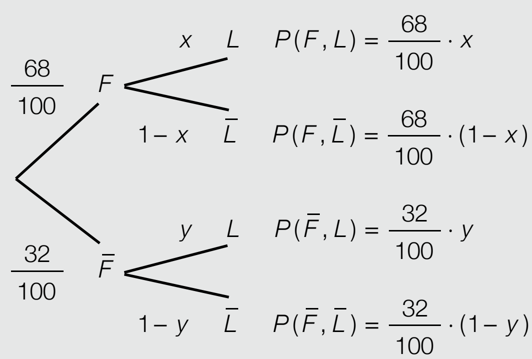
b) $P = \dfrac{48}{48} \cdot \dfrac{3}{47} = 0{,}063\,82 \rightarrow 6{,}382\ \%$

Nota: estamos considerando una baraja con ochos y nueves.

© grupo edebé

22. Representamos por F el suceso *comer fruta diariamente,* por $\overline{F}$ el suceso *no comer fruta diariamente,* por L el suceso *tomar leche* y por $\overline{L}$ el suceso *no tomar leche.*

Se sabe que el 68 % de la población come fruta diariamente, con lo que el 32 % de la población no come fruta diariamente. Designamos por x la probabilidad de que una persona que come fruta diariamente beba leche y designamos por y la probabilidad de que una persona que no come fruta a diario beba leche. Con estos datos rellenamos el diagrama en árbol:



a) Se sabe que el porcentaje de población que toma leche es del 44 %. Así, pues:

$$P(F,\overline{L}) + P(\overline{F},L) = \frac{44}{100}$$

$$\frac{68}{100} \cdot x + 32 \cdot y = \frac{44}{100}$$

El porcentaje de población que come fruta diariamente pero no toma leche es del 38 %. Por tanto:

$$P(F,\overline{L}) = \frac{38}{100}$$

$$\frac{68}{100} \cdot (1 - x) = \frac{38}{100} \rightarrow 68 - 68x = 38$$

$$x = \frac{30}{68}$$

Introducimos este valor en la primera ecuación:

$$\frac{68}{100} \cdot \frac{30}{68} + 32 \cdot y = \frac{44}{100} \rightarrow y = \frac{14}{32}$$

Hallamos la probabilidad de que una persona elegida de entre las que toman leche coma fruta diariamente:

$$P(F/L) = \frac{P(F \cap L)}{P(L)} = \frac{\frac{68}{100} \cdot \frac{30}{68}}{\frac{44}{100}} =$$

$$= \frac{15}{22} = 0{,}68$$

b) Hallamos la probabilidad de que una persona coma fruta o tome leche:

$$P(F \cup L) = 1 - P(\overline{F} \cap \overline{L}) =$$

$$= 1 - \frac{32}{100} \cdot \left(1 - \frac{14}{32}\right) = 0{,}82$$

© grupo edebé