Unidad 2

1. a) $\frac{5}{2}+\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=\frac{5+7-1}{2}=\frac{11}{2}$

b) $\frac{3}{5}+\frac{8}{3}-\frac{2}{5}=\frac{9+40-6}{15}=\frac{43}{15}$

c) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-1=\frac{10-9+8-12}{12}=-\frac{3}{12}=-\frac{1}{4}$

d) $\frac{9}{4}+\frac{2}{3}-\left(\frac{6}{5}-\frac{1}{4}\right)=\frac{27+8}{12}-\frac{24-5}{20}=$

$=\frac{35}{12}-\frac{19}{20}=\frac{175-57}{60}=\frac{118}{60}=\frac{59}{30}$

2. a) $\frac{7}{5}-\frac{1}{3}+\frac{9}{4}=\frac{84-20+135}{60}=\frac{199}{60}$

b) $\frac{7}{5}-\left(\frac{1}{3}+\frac{9}{4}\right)=\frac{7}{5}-\frac{4+27}{12}=\frac{84-20-135}{60}=-\frac{71}{60}$

No se sigue el mismo orden.

En el caso a) se reducen las tres fracciones a común denominador y, a continuación, se efectúa la resta y la suma. El resultado es un número positivo.

En el caso b) se debe efectuar primero la operación entre paréntesis y luego restar el resultado a la primera fracción. El resultado es un número negativo.

Al situar el paréntesis, la fracción $\frac{9}{4}$, que es positiva en a), pasa a ser un valor negativo en b).

3. a) $\left(2+\frac{1}{5}\right)-\frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{7}\right)+\frac{1}{2}\left(4-\frac{3}{8}\right)=$

$=\left(\frac{10+1}{5}\right)-\frac{3}{4}\left(\frac{7+6}{21}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{32-3}{8}\right)=$

$=\frac{11}{5}-\frac{13}{28}+\frac{29}{16}=\frac{1232-260+1015}{560}=\frac{1987}{560}$

b) $\left(1+\frac{3}{13}\right):\left(2-\frac{4}{15}\right)=\frac{13+3}{13}:\frac{30-4}{15}=$

$=\frac{16}{13}\cdot\frac{15}{26}=\frac{120}{169}$

c) $-\frac{1}{3}\left(5+\frac{1}{2}\right)+3:\left(2-\frac{4}{15}\right)=$

$=-\frac{1}{3}\left(\frac{10+1}{2}\right)+3:\left(\frac{30-4}{15}\right)=$

$=-\frac{11}{6}+3\cdot\frac{15}{26}=-\frac{11}{6}+\frac{45}{26}=$

$=\frac{-143+135}{78}=-\frac{8}{78}=-\frac{4}{39}$

4. Aplicando el teorema de Pitágoras, vemos que:

$\left(\sqrt{3}\right)^2=1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2$

$\left(\sqrt{5}\right)^2=1^2+2^2$

$\sqrt{3}$ es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 1 y $\sqrt{2}$.

Aplicando de nuevo el Teorema de Pitágoras:

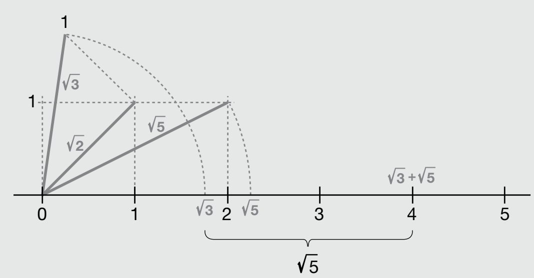
$\left(\sqrt{2}\right)^2=1^2+1^2$

Por lo tanto, primero debe construirse un triángulo rectángulo de catetos igual a la unidad, cuya hipotenusa será $\sqrt{2}$, que se transformará en uno de los catetos del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es $\sqrt{2}$.

Se abatirá el segmento resultante sobre la recta para situar $\sqrt{3}$ sobre ella.

Después se dibujará el triángulo rectángulo de catetos 1 y 2, cuya hipotenusa será $\sqrt{5}$. Abatiendo este segmento, se obtiene su posición sobre la recta.

Finalmente, con la ayuda del compás, se transportará este segmento $\sqrt{5}$ a continuación del segmento $\sqrt{3}$, obteniendo sobre la recta el segmento $\sqrt{3}+\sqrt{5}$.



5. $\sqrt{11}=3{,}317$

$\sqrt{27}=5{,}196$

$\sqrt{11}+\sqrt{27}=3{,}317+5{,}196=8{,}513$

$\sqrt{11}\cdot\sqrt{27}=3{,}317\cdot 5{,}196=17{,}235$

6. a) $3\sqrt{3}-2\sqrt{27}+7\sqrt{75}-5\sqrt{45}=$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3^3}+7\sqrt{3\cdot 5^2}-5\sqrt{3^2\cdot 5}=$

$=3\sqrt{3}-6\sqrt{3}+35\sqrt{3}-15\sqrt{5}=$

$=32\sqrt{3}-15\sqrt{5}$

b) $\frac{7}{3}\sqrt{8}+12\sqrt{3}+\sqrt{900}-\frac{5}{2}\sqrt{75}=$

$=\frac{7}{3}\sqrt{2^3}+12\sqrt{3}+\sqrt{3^2\cdot 10^2}-\frac{5}{2}\sqrt{5^2\cdot 3}=$

$=\frac{7}{3}2\sqrt{2}+12\sqrt{3}+30-\frac{5}{2}\cdot 5\sqrt{3}=$

$=30+\frac{14}{3}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

c) $\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)=\left(3\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2=$

$=3^2\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2\left(\sqrt{2}\right)^2=9\cdot3-4\cdot2=27-8=19$

7. a) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\left(3-\sqrt{2}\right)\cdot\left(2+\sqrt{2}\right)}{\left(2-\sqrt{2}\right)\cdot\left(2+\sqrt{2}\right)}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=$

$=\dfrac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4+\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

b) $\dfrac{1-6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}+\dfrac{3}{5-\sqrt{5}}-\dfrac{2}{\sqrt{20}-1}=$

$=\dfrac{\left(1-6\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}}{4\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}+\dfrac{3\cdot\left(5+\sqrt{5}\right)}{\left(5-\sqrt{5}\right)\cdot\left(5+\sqrt{5}\right)}-$

$-\dfrac{2\cdot\left(2\sqrt{5}+1\right)}{\left(2\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(2\sqrt{5}+1\right)}=$

$=\dfrac{\sqrt{5}-30}{20}+\dfrac{15+3\sqrt{5}}{20}-\dfrac{4\sqrt{5}+2}{19}=$

$=\dfrac{19\sqrt{5}-570+285+57\sqrt{5}-80\sqrt{5}-40}{380}=$

$=\dfrac{-4\sqrt{5}-325}{380}$

8. a) $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{3}{2}}=\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2-9}{6}}=\dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{7}{6}}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{-6}{7}=-\dfrac{2}{7}$

b) $2-\left(\dfrac{3}{4}+3\right)\cdot\left(\dfrac{5}{8}\right)=2-\left(\dfrac{3-12}{4}\right)\cdot\dfrac{5}{8}=$

$=2-\dfrac{15}{4}\cdot\dfrac{5}{8}=2-\dfrac{75}{32}=\dfrac{64-75}{32}=-\dfrac{11}{32}$

c) $\dfrac{5}{\sqrt{7}}-\dfrac{3}{4}\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)=\dfrac{5\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}-\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{6-\sqrt{3}}{6}\right)=$

$=\dfrac{5\sqrt{7}}{7}-\dfrac{6-\sqrt{3}}{8}=\dfrac{40\sqrt{7}-42+7\sqrt{3}}{56}$

9. $2{,}645\le\sqrt{7}\le2{,}646$

$3{,}605\le\sqrt{13}\le3{,}606$

$6{,}250\le\sqrt{7}+\sqrt{13}\le6{,}252$

Podemos asegurar 2 cifras decimales.

10. $\sqrt{15}=3{,}8729833462\ldots$

$\sqrt{27}=5{,}1961524227\ldots$

Si tomamos 5 cifras decimales:

$3{,}872983\le\sqrt{15}\le3{,}872984$

$5{,}196152\le\sqrt{27}\le5{,}196153$

$20{,}124608361416\le\sqrt{15}\cdot\sqrt{27}\le20{,}124617430552$

Solo podemos asegurar las tres primeras cifras decimales:

$\dfrac{0{,}000451\cdot18000000}{2190000\cdot0{,}006}=\dfrac{4{,}51\cdot10^{-4}\cdot1{,}8\cdot10^{7}}{2{,}19\cdot10^{6}\cdot6{,}10^{-3}}=$

$=\dfrac{4{,}51}{2}$

Si tomamos 6 cifras decimales:

$3{,}872983\le\sqrt{15}\le3{,}872984$

$5{,}196152\le\sqrt{27}\le5{,}196153$

$20{,}124608361416\le\sqrt{15}\cdot\sqrt{27}\le$

$\le20{,}124617430552$

Ahora sí pueden asegurarse 4 cifras decimales:

$\sqrt{15}\cdot\sqrt{27}\approx20{,}1246$

11. a) $\dfrac{1{,}02\cdot10^{3}+3{,}84\cdot10^{3}}{5{,}11\cdot10^{5}}=\dfrac{4{,}86\cdot10^{3}}{5{,}11\cdot10^{5}}=$

$=\dfrac{4{,}86}{5{,}11}\cdot10^{(3-5)}=0{,}951\cdot10^{-2}=9{,}51\cdot10^{-3}$

b) $\left(8{,}7\cdot10^{-2}-2{,}6\cdot10^{-2}\right)\cdot5\cdot10^{7}=$

$=\left[(8,-2{,}6)\cdot10^{-2}\right]\cdot5\cdot10^{7}=\left(6{,}1\cdot10^{-2}\right)\cdot5\cdot10^{7}=$

$=(6{,}1\cdot5)\cdot10^{-2+7}=30{,}5\cdot10^{5}=3{,}05\cdot10^{6}$

c) $\dfrac{0{,}000451\cdot18000000}{2190000\cdot0{,}006}=\dfrac{4{,}51\cdot10^{-4}\cdot1{,}8\cdot10^{7}}{2{,}19\cdot10^{6}\cdot6{,}10^{-3}}=$

$=\dfrac{4{,}51\cdot1{,}8}{2{,}19\cdot6}\cdot10^{(-4+7(6-3))}=0{,}617808\cdot10^{(3-6+3)}=$

$=0{,}617808\cdot10^{0}=6{,}2\cdot10^{-1}$

12. a) $7{,}77\cdot10^{-2}$

b) $-6{,}49\cdot10^{7}$

c) $1{,}14312\cdot10^{6}$

d) $7{,}3579109\cdot10^{10}$

13. $r=0{,}000000000053\,\text{m}=5{,}3\cdot10^{-11}\,\text{m}$

$V=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^{3}=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(5{,}3\cdot10^{-11}\right)^{3}=$

$=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot5{,}3\cdot10^{-33}=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot1{,}48877\cdot10^{-31}=$

$=6{,}2362\cdot10^{-31}=V=6{,}2\cdot10^{-31}$

14. Amigos que salen de excursión.

A la ½ hora, regresan ⅓.

Paran ⅔ para descansar.

Llegan 2 personas a la ermita.

	Amigos	Fracción correspondiente	Totales parciales
Llegan a la ermita	2	⅓ de los que continúan tras media hora, ya que paran a hacer un descanso ⅔ de los que continúan tras ½ hora.	Paran a hacer un descanso 4 personas, que son ⅔ de los que continúan tras media hora.
Continúan tras ½ hora	2 + 4 = 6	Son ⅔ de los que partieron, ya que tras media hora, regresó ⅓.	Regresan 3 personas, que son ⅓ de los que partieron.
Total que salió	3 + 6 = 9		

Si llamamos x a los que partieron:

Tras media hora, continúan $\frac{2}{3}\cdot x$

Llegan a la ermita ⅓ de los que continúan; por lo tanto:

$\frac{\left(\frac{2}{3}\cdot x\right)}{3}=2 \;\rightarrow\; x=$ 9 amigos que salieron de excursión.

15. Puede solucionarse sin aplicar la *Estrategia al revés.*

Contactos de Juan = 80

Contactos de Sonia = ¾ · 80 = 60

Nuevos contactos = ⅓ · 60 = 20

Contactos totales de Sonia: 60 + 20 = 80

	Fracción correspondiente	Amigos
Contactos de Juan	Dato inicial.	80
Contactos de Sonia	¾ partes de los contactos de Juan.	60
Nuevos contactos	⅓ de los contactos iniciales de Sonia: ⅓ · 60 = 20.	20
Contactos finales	Suma de contactos iniciales de Sonia más los nuevos contactos.	80

Los dos tendrán el mismo número de contactos.

Actividades finales

Jerarquía de los números reales en operaciones combinadas

16. a) $\frac{25}{12}$ b) $-\frac{37}{45}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{107}{8}$ e) $\frac{16}{9}$ f) $\frac{13}{12}$

17. a) $-\frac{7}{120}$ b) $-\frac{217}{120}=-1\frac{97}{120}$

18. a) $\frac{3}{70}$ b) $\frac{116}{35}=3\frac{11}{35}$ c) $\frac{405}{32}=12\frac{21}{32}$ d) $\frac{1\,887}{56}=33\frac{39}{56}$

19. a) $\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$ b) $\frac{245}{9}=27\frac{2}{9}$ c) 18 d) 110

20. a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

21. a) $\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$ b) $\frac{129}{40}=3\frac{9}{40}$ c) $\frac{143}{96}=1\frac{47}{96}$ d) $\frac{61}{6}=10\frac{1}{6}$ e) $\frac{269}{504}$ f) $\frac{197}{60}=3\frac{17}{60}$

22. a) $-\frac{1}{5}$ b) $\frac{7}{22}$ c) $-\frac{11}{3}=-3\frac{2}{3}$ d) $\frac{82}{15}=5\frac{7}{15}$

23. a) $\frac{3}{26}$ b) $-\frac{57}{130}$

24. a) 0 b) $7\sqrt{3}$ c) $-10\sqrt{2}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $(2a+1)\cdot\sqrt{2}$ f) $\frac{49}{60}\cdot\sqrt[3]{5}$

25. a) $3\sqrt{10}$ b) $\sqrt{\dfrac{b}{2}}$ c) $\sqrt{a\cdot b}$ d) $a\cdot\sqrt[4]{a}$ e) $2\cdot\sqrt{b}$ g) a^2 h) $x\cdot\sqrt{y}$ i) $\sqrt[12]{a^7}$ j) $a^2b\sqrt{2ab}$ k) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{x}}$

26. a) $\sqrt{49a^4b}$ b) $\sqrt{1944\,a^2\,b}$ c) $\sqrt{11^7\,a^6\,b^4}$ d) $\sqrt{\dfrac{3\,600a^6\,b^{10}}{49c^5}}$

27. a) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{6}}$ b) $\sqrt{x^2-y^2}$ c) $\sqrt{\dfrac{a-b}{a+b}}$ d) $\sqrt{3a^3}$

28. a) $2\cdot\sqrt{2}$ b) $ab^2\sqrt{abx}$ c) $\sqrt{5xy}$ d) $xz\sqrt[4]{9m^3xz^3}$

29. a) $331\sqrt{2}$ $\rightarrow$ Es semejante a $\sqrt{2}$

b) $31\sqrt{3}-30\sqrt{5}$ $\rightarrow$ No es semejante a $\sqrt{2}$

c) $\dfrac{1222}{7}+\dfrac{2}{5}\sqrt{5}+5\sqrt{3}$ $\rightarrow$ No es semejante a $\sqrt{2}$

30. a) $\sqrt{5}$ b) $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ c) $\dfrac{3\cdot\sqrt[3]{2}}{4}$ d) $\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3}$ e) $2\sqrt{3}$ f) $\dfrac{2\cdot\sqrt{3}}{3}$ g) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ h) $\dfrac{27\sqrt{2}+10\sqrt{3}}{18}$

31. a) $\dfrac{3\sqrt{2-x}}{2-x}$ b) $\dfrac{2\sqrt{5xy}}{5xy}$ c) $\dfrac{2\sqrt{3x}}{9}$

32. a) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ b) $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}{4}$ c) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ d) $-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-3+3\sqrt{3}}{4}$

33. a) $\dfrac{\sqrt[4]{24}}{3}$ b) $\dfrac{\sqrt[5]{162}}{3}$ c) $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ d) $\sqrt[5]{6}$ e) 2 f) 5

34. a) 4,685 557 720…

b) 1,261 973 936…

c) 3,299 929 313…

Aproximaciones

35. a) 3,149

b) 4,24

c) 2,5

36. Se comete un error más pequeño en el primer caso, ya que al redondear tras la operación podemos asegurar las cifras decimales hasta las centésimas (–1,00). Al redondear antes de la operación solo podemos asegurar las cifras decimales hasta las décimas (–1,0).

37. a) –1,00 b) 6,56 c) 15,24 d) 3,04

38. $E_a \cong 0{,}010\,27$

39. a) $A\approx 4$; $B\approx 1$

b) $A\approx 4{,}2$; $B\approx 0{,}9$

c) $A\approx 4{,}24$; $B\approx 0{,}91$

d) $A\approx 4{,}236$; $B\approx 0{,}906$

40. Respuesta abierta.

Por defecto: 3,083

Por exceso: 3,084

41. a) 1,851

b) 23,7

c) 1,40

42. Respuesta abierta.

Intervalo	Aproximación por	
	Defecto	Exceso
$\sqrt{3}\cdot e$	4,70	4,71
$\sqrt{7}+\sqrt{5}$	4,881	4,882
$2{,}\widehat{5}+1{,}\widehat{8}$	4,4	4,5
$\dfrac{\phi}{3}$	0,53	0,54

43. Para asegurar 4 cifras decimales en el resultado de la operación es necesario tomar 6 cifras decimales en los operandos.

44. a) $\frac{13\sqrt{2}}{2}$ c) $\left(\frac{75-4\sqrt{5}}{25}\right)\cdot\pi$

b) $-\frac{35\sqrt{3}}{6}$ d) $\frac{34\sqrt{3}+378\sqrt{21}+63}{189}$

45. a) $x=3\sqrt{2}$ c) $x=12\sqrt{5}$

b) $x=5\sqrt{6}+10$ d) $x=5\left(1+\sqrt{2}\right)$

46. a) $3{,}561\cdot10^{15}$

b) $7{,}110\cdot10^{-12}$

c) $5{,}1\cdot10^{19}$

d) $1{,}5\cdot10^{7}$

e) $5\cdot10^{-4}$

f) $1{,}8\cdot10^{-7}$

47. a) 210 000

b) 0,000 005 55

c) 6 230 000 000

d) 0,007 1

48. Trabajo en grupo. → Respuesta abierta.

49. a) $1{,}25\cdot10^{7}$ → Orden de magnitud: 10^{7}

b) $2{,}2\cdot10^{-5}$ → Orden de magnitud: 10^{-5}

c) $3\cdot10^{8}$ → Orden de magnitud: 10^{8}

d) $2\cdot10^{-3}$ → Orden de magnitud: 10^{-3}

50.

Medida	Notación científica	Notación decimal	Orden de magnitud
Masa de la Tierra (kg)	$5{,}97\cdot10^{24}$	5 970 000 000 000 000 000 000 000	10^{25}
Tamaño del virus ébola (m)	$8\cdot10^{-8}$	0,000 000 08	10^{-7}
Número de avogadro	$6{,}022\cdot10^{23}$	602 200 000 000 000 000 000 000	10^{24}
Carga del electrón (culombios)	$-1{,}6\cdot10^{-19}$	–0,000 000 000 000 000 000 16	10^{-19}
Masa del neutrón (kg)	$1{,}67\cdot10^{-27}$	0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67	10^{-27}
Distancia Tierra-Luna (km)	$3{,}8\cdot10^{5}$	380 000	10^{5}

51. a) $7{,}7\cdot10^{12}$

b) $3{,}2\cdot10^{5}$

c) $1\cdot10^{-6}$

d) $6\cdot10^{11}$

52. Mercurio: $3{,}286\cdot10^{23}$

Venus: $4{,}869\cdot10^{24}$

Marte: $6{,}392\cdot10^{23}$

Júpiter: $2{,}221\cdot10^{27}$

Saturno: $5{,}687\cdot10^{26}$

Urano: $8{,}662\cdot10^{25}$

Neptuno: $1{,}022\cdot10^{26}$

53. a) $1{,}5\cdot10^{18}$

b) $7{,}5\cdot10^{7}$

c) $2{,}9\cdot10^{-3}$

d) $-8\cdot10^{-1}$

e) 1,8

f) 3,08

54.

A	B	A + B	A – B	A · B	A : B
$3{,}2\cdot10^{6}$	$2{,}5\cdot10^{4}$	$3{,}225\cdot10^{6}$	$3{,}175\cdot10^{6}$	$8\cdot10^{10}$	$1{,}28\cdot10^{2}$
$-6{,}22\cdot10^{10}$	$25\cdot10^{12}$	$2{,}4378\cdot10^{12}$	$-2{,}5622\cdot10^{12}$	$-1{,}555\cdot10^{23}$	$-2{,}488\cdot10^{-2}$
$1{,}5\cdot10^{-4}$	$1{,}2\cdot10^{-6}$	$1{,}5\cdot10^{-4}$	$1{,}488\cdot10^{-4}$	$1{,}8\cdot10^{-10}$	$1{,}25\cdot10^{2}$
$3{,}2\cdot10^{6}$	$1{,}252\cdot10^{4}$	$3{,}2\cdot10^{6}$	$3{,}2125\cdot10^{6}$	$4{,}0064\cdot10^{10}$	$2{,}5559\cdot10^{2}$

Problemas

55. a) $1{,}126 \cdot 10^{23}$ moléculas.
b) $2{,}688 \cdot 10^{22}$ moléculas.
c) $3{,}720 \cdot 10^{-23}$ litros.

56. $A_1 = A_5 = 2c^2$
$A_2 = A_4 = 8c^2$
$A_3 = A_6 = A_7 = Ac^2$

57. $1{,}87 \cdot 10^{24}$ partículas.

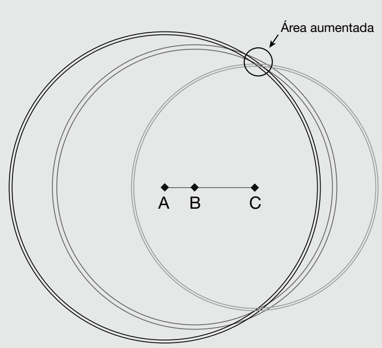
58. 4 cifras decimales.

Pon a prueba tus competencias

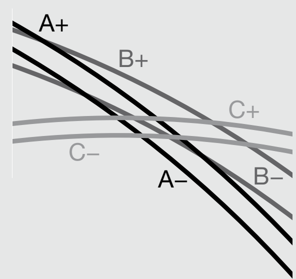
1. a) 5 minutos.
b) $9{,}467 \cdot 10^{12}$ km.
c) La distancia más corta entre dos puntos es la línea recta. En este caso, la distancia entre Mercurio y el planetoide se corresponde con la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos tres vértices son los tres planetas y con la Tierra en el vértice de 90º.
d) 428,27 segundos = $1{,}36 \cdot 10^{-5}$ años.

2. a) $4{,}2 \cdot 10^{29}$ moléculas de CO_2.
b) Se emiten $1{,}19 \cdot 10^{29}$ moléculas menos de CO_2.
c) 11 826 kg de CO_2 menos.

3.



Dibujamos los arcos correspondientes a los intervalos máximos y mínimos de cada una de las medidas de los radares:



Donde A+ es el valor máximo de la distancia del OVNI al radar A:

A+ = 10 300 + 100 = 10 400 m.

y A– es el valor mínimo de la distancia del OVNI al radar A:

A– = 10 300 – 100 =10 200 m.

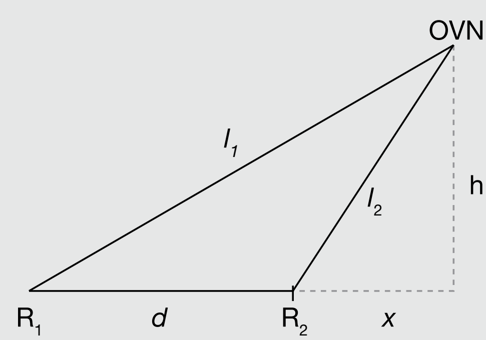
Aplicando el mismo criterio para las medidas desde los otros dos radares, obtenemos:

B+ = 9 375 + 150 = 9 525 m
B– = 9 375 – 150 = 9 225 m
C+ = 8 175 + 75 = 8 250 m
C– = 8 175 – 75 = 8 100 m

El OVNI se encontrará en el espacio que sea común a los intervalos [A+ , A–], [B+ , B–] y [C+, C–].

Para solucionar el problema bastará con encontrar los puntos de intersección de los arcos correspondientes a los radares B y C y calcular la distancia de estos puntos al radar A. La solución será el máximo y el mínimo de los valores que se encuentren dentro del intervalo [A+ , A–].

Si observamos el siguiente gráfico:



Aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos rectángulos podemos deducir que:

$$x = \frac{l_1^2 - l_2^2 - d_{BC}^2}{2d_{BC}} \quad \text{y} \quad h = \sqrt{l_2^2 - x^2}$$

d_{BC} = 2 000 es la distancia entre el radar B y el radar C.

Para calcular la distancia de cada punto al radar A, de nuevo aplicaremos el teorema de Pitágoras:

$\text{distancia}_A = \sqrt{h^2 + (d_{AC} + x)^2}$ con $d_{AC} =$

$= 3000$ distancia entre A y C.

Buscamos cada punto de intersección de los arcos desde los radares B y C:

Intersección	l_1	l_2	x	h	distancia$_A$
B+ con C+	9525	8250	4666	6804	10250
B– con C+	9225	8250	3260	7578	9829
B+ con C–	9525	8100	5279	6114	10310
B– con C–	9225	8100	3873	7114	9892

Por lo tanto:

Distancia máxima al radar A: 10310 m.

Distancia mínima al radar A: 10250 m.

4. a)

$\frac{256}{81} =$

$= 3{,}160\,493\,827\,160\,493\,827\,160\,493\,827\,160\,5\ldots$

$\frac{355}{113} =$

$= 3{,}141\,592\,920\,353\,982\,300\,884\,955\,752\,212\,4\ldots$

$\pi = 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,5\ldots$

La aproximación más correcta es $\frac{355}{113}$, ya que coincide con el valor de π aceptado actualmente hasta la millonésima cifra decimal, mientras que la aproximación $\frac{256}{81}$ coincide solamente hasta los decimales.

b) Con $\frac{355}{113}$, ya que es la mejor aproximación a π

c) $\pi = \frac{256}{81}$ $E_a = 1{,}8901 \cdot 10^{-2}$ $E_r = 0{,}60$ %

$\pi = \frac{355}{113}$ $E_a = 2{,}6675 \cdot 10^{-7}$ $E_r = 8{,}49 \cdot 10^{-6}$ %

d) Porque es un número con infinitas cifras decimales y no periódico.

5. a) 949,78 m en 10 vueltas

b) $8{,}42 \cdot 10^{-3}$ €/m

c) $E_a = 2{,}236 \cdot 10^{-2}$ m

d) $E_r = 0{,}0235$ %

6. a) $5{,}58 \cdot 10^7$ m^3

b) 6,82 · 107 m^3

c) 66,7 días.