Unidad 5

1. a) $6(x+1)-4x=5x-9$

$6x+6-4x=5x-9$

$6x-4x-5x=-9-6$

$-3x=-15$

$x=\dfrac{-15}{-3}=5$

b) $3x+5(2x-1)=3(4-5x)$

$3x+10x-5=12-15x$

$3x+10x+15x=12+5$

$28x=17$

$x=\dfrac{17}{28}\approx 0{,}607\,1$

c) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{4-x}{15}=\dfrac{1}{6}-\dfrac{7x}{10}$

$\dfrac{5x+4-x}{15}=\dfrac{5-21x}{30}$

$\dfrac{30}{15}(4x+4)=5-21x$

$8x+21x=5-8$

$29x=-3$

$x=-\dfrac{3}{29}\approx -0{,}103\,4$

d) $5\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{1}{10}\right)=\dfrac{1}{2}\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)$

$\dfrac{5x}{4}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3x}{2}-\dfrac{1}{4}$

$\dfrac{5x-2}{4}=\dfrac{6x-1}{4}$

$5x-6x=-1+2$

$x=-1$

2. Respuesta abierta. La solución a cada apartado debe ser la misma, pero se puede llegar a ella dando a la variable valores diferentes a los que se dan aquí.

a) $6(x+1)-4x=5x-9$

$6x+6-4x=5x-9$

$6x-4x-5x=-9-6$

$3x=15$

Si $x=0 \rightarrow 3\cdot 0=0<15$, deben tomarse valores mayores.

Si $x=10 \rightarrow 3\cdot 10=30>15$, deben tomarse valores entre 0 y 10.

Si $x=5 \rightarrow 3\cdot 5=15$, se verifica la igualdad.

$x=5$ es la solución de la ecuación.

b) $3x+5(2x-1)=3(4-5x)$

$3x+10x-5=12-15x$

$3x+10x+15x=12+5$

$28x=17$

Si $x=0 \rightarrow 28\cdot 0=0<17$, deben tomarse valores mayores.

Si $x=1 \rightarrow 28\cdot 1=28>17$, deben tomarse valores menores.

Si $x=0{,}5 \rightarrow 28\cdot 0{,}5=14<17$, deben tomarse valores entre 0,5 y 1.

Si $x=0{,}7 \rightarrow 28\cdot 0{,}7=19{,}6>17$, deben tomarse valores entre 0,5 y 0,7.

Si $x=0{,}6 \rightarrow 28\cdot 0{,}6=16{,}8<17$, deben tomarse valores entre 0,6 y 0,7.

Si $x=0{,}65 \rightarrow 28\cdot 0{,}65=18{,}2>17$, deben tomarse valores entre 0,60 y 0,65.

Si $x=0{,}61 \rightarrow 28\cdot 0{,}61=17{,}08>17$, deben tomarse valores entre 0,60 y 0,61.

Si $x=0{,}607 \rightarrow 28\cdot 0{,}607=16{,}996<17$, deben tomarse valores entre 0,607 y 0,610.

Si $x=0{,}607\,2 \rightarrow 28\cdot 0{,}607\,2=17{,}001\,6>17$, deben tomarse valores entre 0,607 0 y 0,607 2.

Si $x=0{,}607\,1 \rightarrow 28\cdot 0{,}607\,1=16{,}9988<17$, deben tomarse valores entre 0,607 1 y 0,607 2.

La solución de la ecuación es un número entre 0,607 1 y 0,607 2. Se podría seguir tomando valores de x con más decimales para aumentar la precisión. Se puede tomar como solución de la ecuación: $x\approx 0{,}6071\,5$.

c) $11x+17-6x=2$

$11x-6x=2-17$

$5x=-15$

Si $x=1 \rightarrow 5\cdot 1=5\neq -15$, deben tomarse valores menores.

Si $x=-5 \rightarrow 5\cdot(-5)=-25\neq -15$, deben tomarse valores entre –5 y 1.

Si $x=-2 \rightarrow 5\cdot(-2)=-10\neq -15$, deben tomarse valores entre –5 y –2.

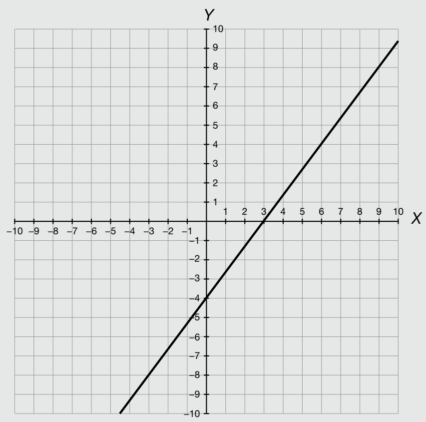
Si $x=-3 \rightarrow 5\cdot(-3)=-15$, se verifica la igualdad.

$x=-3$ es la solución de la ecuación.

3. a) $4x - 3y = 12$

$y = \dfrac{4x - 12}{3}$

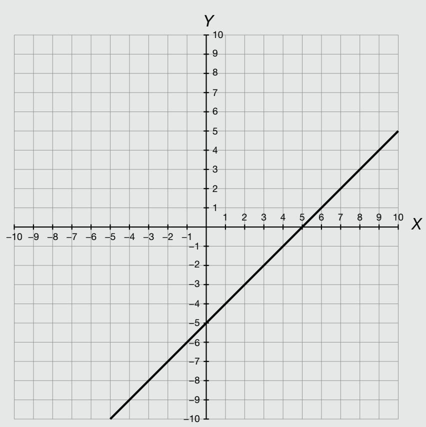
x	y
−2	−20/3
−1	−16/3
0	−4
1	−8/3
2	−4/3
3	0



b) $x - y = 5$

$y = x - 5$

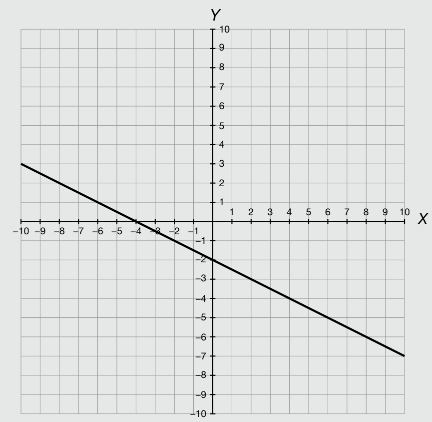
x	y
−3	−8
−2	−7
0	−5
4	−1
5	0



c) $2x + 4y = -8$

$y = \dfrac{-8 - 2x}{4}$

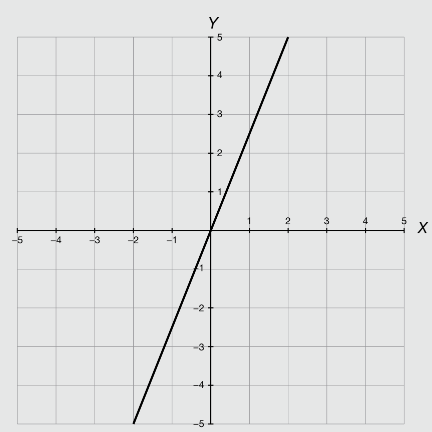
x	y
−4	0
−2	−1
0	−2
2	−3
4	−4



d) $3y - \dfrac{15x}{2} = 0$

$y = \dfrac{5}{2}x$

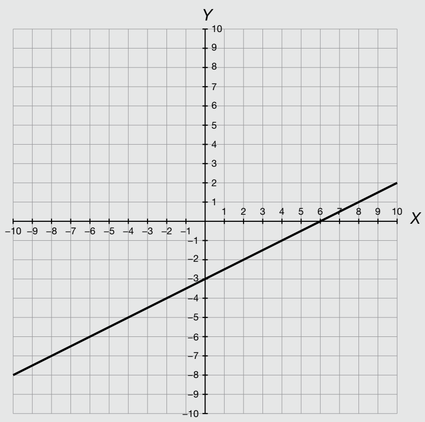
x	y
−3	−15/2
−1	−5/2
0	0
1	5/2
3	15/2



e) $x = 2y + 6$

$y = \dfrac{x-6}{2}$

x	**y**
–6	–6
–4	–5
0	–3
4	–1
6	0



4. a) Incompleta. Coeficiente c = 0.

b) $-5x^2 + 4x - 1 = 2(2x+5)$

$-5x^2 + 4x - 1 - 4x - 10 = 0$

$-5x^2 - 11 = 0$

Incompleta. Coeficiente b = 0.

c) $4x^2 - 6x = 3(5x-1)$

$4x^2 - 6x - 15x + 3 = 0$

$4x^2 - 21x + 3 = 0$

Completa.

d) $\dfrac{x}{3} + x(x+2) = 8$

$\dfrac{x}{3} + x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + \dfrac{7x}{3} - 8 = 0$

Completa.

5. a)

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \dfrac{4 \pm 0}{2}$

$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = 2$

b)

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$x = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-36}}{2} = \dfrac{6 \pm 0}{2}$

$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = 3$

c)

$(2x+1)x + x^2 = 2 \quad \rightarrow \quad 2x^2 + x + x^2 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 3x^2 + x - 2 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \dfrac{-1 \pm 5}{6}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{2}{3} \approx 0,\widehat{6} \end{cases}$

d) $(2x+1)\left(x - \dfrac{1}{2}\right) = 0$

$\begin{cases} 2x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5 \\ x - \dfrac{1}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = \dfrac{1}{2} = 0{,}5 \end{cases}$

6. $2x^2 + 5x + c = 0$

Para que la ecuación tenga una única solución se debe cumplir que el discriminante sea igual a 0.

$b^2 - 4ac = 0$

$5^2 - 4 \cdot 2 \cdot c = 0$

$8c = 25$

$c = \dfrac{25}{8} = 3{,}125$

Con lo que la ecuación sería $2x^2 + 5x + \dfrac{25}{8} = 0$

Para este caso, la solución será:

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot \dfrac{25}{8}}}{2 \cdot 2} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25-25}}{4} = -\dfrac{5}{4}$

$x_1 = x_2 = -\dfrac{5}{4} = -1{,}25$

7. a) $2x^2 - 5x = 0$

$x(2x-5) = 0$

$$\begin{cases} 2x - 5 = 0 & \rightarrow & x_1 = \dfrac{5}{2} = 2{,}5 \\ x = 0 & \rightarrow & x_2 = 0 \end{cases}$$

b) $10x^2 + 6x = 5x^2 + 6x$

$10x^2 + 6x - 5x^2 - 6x = 0$

$5x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

c) $9x^2 - 25 = 0$

$(3x+5)(3x-5) = 0$

$$\begin{cases} 3x + 5 = 0 & \rightarrow & x_1 = -\dfrac{5}{3} = -1{,}\widehat{6} \\ 3x - 5 = 0 & \rightarrow & x_2 = \dfrac{5}{3} = 1{,}\widehat{6} \end{cases}$$

d) $72x^2 - 4x = -8x + 4x$

$72x^2 - 4x + 8x - 4x = 0$

$72x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

e) $(2x-5)(x-3) = 15$

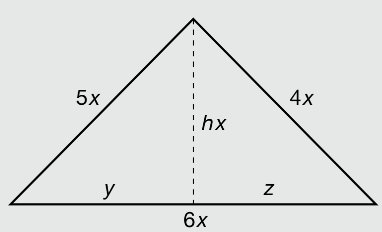
$2x^2 - 6x - 5x + 15 - 15 = 0$

$2x^2 - 11x = 0$

$x(2x - 11) = 0$

$$\begin{cases} x = 0 & \rightarrow & x_1 = 0 \\ 2x - 11 = 0 & \rightarrow & x_2 = \dfrac{11}{2} = 5{,}5 \end{cases}$$

8.



Si los lados del triángulo son proporcionales, también lo es la altura.

La fórmula para el cálculo del área de un triángulo es:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura}$$

Por lo tanto:

$$90 = \frac{1}{2} \cdot 6x \cdot hx \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{30}{h} \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{30}{h}}$$

Si consideramos el triángulo inicial, podemos plantear un sistema de ecuaciones aplicando el teorema de Pitágoras a cada uno de los dos triángulos rectángulos que se obtienen al considerar la altura (h) sobre el lado mayor (6 cm).

Estos dos triángulos tienen en común el cateto (h) y como hipotenusas, los lados del triángulo inicial de 5 y 4 cm. Los otros catetos serán los segmentos correspondientes del lado mayor a los que denominamos (y) y (z).

El sistema de ecuaciones será:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Ec. 1.} \ (5)^2 = h^2 + y^2 & \rightarrow & 25 = h^2 + y^2 \\ \text{Ec. 2.} \ (4)^2 = h^2 + z^2 & \rightarrow & 16 = h^2 + z^2 \\ \text{Ec. 3.} \ 6 = y + z & \rightarrow & z = 6 - y \end{array}\right\}$$

Igualando las ecuaciones 1 y 2:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Ec. 1.} \ 25 = h^2 + y^2 \\ \text{Ec. 2.} \ 16 = h^2 + z^2 \end{array}\right\} \rightarrow 25 - y^2 = 16 - z^2$$

Sustituimos z por la ecuación 3 y resolvemos la ecuación resultante:

$25 - y^2 = 16 - (6 - y)^2$

$25 - y^2 = 16 - (36 - 12y + y^2)$

$25 - y^2 - 16 + 36 - 12y + y^2 = 0$

$25 - 16 + 36 - 12y = 0$

$y = \dfrac{45}{12} = \dfrac{15}{4} = 3{,}75 \text{ cm}$

Sustituyendo y en la ecuación 1, obtendremos el valor de h:

$h^2 = 25 - y^2 = 25 - \dfrac{225}{16} = \dfrac{175}{16}$

$h = \dfrac{5}{4} \cdot \sqrt{7} \approx 3{,}307 \text{ cm}$

Sustituyendo h en la ecuación inicial del área del triángulo mayor:

$$x = \sqrt{\frac{30}{h}} = \sqrt{\frac{24}{\sqrt{7}}} \approx 3{,}012 \text{ cm}$$

Las dimensiones del triángulo serán:

$$L_1 = 6 \cdot x = 6 \cdot \sqrt{\frac{24}{\sqrt{7}}} \approx 18{,}07 \text{ cm}$$

$$L_2 = 5 \cdot x = 5 \cdot \sqrt{\frac{24}{\sqrt{7}}} \approx 15{,}06 \text{ cm}$$

$$L_3 = 4 \cdot x = 4 \cdot \sqrt{\frac{24}{\sqrt{7}}} \approx 12{,}05 \text{ cm}$$

9. x = primer número.

y = segundo número.

$$\left.\begin{array}{l} x = 12 + y \\ x - 4 = 2\cdot(y-4) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 12 + y - 4 = 2y - 8 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = 16 \\ x = 28 \end{cases}$$

10. a) $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = 5 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación: $x = \dfrac{8-2y}{3}$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$4\cdot\left(\frac{8-2y}{3}\right) - 3y = 5$$
$$\frac{32-8y}{3} - 3y = 5$$
$$32 - 8y - 9y = 15$$
$$17y = 17$$
$$y = 1$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$$x = \frac{8-2y}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8-2}{3} = 2$$

Solución del sistema: $x = 2$; $y = 1$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 3y = -1 \\ 5x + y = 9 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación: $x = -1-3y$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$5\cdot(-1-3y) + y = 9$$
$$-5 - 15y + y = 9$$
$$y = -1$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$x = -1-3y \rightarrow x = -1-3(-1) = 2$

Solución del sistema: $x = 2$; $y = -1$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación: $x = \dfrac{7-2y}{3}$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$4\cdot\left(\frac{7-2y}{3}\right) - 3y = -2$$
$$28 - 8y - 9y = -6$$
$$17y = 34$$
$$y = 2$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$$x = \frac{7-2y}{3} \quad \rightarrow \quad x = \frac{7-2\cdot 2}{3} = 1$$

Solución del sistema: $x = 1$; $y = 2$

d) $\left.\begin{array}{l} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación: $x = 1 + y$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$1 + y + y = 3$$
$$2y = 3 - 1$$
$$y = \frac{2}{2} = 1$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$x = 1 + y = 1 + 1 = 2$

Solución del sistema: $x = 2$; $y = 1$

11. a) $\left.\begin{array}{l} x - 5y = 8 \\ -7x + 8y = 25 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación: $x = 8 + 5y$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$-7\cdot(8+5y) + 8y = 25$$
$$-56 - 35y + 8y = 25$$
$$y = -\frac{81}{27} = -3$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$x = 8 + 5y = 8 + 5 \cdot (-3) = -7$

Solución del sistema: $x = -7$; $y = -3$

b) $\left.\begin{array}{l} \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -2 \\ \frac{2}{5}x + \frac{1}{4}y = 1 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación:

$$x = 3\cdot\left(-2 + \frac{1}{2}y\right) = -6 + \frac{3}{2}y$$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$\frac{2}{5}\cdot\left(-6 + \frac{3}{2}y\right) + \frac{1}{4}y = 1$$
$$-\frac{12}{5} + \frac{3}{5}y + \frac{1}{4}y = 1$$
$$-48 + 12y + 5y = 20$$
$$y = \frac{68}{17} = 4$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$$x = -6 + \frac{3}{2}y = -6 + \frac{3}{2} \cdot 4 = 0$$

Solución del sistema: $x = 0$; $y = 4$

c) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = -2 \end{array}\right\}$

Despejando x de la primera ecuación:

$$x = 3 \cdot \left(7 - \frac{y}{5}\right) = 21 - \frac{3}{5}y$$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$\frac{\left(21 - \frac{3}{5}y\right)}{3} - \frac{y}{4} = -2$$

$$4 \cdot \left(21 - \frac{3}{5}y\right) - 3y = -24$$

$$84 - \frac{12}{5}y - 3y = -24$$

$$\frac{27}{5}y = 108$$

$$y = \frac{108 \cdot 5}{27} = 20$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$$x = 21 - \frac{3}{5}y = 21 - \frac{3}{5} \cdot 20 = 9$$

Solución del sistema: $x = 9$; $y = 20$

12. a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 5x + y = 9 \end{array}\right\}$

Sustitución:

Despejamos y en la primera ecuación: $y = 3 - 2x$

Se sustituye su valor en la segunda ecuación y se resuelve:

$$5x + 3 - 2x = 9$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la y despejada: $y = 3 - 2x = 3 - 2 \cdot 2 = -1$

Solución del sistema: $x = 2$; $y = -1$

Reducción:

Multiplicamos la 2.ª ecuación por -1, sumamos ambas ecuaciones y resolvemos:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ (-1)(5x + y = 9) \end{array}\right\} \to \begin{array}{r} 2x + y = 3 \\ -5x - y = -9 \\ \hline -3x \quad = -6 \end{array} \to x = \frac{6}{3} = 2$$

Sustituimos el valor de x en la 1.ª ecuación:

$2x + y = 3 \to 2 \cdot 2 + y = 3 \to y = -1$

Solución del sistema: $x = 2$; $y = -1$

b) $\left.\begin{array}{l} 5x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ 4x - y = 6 \end{array}\right\}$

Sustitución:

Despejamos y en la segunda ecuación:

$4x - y = 6 \to y = 4x - 6$

Se sustituye su valor en la primera ecuación y se resuelve:

$$5x - \frac{1}{2}(4x - 6) = \frac{1}{2}$$

$$5x - 2x + 3 = \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{5}{6}$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la y despejada:

$$y = 4x - 6 = 4 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) - 6 = -\frac{28}{3}$$

Solución del sistema:

$$x = -\frac{5}{6} = -0{,}8\widehat{3};\ y = -\frac{28}{3} = -9{,}\widehat{3}$$

Reducción:

Multiplicamos la 1.ª ecuación por -2, sumamos ambas ecuaciones y resolvemos:

$$\left.\begin{array}{r} (-2)\left(5x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2}\right) \\ 4x - y = 6 \end{array}\right\} \to \begin{array}{r} -10x + y = -1 \\ 4x - y = 6 \\ \hline -6x \quad = 5 \end{array}$$

$$x = -\frac{5}{6}$$

Sustituimos el valor de x en la 2.ª ecuación:

$$4x - y = 6 \to 4 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) - y = 6 \to y = -\frac{10}{3} - 6 = -\frac{28}{3}$$

Solución del sistema:

$$x = -\frac{5}{6} = -0{,}8\widehat{3};\ y = -\frac{28}{3} = -9{,}\widehat{3}$$

c) $\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 11 \\ 15x - 15y = 7 \end{array}\right\}$

Sustitución:

Despejamos x en la primera ecuación:

$$3x+4y=11 \rightarrow x=\frac{11-4y}{3}$$

Se sustituye su valor en la 2.ª ecuación y se resuelve:

$$15\cdot\frac{11-4y}{3}-15y=7$$
$$55-20y-15y=7$$
$$y=\frac{48}{35}$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$$x=\frac{11-4y}{3}=\frac{11}{3}-\frac{4}{3}\cdot\frac{48}{35}=\frac{193}{105}$$

Solución del sistema:

$$x=\frac{193}{105}\approx 1{,}838;\ y=\frac{48}{35}\approx 1{,}371$$

Reducción:

Multiplicamos la 1.ª ecuación por $\frac{15}{4}$, sumamos ambas ecuaciones y resolvemos:

$$\left.\begin{array}{r}\left(\frac{15}{4}\right)(3x+4y=11)\\ 15x-15y=7\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{rl}\frac{45}{4}x+15y= & \frac{165}{4}\\ 15x-15y= & 7\\ \hline \frac{105}{4}x \quad = & \frac{193}{4}\end{array} \rightarrow x=\frac{193}{105}$$

Sustituimos el valor de x en la 1.ª ecuación:

$$3x+4y=11 \rightarrow 3\cdot\left(\frac{193}{105}\right)+4y=11 \rightarrow y=\frac{48}{35}$$

Solución del sistema:

$$x=\frac{193}{105}\approx 1{,}838;\ y=\frac{48}{35}\approx 1{,}371$$

d) $\left.\begin{array}{l}\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=3\\ x+2y=12\end{array}\right\}$

Sustitución:

Despejamos x en la 2.ª ecuación:

$x + 2y = 12 \rightarrow x = 12 - 2y$

Se sustituye su valor en la 1.ª ecuación y se resuelve:

$$\frac{1}{2}\cdot(12-2y)+\frac{y}{4}=3$$
$$2-y+\frac{y}{4}=3$$
$$y=4$$

Se sustituye el valor en la ecuación de la x despejada:

$x = 12-2y = 12-2 \cdot 4 = 4$

Solución del sistema: $x = y = 4$

Reducción:

Multiplicamos la 1.ª ecuación por –2, sumamos ambas ecuaciones y resolvemos:

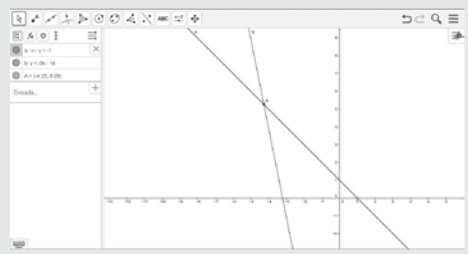
$$\left.\begin{array}{r}(-2)\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=3\right)\\ x+2y=12\end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{rl}-x-\frac{y}{2} & =-6\\ x+2y & =12\\ \hline \frac{3}{2}y & =6\end{array} \rightarrow y=4$$

Sustituimos el valor de y en la 2.ª ecuación:

$x + 2y = 12 \rightarrow x + 2 \cdot 4 = 12 \rightarrow y = 4$

Solución del sistema: $x = y = 4$

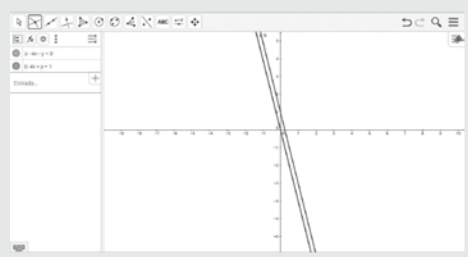
13. a)



Las rectas se cortan en el punto A (–4,25, 5,25), por lo que la solución del sistema es:
$x = -4{,}25$; $y = 5{,}25$.

Se trata de un sistema compatible determinado.

b)



Las rectas son paralelas.

El sistema no tiene solución, se trata de un sistema incompatible.

14. Incógnitas:

x = problema bien hecho $\rightarrow 1 \cdot x$ = € ganados por problema bien hecho.

y = problema mal hecho $\rightarrow 0{,}5 \cdot y$ = € pagados por problema mal hecho.

Planteamiento del sistema:

- Después de realizar 60 problemas: $x + y = 60$
- El hijo ganó 30 €: $x - 0{,}5y = 30$

Resolución del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} x+y&=60\\ x-0{,}5y&=30\end{aligned}\right\}\rightarrow \begin{aligned} y&=60-x\\ x-0{,}5\cdot(60-x)&=30\\ x-30+0{,}5x&=30\\ 1{,}5x&=60\\ x&=40\end{aligned}$$

Respuesta: Resolvió correctamente 40 problemas.

Comprobación:

- Resolvió mal 20 problemas.
- Recibió de su padre:
  40 problemas x 1 €/problema = 40 €.
- Dio a su padre:
  20 problemas x 0,5 €/problema = 10 €.
- Le quedan en total: 40 € – 10 € = 30 €.

Se cumple el enunciado del problema.

15. Incógnitas:

x = precio del quilo de pienso de tipo A.

y = precio del quilo de pienso de tipo B.

Planteamiento del sistema:

Por la mezcla de 400 kg de tipo A con 800 kg de tipo B se pagan 2 200 €:

Ecuación 1: $400x + 800y = 2\,200$

Si se mezcla 1 kg de pienso de cada tipo, la mezcla costaría 3,90 €:

Ecuación 2: $x + y = 3{,}90$

Resolución del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 400x+800y&=2\,200\\ x+y&=3{,}90\end{aligned}\right\}\rightarrow \begin{aligned} x&=3{,}90-y\\ 400\cdot(3{,}90-y)+800y&=2\,200\\ 1\,560-400y+800y&=2\,200\end{aligned}$$

$$y=\frac{640}{400}=1{,}6\ €/\text{kg} \rightarrow x=3{,}90-1{,}6=2{,}3\ €/\text{kg}$$

Solución: El kg de pienso del tipo A cuesta 2,30 €.

El kg de pienso del tipo B cuesta 1,60 €.

Comprobación:

400 kg de tipo A x 2,3 €/kg + 800 kg de tipo B x 1,6 €/kg = 2 200 €.

920 + 1 280 = 2 200 → 2 200 = 2 200

Se cumple el enunciado del problema.

16. Incógnitas:

x = vehículos de 4 ruedas.

y = vehículos de 6 ruedas.

Planteamiento del sistema:

Si disminuyera en 2 el número de vehículos de 6 ruedas, habría el doble de estos que de 4 ruedas:

Ecuación 1: $y - 2 = 2x$

En total hay 156 ruedas: ecuación 2: $4x + 6y = 156$

Resolución del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} y-2&=2x\\ 4x+6y&=156\end{aligned}\right\}\rightarrow \begin{aligned} y&=2x+2\\ 4x+6\cdot(2x+2)&=156\\ 4x+12x+12&=156\\ 16x&=144\end{aligned}$$

$$x=\frac{144}{16}=9 \rightarrow y=2x+2=2\cdot 9+2=20$$

Solución: hay 9 vehículos de 4 ruedas y 20 vehículos de 6 ruedas.

Comprobación:

Ecuación 1: $y - 2 = 2x$; $20 - 2 = 2 \cdot 9 \rightarrow 18 = 18$

Ecuación 2: $4x + 6y = 156$; $4 \cdot 9 + 6 \cdot 20 = 156 \rightarrow 36 + 120 = 156$; $156 = 18$

El resultado cumple con el enunciado del problema.

Actividades finales

Ecuaciones de primer grado

17. a) $x = 5$; b) $x = 2$; c) $x = -1$; d) $x = 11$; e) $x = 28$; f) $x = 5$; g) $x = 1$; h) $x = -2$

18. a) $8x+4=6x+60 \rightarrow x=28$

b) $5=x^2-26 \rightarrow x_1=\sqrt{31} \approx 5{,}568$; $x_2=-\sqrt{31} \approx -5{,}5$

c) $x^2-6x+9=x^2+4x+29 \rightarrow x=-2$

d) $x^2+4x=x^2+36 \rightarrow x=9$

e) $2x^2-7=2x^2-3x \rightarrow x=\frac{7}{3}=2{,}\widehat{3}$

f) $x^2-8x+16=x^2-10x+10 \rightarrow x=-3$

19. a) $x=\frac{12}{7}\approx 1{,}714$

b) $x=\frac{15}{29}\approx 0{,}517\,2$

c) $x=\frac{30}{11}=2{,}\overline{72}$

d) $x=\frac{144}{17}\approx 8{,}470\,6$

e) $x=-\frac{1}{7}=-0{,}\overline{142\,857}$

f) $x=\frac{20}{117}=0{,}\overline{170\,940}$

20. a) $x=-\frac{23}{5}=-4{,}6$

b) $x=20$

c) $x=\frac{18}{5}=3{,}6$

d) $x=-4$

21. a) $x=1$

b) La incógnita se anula y la igualdad es falsa.

c) La incógnita se anula y la igualdad es cierta.

22. a) $3x+\frac{x}{2}=14\rightarrow x=4$

b) $3x+6=42\rightarrow x=12$

c) $\frac{x}{3}+2x=7\rightarrow x=3$

d) $x+(x+1)=15\rightarrow x=7$

23. a) $x=3$

b) $x=\frac{39}{5}=7{,}8$

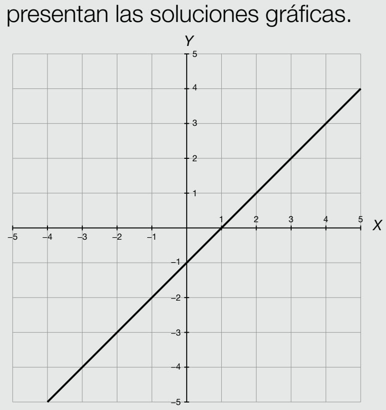
c) $x=5$

d) $x=11$

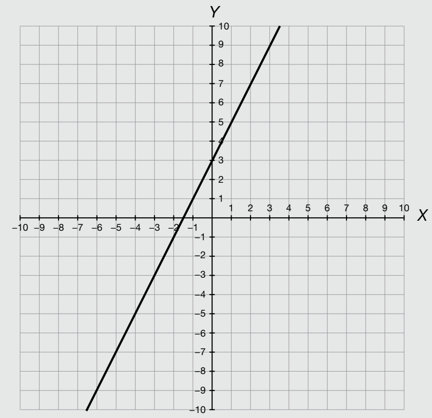
24. Respuesta abierta para las cinco soluciones analíticas de cada ecuación.

Se presentan las soluciones gráficas.

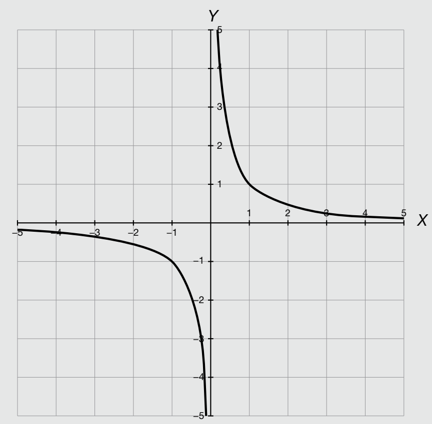
a)



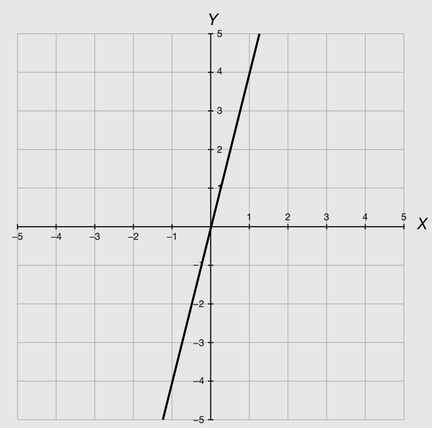
b)



c)



d)



25. a) $x=\frac{85}{37}=2{,}\overline{297}$ b) $x=\frac{7}{2}=3{,}5$

Ecuaciones de segundo grado

26. a) $\begin{cases} x_1=-\frac{1}{6}\sqrt{61}+\frac{5}{6}\approx -0{,}468\,4 \\ x_2=\frac{1}{6}\sqrt{61}+\frac{5}{6}\approx 2{,}135\,0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x_1=-\frac{5}{2}\sqrt{161}-\frac{63}{2}\approx -63{,}221\,4 \\ x_2=\frac{5}{2}\sqrt{161}-\frac{63}{2}\approx 0{,}221\,4 \end{cases}$

c) $x_1 = -1;\ x_2 = 5$

d) $x_1 = -24;\ x_2 = 23$

e) $x_1 = -6;\ x_2 = -1$

f) $x_1 = x_2 = \dfrac{2}{5} = 0{,}4$

g) $x_1 = -9;\ x_2 = 2$

27. a) $x_1 = x_2 = 3$

b) $x_1 = -7;\ x_2 = 5$

c) $x_1 = 0;\ x_2 = -3;\ x_3 = 2$

d) $x_1 = x_2 = \sqrt{6} \approx 2{,}449\,5$

$x_3 = x_4 = -\sqrt{6} \approx -2{,}449\,5$

28. a) $x_1 = 0;\ x_2 = 4$

b) $x_1 = 0;\ x_2 = 4$

c) $x = 5$

d) $x_1 = -\sqrt{2} \approx -1{,}4142$

$x_2 = \sqrt{2} \approx 1{,}4142$

e) $x_1 = -2;\ x_2 = 2$

f) $x_1 = -4;\ x_2 = 4$

29. a) $x^2 - 7x = 0$

$x_1 = 0;\ x_2 = 7$

b) $-x^2 - x + 6 = 0$

$x_1 = 2;\ x_2 = -3$

c) $x^2 - 7x + 10 = 0$

$x_1 = 2;\ x_2 = 5$

d) $-x^2 - 7x - 6 = 0$

$x_1 = -1;\ x_2 = -6$

30. a) $\dfrac{x^2 - 16}{2x} = 0$

$x_1 = -4;\ x_2 = 4$

b) $\dfrac{-x^2 - 7x - 6}{x^2 - 9} = 0$

$x_1 = -1\ x_2 = -6$

c) $\dfrac{-13x^2 - 25x - 6}{6x^2 + 6x} = 0$

$x_1 = \dfrac{1}{26}\sqrt{313} - \dfrac{25}{26} \approx -0{,}2811$

$x_2 = -\dfrac{1}{26}\sqrt{313} - \dfrac{25}{26} \approx -1{,}642\,0$

d) $\dfrac{-30x^2 - 1\,890x + 420}{450x^2 + 615x - 2\,640} = 0$

$x_1 = \dfrac{5}{2}\sqrt{161} - \dfrac{63}{2} \approx 0{,}221\,4$

$x_2 = -\dfrac{5}{2}\sqrt{161} - \dfrac{63}{2} \approx -63{,}221\,4$

e) $\dfrac{40x^2 - 4x}{4x^2 - 1} = 0$

$x_1 = 0;\ x_2 = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$

31. Si $x = -1$ es solución de la ecuación, entonces:

$$f(-1) = 0 \ \rightarrow\ a\cdot(-1)^2 + 3\cdot(-1) + 1 = 0$$
$$a - 3 + 1 = 0$$
$$a = 2$$

La ecuación es: $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Resolviendo, la otra solución de la ecuación es:

$x_2 = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5$

32. Si $x = 3$ es solución de la ecuación, entonces:

$$f(3) = 0 \ \rightarrow\ 3^2 - b\cdot 3 + 2 = 0$$
$$9 - 3b + 2 = 0$$
$$b = \frac{11}{3} = 3{,}\widehat{6}$$

La ecuación es: $x^2 - \dfrac{11}{3}x + 2 = 0$

Resolviendo, la otra solución de la ecuación es:

$x_2 = \dfrac{2}{3} = 0{,}\widehat{6}$

33. Si $x = 1$ es solución de la ecuación, entonces:

$$f(1) = 0 \ \rightarrow\ 3\cdot 1^2 - 2\cdot 1 - c = 0$$
$$3 - 2 - c = 0$$
$$c = 1$$

La ecuación es: $3x^2 - 2x - 1 = 0$

Resolviendo, la otra solución de la ecuación es:

$x_2 = -\dfrac{1}{3} = -0,\widehat{3}$

34. a) $x \cdot (x + 1) = 2 \rightarrow x_2 + x - 2 = 0$

$x_1 = -2;\ x_2 = 1$

x_1 no es solución al enunciado por no ser un número natural. La solución es 1 y 2.

b) $x \cdot (x+2) = 19 \rightarrow x^2 + x - 19 = 0$

$\left.\begin{matrix} x_1 = -2\sqrt{5} - 1 \\ x_2 = 2\sqrt{5} - 1 \end{matrix}\right\}$

No existen números naturales que cumplan el enunciado.

c) Lado del cuadrado: x

Área del cuadrado: x^2

Se duplica la base: $2x$

Se disminuye la altura en 2 unidades: $x - 2$

Su área se reduce en 5 unidades cuadradas: $x^2 - 5$

$2x \cdot (x - 2) = x^2 - 5$

$x^2 - 4x + 5 = 0$

No tiene solución real.

d) $x \cdot 2x = 162$

$x_1 = -9;\ x_2 = 9$

x_1 no es solución al enunciado por no ser un número natural.

La solución es 9 unidades.

35. a) $x_1 = 0,3;\ x_2 = 0,4$ b) $x_1 = x_2 = \dfrac{1}{5} = 0,2$

36. a) $(x - 3) \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

Existen infinitas soluciones:

$a \cdot \left(x^2 - 4x + 3\right) = 0$ para $a \in \mathbb{R}$

b) $\left(x - 2 - \sqrt{5}\right) \cdot \left(x - 2 + \sqrt{5}\right) = 0 \rightarrow\ x^2 - 4x - 1 = 0$

Existen infinitas soluciones:

$a \cdot \left(x^2 - 4x - 1\right) = 0$ para $a \in \mathbb{R}$

37. $\left.\begin{matrix} 2x + 2y = 12 \\ d^2 = x^2 + y^2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \rightarrow y = 6 - x \\ \rightarrow d^2 = (6 - x)^2 + x^2 = 36 - 12x + x^2 + x^2 \end{matrix}$

$d^2 = 2x^2 - 12x + 36$

La diagonal más corta será la del cuadrado de lado x:

$d = \sqrt{2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 36} = \sqrt{18} \approx 4,24$ cm

Sistemas de ecuaciones

38. a) $x = 2;\ y = 0$

b) $x = 2;\ y = 0$

c) $x = \dfrac{2}{3} = 0,\widehat{6};\ y = \dfrac{4}{5} = 0,8$

d) $x = 3;\ y = 04$

39. a) $x = \dfrac{14}{5} = 2,8;\ y = \dfrac{11}{5} = 2,2$

b) $x = -5;\ y = 6$

c) $x = -2;\ y = 2$

d) $x = \dfrac{165}{37} = 4,\overline{459};\ y = -\dfrac{16}{37} = -0,\overline{432}$

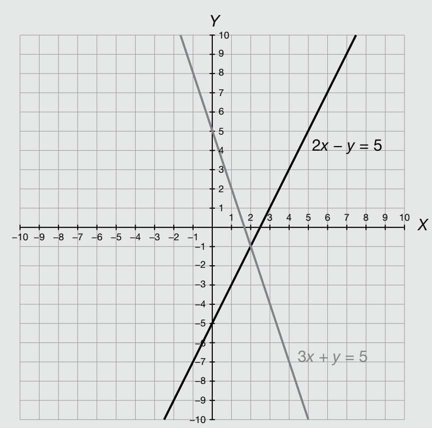
40. a) $x = \dfrac{23}{3} = 7,\widehat{6};\ y = \dfrac{15}{9} = 1,\widehat{6}$

b) $x = \dfrac{2}{3} = 0,\widehat{6};\ y = \dfrac{4}{5} = 0,8$

c) $x = 2;\ y = 1$

d) $x = -3;\ y = 5$

41. a)

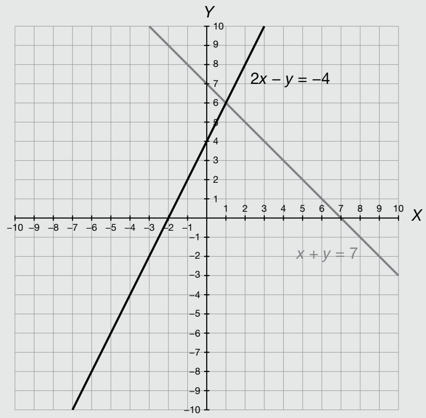


$x = 2$

$y = -1$

Sistema compatible determinado

b)

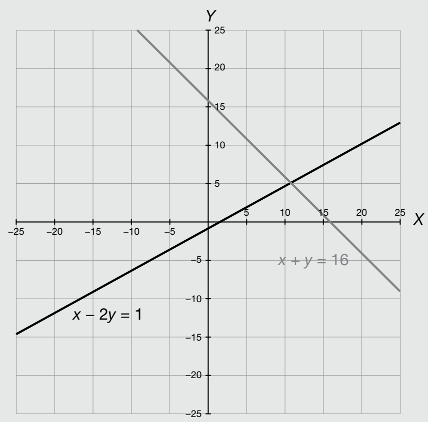


$x = 1$

$y = 6$

Sistema compatible determinado.

c)

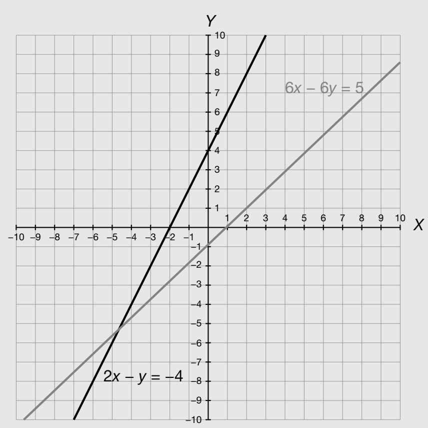


$x = 11$

$y = 5$

Sistema compatible determinado.

d)

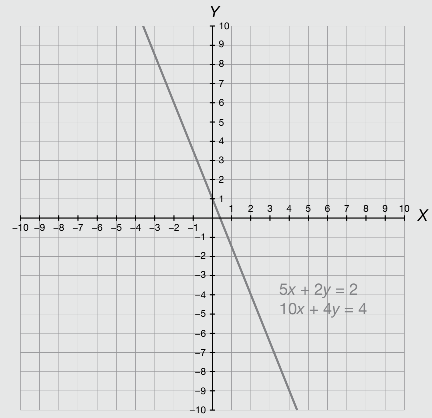


$x = -\dfrac{29}{6} = -4{,}8\widehat{3}$

$y = -\dfrac{17}{3} = 5{,}\widehat{6}$

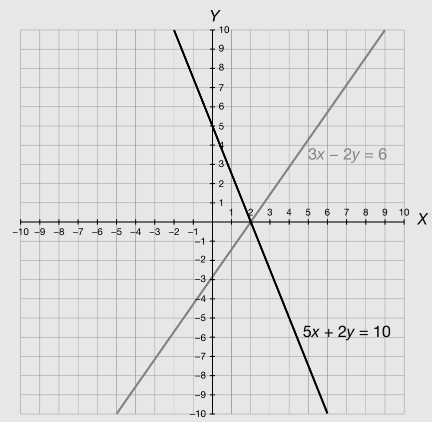
Sistema compatible determinado.

e)



Rectas coincidentes. Se trata de un sistema compatible indeterminado con infinitas soluciones.

f)



$x = 2$

$y = 0$

Sistema compatible determinado.

42. a) $x = \dfrac{56}{65} \approx 0{,}861\ 5$

$y = \dfrac{12}{13} \approx 0{,}923\ 1$

b) $x = -\dfrac{3\ 609}{89} \approx -40{,}550\ 6$

$y = \dfrac{15\ 500}{89} \approx 174{,}157\ 3$

c) $x = \dfrac{2}{3} = 0{,}\widehat{6}$

$y = -\dfrac{37}{18} = -2{,}0\widehat{5}$

43. a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 25 \\ x - y = 13 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 19 \\ y = 6 \end{array}\right.$

b) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+1}{y}=\dfrac{1}{2}\\[2mm] \dfrac{x}{y+7}=\dfrac{1}{15}\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=\dfrac{9}{13}\approx 0{,}692\,3\\[2mm] y=\dfrac{44}{13}\approx 3{,}384\,6\end{array}\right.$

La fracción es: $\dfrac{9/13}{44/13} \oplus \dfrac{0{,}692}{3{,}384}$

c) $\left.\begin{array}{l}x+y=7\\ 2x-y=-4\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=1\\ y=6\end{array}\right.$

d) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{4}=2\\ 3x+2y=23\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=5\\ y=4\end{array}\right.$

44. a)

Cifra de las unidades = x
Cifra de las decenas = y

$\left.\begin{array}{l}10y+x=3\cdot(x+y)+3\\ 10x+y=7\cdot(x+y)+9\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=9\\ y=3\end{array}\right.$

b) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{3}\\[2mm] \dfrac{x-10}{y+10}=\dfrac{3}{5}\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=25\\ y=15\end{array}\right.$

El número es 39.

Problemas

45. Incógnitas:
x = gallinas.
y = conejos.
Sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l}x+y=60\\ 2x+4y=148\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=46 \text{ gallinas}\\ y=14 \text{ conejos}\end{array}\right.$

46. $\left.\begin{array}{l}2x+2y=12\\ x\cdot y=8\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=4\\ y=2\end{array}\right.$

47. Incógnitas:
t = tiempo que pasa hasta que se encuentran.
x = distancia recorrida por Juan.

Sistema de ecuaciones.

$\left.\begin{array}{r}5t=x\\ 6t=2{,}75-x\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=1{,}25 \text{ km}\\ t=1/4 \text{ hora}\end{array}\right.$

Juan recorre 1,25 km.
Óscar camina 2,75 –1,25 = 1,50 km.

48. $2x-(100-x)=65$
x = 55 respuestas correctas.

49. $\left.\begin{array}{r}A+B=55\\ 0{,}5\cdot A=0{,}6\cdot B\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}A=30 \text{ alumnos}\\ B=25 \text{ alumnos}\end{array}\right.$

50. Incógnitas:
L = lado del cuadrado mayor.
l = lado del cuadrado menor.

$\left.\begin{array}{r}4\cdot L+8\cdot l=400\\ L^2-l^2=6\,300\end{array}\right\}$

l tiene dos soluciones:
a) l = 10 cm → L = 80 cm

b) $l=\dfrac{370}{3}\rightarrow L=-\dfrac{440}{3}$

Como no puede haber una longitud negativa, la solución es *a*.

51. $x\cdot(x+1)=6\cdot[x+(x+1)]+6$

Dos soluciones: $x_1=-1$; $x_2=12$
Como el enunciado pide un número natural, la solución es 12.

52. Incógnitas:
x = cifra de las unidades.
y = cifra de las decenas.

$\left.\begin{array}{l}x\cdot y=8\\ (10x+y)\cdot(10y+x)=1008\end{array}\right\}$

Dos pares de soluciones.
$x_{11}=-4$; $x_{12}=-2$
$x_{21}=2$; $x_{22}=4$
Considerando solamente el par de soluciones positivas, se pueden construir dos números que cumplan con el enunciado: el 24 y el 42.

53. $\left.\begin{array}{l} A_{\text{inicial}} = \dfrac{c \cdot c}{2} \\ A_{\text{final}} = \dfrac{c \cdot (c+2)}{2} \end{array}\right\}$

$A_{\text{final}} = A_{\text{inicial}} + 4 \rightarrow \dfrac{c \cdot (c+2)}{2} = \dfrac{c \cdot c}{2} \rightarrow c = 4 \text{ cm}$

Para que la resolución sea más sencilla, se apoya el triángulo sobre uno de los catetos, de manera que la altura será el otro cateto y la aplicación de la expresión del área del triángulo es inmediata.

54. Incógnitas:

x = personas que van de excursión.

y = precio del billete.

$\left.\begin{array}{l} (x+3) \cdot y = 198 \\ x \cdot (y+0{,}6) = 198 \end{array}\right\}$

Dos soluciones: $x_1 = -33$; $x_2 = 30$

Es válida la solución positiva, por lo que 30 personas irán de excursion.

55. Incógnitas:

R = radio mayor.

r = radio menor.

$\left.\begin{array}{l} R = r + 3 \\ \pi \cdot R^2 = \pi r^2 + 27\pi \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} R = 6 \text{ cm} \\ r = 3 \text{ cm} \end{array}\right.$

56. Respuesta abierta.

57. Incógnitas:

o = edad de Óscar.

j = edad de Juan.

c = edad de Carlos.

Sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} o + j = 28 \\ j + c = 31 \\ c + o = 29 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} o = 13 \\ j = 15 \\ c = 16 \end{array}\right.$

58. $P(-2) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = -14$

$P(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = -3$

$P(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2$

Sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} 4a - 2b + c = -14 \\ a - b + c = -3 \\ c = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = -3 \\ b = 2 \\ c = 2 \end{array}\right.$

59. a) Diferencia igual a 3:

$\left.\begin{array}{l} x - y = 3 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \end{array}\right.$

b) Diferencia igual a 5:

$\left.\begin{array}{l} x - y = 5 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 3 \\ y = -2 \end{array}\right.$

c) Diferencia igual a *k:*

$\left.\begin{array}{l} x - y = k \\ x^2 - y^2 = k \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2}(1+k) \\ y = \dfrac{1}{2}(1-k) \end{array}\right.$

Pon a prueba tus competencias

1. a) Incógnitas:

x = número inicial escrito.

y = número final obtenido.

$\left[\dfrac{3 \cdot (x+15) - 9}{3}\right] - 5 = y$

$[(x+15) - 3] - 5 = y$

$x = y - 7$

Número escrito = número final –7

b) Número escrito = 35 – 7

2. $\dfrac{x}{6} + \dfrac{x}{12} + \dfrac{x}{7} + 5 + \dfrac{x}{2} + 4 = x$

x = 84 años

3. a) Incógnitas:

x = dinero recaudado.

y = gastos de organización.

Sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} x = y + 560 \\ x + \dfrac{1}{3}x = \dfrac{1}{2}y + 1180 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1080 \\ y = 520 \end{array}\right.$

b) Se recaudaron 1 080 €.

c) Hubo 520 € de gastos.

4. Incógnitas:

s = precio del billete simple.

t = precio de la tarjeta.

Sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 8s + t = 22{,}35 \\ 5s + 3t = 40{,}30 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} s = \dfrac{107}{76} \approx 1{,}41\ € \\ t = \dfrac{4\,213}{380} \approx 11{,}09\ € \end{array}\right.$$

Precio de cada viaje de la tarjeta:

$$\frac{4\,213}{380} : 10 = \frac{4\,213}{3\,800}$$

Ahorro por viaje de la tarjeta:

$$\frac{107}{76} - \frac{4\,213}{3\,800} = \frac{1137}{3\,800} \approx 0{,}30\ €$$

5. $\dfrac{x}{5} + \dfrac{x}{12} + \dfrac{x}{8} + \dfrac{x}{20} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{7} + 30 + 120 + 300 + 50 = x$

a) x = 3 360 manzanas.

b) Clio: $\dfrac{x}{5} = 672$ manzanas.

c) Euterpe: $\dfrac{x}{12} = 280$ manzanas.

d) Talía: $\dfrac{x}{8} = 42$ manzanas.

e) Melpómene: $\dfrac{x}{20} = 16$ manzanas.

f) Tepsícore: $\dfrac{x}{4} = 840$ manzanas.

g) Respuesta abierta.

6. Ecuación de la recta: $y = ax + b$

Tenemos dos rectas: la ruta 1 y la ruta 2. Para que las poblaciones estén situadas sobre estas rectas, sus coordenadas deben cumplir la ecuación de la recta.

Ruta 1:

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}67 = 0{,}3 \cdot a + b \\ 19{,}1 = 58{,}7 \cdot a + b \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \dfrac{1743}{5\,840} \approx 0{,}298\,5 \\ b = \dfrac{92\,299}{58\,400} \approx 1{,}580\,5 \end{array}\right.$$

Ecuación de la recta 1: $y = 07957x + 1{,}4343$

Ruta 2:

$$\left.\begin{array}{l} 25{,}7 = 30{,}5 \cdot a + b \\ 19{,}1 = 58{,}7 \cdot a + b \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a \approx -0{,}234\,0 \\ b \approx 32{,}838\,3 \end{array}\right.$$

Ecuación de la recta 2: $y = -0{,}234x + 32{,}838\,3$

1. a) $800 \text{ mg} \cdot \dfrac{100 \text{ mL}}{120 \text{ mg}} \cdot \dfrac{1 \text{ vaso}}{250 \text{ mL}} = 2{,}67 \text{ vasos}$

Un adulto debe tomar 2,67 vasos de leche desnatada para cubrir sus necesidades de calcio.

b) $1{,}5 \text{ vasos} \cdot \dfrac{250 \text{ mL}}{1 \text{ vaso}} \cdot \dfrac{4{,}8 \text{ g}}{100 \text{ mL}} = 18 \text{ g}$

Ingerimos 18 g de hidratos de carbono.

c) El porcentaje de reducción de grasas es:

$\dfrac{3{,}6 - 1{,}6}{3{,}6} = 55{,}6\ \%$ en la leche semidesnatada.

$\dfrac{3{,}6 - 0{,}3}{3{,}6} = 91{,}7\ \%$ en la leche desnatada.

d) $1{,}5 \text{ L} \cdot \dfrac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \cdot \dfrac{3{,}6 \text{ g}}{100 \text{ mL}} = 54 \text{ g}$

e) La leche desnatada proporciona las mismas cantidades de proteínas, hidratos de carbono y calcio que la leche semidesnatada, pero menos cantidad de grasa.

f) Un vaso de leche desnatada proporciona:

$250 \text{ mL} \cdot \dfrac{149 \text{ kJ}}{100 \text{ mL}} = 372{,}5 \text{ kJ}$

$250 \text{ mL} \cdot \dfrac{35 \text{ kcal}}{100 \text{ mL}} = 87{,}5 \text{ kcal}$

Un vaso de leche entera proporciona:

$250 \text{ mL} \cdot \dfrac{313 \text{ kJ}}{100 \text{ mL}} = 782{,}5 \text{ kJ}$

$250 \text{ mL} \cdot \dfrac{71 \text{ kcal}}{100 \text{ mL}} = 177{,}5 \text{ kcal}$

g) $3 \text{ vasos} \cdot 782{,}5 \text{ kJ} = 2\,347{,}5 \text{ kJ}$

$2\,347{,}5 \text{ kJ} \cdot \dfrac{100 \text{ mL}}{194 \text{ kJ}} \cdot \dfrac{1 \text{ vaso}}{250 \text{ mL}} = 4{,}84 \text{ kJ/vaso}$

h) Las dos razones, gramos Ca por 100 mL/ porcentaje de la C.D.R., forman una proporción, por lo tanto:

$\left.\begin{array}{l} 160 \text{ mg} \to 50\,\% \\ 120 \text{ mg} \to x \end{array}\right\} \to \dfrac{160}{120} = \dfrac{50}{x} \to x =$

$= \dfrac{50 \cdot 120}{160} = 37{,}5\,\%$

Un vaso de leche desnatada equivale al mismo porcentaje.

2. a) Un litro equivale a 100 cL, con lo cual:

Precio zumo tropical: $\dfrac{0{,}99\ €}{3 \cdot 0{,}33 \text{ L}} = 1\ €\ /\ \text{L}$

Precio zumo de naranja: $\dfrac{0{,}54\ €}{3 \cdot 0{,}2 \text{ L}} = 0{,}9\ €\ /\text{L}$

b) En el zumo tropical, el porcentaje de ahorro es:

$\dfrac{1 - 0{,}99}{1} = 0{,}01 \to 1\ \%$

En el zumo de naranja, el porcentaje de ahorro es:

$\dfrac{0{,}9 - 0{,}65}{0{,}9} = 0{,}278 \to 27{,}8\ \%$

3. Cuando los dos automóviles se encuentren, el tiempo que han estado circulando es el mismo (t).

Uno de los automóviles ha recorrido una distancia x y el otro, $600 - x$.

$\dfrac{x}{80} = \dfrac{680 - x}{90} \to x = 320 \text{ km}$

El tiempo que tardan en encontrarse es:

$t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{320}{80} \to t = 4 \text{ h}$

4. a) 100 + 21 = 121 km/h; 100 + 30 = 130 km/h.

El conductor circulaba a una velocidad $v \in [121, 130]$ km/h.

b) 100 + 31 = 131 km/h; 100 + 40 = 140 km/h.

El conductor circulaba a una velocidad $v \in [131, 140]$ km/h.

c) $\dfrac{50}{100} v_{\text{máx}} = \dfrac{50}{100} \cdot 100 = 50 \text{ km/h}$

El conductor circulaba a una velocidad $v \in [140, 150]$ km/h.

d) $\dfrac{50}{100} v_{\text{máx}} = 50 \text{ km/h} > 30 \text{ km/h}$

El conductor circulaba a una velocidad mayor o igual a 150 km/h.

5. a) El precio de 10 billetes sencillos es de: $2 \cdot 10 = 20$ €.

El porcentaje de ahorro al comprar la tarjeta A es: $\dfrac{20 - 9{,}25}{20} = 0{,}54 \to 54\ \%$.

El precio de 50 billetes sencillos es de: $2 \cdot 50 = 100$ €.

El porcentaje de ahorro al comprar la tarjeta B es: $\dfrac{100 - 37}{100} = 0{,}63 \to 63\ \%$.

b) — 12 viajes semanales

Suponiendo un mes de cuatro semanas, hace: $12 \cdot 4 = 48$ viajes.

Las opciones son:

— Con un billete sencillo gastaría: $2 \cdot 48 = 96$ €.

— Si utiliza la tarjeta A, necesita 5 tarjetas y le costarían: $5 \cdot 9{,}25 = 46{,}25$ €.

— Si utiliza la tarjeta *B*, con una tiene bastante y le cuesta 37 €, que es menos que una tarjeta *C*.

La opción de la tarjeta *B* es la más económica.

— 60 viajes mensuales

Se descarta la opción de los billetes sencillos porque es la más cara. Las opciones son:

— Si utiliza tarjetas *A,* necesita 6 tarjetas y le costarían: 6 · 9,25 = 55,50 €.

— Si utiliza tarjetas *B,* necesita 1 tarjeta y completarla con una tarjeta *A,* lo que le costaría: 9,25 + 37 = 46,25 €.

— Si utiliza la tarjeta *C,* le costaría: 50 €.

La opción de una tarjeta *B* y una *A* es la más económica.

c) Calculamos la cantidad de tarjetas *B,* tarjetas *A* y billetes sencillos que permiten hacer el mayor número de viajes mensuales sin superar el coste de la tarjeta *C*.

— Puede utilizarse una sola tarjeta *B,* pues con una segunda superaría el precio de la tarjeta *C.* 1 tarjeta *B* = 37 €.

— A la tarjeta *B* podemos añadir una tarjeta *A,* como máximo, pues con una segunda superaría el precio de la tarjeta *C.* 1 tarjeta *B* + 1 tarjeta *A* = 37 + 1 · 9,25 = 46,25 €.

Por lo tanto, el número máximo de viajes mensuales que podemos hacer con estos billetes será: 50 + 10 + 1 = 61 viajes.

A partir de 62 viajes mensuales resulta más rentable la tarjeta *C.*

Si consideramos que un mes tiene 4 semanas:

$$\frac{62}{4} = 15{,}5 \rightarrow 16 \text{ viajes.}$$

La tarjeta *C* es rentable a partir de 18 viajes semanales.

6. a) En orden, las casillas que se deben rellenar en la factura son:

1.ª casilla: 12,9 · (1 + 0,09) = 14,06

2.ª casilla: 18 · 0,3681 · (1 + 0,09) = 7,22

3.ª casilla: 18 · 0,7361 · (1 + 0,09) = 14,44

4.ª casilla: 30 · 0,3167 · (1 + 0,09) = 10,36

5.ª casilla: 6 · 0,6456 · (1 + 0,09) = 4,22

6.ª casilla: 36 · 0,1342 =4,83

7.ª casilla: $\dfrac{9{,}60 \cdot 100}{53{,}35} = 18$

8.ª casilla: 14,06 + 7,22 + 14,44 + 10,36 + 4,22 + 4,83 + 9,60 = 64,73

Actividades de síntesis

1. Respuesta abierta

— 3/7 y 5/11.

— $\sqrt{5}$ y *e*.

— *f* y π.

2. Indica, justificando la respuesta, si son ciertas o falsas estas afirmaciones:

a) Falso: $\sqrt{5} = 2{,}236...$ y $\sqrt{17} = 4{,}123...$

b) Verdadero.

c) Falso. Solo son racionales los que tienen un número finito de cifras decimales o son periódicos.

d) Verdadero.

3. No. Por ejemplo:

Suma: $3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}=6$

Resta: $5+\sqrt{3}-\sqrt{3}=5$

Multiplicación: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=4$

División: $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=4$

4. $\dfrac{1}{5}=0{,}2; -0{,}999...; -\sqrt{3}=-1{,}732...;$

$e=2{,}718...; \sqrt{7}=2{,}645...; 0{,}8787;$

$2\sqrt{3}=3{,}464...$

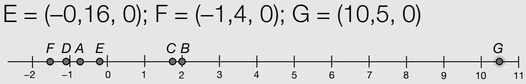
$-\sqrt{3}<-0{,}999<\dfrac{1}{5}<0{,}8787<\sqrt{7}<e<2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}=3{,}464...$

5. Punto

A = (–0,66, 0); B= (2, 0); C = (1,73, 0); D = (–1, 0)

E = (–0,16, 0); F = (–1,4, 0); G = (10,5, 0)



6. (0, 1)

7.

2,56

8. *A* = 74,000 m · 33,000 m = 2 442 m^2.

El terreno se divide entre siete personas:

2 442 / 7 = 348,857 142 9… m^2 ~ 348,86 m^2.

348,86 m^2 · 0,56 € = 195,361 6 €.

Cada persona debe pagar 195,36 €.

9. Efectúa las siguientes operaciones simplificando al máximo los resultados.

a) $\dfrac{5}{4}\cdot\left(1+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{15}{8}$

b) $\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}}+2+1=\dfrac{31}{10}=3\dfrac{9}{40}$

c) $\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{4}\right)\cdot\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{143}{96}$

d) $\dfrac{\left(\dfrac{4}{5}+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{5}\right)+\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{4}}{\left(\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\right)+\dfrac{1}{6}-\left(\dfrac{1}{4}:\dfrac{2}{3}\right)}=\dfrac{82}{15}$

10. a) $3;\ 3\sqrt{5};\ 15;\ 15\sqrt{5};\ 75;\ 75\sqrt{5};...$

b) $\sqrt{2};\ 2;\ 2\sqrt{2};\ 4;\ 4\sqrt{2};\ 8;...$

c) $1+\sqrt{2};\ \sqrt{2}+2;\ 2+2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}+4;\ 4+4\sqrt{2};$

$4\sqrt{2}+8;...$

$-\sqrt{5};\ 5-\sqrt{5};\ 10-6\sqrt{5};\ 40-16\sqrt{5};$

$120-36\sqrt{5};\ 300-1566\sqrt{5};...$

11. a) $5+\sqrt{5}+\sqrt{6}$

b) $\sqrt{25}+\sqrt{81}+\sqrt{256}=5+9+16=30$

12. a) $3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

b) $-3\sqrt{2}-4\cdot3\sqrt{3}-7\sqrt{2}+3\sqrt{3}=10\sqrt{2}-9\sqrt{3}$

13. a) $2a\sqrt{2a}=\sqrt{8a^3}$

b) $3x\sqrt[3]{4x^2}=\sqrt[3]{108x^5}$

c) $a^2b\sqrt{ab^2}=\sqrt{a^5b^4}$

14. a) $\sqrt{16a^4}=4a^2$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{64x^4}}{2\sqrt{x}}\cdot x^2\cdot\sqrt{x}=2x^3\sqrt[3]{x}$

c) $\sqrt{3}\cdot54\sqrt{x^6y^4}=54x^3y^2\sqrt{3}$

d) $\dfrac{2}{3a}\cdot\dfrac{\sqrt{25a}}{\sqrt{a^3}}\cdot\sqrt[5]{a^3}=\dfrac{10}{3a^2}\cdot\sqrt[5]{a^3}$

15. a) 1,73 + 2,24 = 3,97

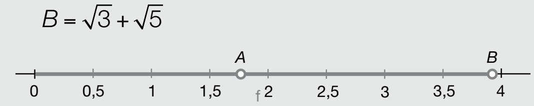
b) 2 + 1,41 + 3,14 = 6,65

c) 6,28 + 2,45 = 8,73

d) 2,65 ·3,14 + 2 ·1,73 = 8,32 + 6,92 = 15,24

16. a) $A=\sqrt{3}$

$B=\sqrt{3}+\sqrt{5}$



17. $A_{cubo} = 6{,}00 \cdot 10^{-2}\ m^2$

$A_{esfera} = 3{,}114\,16 \cdot 10^{-2}\ m^2$

18. a) $2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^3$

Pueden alcanzar una altura de $2 \cdot 10^3$ mm = 2 m.

b) $2 \cdot 10^5 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^{12}$

Hay $2 \cdot 10^{12}$ cabellos.

c) $2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10 = 6 \cdot 10^6$

Pueden alcanzar una longitud de $6 \cdot 10^6$ cm $= 6 \cdot 10^4$ m.

19. a) $4{,}333\,75 \cdot \mathbf{10}^{-9} \sim 4 \cdot 10^{-9}$

b) $0{,}794\,6 \sim 0{,}8$

c) $2{,}288\,571\,429 \cdot \mathbf{10}^{-8} \sim 2{,}3 \cdot 10^{-8}$

d) $15{,}994\,565\,22 \sim 16$

20. $2 \cdot \mathbf{10}^{13}$; $4{,}56 \cdot 10^{-5}$; $2{,}39\,897\,008 \cdot 10^{11}$; $1{,}234\,67 \cdot \mathbf{10}^{3}$; $15 \cdot \mathbf{10}^{-5}$; $3{,}4 \cdot 10^{-6}$.

21.

Impresoras	Encuestas	Minutos
5	600	6
7	1 400	x

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{600}{1400} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{42\,000}{4\,200} = 10 \text{ min}$$

22. El precio tras la rebaja es:

$$99 - \left(\frac{99 \cdot 35}{100}\right) = 64{,}35\ €$$

Al aplicar el IVA hay un aumento del 21 %. El precio tras añadir el IVA es:

$$64{,}35 + \left(\frac{64{,}35 \cdot 21}{100}\right) = 77{,}86 \simeq 78$$

Luis debe pagar 78 €.

23. $$i = \frac{8\,600 \cdot 32{,}5 \cdot 4}{100} = 1118\ €$$

Obtendrán un interés de 1118 €.

24. El periodo de capitalización es de un mes, debemos usar la fórmula:

$$C_f = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t;$$

$$5000 = C \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{24} \rightarrow C = 2460$$

Marta debe invertir 2 460 €.

25. Suponemos un polinomio completo de tercer grado en la indeterminada *x:*

$$P(x) = 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$$

26. a) Falso. Todas las ecuaciones son expresiones algebraicas, pero las expresiones algebraicas no necesariamente son ecuaciones, porque no es preciso que tengan el signo igual.

b) Correcto, si consideramos las ecuaciones que se reducen a la forma $0\,x = 0$.

c) Cierto. La representación gráfica de las soluciones de una ecuación de primer grado con dos incógnitas corresponde a una recta oblicua. Si la ecuación es de una incógnita, la recta será vertical u horizontal.

d) Falso. La ecuación $x^2 = -2$ no tiene solución, ya que no existe solución a $\sqrt{-2}$.

27. a) $P(x) + Q(x) = x^2 - 2x + 3$

$(P(x) + Q(x)) : S(x) = 1$

b)
$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -x^2 & +\ x & +3 & x^2-2x+3 \\ \cline{5-5}
-x^3 & +2x^2 & -3x & & x+1 \\
 & x^2 & -2x & +3 & \\
 & -x^2 & +2x & -3 & \\
 & & & 0 &
\end{array}$$

Por tanto, $R(x) : S(x) = x + 1$, con lo cual:

$R(x) : S(x) + Q(x) = -6x^3 + 15x^2 + 2x - 11$

28. $\frac{3}{4}P(z) = 7z^{12} - 5z^6 + z^4 \rightarrow P(z) = \frac{28}{3}z^{12} - \frac{20}{3}z^6 + \frac{4}{3}z^4$

El grado de $P(z)$ es 12.

Sus coeficientes no nulos son: $\frac{28}{3}$, $\frac{-20}{3}$ y $\frac{4}{3}$.

29. a)
$$\begin{array}{r|rrr}
 & 2 & -3 & +4 \\
2 & & 4 & 2 \\ \hline
 & 2 & 1 & 6
\end{array}$$

Por tanto: $C(x) = 2x + 1;\ R = 6$

b)
$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & 0 & 0 & -3 & 4 \\
-2 & & -4 & 8 & -16 & 38 \\ \hline
 & 2 & -4 & 8 & -19 & 42
\end{array}$$

Es: $C(x) = 2x^3 - 4x^2 + 8x - 19;\ R = 42$

c)
$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 7 & -5 & -12 & 1 & 0 \\
-1 & & -7 & 12 & 0 & -1 \\ \hline
 & 7 & -12 & 0 & 1 & -1
\end{array}$$

Es: $C(x) = 7x^3 - 12x^2 + 1;\ R = -1$

30. a) Primero sacamos factor común:

$2x^3 + 12x^2 + 18x = 2x \cdot (x^2 + 6x + 9)$

El último factor es el desarrollo del cuadrado de un binomio. Así, pues:

$2x^3 + 12x^2 + 18x = 2x \cdot (x+3)^2$

b) Aplicamos sucesivamente la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 7 & -14 & 8 \\ 4 & & -4 & 12 & -8 \\ \hline & -1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & & -1 & 2 & \\ \hline & -1 & 2 & 0 & \end{array}$$

Se obtiene:

$-x^3 + 7x^2 - 14x + 8 =$

$= (x-4) \cdot (x-1) \cdot (-x+2)$

c) Si se saca factor común y se tiene en cuenta el desarrollo del cuadrado de un binomio, resulta:

$5x^3 - 10x^2 + 5x = 5x(x^2 - 2x + 1) =$

$= 5x \cdot (x-1)^2$

d) Aplicamos sucesivamente la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 13 & 27 & 18 \\ -3 & & -6 & -21 & -18 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & 0 \\ -2 & & -4 & -6 & \\ \hline & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

Se obtiene:

$2x^3 + 13x^2 + 27x + 18 =$

$= (x+3) \cdot (x+2) \cdot (2x+3)$

31. a)

$$\frac{3}{4}(2x+1) - \left(\frac{5x+3}{6} - \frac{x+1}{3}\right) = \frac{151}{12} - 3x$$

$$\frac{9}{12}(2x+1) - \left(\frac{5x+3-2x-2}{6}\right) = \frac{151}{12} - \frac{3 \cdot 12}{12}x$$

$$\frac{9}{12}(2x+1) - \frac{2}{12}(3x+1) = \frac{151-36x}{12}$$

$$18x + 9 - 6x - 2 = 151 - 36x$$

$$48x = 144 \rightarrow x = \frac{144}{48} = 3$$

b) $$\frac{x - \frac{x}{3}}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{4}{\frac{2}{x}} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{3x-x}{3}}{\frac{4}{3}} - \frac{4x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{4} - \frac{4x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{-3x}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

32. a) $$\left.\begin{array}{l} \frac{6x-2y}{2} = 6 \\ 5x + y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x - y = 6 \\ 5x + y = 2 \end{array}\right\}$$

$$8x = 8 \rightarrow x = 1$$

$$5x + y = 2 \rightarrow y = 2 - 5 \cdot 1 \rightarrow y = -3$$

b) $$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ \frac{7x-3y}{2} = -8 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 7x - 3y = -16 \end{array}\right\}$$

$$9x = -9 \rightarrow x = -1$$

$$2x + 3y = 7 \rightarrow y = \frac{7-2x}{3} =$$

$$= \frac{7 - 2 \cdot (-1)}{3} \rightarrow y = 3$$

33. a) $$\frac{x^2}{5} + \frac{7(x+8)}{3} = 1$$

$$3x^2 + 35(x+8) = 15$$

$$3x^2 + 35x + 265 = 0$$

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \cdot 3 \cdot 265}}{2 \cdot 3} = \frac{-35 \pm \sqrt{-1955}}{6}$$

Esta ecuación no tiene ninguna solución real.

b) $$\frac{3}{2x} = \frac{x}{2-x}$$

$$6 - 3x = 2x^2$$

$$2x^2 + 3x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4} = \begin{cases} \frac{-3+\sqrt{57}}{4} \\ \frac{-3-\sqrt{57}}{4} \end{cases}$$

34. Designamos la fracción por $\frac{x}{y}$. Tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x+8}{y} = 2 \\ \frac{x}{y-3} = 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x + 8 = 2y \\ x = y - 3 \end{array}\right\}$$

$$y - 3 + 8 = 2y \rightarrow y = 5$$

$$x = y - 3 = 5 - 3 \rightarrow x = 2$$

La fracción es $\frac{2}{5}$

35. d y D representan las diagonales del rombo.

$$\left.\begin{array}{l} d = \dfrac{3}{4}D \\ \left(\dfrac{d}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = 10^2 \end{array}\right\}$$

$$\left(\dfrac{\frac{3}{4}D}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = 100$$

$$\frac{9D^2}{64} + \frac{D^2}{4} = 100$$

$$9D^2 + 16D^2 = 6\,400$$

$$25D^2 = 6\,400;\ D^2 = 256;\ D = \sqrt{256} = \pm 16$$

$$d = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96$$

El área del rombo es de 96 cm^2.

36. Sea x la longitud del cateto menor. Entonces, la longitud del cateto mayor vale: $x + 7$, mientras que la longitud de la hipotenusa vale: $x + 7 + 1 = x + 8$. A partir del valor del perímetro podemos hallar x:

$$30 = x + x + 7 + x + 8 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

Por tanto, el cateto menor mide 5 cm, el mayor mide 12 cm y la hipotenusa mide 13 cm.