

Números reales. Porcentajes

1

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 6

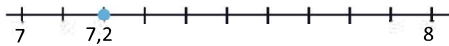
a) $35,47 = \frac{3547}{100}$

b) $13,\widehat{46} = \frac{1346 - 13}{99} = \frac{1333}{99}$

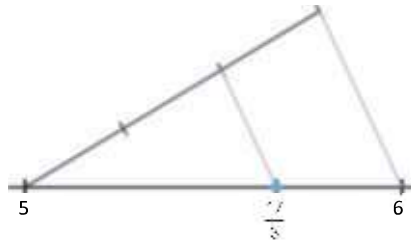
c) $5,2\widehat{31} = \frac{5231 - 52}{990} = \frac{5179}{990}$

2. Página 6

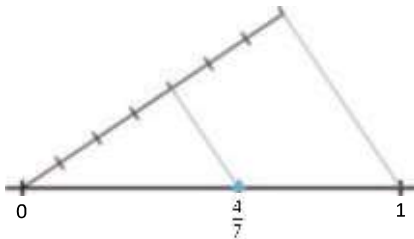
a) 7,2



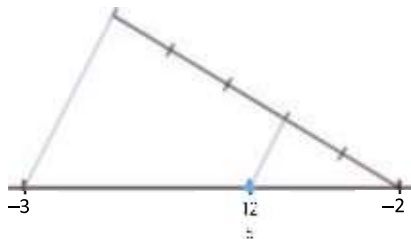
c) $\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$



b) $\frac{4}{7}$



d) $-\frac{12}{5} = -2 - \frac{2}{5}$



VIDA COTIDIANA

LA BANCA. Página 7

Nos hemos gastado $\frac{480}{1440} = \frac{1}{3}$ de nuestros ahorros.

Ese gasto representa $\frac{1}{3} = 0,\widehat{3} = \frac{33,\widehat{3}}{100} = 33,\widehat{3} \%$.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 9

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $0,001 < 0,001000100001... < 0,\widehat{001}$

b) $0,12131415... < 0,1214 < 2,12141618...$

RETO 2. Página 12

Es por defecto si el número es positivo, y por exceso si es negativo.

El redondeo es por defecto si el número es positivo y la primera cifra que eliminamos es menor que 5, o bien si el número es negativo y la primera cifra que eliminamos es mayor que 5; y por exceso en caso contrario.

RETO 3. Página 16

$$\frac{100+a}{100} \cdot \frac{100-10}{100} \cdot C = C \rightarrow \frac{100+a}{100} \cdot \frac{100-10}{100} = \frac{100+a}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{(100+a) \cdot 90}{10000} = 1$$

$$\rightarrow (100+a) \cdot 90 = 10000 \rightarrow 9000 + 90 \cdot a = 10000 \rightarrow 90 \cdot a = 10000 - 9000 = 1000$$

El aumento porcentual que habrá que aplicar para obtener la cantidad inicial es:

$$a = \frac{1000}{90} = 11,1\%$$

RETO 4. Página 19

Si decide sacar el dinero a los seis meses, como todavía no ha finalizado el período de inversión, no se trata de un interés compuesto.

Si aplicamos el interés simple:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{1000 \cdot 2 \cdot \frac{6}{12}}{100} = 10 \text{ €}$$

Por tanto, saca del banco:

$$1000 + 10 = 1010 \text{ €}$$

Si lo hace al año y medio, habrá finalizado un período de inversión, pero no el segundo período.

Primer período (1 año):

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 1000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^1 = 1020 \text{ €}$$

Segundo período (6 meses):

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{1020 \cdot 2 \cdot \frac{6}{12}}{100} = 10,2 \text{ €}$$

Por tanto, saca del banco:

$$1020 + 10,2 = 1030,20 \text{ €}$$

ACTIVIDADES

1. Página 8

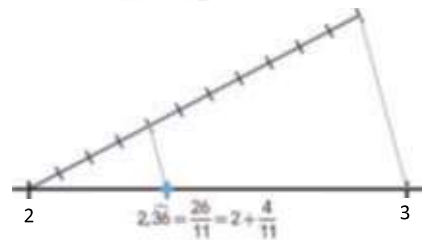
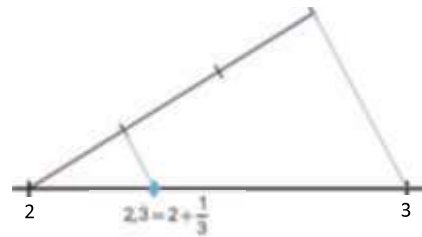
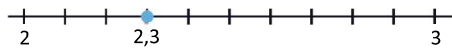
$\frac{3}{40}$ y $0,075 \rightarrow$ Es un número decimal exacto.

$3,\hat{6}$, $3,666\dots$ y $\frac{11}{3} \rightarrow$ Es un número decimal periódico puro.

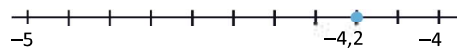
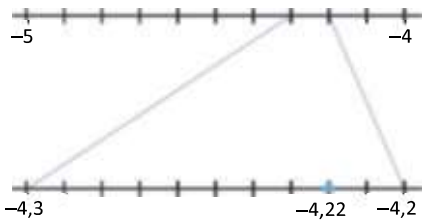
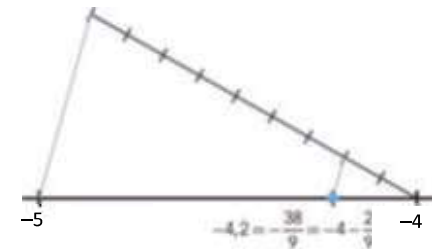
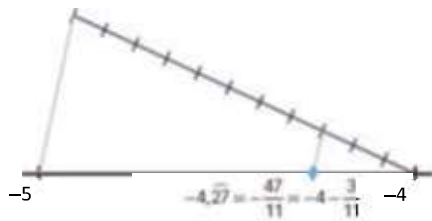
$0,01$ y $\frac{5}{500} \rightarrow$ Es un número decimal exacto.

2. Página 8

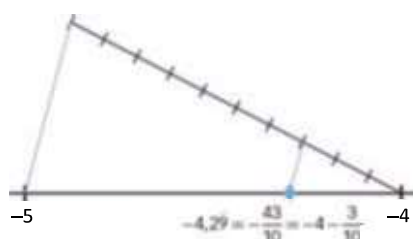
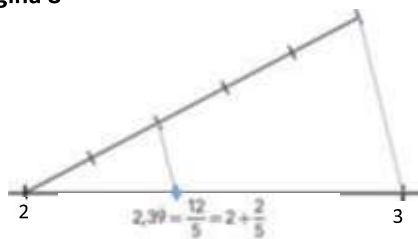
a) $2,3 < 2,3\overline{3} < 2,\widehat{3} < 2,\widehat{36}$



b) $-4,\overline{27} < -4,\widehat{2} < -4,22 < -4,2$



3. Página 8



4. Página 9

a) $\sqrt{4} = 2$

d) $\sqrt{14+2} = \sqrt{16} = 4$

b) $\sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

e) $\sqrt{5}$

c) $\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$

f) $\sqrt{4} + \sqrt{1} = 2 + 1 = 3$

No son irracionales los números de los apartados a), c), d) y f).

5. Página 9

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Respuesta abierta, por ejemplo: $\sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$$

6. Página 9

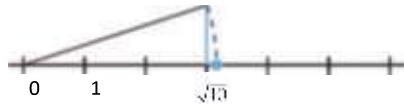
Racionales $\rightarrow 3,123123123... \quad \sqrt{\frac{256}{25}} \quad 3,444... \quad 3,121212... \quad 3,04$

Irracionales $\rightarrow 3,121122111222... \quad 3,48163264... \quad \sqrt[3]{31} \quad \sqrt{10} \quad 2\pi$

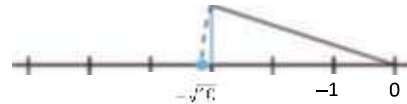
$$2\pi > 3,48163264... > 3,444... > \sqrt{\frac{256}{25}} > \sqrt{10} > \sqrt[3]{31} > 3,123123123... > 3,121212... > 3,121122111222...$$

7. Página 10

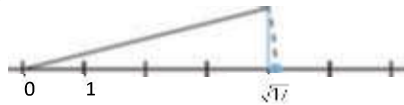
a) $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$



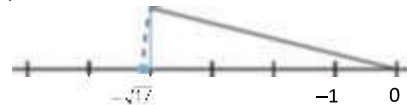
d) $-\sqrt{10} = -\sqrt{3^2 + 1^2}$



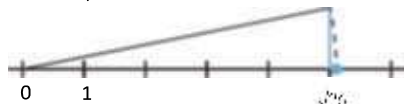
b) $\sqrt{17} = \sqrt{4^2 + 1^2}$



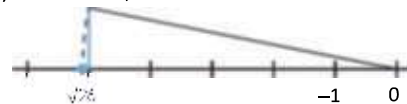
e) $-\sqrt{17} = -\sqrt{4^2 + 1^2}$



c) $\sqrt{26} = \sqrt{5^2 + 1^2}$

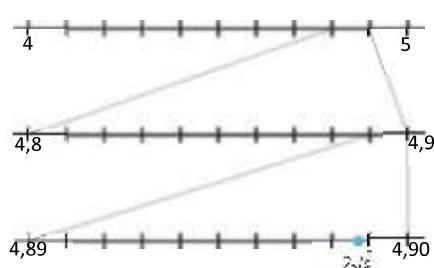


f) $-\sqrt{26} = -\sqrt{5^2 + 1^2}$

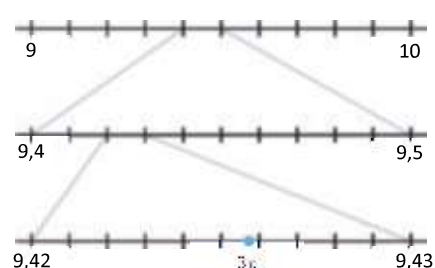


8. Página 10

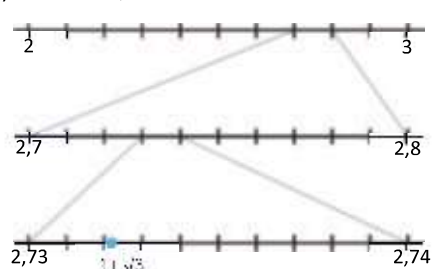
a) $2\sqrt{6} = 4,898979486...$



c) $3\pi = 9,424777961$

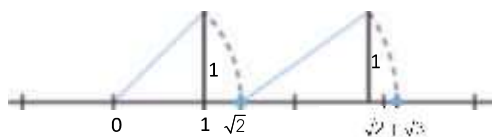


b) $1 + \sqrt{3} = 2,732050808$



9. Página 10

Como $2 = 1^2 + 1^2$ y $3 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ se puede representar de la siguiente manera:



10. Página 11

- a) $-5 \rightarrow$ Es un número entero.
- b) $\sqrt{2} = 1,414213562... \rightarrow$ Es un número irracional.
- c) $\frac{3}{5} \rightarrow$ Es un número racional.
- d) $\sqrt{625} = 25 \rightarrow$ Es un número natural.
- e) $3\pi = 9,42477796... \rightarrow$ Es un número irracional.
- f) $-37 \rightarrow$ Es un número entero.
- g) $\sqrt{\frac{1125}{5}} = \sqrt{225} = 15 \rightarrow$ Es número natural.
- h) $21,4\overline{63} = \frac{21463 - 214}{990} = \frac{2361}{110} \rightarrow$ Es un número racional.

11. Página 11

- a) $5,0100200030004... \rightarrow$ Irracional y real. $\sqrt{47} = 6,8556546 \rightarrow$ Irracional y real.
- $-25 \rightarrow$ Entero, racional y real. $e = 2,718281828... \rightarrow$ Irracional y real.
- b) $-\frac{14}{2} \rightarrow$ Entero, racional y real. $54,9\overline{72} = \frac{1979}{36} \rightarrow$ Racional y real.
- $\sqrt{16} = 4 \rightarrow$ Natural, entero, racional y real. $93 \rightarrow$ Natural, entero, racional y real.
- c) $\frac{5}{3} \rightarrow$ Racional y real. $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3 \rightarrow$ Natural, entero, racional y real.
- $7,42 = \frac{742}{100} = \frac{371}{50} \rightarrow$ Racional y real. $2,21221222122221... \rightarrow$ Irracional y real.
- d) $\sqrt{6+\sqrt{9}} = 3 \rightarrow$ Natural, entero, racional y real. $\sqrt{9+\sqrt{6}} = 3,383709... \rightarrow$ Irracional y real.
- $\sqrt{6+9} = \sqrt{15} = 3,872983... \rightarrow$ Irracional y real. $\sqrt{\frac{9}{6}} = 1,224744871... \rightarrow$ Irracional y real.

12. Página 12

Si introducimos $\sqrt{8}$ en la calculadora, obtenemos $\sqrt{8} = 2,828427125...$

Redondeo a las milésimas: $2,828 \rightarrow$ Es una aproximación por defecto.

Truncamiento a las milésimas: $2,828 \rightarrow$ Es una aproximación por defecto.

13. Página 12

$$\begin{cases} 0,121212... \xrightarrow{\text{Por exceso}} 0,13 \\ 0,121212... \xrightarrow{\text{Por defecto}} 0,12 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{11}{9} = 1,2222... \xrightarrow{\text{Por exceso}} 1,23 \\ \frac{11}{9} = 1,2222... \xrightarrow{\text{Por defecto}} 1,22 \end{cases} \quad \begin{cases} 5,23888... \xrightarrow{\text{Por exceso}} 5,24 \\ 5,23888... \xrightarrow{\text{Por defecto}} 5,23 \end{cases}$$

14. Página 12

$$1,\hat{9} \xrightarrow{\text{Redondeo a las centésimas}} 2,00$$

15. Página 13

$$4,7569 \xrightarrow{\text{Redondeo a las centésimas}} 4,76$$

$$E_a = |4,7569 - 4,76| = 0,0031$$

16. Página 13

$$2,\hat{3} \xrightarrow{\text{Redondeo a las décimas}} 2,3$$

$$E_a = |2,\hat{3} - 2,3| = 0,0\hat{3}$$

$$E_r = \frac{0,0\hat{3}}{2,\hat{3}} = 0,014285...$$

17. Página 13

$$1,468 \xrightarrow{\text{Aproximación}} 1,5$$

$$E_a = |1,468 - 1,5| = 0,032$$

$$E_r = \frac{E_a}{1,468} = \frac{0,032}{1,468} = 0,021798365...$$

$$1,468 \xrightarrow{\text{Aproximación}} 1,4$$

$$E_a = |1,468 - 1,4| = 0,068$$

$$E_r = \frac{E_a}{1,468} = \frac{0,068}{1,468} = 0,04632...$$

La mejor aproximación es la primera porque los errores obtenidos son menores.

18. Página 14

a) $(4, 8) \rightarrow 4 < x < 8$



d) $(-3, 0] \rightarrow -3 < x \leq 0$



b) $(-\infty, 2) \rightarrow x < 2$



e) $(-\infty, 4) \rightarrow x < 4$



c) $[1, 5) \rightarrow 1 \leq x < 5$



f) $[-1, +\infty) \rightarrow x \geq -1$



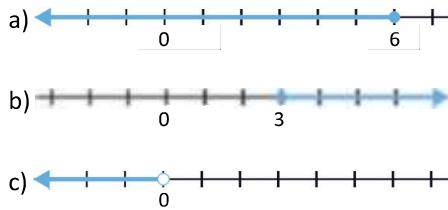
19. Página 14

a) $-4 < x \leq 0 \rightarrow (-4, 0]$

b) $1 \leq x \leq 2 \rightarrow [1, 2]$

c) $10 > x > 4 \rightarrow (4, 10)$

20. Página 14



21. Página 15

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$(2, 5) \cup [3, 6] = (2, 6] .$$

22. Página 15

Respuesta abierta. Por ejemplo:

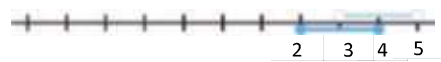
$$(-4, 2) \cap (-2, 5) = (-2, 2) .$$

23. Página 15

a) $(-5, 1] \cup [0, 2] = (-5, 2]$ $(-5, 1] \cap [0, 2] = [0, 1]$



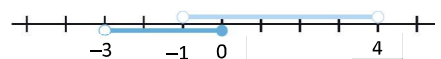
c) $[2, 4] \cup (3, 5) = [2, 5)$ $[2, 4] \cap (3, 5) = (3, 4]$



b) $(-1, 5) \cup [1, 2] = (-1, 5)$ $(-1, 5) \cap [1, 2] = [1, 2]$



d) $(-3, 0] \cup (-1, 4) = (-3, 4)$ $(-3, 0] \cap (-1, 4) = (-1, 0]$



24. Página 16

a) $5\% \text{ de } 1000 = \frac{5}{100} \cdot 1000 = 50$

e) $112\% \text{ de } 750 = \frac{112}{100} \cdot 750 = 840$

b) $38\% \text{ de } 800 = \frac{38}{100} \cdot 800 = 304$

f) $0,6\% \text{ de } 1430 = \frac{0,6}{100} \cdot 1430 = 8,58$

c) $12,3\% \text{ de } 500 = \frac{12,3}{100} \cdot 500 = 61,5$

g) $89\% \text{ de } 645 = \frac{89}{100} \cdot 645 = 574,05$

d) $122\% \text{ de } 300 = \frac{122}{100} \cdot 300 = 366$

h) $43\% \text{ de } 529 = \frac{43}{100} \cdot 529 = 227,47$

25. Página 16

a) Es un aumento $\rightarrow (100 + a)\% \text{ de } 10 = \frac{100 + a}{100} \cdot 10 = 12 \rightarrow a = \frac{200}{10} = 20\%$

b) Es una disminución $\rightarrow (100 - a)\% \text{ de } 12 = \frac{100 - a}{100} \cdot 12 = 10 \rightarrow a = \frac{200}{12} = 16,67\%$

c) Es una disminución $\rightarrow (100 - a)\% \text{ de } 80 = \frac{100 - a}{100} \cdot 80 = 60 \rightarrow a = \frac{2000}{80} = 25\%$

d) Es un aumento $\rightarrow (100 + a)\% \text{ de } 60 = \frac{100 + a}{100} \cdot 60 = 80 \rightarrow a = \frac{100}{3} = 33,33\%$

26. Página 16

$$12\% \text{ de } 115\% \text{ de } 1575 = \frac{12}{100} \cdot \frac{115}{100} \cdot 1575 = 217,35$$

27. Página 17

C: cantidad de personas fallecidas el año pasado

La mortalidad ha descendido un 12,5 % $\rightarrow 100\% - 12,5\% = 87,5\%$

$$\frac{87,5}{100} \cdot C = 98 \rightarrow C = \frac{98 \cdot 100}{87,5} = 112 \text{ personas murieron el año pasado.}$$

28. Página 17

$$C: \text{cantidad inicial} \quad \left(\frac{112}{100} \cdot \frac{20}{100} \right) \cdot C = 112 \rightarrow C = \frac{112}{0,224} = 500$$

29. Página 17

Descuento del 20 % $\rightarrow 100 - 20 = 80\%$. Aumento de 21 % de IVA $\rightarrow 100 + 21 = 121\%$.

$$\text{Precio final} = \left(\frac{80}{100} \cdot \frac{121}{100} \right) \cdot 18\,000 = 17\,424 \text{ € pagó finalmente por el coche.}$$

30. Página 17

- a) $\frac{94}{100} \cdot 26\,000 = 24\,440$ estudiantes pasarán las pruebas.
- b) $\frac{25}{100} \cdot 24\,440 = 6\,110$ estudiantes abandonan la carrera el primer año.
- c) $\frac{90}{100} \cdot (24\,440 - 6\,110) = 16\,497$ estudiantes terminan la carrera.

31. Página 18

$$a) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=2000, r=3, t=5} I = \frac{2000 \cdot 3 \cdot 5}{100} = 300 \text{ €}$$

Si ingresamos 2 000 €, al cabo de 5 años recibiremos $2\,000 + 300 = 2\,300$ €.

$$b) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=30, r=3, t=7} I = \frac{30 \cdot 3 \cdot 7}{100} = 6,30 \text{ €}$$

Si ingresamos 30 €, al cabo de 7 años recibiremos $30 + 6,30 = 36,30$ €.

$$c) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500, r=3, t=\frac{8}{12}} I = \frac{4500 \cdot 3 \cdot \frac{8}{12}}{100} = 90 \text{ €}$$

Si ingresamos 4 500 €, al cabo de 8 meses recibiremos $4\,500 + 90 = 4\,590$ €.

$$d) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=670, r=3, t=\frac{30}{12}} I = \frac{670 \cdot 3 \cdot \frac{30}{12}}{100} = 50,25 \text{ €}$$

Si ingresamos 670 €, al cabo de 30 meses recibiremos $670 + 50,25 = 720,25$ €.

32. Página 18

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{I=490, r=3,6; t=5} 490 = \frac{C \cdot 3,6 \cdot 5}{100} \rightarrow C = \frac{490}{0,18} = 2\,722,22 \text{ €}$$

El capital inicial es 2 722,22 €.

33. Página 18

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=20\,000, I=2\,400, t=3} 2\,400 = \frac{20\,000 \cdot r \cdot 3}{100} \rightarrow r = \frac{2\,400}{600} = 4\%$$

34. Página 19

$$\text{a) } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=600, r=3,4; t=5} C_f = 600 \cdot \left(1 + \frac{3,4}{100}\right)^5 = 709,18 \text{ €}$$

$$\text{b) } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=3\,400, r=3,4; t=2} C_f = 3\,400 \cdot \left(1 + \frac{3,4}{100}\right)^2 = 3\,635,13 \text{ €}$$

$$\text{c) } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=5\,400, r=3,4; t=3} C_f = 5\,400 \cdot \left(1 + \frac{3,4}{100}\right)^3 = 5\,969,74 \text{ €}$$

$$\text{d) } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=40\,000, r=3,4; t=2} C_f = 40\,000 \cdot \left(1 + \frac{3,4}{100}\right)^2 = 42\,766,24 \text{ €}$$

35. Página 19

Fernando:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=1\,000, r=2; t=5} C_f = 1\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^5 = 1\,104,08 \text{ €}$$

El beneficio que obtiene Fernando es $C_f - C_i = 1\,104,08 - 1\,000 = 104,08 \text{ €}$.

Esther:

$$\text{El beneficio de Esther es } I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=1\,000, r=2; t=5} I = \frac{1\,000 \cdot 2 \cdot 5}{100} = 100 \text{ €}.$$

Es mayor el beneficio de Fernando que el de Esther.

36. Página 19

$$C_f - C_i = 1\,576,25 \rightarrow C_f = 1\,576,25 + C_i$$

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=1\,576,25+C_i, r=5; t=3} 1\,576,25 + C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \rightarrow C_i = 10\,000 \text{ €}$$

ACTIVIDADES FINALES

37. Página 20

a) 2,333... → Es periódico puro.

e) -45 → Es entero negativo.

b) 2,345 → Es decimal exacto.

f) 123,0 → Es natural.

c) 6,00999... → Es periódico mixto.

g) $8,\widehat{91}$ → Es periódico puro.

d) 2,435555... → Es periódico mixto.

h) $57,\widehat{432}$ → Es periódico mixto.

38. Página 20

$$\frac{2}{3} = 0,666... \text{ Periódico puro.}$$

$$\frac{37}{15} = 2,4666... \text{ Periódico mixto.}$$

$$\frac{29}{4} = 7,25 \text{ Decimal exacto.}$$

$$\frac{\sqrt{196}}{2} = 7 \text{ Natural.}$$

39. Página 20

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) 2 y 3 b) 2,33333... y 4,515151... c) 2,4 y 6,25 d) -2 y -4 e) $\frac{3}{2}$ y $\frac{5}{7}$

40. Página 20

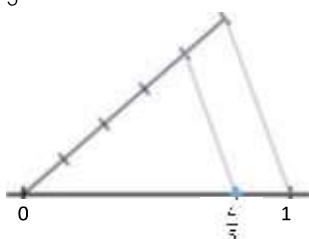
$$5,556 < 5,565 < 5,665 < 5,69 < 5,96 < 5,966$$

41. Página 20

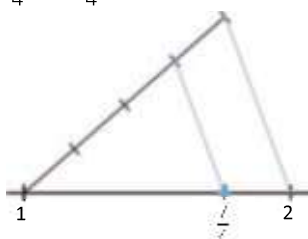
$$0,4\widehat{1}2 > 0,4\widehat{1} > 0,\widehat{1}4 > 0,14 > 0,\widehat{1}$$

42. Página 20

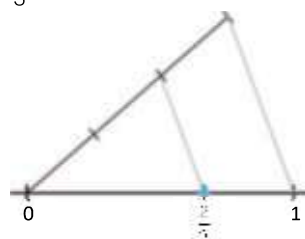
a) $\frac{4}{5}$



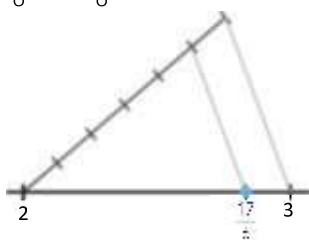
d) $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$



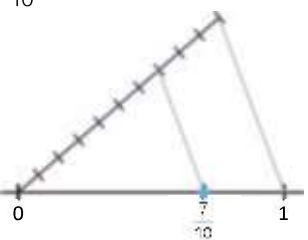
g) $\frac{2}{3}$



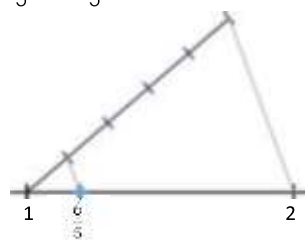
b) $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$



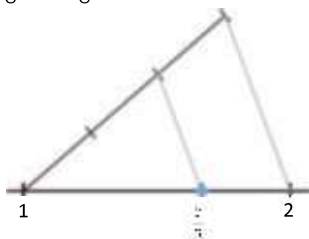
e) $\frac{7}{10}$



h) $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$



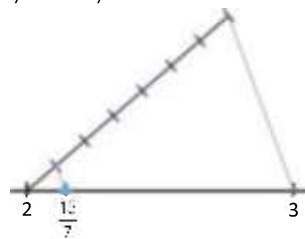
c) $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$



f) $\frac{48}{16} = 3$

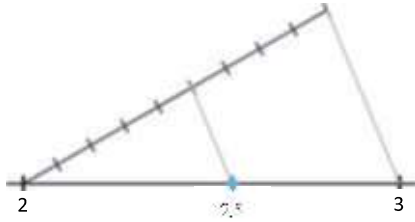


i) $\frac{15}{7} = 2 + \frac{1}{7}$

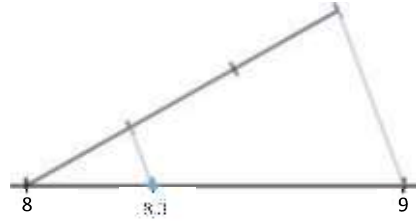


43. Página 20

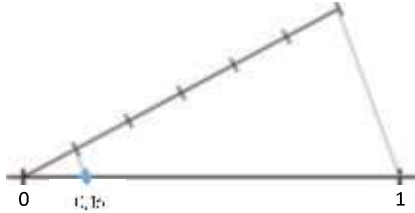
a) $2,\bar{5} = \frac{23}{9} = 2 + \frac{5}{9}$



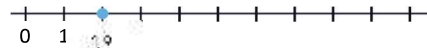
d) $8,\bar{3} = \frac{25}{3} = 8 + \frac{1}{3}$



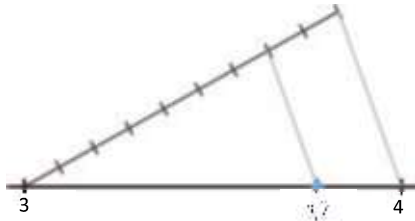
b) $0,\bar{16} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$



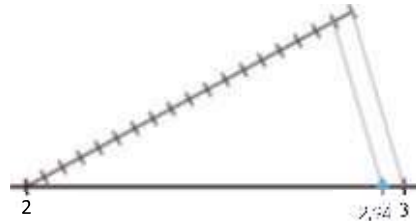
e) $1,\bar{9} = \frac{18}{9} = 2$



c) $3,\bar{7} = \frac{34}{9} = 3 + \frac{7}{9}$



f) $2,\bar{94} = \frac{53}{18} = 2 + \frac{17}{18}$



44. Página 20

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{5}{4} < \frac{21}{16} < \frac{22}{16} < \frac{23}{16} < \frac{6}{4}$

b) $7,16 < 7,1611 < 7,1612 < 7,1613 < 7,\bar{16}$

c) $\frac{2}{3} < \frac{5}{6} < 1 < \frac{7}{6} < \frac{3}{2}$

d) $\frac{4}{5} < \frac{97}{120} < \frac{98}{120} < \frac{99}{120} < \frac{5}{6}$

e) $0,\bar{63} < 0,6324 < 0,6325 < 0,6326 < 0,\bar{632}$

f) $\frac{8}{11} < \frac{85}{110} < \frac{86}{110} < \frac{87}{110} < \frac{9}{10}$

45. Página 20

Todas son irracionales salvo $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ y $\sqrt{16}$, que son racionales.

46. Página 20

a) $24,232323... = \frac{2423 - 24}{99} = \frac{2399}{99} \rightarrow \text{Racional.}$

b) $1 + \sqrt{8} = 3,828427125... \rightarrow \text{Irracional.}$

c) $\sqrt{1+8} = \sqrt{9} = 3 = \frac{3}{1} \rightarrow \text{Racional.}$

d) $2\sqrt[4]{4} = 2,828427125... \rightarrow \text{Irracional.}$

e) $(\sqrt[4]{4})^2 = 2 = \frac{2}{1} \rightarrow \text{Racional.}$

f) $\pi^2 = 9,869604401... \rightarrow \text{Irracional.}$

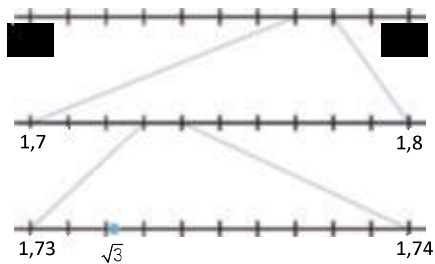
47. Página 20

$$a) \frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{\sqrt{6}}{2} < \sqrt{3}$$

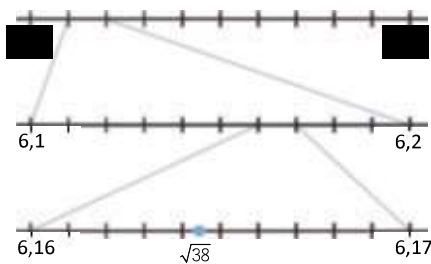
$$b) \sqrt{65} < \frac{\sqrt{265}}{2} < 5\sqrt{3}$$

49. Página 20

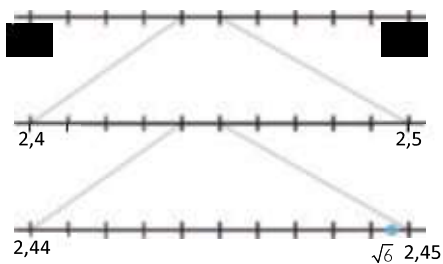
$$a) \sqrt{3} = 1,732050807...$$



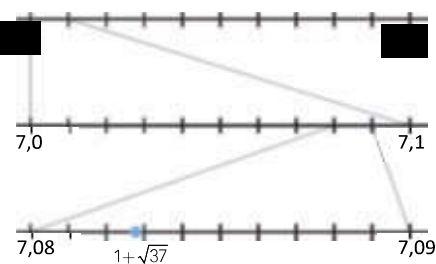
$$c) \sqrt{38} = 6,164414003...$$



$$b) \sqrt{6} = 2,449489743...$$

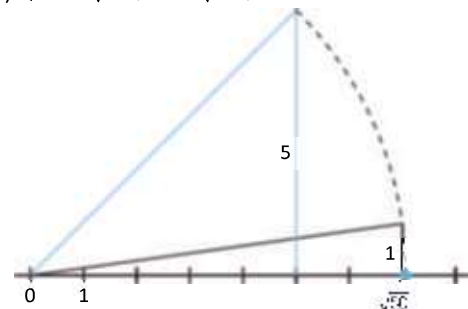


$$d) 1 + \sqrt{37} = 7,08276253...$$

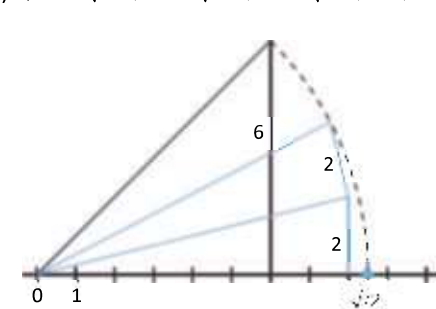


50. Página 21

$$a) \sqrt{50} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{7^2 + 1^2}$$



$$b) \sqrt{72} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{68 + 2^2} = \sqrt{8^2 + 2^2 + 2^2}$$



51. Página 21

$$a) h^2 + 5^2 = 10^2 \rightarrow h^2 + 25 = 100 \rightarrow h^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow h = \sqrt{75} \quad \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \rightarrow \text{Es un número irracional.}$$

$$b) h^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3^2 \rightarrow h^2 + \frac{9}{4} = 9 \rightarrow h^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4} \rightarrow h = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{3 \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}\sqrt{3} \rightarrow \text{Es un número irracional.}$$

$$c) h^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (\sqrt{3})^2 \rightarrow h^2 + \frac{3}{4} = 3 \rightarrow h = \frac{3}{2} \rightarrow \text{Es un número racional.}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}}{2} \rightarrow A = \frac{3}{4}\sqrt{3} \rightarrow \text{Es un número irracional.}$$

52. Página 21

a) Falsa, por ejemplo:

$$\pi + (-\pi) = \pi - \pi = 0 \rightarrow \text{Es racional.}$$

b) Falsa, por ejemplo:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{Es racional.}$$

53. Página 21

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $1 < \sqrt{2} < 2$, porque $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$

b) $1,5 < \frac{\pi}{2} < 1,6$, porque $\frac{\pi}{2} = 1,570796327\dots$

c) $1,2 < \sqrt{2} < 1,6$, porque $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$

d) $1,5 < \sqrt{\frac{12}{5}} < 1,53$, porque $\sqrt{\frac{12}{5}} = 1,549193338\dots$

54. Página 21

a) $25,37 \rightarrow$ Es un número racional, decimal exacto.

b) $-\frac{6}{17} \rightarrow$ Es un número racional, decimal periódico puro.

c) $\frac{2}{5} = 0,4 \rightarrow$ Es un número racional, decimal exacto.

d) $-\sqrt{12} = 3,464101\dots \rightarrow$ Es un número irracional (decimal con infinitas cifras decimales que no se repiten).

e) $\pi = 3,141592\dots \rightarrow$ Es un número irracional (decimal con infinitas cifras decimales que no se repiten).

f) $\frac{7}{90} = 0,0\bar{7} \rightarrow$ Es un número racional, decimal periódico mixto.

g) $\sqrt{64} = 8 \rightarrow$ Es un número natural.

h) $-5 \rightarrow$ Es un número entero.

55. Página 21

a) $2054,3 = \frac{20543}{10} \rightarrow$ Es un número racional.

b) $-27,3\bar{5} = -\frac{2462}{90} = -\frac{1031}{45} \rightarrow$ Es un número racional.

c) $\sqrt{256} = 16 \rightarrow$ Es un número natural.

d) $\frac{\pi}{5} = 0,628318531\dots \rightarrow$ Es un número irracional.

e) $-47 \rightarrow$ Es un número entero.

f) $\sqrt{31} = 5,567764363\dots \rightarrow$ Es un número irracional.

g) $\sqrt{20-4} = \sqrt{16} = 4 \rightarrow$ Es un número natural.

56. Página 21

- a) $\sqrt{17} + 8 = 12,123105626... \rightarrow$ Es un número irracional y real.
- b) $\sqrt{17+8} = \sqrt{25} = 5 \rightarrow$ Es un número natural, entero, racional y real.
- c) $8 - \sqrt{17} = 3,876894374... \rightarrow$ Es un número irracional y real.
- d) $\sqrt{17-8} = \sqrt{9} = 3 \rightarrow$ Es un número natural, entero, racional y real.
- e) $4 - \sqrt{20} = -0,472135955... \rightarrow$ Es un número irracional y real.
- f) $20 - \sqrt{4} = 20 - 2 = 18 \rightarrow$ Es un número natural, entero, racional y real.
- g) $\sqrt{20-4} = \sqrt{16} \rightarrow$ Es un número natural, entero, racional y real.
- h) $4 + \sqrt{20} = 8,472135955... \rightarrow$ Es un número irracional y real.

57. Página 21

- a) Racionales $\rightarrow 5, \frac{7}{3}, \frac{7}{9}, \frac{8}{5}$ Irracionales $\rightarrow 2\sqrt{5}$ $\frac{7}{9} < \frac{8}{5} < \frac{7}{3} < 2\sqrt{5} < 5$
- b) Racionales $\rightarrow \frac{35}{90}$ Irracionales $\rightarrow \sqrt{8}, 6 - \sqrt{3}, \frac{\sqrt{12}}{2}$ $\frac{35}{90} < \frac{\sqrt{12}}{2} < \sqrt{8} < 6 - \sqrt{3}$

58. Página 21

- a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} > \sqrt{8} > \sqrt{6}$
- b) $3\sqrt{2} > 5 - \sqrt{12} > \frac{\sqrt{16}}{3} > \frac{\sqrt{5}}{2}$

59. Página 21

Como a es un número racional $\rightarrow a = \frac{b}{c}$, donde b y c son números enteros.

- a) $2a = 2 \cdot \frac{b}{c} = \frac{2 \cdot b}{c} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.
- b) $\frac{a}{2} = \frac{\frac{b}{c}}{2} = \frac{b}{2 \cdot c} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.
- c) $\sqrt{2}a = \sqrt{2} \cdot \frac{b}{c} \rightarrow$ Es un número decimal con infinitas cifras que no se repiten. Es un número irracional.
- d) $\pi a = \pi \cdot \frac{b}{c} \rightarrow$ Es un número decimal con infinitas cifras que no se repiten. Es un número irracional.

60. Página 21

- a) $2a \rightarrow$ Como a es un número decimal con infinitas cifras que no se repiten, al multiplicarlo por 2 seguirá siendo un número decimal con infinitas cifras que no se repiten. Por tanto, es irracional.
- b) $\frac{a}{2} \rightarrow$ Como a es un número decimal con infinitas cifras que no se repiten, al dividirlo por 2 seguirá siendo un número decimal con infinitas cifras que no se repiten. Por tanto, es irracional.
- c) $\pi a \rightarrow$ Puede ser racional o irracional. Por ejemplo:
- Si $a = \pi \rightarrow \pi a = \pi^2 \rightarrow$ Es irracional.
 - Si $a = \frac{1}{\pi} \rightarrow \pi a = \pi \cdot \frac{1}{\pi} = 1 \rightarrow$ Es racional.
- d) $\frac{1}{a} \rightarrow$ Si a es un número decimal con infinitas cifras que no se repiten, su inverso también lo es. Es irracional.

61. Página 21

$$d = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1,732050808... \rightarrow \text{Es un número irracional.}$$

62. Página 21

- a) Falsa: todos los números enteros son racionales, ya que se pueden expresar como fracciones de denominador 1.
- b) Falsa: el conjunto de los números irracionales está contenido en el conjunto de los números reales.
- c) Verdadera: el conjunto de los números reales está formado por el conjunto de los números racionales y por el conjunto de los números irracionales.
- d) Verdadera: un número decimal es racional o irracional. Y los números racionales o irracionales son reales.

63. Página 21

- a) Falso. Los números irracionales son números decimales que no se pueden escribir en forma de fracción.
- b) Falso. Los números irracionales son números reales que no son racionales.
- c) Verdadero. El conjunto de los números irracionales está contenido en el conjunto de los números reales.
- d) Falso. Todos los números enteros se pueden escribir como fracciones de denominador 1, es decir, son números racionales.
- e) Verdadero. Todos los números racionales son reales.
- f) Falso. Los números irracionales son números decimales que no se pueden escribir en forma de fracción. Es decir, no son racionales.
- g) Falso. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ es un número racional que no es entero.
- h) Verdadero. Los números irracionales son números decimales con infinitas cifras que no se repiten.
- i) Falso. Un número entero es un número racional que no tiene cifras decimales.
- j) Verdadero. Por definición, un número es racional si se puede expresar en forma de fracción.

64. Página 22

- a) Verdadero, porque $d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2} \cdot l \rightarrow$ Si el lado es racional, $\sqrt{2}l$ es irracional.
- b) Falso. Por ejemplo, si el lado mide $\pi \rightarrow A = \pi^2 = 9,869604401... \rightarrow$ Es irracional.
- c) Verdadero, porque $d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2} \cdot l = \frac{a}{b} \rightarrow l = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot b} \rightarrow A = l^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot b} \right)^2 = \frac{a^2}{2b^2} \rightarrow$ Es racional.

65. Página 22

- a) $\sqrt{2,7} = \sqrt{\frac{27-2}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.
- b) $4,0\hat{9} - 1,3\hat{9} = \frac{409-40}{90} - \frac{139-13}{90} = \frac{243}{90} = \frac{27}{10} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.
- c) $5,4\hat{3} \cdot 1,2 = \frac{543-54}{90} \cdot \frac{12-1}{9} = \frac{1793}{270} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.
- d) $\sqrt{\frac{1,3}{3}} = \sqrt{\frac{\frac{13-1}{9}}{3}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \rightarrow$ Se puede expresar en forma de fracción. Es racional.

66. Página 22

$$\sqrt{3} = 1,732050... \begin{cases} \xrightarrow{\text{Por defecto}} 1,7321 \\ \xrightarrow{\text{Por exceso}} 1,7320 \end{cases}$$

67. Página 22

$$\sqrt{10} = 3,162277... \xrightarrow{\text{Redondeo}} 3,1623$$

$$\xrightarrow{\text{Aproximaciones}} \begin{cases} \xrightarrow{\text{Por defecto}} 3,1622 \\ \xrightarrow{\text{Por exceso}} 3,1623 \end{cases}$$

La aproximación por exceso coincide con la aproximación por redondeo.

68. Página 22

- | | | |
|------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) 11,87967575 → | Con 4 decimales: 11,8797 | Con 5 decimales: 11,87968 |
| b) 0,666663 → | Con 4 decimales: 0,6667 | Con 5 decimales: 0,66666 |
| c) 8,987656 → | Con 4 decimales: 8,9877 | Con 5 decimales: 8,98766 |
| d) 25,6543678 → | Con 4 decimales: 25,6544 | Con 5 decimales: 25,65437 |
| e) 18,010109 → | Con 4 decimales: 18,0101 | Con 5 decimales: 18,01011 |
| f) 15,908009 → | Con 4 decimales: 15,9080 | Con 5 decimales: 15,90801 |

69. Página 22

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- a) $5,\widehat{67}$ b) $0,9\overline{7}$ c) $\frac{\sqrt{5,2}}{1000} = 0,0022803$

70. Página 22

Las aproximaciones por exceso y por defecto coinciden cuando el número decimal es exacto y aproximamos a un orden tal que todas las cifras, distintas de cero, del número son de órdenes superiores.

El redondeo siempre coincide con la aproximación por exceso o por defecto; por tanto, puede coincidir con uno o con los dos.

71. Página 22

- a) $3,253 + 8,45 = 11,713 \rightarrow 11,7$ Error absoluto: $E_a = |11,713 - 11,7| = 0,013$
 $3,3 + 8,5 = 11,8$ Error absoluto: $E_a = |11,713 - 11,8| = 0,087$
 Se comete menos error redondeando el resultado.
- b) $53,32 - 18,93 = 34,39 \rightarrow 34,4$ Error absoluto: $E_a = |34,39 - 34,4| = 0,01$
 $53,3 - 18,9 = 34,4$ Error absoluto: $E_a = |34,39 - 34,4| = 0,01$
 Se comete el mismo error por los dos métodos.
- c) $13,5 \cdot 2,7 = 36,45 \rightarrow 36,5$ Error absoluto: $E_a = |36,45 - 36,5| = 0,05$
 $13,5 \cdot 2,7 = 36,45$ Error absoluto: $E_a = |36,45 - 36,45| = 0$
 Se comete menos error redondeando los factores.
- d) $40,92 : 5,3 = 7,72075... \rightarrow 7,7$ Error absoluto: $E_a = |7,72075... - 7,7| = 0,02075...$
 $40,9 : 5,3 = 7,71698...$ Error absoluto: $E_a = |7,72075... - 7,71698...| = 0,00377...$
 Se comete menos error redondeando los factores.

72. Página 22

$$\text{a) } E_a = |3,59 - 3,5| = 0,09 \quad E_r = \frac{E_a}{3,59} = \frac{0,09}{3,59} = 0,025069638...$$

$$\text{b) } E_a = |59,91 - 60| = 0,09 \quad E_r = \frac{E_a}{59,91} = \frac{0,09}{59,91} = 0,001502253...$$

73. Página 22

a) 10,4798

$$\text{Redondeo} \rightarrow 10,480 \quad E_a = |10,4798 - 10,480| = 0,0002 \quad E_r = \frac{0,0002}{10,4798} = 0,000019084...$$

$$\text{Truncamiento} \rightarrow 10,479 \quad E_a = |10,4798 - 10,479| = 0,0008 \quad E_r = \frac{0,0008}{10,4798} = 0,000076336...$$

b) $\sqrt{12} = 3,464101...$

$$\text{Redondeo} \rightarrow 3,4641 \quad E_a = |\sqrt{12} - 3,4641| = 0,00000161... \quad E_r = \frac{0,00000161...}{\sqrt{12}} = 0,000000466...$$

$$\text{Truncamiento} \rightarrow 3,4641 \quad E_a = |\sqrt{12} - 3,4641| = 0,00000161... \quad E_r = \frac{0,00000161...}{\sqrt{12}} = 0,000000466...$$

c) $\frac{2}{3} = 0,6$

$$\text{Redondeo: } 0,7 \quad E_a = |0,6 - 0,7| = 0,03 \quad E_r = \frac{E_a}{0,6} = \frac{0,03}{0,6} = 0,05$$

$$\text{Truncamiento} \rightarrow 0,6 \quad E_a = |0,6 - 0,6| = 0,06 \quad E_r = \frac{E_a}{0,6} = \frac{0,06}{0,6} = 0,1$$

d) 3,125

$$\text{Redondeo} \rightarrow 3,125 \quad E_a = 0 \quad E_r = 0$$

$$\text{Truncamiento} \rightarrow 3,125 \quad E_a = 0 \quad E_r = 0$$

74. Página 22

$$\text{a) } E_a = |3,78496 - 3,7| = 0,08496 \quad E_r = \frac{0,08496}{3,78496} = 0,022446737...$$

$$\text{b) } E_a = |\sqrt{7} - 2,65| = 0,004248... \quad E_r = \frac{0,004248}{\sqrt{7}} = 0,0016058...$$

75. Página 22

La cota de error es 0,001 y, por tanto, debemos aproximar a las milésimas $\rightarrow 8,976$.

76. Página 22

a) Indica que el error relativo al aproximar la cantidad de antibiótico por 1,5 g es como mucho $\frac{0,2}{100} = 0,002$.

$$\text{b) } E_r = \frac{|V_{\text{Real}} - V_{\text{Aproximación}}|}{V_{\text{Real}}} = \frac{|V_{\text{Real}} - 1,5|}{V_{\text{Real}}} = 0,002.$$

• Si la cantidad es mayor que 1,5 g:

$$\frac{V_{\text{Real}} - 1,5}{V_{\text{Real}}} = 0,002 \rightarrow V_{\text{Real}} = \frac{1,5}{0,998} = 1,503006...$$

• Si la cantidad es menor que 1,5 g:

$$\frac{1,5 - V_{\text{Real}}}{V_{\text{Real}}} = 0,002 \rightarrow V_{\text{Real}} = \frac{1,5}{1,002} = 1,4970059...$$

Por lo tanto, la cantidad de antibiótico estará entre 1,4970059... y 1,503006... gramos.

77. Página 22

$$1,45 \rightarrow 1,5 \quad 1,45 \rightarrow 1,4$$

El error absoluto en ambos casos es 0,05, y por tanto, el error relativo es el mismo.

78. Página 22

$$\pi = 3,14159265358979... \text{ y } \frac{355}{113} = 3,14159292035398...$$

$$E_a = |3,14159265358979... - 3,14159292035398...| = 0,00000026676418896...$$

El error cometido es del orden de las diezmillonésimas; por tanto, la aproximación es buena

y podemos escribir $\pi = \frac{355}{113}$.

79. Página 22

x_1 : primera aproximación

x_2 : segunda aproximación

$$E_r(x_1) = E_r(x_2) \rightarrow \frac{E_a(x_1)}{V_{\text{Real}}} = \frac{E_a(x_2)}{V_{\text{Real}}}$$

Si los valores reales coinciden, los errores absolutos coinciden también.

Si los valores reales no coinciden, se puede afirmar que los errores absolutos son diferentes.

80. Página 23

a) $[0, 5)$

c) $(40, +\infty)$

e) $[0, 12) \cup (65, +\infty)$

b) $2,8 = [0, 2,8]$

d) $[30, 60]$

f) $[-2, 6]$

81. Página 23

a) $0 < x < 7$



e) $-4 < x < -2$



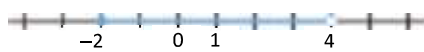
b) $3 \leq x < 7$



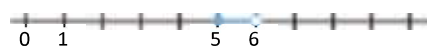
f) $-7 \leq x < -3$



c) $-2 \leq x < 4$



g) $5 \leq x < 6$



d) $-5 \leq x \leq -3$



h) $4 \leq x \leq 6$



82. Página 23

a) $[-1, 5)$

c) $(-3, +\infty)$

e) $[-1, 0]$

g) $(-\infty, -4]$

b) $(-5, -1]$

d) $(-\infty, 3)$

f) $(-5, 0)$

h) $[5, +\infty)$

83. Página 23

- a) $(3, +\infty)$ b) $(1, 5)$ c) $(-\infty, -2]$ d) $(-4, +\infty)$

84. Página 23

- a) $\frac{1}{3} < 1 \rightarrow$ Falso. c) $1 > \frac{-5}{4} > -2 \rightarrow$ Verdadero. e) $-1 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \rightarrow$ Verdadero.
 b) $1 + \sqrt{8} > 3 \rightarrow$ Falso. d) $-1 < \frac{4}{9} < \frac{1}{2} \rightarrow$ Verdadero. f) $\frac{-3}{2} < \frac{-5}{4} \rightarrow$ Falso.

85. Página 23

- a) $A \cup B = (-\infty, 3]$
 b) $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = (-\infty, 5)$
 c) $A \cap C = [2, 3]$
 d) $A \cap B \cap C = (A \cap C) \cap B = \emptyset$.

86. Página 23

- a) Falso. b) Falso. c) Falso. d) Verdadero.

87. Página 23

- a) $[0, 2) \cap [-2, 1) = [0, 1)$ c) $(-3, -1) \cup [-1, 4) = (-3, 4)$
 b) $(1, 2] \cup [-2, 1] = [-2, 2]$ d) $[-4, 1) \cap [-2, 3) = [-2, 1)$

88. Página 23

- a) $A \cup B = [0, 5)$ $A \cap B = [1, 3)$ f) $A \cup B = (-4, 3]$ $A \cap B = \emptyset$
 b) $A \cup B = (-2, 4]$ $A \cap B = (-1, 2]$ g) $A \cup B = (-\infty, 2] \cup (3, 4)$ $A \cap B = \emptyset$
 c) $A \cup B = (-5, 0)$ $A \cap B = \{-3\}$ h) $A \cup B = (-5, +\infty) - \{-1\}$ $A \cap B = \emptyset$
 d) $A \cup B = [-7, -2)$ $A \cap B = (-7, -6)$ i) $A \cup B = (-\infty, -3] \cup (0, +\infty)$ $A \cap B = \emptyset$
 e) $A \cup B = (-1, 0) \cup (0, 1)$ $A \cap B = \emptyset$ j) $A \cup B = \mathbb{R}$ $A \cap B = [-1, 0]$

89. Página 23

- $-1 < x < 3$ $0 \leq y \leq 2 \rightarrow 1 > -x > -3$ $0 \geq -y \geq -2$
 a) $-1 = -1 + 0 < x + y < 3 + 2 = 5 \rightarrow (-1, 5)$
 b) $-3 = -1 - 2 < x - y < 3 + 0 = 3 \rightarrow (-3, 3)$
 c) $-3 = 0 - 3 < y - x < 2 + 1 = 3 \rightarrow (-3, 3)$
 d) Si $x \geq 0 \rightarrow 0 = 0 \cdot 0 < x \cdot y < 3 \cdot 2 = 6$
 Si $x < 0 \rightarrow 0 = 0 \cdot 0 > x \cdot y > 2 \cdot (-1) = -2$
 $-2 < x \cdot y < 6 \rightarrow (-2, 6)$

90. Página 23

- a) $(-3, 3)$
- b) Intervalo vacío, $\emptyset$.
- c) Toda la recta real, $\mathbb{R}$.

91. Página 23

- a) $\frac{16}{100} \cdot 220 = 0,16 \cdot 220 = 35,2$
- b) $\frac{8,5}{100} \cdot 48 = 0,085 \cdot 48 = 4,08$
- c) $\frac{42,6}{100} \cdot 1\,245 = 0,426 \cdot 1\,245 = 530,37$
- d) $\frac{13}{100} \cdot 349 = 0,13 \cdot 349 = 45,37$
- e) $\frac{0,54}{100} \cdot 78 = 0,0054 \cdot 78 = 0,4212$
- f) $\frac{98}{100} \cdot 980 = 0,98 \cdot 980 = 960,4$

92. Página 23

- a) $\frac{20}{100} \cdot \frac{6}{100} \cdot 400 = 4,8$
- b) $\frac{8,2}{100} \cdot \frac{2,8}{100} \cdot 678 = 1,5567$
- c) $\frac{46}{100} \cdot \frac{17}{100} \cdot 3\,400 = 265,88$
- d) $\frac{35}{100} \cdot \frac{25}{100} \cdot 6\,700 = 586,25$

93. Página 23

- a) $\frac{25}{100} \rightarrow 25\%$
- b) $\frac{25}{1\,000} = 0,025 = \frac{2,5}{100} \rightarrow 2,5\%$
- c) $\frac{25}{200} = 0,125 = \frac{12,5}{100} \rightarrow 12,5\%$
- d) $\frac{25}{300} = 0,08\bar{3} = \frac{8,\bar{3}}{100} \rightarrow 8,\bar{3}\%$
- e) $\frac{25}{500} = 0,05 = \frac{5}{100} \rightarrow 5\%$
- f) $\frac{25}{250} = 0,1 = \frac{10}{100} \rightarrow 10\%$
- g) $\frac{25}{750} = 0,0\bar{3} = \frac{3,\bar{3}}{100} \rightarrow 3,\bar{3}\%$
- h) $\frac{25}{150} = 0,1\bar{6} = \frac{16,\bar{6}}{100} \rightarrow 16,\bar{6}\%$

94. Página 23

- a) $\frac{6}{24} = 0,25 = \frac{25}{100} \rightarrow 25\%$
- b) $\frac{24}{30} = 0,8 = \frac{80}{100} \rightarrow 80\%$
- c) $\frac{3}{5} = 0,6 = \frac{60}{100} \rightarrow 60\%$
- d) $\frac{60}{80} = 0,75 = \frac{75}{100} \rightarrow 75\%$
- e) $\frac{0,03}{1} = 0,03 = \frac{3}{100} \rightarrow 3\%$
- f) $\frac{20}{50} = 0,4 = \frac{40}{100} \rightarrow 40\%$

95. Página 24

$$\llcorner\text{NS/NC}\llcorner \rightarrow 860 - (301 + 172) = 387$$

El porcentaje que representa es $\frac{387}{860} = 0,45 = \frac{45}{100} \rightarrow 45\%$.

96. Página 24

$$2464 = \frac{56}{100} \cdot C = 0,56 \cdot C \rightarrow C = \frac{2464}{0,56} = 4400$$

97. Página 24

$$\text{a) } \frac{3}{20} = 0,15 = \frac{15}{100} \rightarrow 15 \%$$

$$\text{b) } \frac{8}{12} = 0,\bar{6} = \frac{66,\bar{6}}{100} \rightarrow 66,\bar{6} \%$$

$$\text{c) } \frac{9}{14} = 0,6428571 = \frac{64,285714}{100} \rightarrow 64,285714 \%$$

$$\text{d) } \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} = \frac{16,\bar{6}}{100} \rightarrow 16,\bar{6} \%$$

$$\text{e) } \frac{7}{40} = 0,175 = \frac{17,5}{100} \rightarrow 17,5 \%$$

$$\text{f) } \frac{2}{7} = 0,285714 = \frac{28,571428}{100} \rightarrow 28,571428 \%$$

98. Página 24

$$\frac{34}{100} \cdot C = 646 \rightarrow \frac{17}{100} \cdot C = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{34}{100} \cdot C \right) = \frac{646}{2} = 323$$

$$\frac{34}{100} \cdot C = 646 \rightarrow \frac{68}{100} \cdot C = 2 \cdot \left(\frac{34}{100} \cdot C \right) = 2 \cdot 646 = 1292$$

99. Página 24

$$90 = \frac{42}{100} \cdot \frac{C}{2} = 0,21 \cdot C \rightarrow C = \frac{90}{0,21} = 428,571428$$

100. Página 24

$$15 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{100} \cdot C \right) = 0,015 \cdot C \rightarrow C = \frac{15}{0,015} = 1000$$

101. Página 24

$$\text{a) Calculamos el } (100 + 20,5) \% \text{ de } 1\,200: \quad 1200 \cdot \frac{100 + 20,5}{100} = 1200 \cdot \frac{120,5}{100} = 1446$$

$$\text{b) Calculamos el } (100 - 35) \% \text{ de } 1\,200: \quad 1200 \cdot \frac{100 - 35}{100} = 1200 \cdot \frac{65}{100} = 780$$

$$\text{c) Calculamos el } (100 + 75) \% \text{ de } 1\,200: \quad 1200 \cdot \frac{100 + 75}{100} = 1200 \cdot \frac{175}{100} = 2\,100$$

$$\text{d) Calculamos el } (100 - 15,75) \% \text{ de } 1\,200: \quad 1200 \cdot \frac{100 - 15,75}{100} = 1200 \cdot \frac{84,25}{100} = 1011$$

102. Página 24

- a) $(100 + 32)\%$ de $C = \frac{132}{100} \cdot C = 240 \rightarrow C = \frac{240}{1,32} = 181,81$
- b) $(100 - 2,4)\%$ de $C = \frac{97,6}{100} \cdot C = 240 \rightarrow C = \frac{240}{0,976} = 245,9016...$
- c) $(100 + 16,8)\%$ de $C = \frac{116,8}{100} \cdot C = 240 \rightarrow C = \frac{240}{1,168} = 205,47945205$
- d) $(100 - 48)\%$ de $C = \frac{52}{100} \cdot C = 240 \rightarrow C = \frac{240}{0,52} = 461,538461$

103. Página 24

- a) $(100 + 24)\%$ de $0,60 = \frac{124}{100} \cdot 0,60 = 0,744 \rightarrow 0,744 - 0,60 = 0,144$ €/unidad.
- b) $(100 + 24)\%$ de $1,10 = \frac{124}{100} \cdot 1,10 = 1,364 \rightarrow 1,364 - 1,10 = 0,264$ €/ℓ.
- c) $(100 + 24)\%$ de $10,45 = \frac{124}{100} \cdot 10,45 = 12,958 \rightarrow 12,958 - 10,45 = 2,508$ €/kg.
- d) $(100 + 24)\%$ de $1,42 = \frac{124}{100} \cdot 1,42 = 1,7608 \rightarrow 1,7608 - 1,42 = 0,3208$ €/docena.
- e) $(100 + 24)\%$ de $2,30 = \frac{124}{100} \cdot 2,30 = 2,852 \rightarrow 2,852 - 2,30 = 0,552$ €/kg.

104. Página 24

- a) $\frac{25}{100} \cdot 200 = 50 = \frac{50}{100} \cdot 100 \rightarrow$ Verdadera
- c) $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10 = \frac{50}{100} \cdot 20 \rightarrow$ Verdadera
- b) $\frac{40}{100} \cdot 48 = 19,2 \neq 4,8 = \frac{20}{100} \cdot 24 \rightarrow$ Falsa
- d) $\frac{20}{100} \cdot 70 + \frac{30}{100} \cdot 70 = \frac{50}{100} \cdot 70 = \frac{25}{100} \cdot 140 \rightarrow$ Falsa

105. Página 24

$$\frac{400}{320} = 1,25 \rightarrow \text{Subida del } 25\%$$

$$\frac{1500}{1200} = 1,25 \rightarrow \text{Subida del } 25\%$$

$$\frac{55}{45} = 1,2222... \rightarrow \text{Subida del } 22,22\%$$

$$\frac{28}{20} = 1,4 \rightarrow \text{Subida del } 40\%$$

Los aumentos ordenados de menor a mayor son:

Subida de 45 a 55 < Subida de 320 a 400 = Subida de 1 200 a 1 500 < Subida de 20 a 28

106. Página 24

$$\frac{80}{100} \cdot C = 24 \rightarrow C = \frac{24}{0,8} = 30 \rightarrow 30 - 24 = 6 \text{ días ha disminuido la lista de espera.}$$

107. Página 24

$$\frac{100 + 36}{100} \cdot 34 = \frac{136}{100} \cdot 34 = 1,36 \cdot 34 = 46,24 \text{ € debe ser el precio final de cada artículo.}$$

108. Página 24

Aumento del 30 % $\rightarrow (100 + 30)\% = 130\%$

Disminución del 15 % $\rightarrow (100 - 15)\% = 85\%$

$$\frac{130}{100} \cdot \frac{85}{100} \cdot 45 = 1,3 \cdot 0,85 \cdot 45 = 49,725 \text{ € costará el artículo.}$$

$$\frac{130}{100} \cdot \frac{85}{100} = \frac{130 \cdot 85}{100 \cdot 100} = \frac{11050}{10000} = 1,105 = \frac{110,5}{100} \rightarrow 110,5\% \text{ es el porcentaje sobre el precio inicial.}$$

109. Página 24

$$\frac{75}{100} \cdot \frac{70}{100} \cdot C = 125 \rightarrow 0,525 \cdot C = 125 \rightarrow C = 238,10 \text{ € valía el producto.}$$

110. Página 24

$$\frac{121}{100} \cdot \frac{118}{100} \cdot C = 120 \rightarrow 1,4278 \cdot C = 120 \rightarrow C = 84,05 \text{ € era el precio del abrigo.}$$

111. Página 24

No es lo mismo.

$$\text{En el primer caso: } \frac{125}{100} \cdot \frac{125}{100} \cdot C = \frac{125 \cdot 125}{100 \cdot 100} \cdot C = 1,5625 \cdot C \rightarrow \text{Corresponde a un aumento del 56,25 \%}$$

$$\text{En el segundo caso: } \frac{125}{100} \cdot 2C = \frac{250}{100} \cdot C = 2,5 \cdot C \rightarrow \text{Corresponde a un aumento del 150 \%}$$

112. Página 24

No es lo mismo.

$$\frac{130}{100} \cdot \frac{130}{100} \cdot C = \frac{169}{100} \cdot C \rightarrow \text{Corresponde a un aumento del 69 \%, no a uno del 60 \%}$$

113. Página 24

$$\frac{100-a}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot C = C \rightarrow \frac{(100-a) \cdot 110}{10000} = 1 \rightarrow a = 100 - \frac{10000}{11} \rightarrow a = 9,09\%$$

El porcentaje de disminución es del 9,09 %.

114. Página 24

$$\frac{116}{100} \cdot \frac{40}{100} \cdot C = \frac{4640}{10000} \cdot C = \frac{46,4}{100} \cdot C \rightarrow \text{El resultado es el 46,4 \% de la cantidad inicial.}$$

115. Página 24

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=20000, r=2,75, t=4} I = \frac{20000 \cdot 2,75 \cdot 4}{100} = 2200 \text{ €}$$

116. Página 24

$$a) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=800, r=1,8, t=2,5} I = \frac{800 \cdot 1,8 \cdot 2,5}{100} = 36 \text{ €}$$

$$b) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=1200, r=1,8, t=2,5} I = \frac{1200 \cdot 1,8 \cdot 2,5}{100} = 54 \text{ €}$$

$$c) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=24\,000, r=1,8, t=2,5} I = \frac{24\,000 \cdot 1,8 \cdot 2,5}{100} = 1\,080 \text{ €}$$

$$d) I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=5\,750, r=1,8, t=2,5} I = \frac{5\,750 \cdot 1,8 \cdot 2,5}{100} = 258,75 \text{ €}$$

117. Página 25

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=100, r=3,5, t=2,5} I = \frac{100 \cdot 3,5 \cdot 2,5}{100} = 8,75 \text{ €}$$

118. Página 25

$$I = 11760 - 10000 = 1760$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=10000, I=1760, t=2} 1760 = \frac{10000 \cdot r \cdot 2}{100} = r \cdot 200 \rightarrow r = \frac{1760}{200} = 8,8 \text{ % de rédito}$$

119. Página 25

$$I = 5080 - 4000 = 1080$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4000, I=1080, t=3} 1080 = \frac{4000 \cdot r \cdot 3}{100} = r \cdot 120 \rightarrow r = \frac{1080}{120} = 9 \text{ % de rédito}$$

120. Página 25

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=3000, I=225, r=3} 225 = \frac{3000 \cdot 3 \cdot t}{100} = t \cdot 90 \rightarrow r = \frac{225}{90} = 2,5 \text{ años}$$

121. Página 25

$$a) C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=750, r=1,25, t=3} C_f = 750 \cdot \left(1 + \frac{1,25}{100}\right)^3 = 778,48 \text{ €}$$

$$b) C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=53\,000, r=1,25, t=2} C_f = 53\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,25}{100}\right)^2 = 54\,333,28 \text{ €}$$

$$c) C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=9\,400, r=1,25, t=5} C_f = 9\,400 \cdot \left(1 + \frac{1,25}{100}\right)^5 = 10\,002,37 \text{ €}$$

$$d) C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=62\,000, r=1,25, t=4} C_f = 62\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,25}{100}\right)^4 = 65\,158,61 \text{ €}$$

122. Página 25

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=500, r=3, t=5} C_f = 500 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 579,64 \text{ €}$$

$$I = C_f - C_i = 579,64 - 500 = 79,64 \text{ € de interés.}$$

123. Página 25

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=2\,000, r=2,75, t=10} C_f = 2\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,75}{100}\right)^{10} = 2\,623,30 \text{ €}$$

$$I = C_f - C_i = 2\,623,30 - 2\,000 = 623,30 \text{ € de interés.}$$

124. Página 25

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=200, r=5, t=2} 200 = C_i \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 = C_i \cdot 1,1025$$

$$\rightarrow C_i = \frac{200}{1,1025} = 181,41 \text{ € de capital invertido.}$$

126. Página 25

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=C_i+244, r=4, t=5} C_i + 244 = C_i \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 \rightarrow C_i = 1\,126,23 \text{ € es el capital invertido.}$$

127. Página 25

Para que se conviertan en 5 500 €:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=5\,500, r=10; C_i=5\,000} 5\,500 = 5\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^t \rightarrow t = 1$$

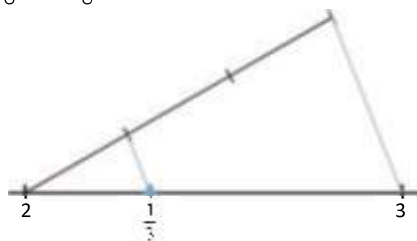
Para que se conviertan en 6 050 €:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_f=6\,050, r=10; C_i=5\,000} 6\,050 = 5\,000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^t \rightarrow t = 2$$

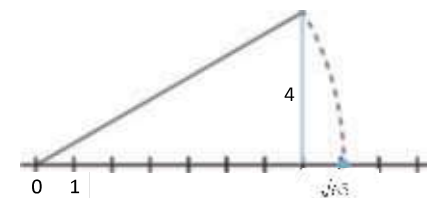
DEBES SABER HACER

1. Página 25

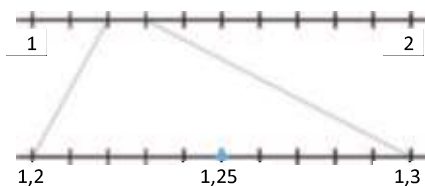
a) $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$



c) $\sqrt{65} = \sqrt{7^2 + 4^2}$



b) 1,25



2. Página 25

41 → Es un número natural.

$\sqrt{17} = 4,123105626... \rightarrow$ Es un número irracional.

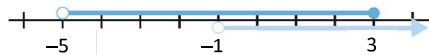
$\frac{8}{49} \rightarrow$ Es un número racional.

-87 → Es un número entero.

3. Página 25

$$\begin{array}{lll} \frac{17}{3} = 5,6 \xrightarrow{\text{Redondeo}} 5,7 & E_a = |5,6 - 5,7| = 0,0\hat{3} & E_r = \frac{0,0\hat{3}}{5,6} = 0,0058823529... \\ \frac{17}{3} = 5,6 \xrightarrow{\text{Truncamiento}} 5,6 & E_a = |5,6 - 5,6| = 0,0\hat{6} & E_r = \frac{0,0\hat{6}}{5,6} = 0,0117647059... \end{array}$$

4. Página 25



$$A \cup B = (-5, +\infty)$$

$$A \cap B = (-1, 3]$$

5. Página 25

$$\frac{85}{100} \cdot \frac{121}{100} \cdot 120 = 123,42 \text{ € tendrá que pagar por el artículo.}$$

6. Página 25

$$\text{a) } I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=1000, r=7, t=5} I = \frac{1000 \cdot 7 \cdot 5}{100} = 350 \text{ €} \rightarrow C_f = C + I = 1000 + 350 = 1350 \text{ €}$$

$$\text{b) } C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_i=1000, r=7, t=5} C_f = 1000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 = 1402,55 \text{ €}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

128. Página 26

$$\text{a) Final del primer año} \rightarrow \frac{100 + 1,90}{100} \cdot 480 - 3 \cdot 12 = 489,12 - 36 = 453,12 \text{ €}$$

$$\text{Final del segundo año} \rightarrow \frac{100 + 1,9}{100} \cdot 453,12 - 3 \cdot 12 = 461,73 - 36 = 425,73 \text{ €}$$

No tendré dinero suficiente.

b) Si decidimos comprar la tableta a pesar de no tener dinero suficiente en el banco, tendremos que ingresar:

- El saldo negativo $\rightarrow 510 - 425,73 = 84,27 \text{ €}$

- Un 4,58 % de esta cantidad $\rightarrow \frac{4,58}{100} \cdot 84,27 = 3,86 \text{ €}$

- 39 € por quedarnos en números rojos.

Es decir, el total que tendremos que ingresar será $84,27 + 3,86 + 39 = 127,13 \text{ €}$

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático.

129. Página 26

Suponemos que $\sqrt{2}$ es racional, es decir, se puede expresar en forma de fracción irreducible:

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}, \text{ con } \frac{a}{b} \text{ fracción irreducible}$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros de la igualdad, y llegamos a una contradicción:

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow b^2 \text{ es divisor de } a^2$$

Pero esto no es posible, pues a y b son primos entre sí, por ser $\frac{a}{b}$ irreducible. Por tanto, $\sqrt{2}$ es irracional.

130. Página 26

Si $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{3+5}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$ y $\frac{a-b}{a \cdot b} = \frac{3-5}{3 \cdot 5} = \frac{-2}{15}$ son fracciones irreducibles.

Intentamos ahora extraer una regla general:

Supongamos que $\frac{a+b}{a \cdot b}$ no es fracción irreducible, es decir, $\frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{c}{d}$ con $d < a \cdot b$.

Así:

$$\frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{c}{d} \rightarrow (a+b) \cdot d = (a \cdot b) \cdot c \rightarrow \frac{b}{a} \cdot d = b \cdot c - d$$

Como $\frac{a}{b}$ es una fracción irreducible y $b \cdot c - d$ es un número entero:

$$d = a \cdot x \rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{c}{d} = \frac{c}{a \cdot x}, \text{ con } x \text{ un número entero.}$$

$$d < a \cdot b \rightarrow x < b \rightarrow d + \frac{b}{a} \cdot d = a \cdot x + b \cdot x = a \cdot c \rightarrow b \cdot x = a \cdot (c - x) \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c-x}{x}, \text{ con } x < b$$

Por tanto, $\frac{a}{b}$ no puede ser una fracción irreducible. $\rightarrow \frac{a+b}{a \cdot b}$ es una fracción irreducible.

Del mismo modo, supongamos que $\frac{a-b}{a \cdot b}$ no es fracción irreducible, es decir, $\frac{a-b}{a \cdot b} = \frac{c}{d}$ con $d < a \cdot b$.

Así:

$$\frac{a-b}{a \cdot b} = \frac{c}{d} \rightarrow (a-b) \cdot d = (a \cdot b) \cdot c \rightarrow d - \frac{b}{a} \cdot d = b \cdot c \rightarrow \frac{b}{a} \cdot d = d - b \cdot c$$

Como $\frac{a}{b}$ es una fracción irreducible y $d - b \cdot c$ es un número entero:

$$d = a \cdot x \rightarrow \frac{a-b}{a \cdot b} = \frac{c}{d} = \frac{c}{a \cdot x}, \text{ con } x \text{ un número entero.}$$

$$d < a \cdot b \rightarrow x < b \rightarrow d - \frac{b}{a} \cdot d = a \cdot x - b \cdot x = a \cdot c \rightarrow b \cdot x = a \cdot (x - c) \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x-c}{x}, \text{ con } x < b$$

Por tanto, $\frac{a}{b}$ no puede ser una fracción irreducible. $\rightarrow \frac{a-b}{a \cdot b}$ es una fracción irreducible.

131. Página 26

- a) 6,325 b) 6,356 c) 6,32 d) 6

132. Página 26

$$a) 2,\bar{3} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$2,3\bar{3} = \frac{210}{90} = \frac{7}{3}$$

$$b) 0,\overline{325} = \frac{325}{999}$$

$$0,3\overline{2532} = \frac{32500}{99900} = \frac{325}{999}$$

$$c) 1,\bar{9} = \frac{18}{9} = 2$$

En los apartados a) y b) se produce este resultado porque el anteperíodo puede integrarse en el período.

El resultado del apartado c) se obtiene porque considerar 1,999... con infinitas cifras decimales es equivalente al número 2.

Sí, son resultados correctos.

133. Página 26

Para que el error absoluto por redondeo fuera menor que una millonésima, tendremos que tomar un redondeo a las millonésimas. En este caso la cota de error absoluto será de media millonésima, pero si tomásemos el redondeo a las cienmilésimas la cota de error sería de 5 millonésimas, que es mayor que una millonésima.

PRUEBAS PISA

134. Página 27

- a) • Es falsa: al pagar de forma proporcional al tamaño del piso, todos los inquilinos están pagando el metro cuadrado al mismo precio.
 - Es verdadera: si conocemos la superficie de un piso, S , y su precio, P , podemos establecer el precio del metro cuadrado, $\frac{S}{P}$. Multiplicando este valor por la superficie del segundo piso, obtendremos el precio del segundo piso.
 - Es verdadera si conocemos la superficie total del edificio, ya que podemos calcular el precio del metro cuadrado y después, con el precio de cada piso, podemos obtener su superficie. Si no conocemos la superficie total del edificio la afirmación es falsa.
 - Es verdadera: si se reduce el precio total del edificio en un 10 %, se reduce de forma proporcional el precio del metro cuadrado. Por tanto, el precio de cada piso se reduce en un 10 %.
- b) $95 + 85 + 70 = 250 \text{ m}^2$ es la superficie total del edificio.

Por tanto, al propietario del piso 2 le corresponde pagar $\frac{85}{250} = \frac{17}{50}$ del total. Es decir: $\frac{17}{50} \cdot 300\,000 = 102\,000$ zeds