

Potencias y radicales. Logaritmos

2

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 28

a) $3^4 = 81$

b) $\left(\frac{5}{-2}\right)^5 = \frac{5^5}{(-2)^5} = \frac{3125}{-32} = -\frac{3125}{32}$

c) $(-2)^6 = 64$

d) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$

e) $\left(\frac{-3}{5}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{5^3} = \frac{-27}{125} = -\frac{27}{125}$

f) $(-5)^7 = -78\,125$

g) $\left(-\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{(-4)^3}{9^3} = \frac{-64}{729} = -\frac{64}{729}$

h) $2^5 = 32$

2. Página 28

a) $\frac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^4}{6^2 \cdot 3 \cdot 5^4} = 5^3 \cdot 3^2 \cdot 6^2$

b) $2^7 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2^3}{3^2} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{2^7 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^6} = \frac{2^{10} \cdot 3^3}{2^8 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3$

VIDA COTIDIANA

EL SISMÓGRAFO. Página 29

Un terremoto de intensidad 2 es 10^4 veces inferior que uno de intensidad 6.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 30

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{4}} = \frac{4}{2} = 2$$

RETO 2. Página 33

$$\sqrt[3]{b} = a \rightarrow b^{-\frac{1}{3}} = a \rightarrow b = a^{-3}$$

RETO 3. Página 38

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}}{\sqrt[3]{5}\sqrt{6}\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}}{30}$$

RETO 4. Página 41

$$\log_2(-2) = x \rightarrow 2^x = -2 \rightarrow \text{No existe } x \text{ que cumpla la igualdad.}$$

$$\log_{-2} 2 = x \rightarrow (-2)^x = 2 \rightarrow \text{No existe } x \text{ que cumpla la igualdad.}$$

RETO 5. Página 42

El error está en el paso de la tercera a la cuarta ecuación.

Como no existe el logaritmo de un número negativo, un requisito para utilizar la ecuación $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ es que b sea mayor que 0.

ACTIVIDADES

1. Página 30

$$a) 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$e) (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$$

$$b) (-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

$$f) 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$c) \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{4}$$

$$g) \left(-\frac{4}{7}\right)^{-1} = -\frac{7}{4}$$

$$d) \left(-\frac{2}{4}\right)^{-4} = \left(-\frac{4}{2}\right)^4 = (-2)^4 = 16$$

$$h) \left(\frac{10}{7}\right)^2 = \frac{10^2}{7^2} = \frac{100}{49}$$

2. Página 30

$$a) \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$c) (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$b) -5^2 = -5 \cdot 5 = -25$$

$$d) (-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

3. Página 30

$$a) \frac{4}{9} = \frac{2^2}{3^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$$

$$b) \frac{-8}{27} = \frac{-2^3}{3^3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

4. Página 31

$$a) 3^{-4} \cdot 3^7 : 3^{-2} = 3^{-4+7+2} = 3^5$$

$$b) (-2)^8 : (-2)^{-4} \cdot (-2) = (-2)^{8+4+1} = -2^{13}$$

$$c) -7^{-2} \cdot 7^3 \cdot 7^4 = -7^{-2+3+4} = -7^5$$

$$d) (-50)^7 \cdot (-2)^7 : 4^7 = (-2 \cdot 5^2)^7 \cdot (-2)^7 : (2^2)^7 = (-2)^7 \cdot 5^{14} \cdot (-2)^7 : 2^{14} = (-2)^{14} \cdot 5^{14} : 2^{14} = 5^{14}$$

5. Página 31

$$a) -\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot (-4^{-3}) \cdot (-3^{-3}) = -(-2)^3 \cdot (-2^2)^{-3} \cdot (-3^{-3}) = 2^3 \cdot (-2^{-6}) \cdot (-3^{-3}) = 2^{3-6} \cdot 3^{-3} = \frac{1}{2^3 \cdot 3^3} = \frac{1}{6^3}$$

$$b) (-3)^8 \cdot 5^8 : (-1)^8 = 3^8 \cdot 5^8 = 15^8$$

6. Página 31

$$a) 2^3 \cdot 3^3 : (-6)^4 = 2^3 \cdot 3^3 : (-2 \cdot 3)^4 = 2^3 \cdot 3^3 : (2^4 \cdot 3^4) = 2^{-1} \cdot 3^{-1} = \frac{1}{6}$$

$$b) 40^4 : (-5)^4 : 8^3 = (2^3 \cdot 5)^4 : 5^4 : (2^3)^3 = 2^{12} \cdot 5^4 : 5^4 : 2^9 = 2^3$$

7. Página 32

- a) Índice 6 y radicando 3.
- b) Índice 7 y radicando -3 .
- c) Índice 9 y radicando 5.
- d) Índice 5 y radicando -2 .
- e) Índice 2 y radicando 33.
- f) Índice 4 y radicando 25.

8. Página 32

- a) $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = \pm 3$
- b) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
- c) $\sqrt[3]{-100000} = \sqrt[3]{(-10)^5} = -10$
- d) $\sqrt[4]{-256} = \sqrt[4]{-2^8} = 4 \cdot \sqrt[4]{-1} \rightarrow \text{No existe raíz real.}$
- e) $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = \pm 5$
- f) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{6^4} = \pm 6$

9. Página 32

Sí, siempre será la opuesta, porque para tenga dos raíces el índice debe ser par y el radicando positivo.

10. Página 33

- a) $5^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{5}$
- b) $3^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{3^4}$
- c) $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$
- d) $3^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{3^7}$
- e) $2^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{2}$
- f) $8^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{(2^3)^4} = \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt{2^4}$

11. Página 33

- a) $\sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$
- b) $\sqrt[9]{(-6)^7} = (-6)^{\frac{7}{9}}$
- c) $\sqrt[4]{3^5} = 3^{\frac{5}{4}}$
- d) $\sqrt[3]{5^{-2}} = 5^{-\frac{2}{3}}$
- e) $\sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}}$

12. Página 33

Conocidas las raíces de un radical no podemos saber a ciencia cierta las raíces de otro radical equivalente a él. Por ejemplo:

$$\sqrt[3]{(-1)} = -1$$

$$\sqrt[6]{(-1)^2} = \pm 1$$

13. Página 34

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,3)=6} \left. \begin{array}{l} \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{6}} \\ \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{6}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[6]{2^3} \text{ y } \sqrt[6]{3^2} \\
 \text{b)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,4)=4} \left. \begin{array}{l} \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{4}} \\ \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{4}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[4]{3^2} \text{ y } \sqrt[4]{2} \\
 \text{c)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,4)=12} \left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{4}{12}} \\ \sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{12}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[12]{5^4} \text{ y } \sqrt[12]{3^3} \\
 \text{d)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,5)=15} \left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{5}{15}} \\ \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{3}{15}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[15]{7^5} \text{ y } \sqrt[15]{3^3} \\
 \text{e)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt[4]{10} = 10^{\frac{1}{4}} \\ \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,5)=20} \left. \begin{array}{l} \sqrt[4]{10} = 10^{\frac{1}{4}} = 10^{\frac{5}{20}} \\ \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{4}{20}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[20]{10^5} \text{ y } \sqrt[20]{3^4} \\
 \text{f)} \quad & \left. \begin{array}{l} \sqrt[5]{7} = 7^{\frac{1}{5}} \\ \sqrt[7]{6} = 6^{\frac{1}{7}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,7)=35} \left. \begin{array}{l} \sqrt[5]{7} = 7^{\frac{1}{5}} = 7^{\frac{7}{35}} \\ \sqrt[7]{6} = 6^{\frac{1}{7}} = 6^{\frac{5}{35}} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[35]{7^7} \text{ y } \sqrt[35]{6^5}
 \end{aligned}$$

14. Página 34

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \sqrt[5]{5^2} = 5^{\frac{2}{5}} = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5} & \text{b)} \quad \sqrt[10]{3^4} = 3^{\frac{4}{10}} = 3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2} & \text{c)} \quad \sqrt[2]{3^7} = 3^{\frac{7}{2}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3} & \text{d)} \quad \sqrt[4]{7^3} = 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}
 \end{aligned}$$

15. Página 34

- a) El índice no es divisor del exponente del radicando; no es radical. $\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$
- b) El índice es divisor del exponente del radicando; es radical. $\sqrt[14]{2^6} = 2^{\frac{6}{14}} = 2^{\frac{3}{7}}$

16. Página 35

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \sqrt{2^5} = 2^2 \sqrt{2} & \text{e)} \quad \sqrt[3]{11^8} &= 11^2 \sqrt[3]{11^2} \\
 \text{b)} \quad & \sqrt{3^7} = 3^3 \sqrt{3} & \text{f)} \quad \sqrt[3]{3^5} &= 3 \sqrt[3]{3^2} \\
 \text{c)} \quad & \sqrt{5^5} = 5^2 \sqrt{5} & \text{g)} \quad \sqrt[4]{6^6} &= 6 \sqrt[4]{6^2} \\
 \text{d)} \quad & \sqrt[3]{7^4} = 7 \sqrt[3]{7} & \text{h)} \quad \sqrt[4]{14^{11}} &= 14^2 \sqrt[4]{14^3}
 \end{aligned}$$

17. Página 35

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \sqrt{24} = \sqrt{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt{2 \cdot 3} & \text{e)} \quad \sqrt[3]{104} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 13} = 2\sqrt[3]{13} \\
 \text{b)} \quad & \sqrt{98} = \sqrt{2 \cdot 7^2} = 7\sqrt{2} & \text{f)} \quad \sqrt[3]{3 \cdot 240} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt[3]{3 \cdot 5} \\
 \text{c)} \quad & \sqrt{1620} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5} = 2 \cdot 3^2 \sqrt{5} & \text{g)} \quad \sqrt[4]{405} &= \sqrt[4]{3^4 \cdot 5} = 3\sqrt[4]{5} \\
 \text{d)} \quad & \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3} & \text{h)} \quad \sqrt[4]{176} &= \sqrt[4]{2^4 \cdot 11} = 2\sqrt[4]{11}
 \end{aligned}$$

18. Página 35

$$a) \sqrt{2^{17} \cdot 5^{20} \cdot 13^{15}} = 2^8 \cdot 5^{10} \cdot 13^7 \sqrt{2 \cdot 13}$$

$$b) \sqrt[3]{3^{30} \cdot 11^{54} \cdot 17^{14}} = 3^{10} \cdot 11^{18} \cdot 17^4 \sqrt[3]{17^2}$$

$$c) \sqrt[3]{2^{30} \cdot 17^2 \cdot 23^5} = 2^{10} \cdot 23 \sqrt[3]{17^2 \cdot 23^2}$$

$$d) \sqrt[4]{2^{14} \cdot 7^{21} \cdot 11^{54}} = 2^3 \cdot 7^5 \cdot 11^{13} \sqrt[4]{2^2 \cdot 7 \cdot 11^2}$$

$$e) \sqrt[15]{2^{27} \cdot 3^{54} \cdot 5^{14}} = 2 \cdot 3^3 \sqrt[15]{2^{12} \cdot 3^9 \cdot 5^{14}}$$

$$f) \sqrt[18]{3^5 \cdot 7^4 \cdot 11^{27}} = 11 \cdot \sqrt[18]{3^5 \cdot 7^4 \cdot 11^9}$$

$$g) \sqrt[21]{2^{32} \cdot 3^{17} \cdot 17^{42}} = 2 \cdot 17^2 \sqrt[21]{2^{11} \cdot 3^{17}}$$

$$h) \sqrt[4]{2^{95} \cdot 5^{82} \cdot 7^{16}} = 2^2 \cdot 5^2 \sqrt[4]{2^{13} \cdot 7^{16}}$$

19. Página 35

$$a) \sqrt{x^7 \cdot y^{12} \cdot z^4} = x^3 \cdot y^6 \cdot z^2 \sqrt{x}$$

$$b) \sqrt{x^{15} \cdot y \cdot z^3} = x^7 \cdot z \sqrt{x \cdot y \cdot z}$$

$$c) \sqrt[3]{x^{10} \cdot y^7 \cdot z^5} = x^3 \cdot y^2 \cdot z \sqrt[3]{x \cdot y \cdot z^2}$$

$$d) \sqrt[4]{x^{12} \cdot y^{71} \cdot z^{25}} = x^3 \cdot y^{17} \cdot z^6 \sqrt[4]{y^3 \cdot z}$$

$$e) \sqrt{108 \cdot x^5 \cdot y^6 \cdot z^7} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot x^5 \cdot y^6 \cdot z^7} = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot z^3 \sqrt{3 \cdot x \cdot z}$$

$$f) \sqrt[3]{16 \cdot x^{21} \cdot y^4 \cdot z^2} = \sqrt[3]{2^4 \cdot x^{21} \cdot y^4 \cdot z^2} = 2 \cdot x^7 \cdot y \sqrt[3]{2 \cdot y \cdot z^2}$$

$$g) \sqrt[4]{32 \cdot x^{16} \cdot y^{21} \cdot z^{35}} = \sqrt[4]{2^5 \cdot x^{16} \cdot y^{21} \cdot z^{35}} = 2 \cdot x^4 \cdot y^5 \cdot z^8 \sqrt[4]{2 \cdot y \cdot z^3}$$

$$h) \sqrt[5]{288 \cdot x^2 \cdot y^{17} \cdot z^{27}} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{17} \cdot z^{27}} = 2 \cdot y^3 \cdot z^5 \sqrt[5]{3^2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2}$$

20. Página 36

$$a) 6\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = (6+7)\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$$

$$b) 5\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$c) \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\sqrt{5} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$d) -\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = (-1-3)\sqrt{7} = -4\sqrt{7}$$

$$e) 2\sqrt{7} + 12\frac{\sqrt{7}}{3} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = (2+4)\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$$

$$f) \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = \left(\frac{4-3}{6}\right)\sqrt{2} = \frac{1}{6}\sqrt{2}$$

21. Página 36

$$a) \sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{5} = 4^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{6}} \cdot 5^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{4^2 \cdot 5^2}$$

$$b) \sqrt{9} \cdot \sqrt[6]{4} = 9^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{3}{6}} \cdot 4^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{9^3 \cdot 4}$$

$$c) \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{2^2} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot 3)^{\frac{2}{6}} \cdot 2^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{3^2}{2}}$$

$$d) \sqrt{5} \cdot \sqrt[6]{9} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 5^{\frac{3}{6}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{5^3}{9}}$$

22. Página 36

$$a) \sqrt{\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^6} = \left(\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^6\right)^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{12}{6}} = 5^2$$

$$b) \sqrt{\left(\sqrt[5]{3^{20}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(\left(3^{\frac{20}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{20}{20}} = 3$$

23. Página 37

$$a) \sqrt{10} - 9\sqrt{10} + 4\sqrt{10} = (1 - 9 + 4)\sqrt{10} = -4\sqrt{10}$$

$$b) 12\sqrt{5} - 9\sqrt{5} - \sqrt{5} = (12 - 9 - 1)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$c) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3+4+6}{12}} = 3^{\frac{13}{12}}$$

$$d) \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{3^3} = 3^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{40}{30}} \cdot 3^{\frac{6}{30}} \cdot 3^{\frac{45}{30}} = 3^{\frac{40+6+45}{30}} = 3^{\frac{-11}{30}} = 3^{\frac{-11}{30}} = \sqrt[30]{\frac{1}{3^{11}}}$$

$$e) \left(\sqrt[3]{\sqrt{10}}\right)^4 = \left(\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^4 = 10^{\frac{4}{6}} = 10^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{10^2}$$

$$f) \left(\sqrt{\sqrt[3]{12}}\right)^5 = \left(\left(12^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^5 = 12^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{12^5}$$

24. Página 37

$$a) \sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{2}\sqrt{3} - 2 = \sqrt{6} - 2$$

$$b) \sqrt{7} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{21} + \sqrt{35}$$

$$c) \sqrt{3} \cdot \left(3\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{5}\right) = \sqrt{3} \cdot \left(3 + \frac{2}{5}\right)\sqrt{2} = \frac{15+2}{5}\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{17}{5}\sqrt{6}$$

$$d) -\sqrt{5} \cdot \left(2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\sqrt{5} \cdot \left(2 - \frac{1}{3}\right)\sqrt{3} = -\frac{6-1}{3}\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = -\frac{5}{3}\sqrt{15}$$

$$e) \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{16}}\right)^3 \cdot \sqrt{10} = \left(\left(2^{\frac{4}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^3 \cdot \sqrt{2 \cdot 5} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{6}} \cdot 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{2^7 \cdot 5^3}$$

$$f) \sqrt[4]{(\sqrt{15})^3} \cdot (\sqrt{5})^3 = \sqrt[4]{3^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$

$$g) \sqrt[3]{2} \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[4]{12}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3}\right) = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{6}}} + \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{3} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \cdot 3^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{3} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = \frac{7}{3} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = \frac{7}{3} \sqrt[6]{2^2 \cdot 3}$$

$$h) \sqrt[3]{4} \cdot \left(\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{10}} - \frac{2}{3}\sqrt[3]{80}\right) = 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 5^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}} - \frac{2}{3} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right) = 2 \cdot \left(2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right) = \\ = 2 \cdot \left(2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{1}{3} \cdot 2\right)\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right) = \frac{6}{2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}} = \frac{6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{5}{6}}} = \frac{3}{5} \cdot 2^{\frac{2}{6}} \cdot 5^{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5} \cdot \sqrt[6]{2^2 \cdot 5^5}$$

25. Página 38

$$a) \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{4 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$$

$$b) \frac{-3}{\sqrt{2}} = -\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$c) \frac{-6}{\sqrt[3]{2}} = -\frac{6 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = -3 \cdot \sqrt[3]{2^2}$$

$$d) \frac{10}{\sqrt[8]{5^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[8]{5^5}}{\sqrt[8]{5^3} \cdot \sqrt[8]{5^5}} = 2 \cdot \sqrt[8]{5^5}$$

26. Página 38

$$a) \frac{-2}{2+\sqrt{6}} = \frac{-2}{2+\sqrt{6}} \cdot \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{-2 \cdot (2-\sqrt{6})}{-2} = 2-\sqrt{6}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3-5} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

27. Página 38

$$\frac{2}{3+\sqrt[4]{3}} = \frac{2}{3+\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{3-\sqrt[4]{3}}{3-\sqrt[4]{3}} = \frac{6-2\sqrt[4]{3}}{9-\sqrt{3}} \cdot \frac{9+\sqrt{3}}{9+\sqrt{3}} = \frac{27+3\sqrt{3}-9\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{3^3}}{39}$$

28. Página 39

$$a) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$b) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{2}{10} \sqrt{30} = \frac{1}{5} \sqrt{30}$$

$$c) \frac{5}{-2\sqrt[5]{4}} = -\frac{5\sqrt[5]{2^3}}{2\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3}} = -\frac{5\sqrt[5]{2^3}}{4}$$

$$d) \frac{8-\sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \frac{(8-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}-7}{21}$$

29. Página 39

$$a) \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{1-2} = -1-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$$

$$b) \frac{5}{3-\sqrt{5}} = \frac{5}{3-\sqrt{5}} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{15-5\sqrt{5}}{4}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{7}} \cdot \frac{3+\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{35}}{9-7} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{35}}{2}$$

$$d) \frac{2-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} \cdot \frac{4-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}} = \frac{5-3\sqrt{2}}{7}$$

30. Página 39

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} &= \frac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2} \\ \text{b)} \quad \frac{-1+3\sqrt{2}}{\sqrt{11}+\sqrt{3}} &= \frac{-1+3\sqrt{2}}{\sqrt{11}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{11}+\sqrt{3}+3\sqrt{22}-3\sqrt{6}}{8} \\ \text{c)} \quad \frac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}} &= \frac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{3} \\ \text{d)} \quad \frac{-\sqrt{10}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} &= \frac{-\sqrt{10}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} \cdot \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{-4\sqrt{5}+2\sqrt{15}}{2} = -2\sqrt{5}+\sqrt{15} \end{aligned}$$

31. Página 39

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{8}{3\sqrt[4]{8}} &= \frac{8}{3\sqrt[4]{2^3}} = \frac{8\sqrt[4]{2}}{3\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{8\sqrt[4]{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt[4]{2}}{3} \\ \text{b)} \quad \frac{\sqrt{5}-4}{\sqrt{6}} &= \frac{(\sqrt{5}-4)\sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}-4\sqrt{6}}{6} \\ \text{c)} \quad \frac{4}{\sqrt{3}-5\sqrt{7}} &= \frac{4}{\sqrt{3}-5\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{\sqrt{3}+5\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{3}+20\sqrt{7}}{3-175} = \frac{-\sqrt{3}-5\sqrt{7}}{43} \\ \text{d)} \quad \frac{-1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} &= \frac{-1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{5}}{-3} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

32. Página 40

- a) $3,84 \cdot 10^5$ km
- b) $4,308 \cdot 10^9$ km
- c) $1,5 \cdot 10^8$ km²
- d) $9,46 \cdot 10^{12}$ km
- e) $2,5 \cdot 10^{10}$ años luz

33. Página 40

- a) $3 \cdot 10^{-10}$ m
- b) $2,2 \cdot 10^{-9}$ m
- c) $5 \cdot 10^{-11}$ m
- d) $1 \cdot 10^{-7}$ g

34. Página 40

La masa de un protón, expresada en notación científica es $1,672 \cdot 10^{-24}$ g.

35. Página 41

- a) $\log_7 49 = 2$ porque $7^2 = 49$
- b) $\log_5 125 = 3$ porque $5^3 = 125$
- c) $\log_3 243 = 5$ porque $3^5 = 243$
- d) $\log_2 32 = 5$ porque $2^5 = 32$
- e) $\log_2 512 = 9$ porque $2^9 = 512$
- f) $\log_{15} 3375 = 3$ porque $15^3 = 3375$
- g) $\log_4 64 = 3$ porque $4^3 = 64$
- h) $\log_3 81 = 4$ porque $3^4 = 81$

36. Página 41

a) $\log 10\,000 = 4$

c) $\ln e^3 = 3$

b) $\log 0,000001 = \log \frac{1}{1\,000\,000} = -6$

d) $\ln \frac{1}{e^5} = -5$

37. Página 41

$$\log_6 0,02\bar{7} = -2, \text{ ya que } 6^{-2} = \frac{1}{36} = 0,02\bar{7}.$$

38. Página 42

a) $\log 10 + \ln e = 1 + 1 = 2$

b) $\log_5 1 + \log_5 25 = 0 + \log_5 5^2 = 2$

c) $\log_3 1 + \log_2 2 - \log 10 = 0 + 1 - 1 = 0$

d) $\log_{12} 18 + \log_{12} 4 + \log_{12} 2 = \log_{12} (18 \cdot 4 \cdot 2) = \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2$

e) $\log 2 + \log 25 - \log 5 = \log (2 \cdot 25) - \log 5 = \log \left(\frac{50}{5} \right) = \log 10 = 1$

39. Página 42

a) $3 \log_2 5 + \log_2 7 = \log_2 5^3 + \log_2 7 = \log_2 (5^3 \cdot 7)$

c) $2 \log_5 3 + \log_5 10 = \log_5 3^2 + \log_5 10 = \log_5 (3^2 \cdot 10)$

b) $\log_4 9 - 2 \log_4 5 = \log_4 9 - \log_4 5^2 = \log_4 \left(\frac{9}{5^2} \right)$

d) $3 \log_7 1 + \log_7 6 = 3 \cdot 0 + \log_7 6 = \log_7 6$

40. Página 42

$$\log_5 20 = \frac{\log 20}{\log 5} = \frac{1,301}{0,699} = 1,86123$$

41. Página 43

a) $\log_x 25 = 2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x^2 = 5^2 \rightarrow x = 5$

b) $\log_x 32 = 5 \rightarrow x^5 = 32 \rightarrow x^5 = 2^5 \rightarrow x = 2$

c) $\log_x \sqrt{5} = \frac{1}{2} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \rightarrow x = 5$

d) $\log_x \sqrt[3]{6} = \frac{1}{3} \rightarrow x^{\frac{1}{3}} = 6^{\frac{1}{3}} \rightarrow x = 6$

e) $\log_x 25 = \frac{1}{2} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 25 \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 5^2 \rightarrow x = 5^4$

f) $\log_x 32 = 10 \rightarrow x^{10} = 32 \rightarrow x^{10} = 2^5 \rightarrow x = 2^{\frac{5}{10}} \rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

g) $\log_x \frac{4}{9} = 2 \rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \rightarrow x^2 = \frac{2^2}{3^2} \rightarrow x = \frac{2}{3}$

h) $\log_x \frac{1}{125} = 3 \rightarrow x^3 = \frac{1}{125} \rightarrow x^3 = \frac{1}{5^3} \rightarrow x = \frac{1}{5}$

42. Página 43

a) $\log_3 2187 = x \rightarrow 3^x = 2187 \rightarrow 3^x = 3^7 \rightarrow x = 7$

b) $\log_2 2048 = x \rightarrow 2^x = 2048 \rightarrow x = 11$

c) $\log_5 \frac{1}{5^3} = x \rightarrow 5^x = \frac{1}{5^3} \rightarrow 5^x = 5^{-3} \rightarrow x = -3$

d) $\log_5 0,04 = x \rightarrow 5^x = 0,04 \rightarrow 5^x = 5^{-2} \rightarrow x = -2$

e) $\log_8 16 = x \rightarrow 8^x = 16 \rightarrow 2^{3x} = 2^4 \rightarrow 3 \cdot x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

f) $\log_9 \frac{1}{3^4} = x \rightarrow 9^x = \frac{1}{3^4} \rightarrow 3^{2x} = 3^{-4} \rightarrow 2 \cdot x = -4 \rightarrow x = -2$

43. Página 43

a) $\log_2 x = 4 \rightarrow x = 2^4 \rightarrow x = 16$

f) $\log_2 x = -3 \rightarrow x = 2^{-3} \rightarrow x = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

b) $\log_5 x = 2 \rightarrow x = 5^2 \rightarrow x = 25$

g) $\log_8 x = \frac{2}{3} \rightarrow x = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 4$

c) $\log_6 x = 1 \rightarrow x = 6$

h) $\log_2 x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

d) $\log_4 x = 0 \rightarrow x = 4^0 \rightarrow x = 1$

i) $\log_{\frac{1}{5}} x = -1 \rightarrow x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$

e) $\log_3 x = -5 \rightarrow x = 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$

j) $\log_{\frac{2}{3}} x = 3 \rightarrow x = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

44. Página 43

a) $\log x + \log 2 = \log 20 \rightarrow \log(2 \cdot x) = \log 20 \rightarrow 2 \cdot x = 20 \rightarrow x = 10$

b) $\log x + \log(2x) = \log 50 \rightarrow \log(2 \cdot x^2) = \log 50 \rightarrow 2 \cdot x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5$

c) $\log 2x - 2\log 3 = \log 2 \rightarrow \log\left(\frac{2x}{3^2}\right) = \log 2 \rightarrow \frac{2x}{3^2} = 2 \rightarrow x = 9$

d) $\log_2 x^2 - \log_2 x = 3 \rightarrow \log_2 \rightarrow \log_2\left(\frac{x^2}{x}\right) = 3 \rightarrow \log_2 x = 3 \rightarrow x = 2^3 = 8$

ACTIVIDADES FINALES

45. Página 44

a) $(-3)^3 \cdot 7^3 = (-3 \cdot 7)^3 = (-21)^3$

b) $5^{-7} \cdot 3^{-7} = (5 \cdot 3)^{-7} = 15^{-7}$

c) $17^2 \cdot 17^{-3} \cdot 17^{-5} = 17^{2-3-5} = 17^{-6}$

d) $(-6)^{-4} \cdot (-6)^5 \cdot (-6)^{-3} = (-6)^{-4+5-3} = (-6)^{-2}$

46. Página 44

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{1}{2^5} = 2^{-5} & \text{c)} \frac{5}{5^4} = 5^{1-4} = 5^{-3} \\ \text{b)} -\frac{1}{3^7} = -3^{-7} & \text{d)} \frac{6}{6^2} = 6^{1-2} = 6^{-1} \end{array}$$

47. Página 44

$$\begin{array}{l} \text{a)} (-2)^3 \cdot 2^{-4} \cdot (-2)^{-1} = -2^3 \cdot 2^{-4} \cdot (-2^{-1}) = 2^{3-4-1} = 2^{-2} \\ \text{b)} (-5)^4 \cdot 5^5 \cdot 5^{-3} = 5^4 \cdot 5^5 \cdot 5^{-3} = 5^{4+5-3} = 5^6 \\ \text{c)} 7^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot (-7)^4 = 7^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot 7^4 = 7^{-3-2+4} = 7^{-1} \\ \text{d)} (-6)^2 \cdot 6^{-2} \cdot (-6)^6 = 6^2 \cdot 6^{-2} \cdot 6^6 = 6^{2+2+6} = 6^{10} \end{array}$$

48. Página 44

$$\begin{array}{l} \text{a)} 54^2 : 2^2 : 3^2 = (2 \cdot 3^3)^2 : 2^2 : 3^2 = 2^2 \cdot 3^6 : 2^2 : 3^2 = 2^{2-2} \cdot 3^{6-2} = 3^4 \\ \text{b)} 6^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = (2 \cdot 3)^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = 2^{-5} \cdot 3^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = 2^{-5+5} \cdot 3^{-5-1} = 3^{-6} \\ \text{c)} 5^{-4} \cdot 6^{-4} : 30^{-1} = 30^{-4} : 30^{-1} = 30^{-4+1} = 30^{-3} \\ \text{d)} (-12)^{-5} \cdot (-12)^4 : 3^{-1} = -(3 \cdot 2^2)^{-5} \cdot (3 \cdot 2^2)^4 : 3^{-1} = -3^{-5} \cdot 2^{-10} \cdot 3^4 \cdot 2^8 : 3^{-1} = -3^{-5+4+1} \cdot 2^{-10+8} = -2^{-2} \end{array}$$

49. Página 44

$$\begin{array}{ll} \text{a)} [9^5 : (-3)^6]^{-1} = \left[-\left(\frac{9}{3}\right)^5 \right]^{-1} = -\left(\frac{3^2}{3}\right)^{-1} = -3^{-1} & \text{c)} [60^4 : (-4)^4]^{-3} = \left[\left(\frac{60}{4}\right)^4 \right]^{-3} = 15^{-12} = 3^{-12} \cdot 5^{-12} \\ \text{b)} (6^{-3} \cdot 8^{-3})^2 = [(6 \cdot 8)^{-3}]^2 = (2 \cdot 3 \cdot 2^3)^{-6} = 3^{-6} \cdot 2^{-24} & \text{d)} [45^{-2} : (-3)^{-2}]^4 = \left[\left(\frac{45}{3}\right)^{-2} \right]^4 = 15^{-8} = 3^{-8} \cdot 5^{-8} \end{array}$$

50. Página 44

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left(\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^{5-4+2} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \\ \text{b)} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3+2-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = 2^6 \\ \text{c)} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-7} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^7 = \left(\frac{3}{4}\right)^{2+4+7} = \left(\frac{3}{4}\right)^{13} \\ \text{d)} \left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{6}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 : \left(\frac{5}{6}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{6}\right)^{6+2+4} = \left(\frac{5}{6}\right)^{12} \\ \text{e)} \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} : \left(\frac{1}{7}\right)^{-5} : \left(\frac{1}{7}\right)^9 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1+5-9} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-5} = 7^5 \\ \text{f)} \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^{3-5+4} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \end{array}$$

51. Página 44

$$a) \left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{60}\right)^2 = \left(\frac{5}{2^2 \cdot 3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{2^2 \cdot 3 \cdot 5}\right)^2 = \frac{5^3 \cdot 2^2}{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \frac{5}{2^8 \cdot 3^5}$$

$$b) \left(\frac{16}{9}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{3^2}{2^4}\right)^6 \cdot \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^2 = \frac{3^{12} \cdot 2^6}{2^{24} \cdot 3^6} = \frac{3^6}{2^{18}}$$

$$c) \left(\frac{10}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{14}{40}\right)^{-5} = \left(\frac{2 \cdot 5}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 5}{2 \cdot 7}\right)^5 = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^5 \cdot 7^5}{7^4 \cdot 2^{15} \cdot 5^5} = \frac{7}{2^6 \cdot 5}$$

$$d) \left(\frac{16}{25}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{125}{64}\right)^4 = \left(\frac{5^2}{2^4}\right)^2 \cdot \left(\frac{5^3}{2^6}\right)^4 = \frac{5^4 \cdot 2^{24}}{2^8 \cdot 5^{12}} = \frac{2^{16}}{5^8}$$

$$e) \left(\frac{32}{15}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{75}\right)^{-2} = \left(\frac{2^5}{3 \cdot 5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5^2 \cdot 3}{2^2 \cdot 5}\right)^2 = \frac{2^{15} \cdot 5^4 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = \frac{2^{11}}{3 \cdot 5}$$

$$f) \left(\frac{42}{25}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{49}{125}\right)^{-1} = \left(\frac{5^2}{2 \cdot 3 \cdot 7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5^3}{7^2}\right)^1 = \frac{5^6 \cdot 7^2}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3 \cdot 5^3} = \frac{5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7}$$

52. Página 44

$$a) [(-3) \cdot 8]^{-3} = (-24)^{-3} = -\frac{1}{24^3}$$

$$[(-3) \cdot 8]^{-3} = \frac{1}{[(-3) \cdot 8]^3} = -\frac{1}{24^3}$$

$$b) [4 : (-2)^3]^{-4} = (-2^{-1})^{-4} = 2^4$$

$$[4 : (-2)^3]^{-4} = \frac{1}{[4 : (-2)^3]^4} = \frac{1}{2^{-4}} = 2^4$$

$$c) [(-10)^2 : (-5)]^{-5} = (-20)^{-5} = -\frac{1}{20^5}$$

$$[(-10)^2 : (-5)]^{-5} = \frac{1}{[(-10)^2 : (-5)]^5} = -\frac{1}{20^5}$$

$$d) [9^2 : (-3)^5]^{-1} = (-3^{-1})^{-1} = -3$$

$$[9^2 : (-3)^5]^{-1} = \frac{1}{9^2 : (-3)^5} = -\frac{1}{3^{-1}} = 3$$

$$e) (25^{-1} \cdot 10^3)^{-2} = 40^{-2} = \frac{1}{40^2}$$

$$(25^{-1} \cdot 10^3)^{-2} = \frac{1}{(25^{-1} \cdot 10^3)^2} = \frac{1}{40^2}$$

$$f) (36^{-2} \cdot 2^5)^{-4} = \left(\frac{2}{81}\right)^{-4} = \frac{81^4}{2^4}$$

$$(36^{-2} \cdot 2^5)^{-4} = \frac{1}{(36^{-2} \cdot 2^5)^4} = \frac{81^4}{2^4}$$

53. Página 44

$$a) \frac{1}{5} : 5^4 : \frac{1}{5^3} = \frac{5^3}{5^5} = 5^{-2}$$

$$c) -2^{-5} \cdot \frac{1}{2^7} \cdot 2^{-2} = -\frac{2^{-5} \cdot 2^{-2}}{2^7} = -2^{-14}$$

$$b) \left(\frac{-1}{6}\right)^4 \cdot 6^{-5} : \frac{1}{6^{-7}} = \frac{6^{-5} \cdot 6^{-7}}{6^4} = 6^{-16}$$

$$d) (-3)^8 : \left(\frac{-1}{3}\right)^4 : 3^5 = \frac{3^8 \cdot 3^4}{3^5} = 3^7$$

54. Página 44

$$a) \frac{(5^{-2} : 5^4) \cdot 5^8}{5^{-3}} = \frac{5^{-6} \cdot 5^8}{5^{-3}} = 5^5$$

$$c) \frac{3^4 \cdot (3^{-6} \cdot 3^5)}{3^{-2} \cdot 3^7} = \frac{3^4 \cdot 3^{-11}}{3^5} = 3^{10}$$

$$b) \frac{(2^6 \cdot 2^{-5}) : 2^{-2}}{2^{-4} : 2^{-9}} = \frac{2 : 2^{-2}}{2^5} = 2^{-2}$$

$$d) \frac{(7^4 \cdot 7^{-2}) : (7^{-3} \cdot 7^5)}{7^8 \cdot 7^2} = \frac{7^2 : 7^2}{7^{10}} = 7^{-10}$$

55. Página 44

$$a) \frac{3^{-4} \cdot 9^2}{27^{-5}} = \frac{3^{-4} \cdot (3^2)^2}{(3^3)^{-5}} = \frac{3^{-4} \cdot 3^4}{3^{-15}} = 3^{15}$$

$$b) \frac{5^{-2} : 5^{-3}}{25^6} = \frac{5}{(5^2)^6} = \frac{5}{5^{12}} = 5^{-11}$$

$$c) \frac{7^4 \cdot 7^{-6}}{49^3} = \frac{7^{-2}}{(7^2)^3} = \frac{7^{-2}}{7^6} = 7^{-8}$$

$$d) \frac{4^9 \cdot 2^{-2}}{8^{-7}} = \frac{(2^2)^9 : 2^{-2}}{(2^3)^{-7}} = \frac{2^{18} : 2^{-2}}{2^{-21}} = 2^{41}$$

56. Página 44

$$a) \frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{9^3 \cdot 25^2 \cdot 4^4} = \frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{3^6 \cdot 5^4 \cdot 2^8} = 5^{-1}$$

$$b) \frac{3^{-4} \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{8^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}} = \frac{3^{-4} \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{2^6 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}} = 2 \cdot 3^{-1}$$

$$c) \frac{(-5)^3 \cdot (-8)^4 \cdot 9^{-2}}{(-3)^{-4} \cdot 2^7 \cdot 25^5} = -\frac{5^3 \cdot 2^{12} \cdot 3^{-4}}{3^{-4} \cdot 2^7 \cdot 5^{10}} = -5^{-7} \cdot 2^5$$

$$d) \frac{32^{-1} \cdot 36^{-2} \cdot 18^{-2}}{8^{-5} \cdot 6^{-3} \cdot 9^4} = \frac{2^{-5} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}}{2^{-15} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^8} = 2^7 \cdot 3^{-13}$$

57. Página 44

$$a) \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)^{-1} + 2 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{15}{14}\right)^2 \cdot \left(\frac{-2}{7}\right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 = -\frac{5^2 \cdot 3^2}{7^3 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 7^2}{3^2} = \frac{65203}{6174}$$

$$b) \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3} - 1\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} = 16 + \frac{3}{2} = \frac{35}{2}$$

$$c) \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right)^{-1} : \left(1 - \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{-3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{-1}{10}\right)^{-1} : \frac{3}{5} - \frac{2^2}{3^2} = -\frac{50}{3} - \frac{4}{9} = -\frac{154}{9}$$

58. Página 44

$$a) \text{ Falsa} \rightarrow \frac{a^3 \cdot b^{-4} \cdot c^4}{a^{-3} \cdot b^4 \cdot c^{-4}} = a^6 \cdot b^{-8} \cdot c^8 \neq 1$$

$$b) \text{ Falsa} \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^5 = -\frac{3^2}{3^3 \cdot 3^5} = -3^{-6} \neq 1$$

$$c) \text{ Falsa} \rightarrow \frac{3^{-3} \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-2}}{3^{-4} \cdot 2^{-5} \cdot 5^{-3}} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \neq \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 5}$$

$$d) \text{ Verdadera} \rightarrow \left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^{-3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$$

59. Página 44

$$a) \frac{14^{-3} : 7^{-3}}{2^{-2}} = \frac{2^{-3} \cdot 7^{-3} : 7^{-3}}{2^{-2}} = 2^{-1}$$

$$c) \frac{8^2 : (-4)^2}{2^4} = \frac{2^6 : 2^4}{2^4} = 2^{-2}$$

$$b) \frac{9^4 : 3^4}{3^{-5}} = \frac{3^8 : 3^4}{3^{-5}} = 3^9$$

$$d) \frac{30^5 : (-6)^5}{25^{-2}} = -\frac{6^5 \cdot 5^5 : 6^5}{5^{-4}} = -5^9$$

60. Página 44

$$a) \frac{14^{-3} \cdot 2^3 \cdot 3^4}{21^{-5}} = \frac{2^{-3} \cdot 7^{-3} \cdot 3^4}{7^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot 2^3} = \frac{7^2 \cdot 3^9}{2^6}$$

$$b) \frac{32^{-1} \cdot 18^2}{9^{-3} \cdot 16^{-4}} = \frac{2^{-5}}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^{-6} \cdot 2^{-16}} = 2^9 \cdot 3^2$$

61. Página 45

$$a) \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{6 \cdot 1^{-1}} \right]^{-1} = \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{13} \right]^{-1} = \left(\frac{3}{2} \right)^{13}$$

$$d) \left[\left(\frac{5}{6} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{6} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{6}{5} \right)^{5^3} \right] = \left[\left(\frac{6}{5} \right)^9 \right] = \left(\frac{6}{5} \right)^{27}$$

$$b) \left[\left(\frac{-1}{4} \right)^{-4} : 4^3 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{-5} \right]^{-2} = (4^{-4})^{-2} = 4^8$$

$$e) \left[\left(\frac{25}{2} \right)^{-2} : \left(\frac{25}{2} \right)^{-6} \cdot \left(\frac{2}{25} \right)^{8 \cdot 1^2} \right] = \left[\left(\frac{2}{25} \right)^4 \right] = \left(\frac{2}{25} \right)^8$$

$$c) \left[2^{-2} : \left(\frac{1}{2} \right)^{2 \cdot 7} \right] = (2^0)^7 = 1$$

$$f) \left[9^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 : 2 \right]^{-2} = \left(\frac{3^2}{2} \right)^{-2} = \left(\frac{2}{9} \right)^2$$

62. Página 45

$$a) \frac{21^4 \cdot 2 \cdot 196^{-2} \cdot 49^{-1}}{7^{-5} \cdot 3 \cdot 14^{-2} \cdot 63 \cdot 21^2} = \frac{3^4 \cdot 7^4 \cdot 2 \cdot 7^5 \cdot 2^2 \cdot 7^2}{7^4 \cdot 2^4 \cdot 7^2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 7^2 \cdot 3^2} = \frac{2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^{11}}{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^9} = \frac{7^2}{2 \cdot 3}$$

$$b) \frac{25^2 \cdot 15^{-2} \cdot 125^3}{50^4 \cdot 625^{-2}} = \frac{25^2 \cdot 15^{-2}}{125^3 \cdot 50^4 \cdot 625^{-5}} = \frac{25^2 \cdot 625^5}{125^3 \cdot 50^4 \cdot 15^2} = \frac{5^4 \cdot 5^{20}}{5^9 \cdot 5^8 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \frac{5^5}{2^4 \cdot 3^2}$$

63. Página 45

$$a) \sqrt[3]{-125} \quad \left. \begin{array}{l} a < 0 \\ n \text{ impar} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene una raíz negativa: } \sqrt[3]{-125} = -5$$

$$b) \sqrt[4]{81} \quad \left. \begin{array}{l} a > 0 \\ n \text{ par} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene dos raíces, una positiva y su opuesta: } \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$c) \sqrt[4]{-16} \quad \left. \begin{array}{l} a < 0 \\ n \text{ par} \end{array} \right\} \rightarrow \text{No tiene raíz real.}$$

$$d) \sqrt[5]{1024} \quad \left. \begin{array}{l} a > 0 \\ n \text{ impar} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene una raíz positiva: } \sqrt[5]{1024} = 4$$

64. Página 45

$$a) \sqrt[17]{2489} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Radicando: } 2489 > 0 \\ \text{Índice: } 17 \text{ (impar)} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene una raíz positiva.}$$

$$b) \sqrt[22]{356} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Radicando: } 356 > 0 \\ \text{Índice: } 22 \text{ (par)} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene dos raíces, una positiva y su opuesta.}$$

$$c) \sqrt[15]{-1458} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Radicando: } -1458 < 0 \\ \text{Índice: } 15 \text{ (impar)} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tiene una raíz negativa.}$$

$$d) \sqrt[98]{-3566} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Radicando: } -3566 < 0 \\ \text{Índice: } 98 \text{ (par)} \end{array} \right\} \rightarrow \text{No tiene ninguna raíz real.}$$

65. Página 45

a) $4^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^{-2}}$

b) $3^{\frac{5}{2}} = \sqrt{3^5}$

c) $(-2)^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{(-2)^9}$

d) $(-7)^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{(-7)^7}$

66. Página 45

a) $\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$

c) $\sqrt{7^{-3}} = 7^{-\frac{3}{2}}$

b) $\sqrt[7]{(-3)^2} = 3^{\frac{2}{7}}$

d) $\sqrt[6]{(-5)^5} = (-5)^{\frac{5}{6}}$

67. Página 45

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) $\sqrt[3]{5^4} = 5^{\frac{4}{3}} \rightarrow \sqrt[6]{5^8} \text{ y } \sqrt[9]{5^{12}}, \text{ ya que } 5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{8}{6}} \text{ y } 5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{12}{9}}.$

b) $\sqrt[10]{3^{12}} = 3^{\frac{12}{10}} \rightarrow \sqrt[5]{3^6} \text{ y } \sqrt[20]{3^{24}}, \text{ ya que } 3^{\frac{12}{10}} = 3^{\frac{6}{5}} \text{ y } 3^{\frac{12}{10}} = 3^{\frac{24}{20}}.$

c) $\sqrt[4]{x^7} = x^{\frac{7}{4}} \rightarrow \sqrt[8]{x^{14}} \text{ y } \sqrt[12]{x^{21}}, \text{ ya que } x^{\frac{7}{4}} = x^{\frac{14}{8}} \text{ y } x^{\frac{7}{4}} = x^{\frac{21}{12}}.$

d) $\sqrt[9]{y^4} = y^{\frac{4}{9}} \rightarrow \sqrt[18]{y^8} \text{ y } \sqrt[27]{y^{12}}, \text{ ya que } y^{\frac{4}{9}} = y^{\frac{8}{18}} \text{ y } y^{\frac{4}{9}} = y^{\frac{12}{27}}.$

68. Página 45

a) $\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[6]{(-27)^2} = (-27)^{\frac{2}{6}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\frac{1}{3} = \frac{2}{6}} \text{Son equivalentes.} \quad \sqrt[3]{-27} = -3 \quad \sqrt[6]{(-27)^2} = \pm 3$

b) $\left. \begin{array}{l} \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{25^2} = 25^{\frac{2}{4}} \\ \sqrt[8]{25^4} = 25^{\frac{4}{8}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\frac{2}{4} = \frac{4}{8}} \text{Son equivalentes.} \quad \sqrt[4]{625} = \pm 5 \quad \sqrt[8]{25^4} = \pm 5$

c) $\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)^3} = -10 \\ \sqrt{(-100)^2} = \sqrt{(-2^2 \cdot 5^2)^2} = (-10)^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{1 \neq 2} \text{No son equivalentes.} \quad \sqrt[3]{-1000} = -10 \quad \sqrt{(-100)^2} = \pm 100$

d) $\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}} \\ \sqrt[6]{(-2)^8} = 2^{\frac{8}{6}} = 2^{\frac{4}{3}} \end{array} \right\} \xrightarrow{\frac{4}{3} = \frac{4}{3}} \text{Son equivalentes.} \quad \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}} \quad \sqrt[6]{(-2)^8} = \pm 2^{\frac{4}{3}} \rightarrow \text{No tienen soluciones enteras.}$

69. Página 45

a) $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{540} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5} = 6\sqrt{15}$

b) $\sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = 5\sqrt{7}$

d) $\sqrt{352} = \sqrt{2^5 \cdot 11} = 4\sqrt{22}$

70. Página 45

a) $\sqrt{8000} = \sqrt{2^6 \cdot 5^3} = 2^3 \cdot 5\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^2} = 2\sqrt[3]{5^2}$

b) $\sqrt{1183} = \sqrt{7 \cdot 13^2} = 13\sqrt{7}$

d) $\sqrt[3]{6615} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5 \cdot 7^2} = 3\sqrt[3]{5 \cdot 7^2}$

71. Página 45

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{a^8 \cdot b^3 \cdot c^5} &= a^2 \cdot b \cdot c \sqrt[3]{a^2 \cdot c^2} \\ \text{b) } \sqrt[5]{a^{17} \cdot b^{14} \cdot c^{25}} &= a^3 \cdot b^2 \cdot c^5 \sqrt[5]{a^2 \cdot b^4} \\ \text{c) } \sqrt[10]{a^{27} \cdot b^{14} \cdot c^{33}} &= a^2 \cdot b \cdot c^3 \sqrt[10]{a^7 \cdot b^4 \cdot c^3} \\ \text{d) } \sqrt[8]{a^{42} \cdot b^{25} \cdot c^{18}} &= a^5 \cdot b^3 \cdot c^2 \sqrt[8]{a^2 \cdot b \cdot c^2} \end{aligned}$$

72. Página 45

$$\begin{aligned} \text{a) } 5^2 \cdot 3^3 \sqrt[3]{7^2} &= \sqrt[3]{7^2 \cdot 5^6 \cdot 3^9} \\ \text{b) } 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \sqrt[5]{2^{12}} &= \sqrt[5]{\frac{2^{12} \cdot 3^5}{2^{15}}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^3}} \\ \text{c) } \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 25^2 \sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^6} &= \sqrt[4]{\frac{3^8 \cdot 5^{16}}{5^8 \cdot 3^6}} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 5^8} \\ \text{d) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{2}{5} \sqrt[4]{\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}} &= \sqrt[4]{\frac{2^{-8} \cdot 2^4 \cdot 3^{-3}}{3^{-8} \cdot 5^4 \cdot 5^{-3}}} = \sqrt[4]{\frac{3^5}{2^4 \cdot 5}} \end{aligned}$$

73. Página 45

$$\begin{aligned} \text{a) } 16\sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{8}{7}\sqrt{2} &= \frac{112+7-8}{7}\sqrt{2} = \frac{111}{7}\sqrt{2} \\ \text{b) } 5\sqrt{2} + \frac{7}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} &= \frac{10+7-2}{2}\sqrt{2} = \frac{15}{2}\sqrt{2} \\ \text{c) } \frac{6}{5}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} &= \frac{6-20-45}{5}\sqrt{3} = -\frac{59}{5}\sqrt{3} \\ \text{d) } -3\sqrt{5} + \frac{9}{4}\sqrt{5} - 6\sqrt{5} &= \frac{-12+9-24}{4}\sqrt{5} = -\frac{27}{4}\sqrt{5} \end{aligned}$$

74. Página 45

$$\begin{aligned} \text{a) } 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{243} - \sqrt{75} &= 3\sqrt{2^2 \cdot 3} + 5\sqrt{3^3} - 3\sqrt{3^5} - \sqrt{3 \cdot 5^2} = \\ &= 6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 27\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -11\sqrt{3} \\ \text{b) } -8\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{16} + 9\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{54} &= -8\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2^4} + 9\sqrt[3]{2^7} - \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = \\ &= -8\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[3]{2} + 36\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} = 37\sqrt[3]{2} \\ \text{c) } -\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - \frac{4}{5}\sqrt{18} + \sqrt{98} &= -\sqrt{2^3} + 5\sqrt{2 \cdot 5^2} - \frac{4}{5}\sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 7^2} = \\ &= -2\sqrt{2} + 25\sqrt{2} - \frac{12}{5}\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \frac{138}{5}\sqrt{2} \\ \text{d) } 14\sqrt[4]{48} + 3\sqrt[4]{80} - \sqrt[4]{243} - 9\sqrt[4]{5} &= 14\sqrt[4]{2^4 \cdot 3} + 3\sqrt[4]{2^4 \cdot 5} - \sqrt[4]{3^5} - 9\sqrt[4]{5} = \\ &= 28\sqrt[4]{3} + 6\sqrt[4]{5} - 3\sqrt[4]{3} - 9\sqrt[4]{5} = 25\sqrt[4]{3} - 3\sqrt[4]{5} \end{aligned}$$

75. Página 45

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[4]{16} &= \pm 2 & \text{b) } \sqrt[3]{125} &= 5 & \text{c) } \sqrt[5]{(3)^5} &= 3 \end{aligned}$$

76. Página 46

$$\text{a) } \sqrt[3]{256} = 2\sqrt[3]{2} \quad \text{b) } \sqrt[5]{729} = 3\sqrt[5]{3} \quad \text{c) } \sqrt[4]{3125} = 5\sqrt[4]{5}$$

77. Página 46

$$\begin{aligned} \text{a) } 3 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5}) &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{5} & \text{c) } (\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (-5) &= -5\sqrt{7} - 5\sqrt{5} \\ \text{b) } -6 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7}) &= -6\sqrt{3} - 6\sqrt{7} & \text{d) } (\sqrt{6} + \sqrt{13}) \cdot 2 &= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

78. Página 46

$$25^{\frac{3}{4}} = 5^{\frac{6}{4}} \rightarrow D \quad 16^{\frac{5}{2}} = 4^{\frac{10}{2}} \rightarrow B \quad 32^{-3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^5 \rightarrow B \quad \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^{-6} \rightarrow D$$

79. Página 46

$$\begin{aligned} \text{a) } 4\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{11}) &= 4 \cdot 3 + 4\sqrt{3}\sqrt{11} = 12 + 4\sqrt{33} & \text{c) } -\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) &= -\sqrt{2}\sqrt{6} - 2 = -\sqrt{12} - 2 = -2\sqrt{3} - 2 \\ \text{b) } (\sqrt{2} + \sqrt{5}) \cdot 9\sqrt{5} &= 9\sqrt{2}\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 9\sqrt{10} + 45 & \text{d) } (\sqrt{13} + \sqrt{3}) \cdot (-\sqrt{3}) &= -\sqrt{13}\sqrt{3} - 3 = -\sqrt{39} - 3 \end{aligned}$$

80. Página 46

$$\begin{aligned} \text{a) } (5\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{3} - \sqrt{2}) &= 15\sqrt{6} - 10 + 9 - \sqrt{6} = 14\sqrt{6} - 1 \\ \text{b) } (-\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{6} + 2\sqrt{5}) &= -\sqrt{30} - 10 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{10} \\ \text{c) } (6\sqrt{7} + \sqrt{11}) \cdot (\sqrt{11} + 5\sqrt{2}) &= 6\sqrt{77} + 30\sqrt{14} + 11 + 5\sqrt{22} \\ \text{d) } (-3\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot (7\sqrt{5} - \sqrt{10}) &= -105\sqrt{2} + 30 - 35 + 5\sqrt{2} = -100\sqrt{2} - 5 \end{aligned}$$

81. Página 46

$$\begin{aligned} \text{a) } (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 &= 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + 2\sqrt{10} \\ \text{b) } (3\sqrt{3} - \sqrt{7})^2 &= 27 - 6\sqrt{21} + 7 = 34 - 6\sqrt{21} \\ \text{c) } (2\sqrt{6} - 8\sqrt{10})^2 &= 24 - 32\sqrt{60} + 640 = 664 - 64\sqrt{15} \\ \text{d) } (\sqrt{11} + 5\sqrt{6})^2 &= 11 + 10\sqrt{66} + 150 = 161 + 10\sqrt{66} \end{aligned}$$

82. Página 46

$$\begin{aligned} \text{a) } (5\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 &= 75 + 30\sqrt{2} + 6 + 2 - 4\sqrt{3} + 6 = 30\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 89 \\ \text{b) } (-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 &= 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 12 - 4\sqrt{6} - 2 = -2\sqrt{6} - 9 \\ \text{c) } (3\sqrt{5} - \sqrt{10})^2 - (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 &= 45 - 30\sqrt{2} + 10 - 10 - 4\sqrt{5} - 2 = -30\sqrt{2} - 4\sqrt{5} + 43 \\ \text{d) } (\sqrt{7} + 5\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 &= 7 + 10\sqrt{14} + 50 + 32 - 8\sqrt{14} + 7 = 2\sqrt{14} + 96 \end{aligned}$$

83. Página 46

$$a) \sqrt{12} : \sqrt[4]{\sqrt{2}} = \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 2}{2^{\frac{1}{8}}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{7}{8}}$$

$$c) \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{10}}$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt{4}} : \sqrt{\sqrt{3}} = \frac{2^{\frac{2}{6}}}{3^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}}$$

$$d) \sqrt[5]{\sqrt{8}} : \sqrt{2} = \frac{2^{\frac{3}{10}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{-\frac{1}{4}}$$

84. Página 46

$$\sqrt[4]{576} - \frac{\sqrt[3]{3000}}{\sqrt{400}} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{1024} + 2\sqrt[3]{\sqrt{6561}} = 2\sqrt[3]{3^2} - \frac{10\sqrt[3]{3}}{20} + 3\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6} \cdot 2\sqrt[3]{2^4} + 6\sqrt[3]{3} = \frac{13}{2}\sqrt[3]{3}$$

85. Página 46

$$a) \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{30 + \sqrt{16 + \sqrt{4}}}}} = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{30 + 6}}} = \sqrt{1 + \sqrt{3 + 6}} = \sqrt{1 + 3} = 2$$

$$b) \sqrt{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{400 + \sqrt{625 + 10\sqrt{400}}}}} - \frac{1}{25}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{400 + 25 + 200}}} - \frac{1}{25}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{25} - \frac{1}{25}}} = \sqrt{\frac{1}{5} - \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$$

87. Página 46

$$a) \frac{7^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{35} \cdot 15^{-5}}{21^4 \cdot \sqrt{7^{-1}}} = \frac{7^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-5} \cdot 5^{-5}}{3^4 \cdot 7^4 \cdot 7^{-\frac{1}{2}}} = 3^{-9} \cdot 5^{-\frac{9}{2}} \cdot 7^{-\frac{3}{2}}$$

$$b) \frac{12^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot (\sqrt{18})^{-5}}{\sqrt[3]{96^2} \cdot 27^{-2}} = \frac{2^3 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{-\frac{5}{2}} \cdot 3^{-\frac{10}{2}}}{2^{\frac{10}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-6}} = 2^{-\frac{9}{6}} \cdot 3^{\frac{11}{6}} = 2^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{11}{6}}$$

$$c) \frac{\sqrt[5]{10} \cdot 15^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{30^3}}{(\sqrt{20})^{-4} \cdot 27^{-2}} = \frac{2^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}}{2^{-\frac{8}{2}} \cdot 5^{-\frac{4}{2}} \cdot 3^{-6}} = 2^{\frac{99}{20}} \cdot 5^{\frac{89}{20}} \cdot 3^{\frac{33}{4}}$$

$$d) \frac{(\sqrt{14})^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{98^{-2}} \cdot \sqrt{7^3}}{16^{\frac{6}{5}} \cdot \sqrt[5]{14^2}} = \frac{2^{\frac{3}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{-\frac{4}{3}} \cdot 7^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{24}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{5}}} = 2^{\frac{269}{60}} \cdot 7^{\frac{31}{60}}$$

88. Página 47

$$a) \frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{5}{7}\sqrt{7}$$

$$c) \frac{-25}{\sqrt{2}} = -\frac{25}{2}\sqrt{2}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt{17}} = \frac{2 \cdot \sqrt{17}}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}} = \frac{2}{17}\sqrt{17}$$

$$d) \frac{-8}{\sqrt{5}} = -\frac{8}{5}\sqrt{5}$$

89. Página 47

$$a) \frac{-3}{7\sqrt{2}} = \frac{-3 \cdot \sqrt{2}}{7 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{3}{14}\sqrt{2}$$

$$c) \frac{-15}{4\sqrt[5]{9}} = \frac{-15 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{4 \cdot \sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = -\frac{5}{4}\sqrt[5]{3^3}$$

$$b) \frac{6}{2\sqrt[3]{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[3]{3^2}$$

$$d) \frac{5}{3\sqrt[3]{4}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{2^5}}{3 \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2^5}} = \frac{5}{6}\sqrt[3]{2^5}$$

90. Página 47

$$a) \frac{6+\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{(6+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2}$$

$$c) \frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{(4-\sqrt{6}) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5} - \sqrt{30}}{5}$$

$$b) \frac{-7+8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{(-7+8\sqrt{2}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{-7\sqrt{3} + 8\sqrt{6}}{3}$$

$$d) \frac{-2-\sqrt{7}}{\sqrt{13}} = \frac{(-2-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{13}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}} = \frac{-2\sqrt{13} - \sqrt{91}}{13}$$

91. Página 47

$$a) \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{2 \cdot (\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2-5} = \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{-3}$$

$$b) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{3-2} = \sqrt{15}+\sqrt{10}$$

$$c) \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2} = 5+2\sqrt{6}$$

$$d) \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+2\sqrt{35}+5}{7-5} = 6+\sqrt{35}$$

92. Página 47

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$b) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} - \sqrt{5} = \frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{5} - \sqrt{5} = \left(\frac{\sqrt{3}-3}{3}\right)\sqrt{5}$$

$$c) \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + 4\sqrt{5} = \frac{5\sqrt{3}\sqrt{15}}{15} + 4\sqrt{5} = \frac{15}{15}\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$d) \frac{-9}{5\sqrt{8}} - 8\sqrt{2} = \frac{-9\sqrt{8}}{40} - 8\sqrt{2} = \frac{-18}{40}\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = \frac{-9-160}{20}\sqrt{2} = \frac{-169}{20}\sqrt{2}$$

93. Página 47

$$a) \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{3}-9\sqrt{5}}{15}$$

$$c) \frac{4}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} = \frac{4\sqrt{7}}{7} - \frac{\sqrt{33}}{11} = \frac{44\sqrt{7}-7\sqrt{33}}{77}$$

$$b) \frac{-4}{\sqrt{6}} + \frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{6}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{4} = \frac{-8\sqrt{6}+15\sqrt{2}}{12}$$

$$d) \frac{-1}{3\sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{5}}{15} + \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{-\sqrt{5}+40\sqrt{3}}{15}$$

94. Página 47

$$a) \frac{\sqrt{32}}{5} - \frac{3\sqrt{50}}{2} + \frac{5}{\sqrt{18}} = \frac{4\sqrt{2}}{5} - \frac{15\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{6} = \frac{24\sqrt{2}-225\sqrt{2}+25\sqrt{2}}{30} = -\frac{88\sqrt{2}}{15}$$

$$b) \frac{3\sqrt{8}+\sqrt{18}-2\sqrt{72}}{4\sqrt{8}+\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}+3\sqrt{2}-12\sqrt{2}}{8\sqrt{2}+\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{9\sqrt{2}} = -\frac{1}{3}$$

$$c) \frac{-\sqrt{27}+\sqrt{48}+5\sqrt{75}}{2\sqrt{75}-\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3}+4\sqrt{3}+25\sqrt{3}}{10\sqrt{3}-\sqrt{3}} = \frac{26\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = \frac{26}{9}$$

95. Página 47

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{2}{3\sqrt{3}+4} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{2 \cdot (3\sqrt{3}-4)}{(3\sqrt{3}+4) \cdot (3\sqrt{3}-4)} + \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2) \cdot (\sqrt{3}+2)} = \frac{6\sqrt{3}-8}{27-16} + \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} = \frac{-5\sqrt{3}-30}{11} \\ \text{b)} \quad & \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1} - \frac{6(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{-2} = -2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+3\sqrt{5} = -2\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5} \\ \text{c)} \quad & \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+4\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{5} \cdot (\sqrt{3}-4\sqrt{2})}{3-32} + \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2-6} = \frac{-4\sqrt{15}+16\sqrt{10}-29-29\sqrt{3}}{58} \\ \text{d)} \quad & \frac{-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{11}} - \frac{5}{2+\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{6} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{11})}{-8} - \frac{5(2-\sqrt{3})}{1} = \frac{\sqrt{18}+\sqrt{66}-80+40\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$

96. Página 47

- a) $15000000000 = 1,5 \cdot 10^{10} \rightarrow$ Orden de magnitud: 10
- b) $0,000000051 = 5,1 \cdot 10^{-7} \rightarrow$ Orden de magnitud: -7
- c) $31940000 = 3,194 \cdot 10^7 \rightarrow$ Orden de magnitud: 7
- d) $0,0000000009 = 9 \cdot 10^{-10} \rightarrow$ orden de magnitud: -10
- e) $4598000000 = 4,598 \cdot 10^9 \rightarrow$ Orden de magnitud: 9
- f) $0,0967254 = 9,67254 \cdot 10^{-2} \rightarrow$ Orden de magnitud: -2
- g) $329000000 = 3,29 \cdot 10^8 \rightarrow$ Orden de magnitud: 8
- h) $111000 = 1,11 \cdot 10^5 \rightarrow$ Orden de magnitud: 5

97. Página 47

Únicamente está escrito en notación científica el número del apartado e) $\rightarrow 7,2 \cdot 10^{-2}$

99. Página 48

- a) $1,32 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 10^4 = 3,89 \cdot 10^4$
- b) $8,75 \cdot 10^2 + 9,46 \cdot 10^3 = 8,75 \cdot 10^2 + 94,6 \cdot 10^2 = 103,35 \cdot 10^2 = 1,0335 \cdot 10^4$
- c) $3,62 \cdot 10^4 + 5,85 \cdot 10^{-3} = 3,62 \cdot 10^4 + 0,000000585 \cdot 10^4 = 3,620000585 \cdot 10^4$
- d) $2,3 \cdot 10^2 + 3,5 \cdot 10^{-1} + 4,75 \cdot 10^{-2} = 2,3 \cdot 10^2 + 0,0035 \cdot 10^2 + 0,000475 \cdot 10^2 = 2,303975 \cdot 10^2$
- e) $3,46 \cdot 10^{-2} + 5,9 \cdot 10^4 + 3,83 \cdot 10^2 = 0,00000346 \cdot 10^4 + 5,9 \cdot 10^4 + 0,0383 \cdot 10^4 = 5,93830346 \cdot 10^4$

100. Página 48

- a) $9,5 \cdot 10^4 - 3,72 \cdot 10^4 = 5,78 \cdot 10^4$
- b) $8,6 \cdot 10^3 - 5,45 \cdot 10^2 = 8,6 \cdot 10^3 - 0,545 \cdot 10^3 = 8,055 \cdot 10^3$
- c) $7,9 \cdot 10^{-4} - 1,3 \cdot 10^{-6} = 7,9 \cdot 10^{-4} - 0,013 \cdot 10^{-4} = 7,887 \cdot 10^{-4}$
- d) $4,6 \cdot 10^6 + 5,3 \cdot 10^4 - 3,9 \cdot 10^2 = 4,6 \cdot 10^6 + 0,053 \cdot 10^6 - 0,00039 \cdot 10^6 = 4,65261 \cdot 10^6$
- e) $5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^2 - 0,003 \cdot 10^2 + 0,0007 \cdot 10^2 = 4,9977 \cdot 10^2$

102. Página 48

$$\text{a) } 7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3} = 38,325 \cdot 10 = 3,8325 \cdot 10^2$$

$$\text{c) } 8,3 \cdot 10^6 : 5,37 \cdot 10^2 = 1,5456 \cdot 10^4$$

$$\text{b) } 8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14} = 50,787 \cdot 10^9 = 5,0787 \cdot 10^{10}$$

$$\text{d) } 9,5 \cdot 10^{-6} : 3,2 \cdot 10^3 = 2,9688 \cdot 10^{-9}$$

103. Página 48

$$\text{a) } \frac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}} = 0,5448 \cdot 10^{-2} = 5,448 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{b) } \frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}} = 0,3567 \cdot 10^{-7} = 3,567 \cdot 10^{-8}$$

104. Página 48

$$\text{a) } 2,3 \cdot 10^3 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4} - 2,4 \cdot 10^{-5}) = 2,3 \cdot 10^3 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4} - 0,24 \cdot 10^{-4}) = 2,3 \cdot 10^3 \cdot 1,06 \cdot 10^{-4} = 2,438 \cdot 10^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3,2 \cdot 10^{-7} : (2,8 \cdot 10^3 - 3,5 \cdot 10^4) &= 3,2 \cdot 10^{-7} : (0,28 \cdot 10^4 - 3,5 \cdot 10^4) = 3,2 \cdot 10^{-7} : (-3,22) \cdot 10^4 = \\ &= -0,9938 \cdot 10^{-11} = -9,938 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2,3 \cdot 10^3)^2 \cdot (2,55 \cdot 10^{-8} - 3,21 \cdot 10^{-9}) &= 5,29 \cdot 10^6 \cdot (2,55 \cdot 10^{-8} - 0,321 \cdot 10^{-8}) = 5,29 \cdot 10^6 \cdot 2,229 \cdot 10^{-8} = \\ &= 11,7914 \cdot 10^{-2} = 1,17914 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (1,7 \cdot 10^6 - 1,3 \cdot 10^5) : (6,5 \cdot 10^5 - 1,6 \cdot 10^6) &= (1,7 \cdot 10^6 - 0,13 \cdot 10^6) : (0,65 \cdot 10^6 - 1,6 \cdot 10^6) = \\ &= 1,57 \cdot 10^6 : (-0,95) \cdot 10^6 = -1,6526 \end{aligned}$$

105. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 6 \text{ m}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{6} \text{ m}$$

106. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 9 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{9} \text{ cm}$$

$$A_{\text{Cara}} = (\sqrt[3]{9})^2 = \sqrt[3]{81} = 3\sqrt{3} = 3^{\frac{4}{3}} \text{ m}^2$$

107. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 20 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{20} \text{ cm}$$

Como un cubo tiene un total de 12 aristas, la suma de todas ellas es de $12\sqrt[3]{20} \text{ cm}$.

108. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 20 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{20} \text{ cm}$$

Como un cubo tiene 4 caras laterales, $A_{\text{Lateral}} = 4\sqrt[3]{20^2} = 8\sqrt[3]{50} \text{ cm}^2$.

109. Página 48

$$a) 120 \text{ Gb} \cdot \frac{2^{10} \text{ Mb}}{1 \text{ Gb}} \cdot \frac{2^{10} \text{ Kb}}{1 \text{ Mb}} \cdot \frac{2^{10} \text{ bytes}}{1 \text{ Kb}} = 120 \cdot 2^{30} \text{ bytes} = 1,2885 \cdot 10^{11} \text{ bytes}$$

$$120 \cdot 2^{30} \text{ bytes} \cdot \frac{2^3 \text{ bits}}{1 \text{ byte}} = 120 \cdot 2^{33} \text{ bits} = 1,0308 \cdot 10^{12} \text{ bits}$$

$$b) 512 \text{ Mb} \cdot \frac{2^{10} \text{ Kb}}{1 \text{ Mb}} \cdot \frac{2^{10} \text{ bytes}}{1 \text{ Kb}} = 512 \cdot 2^{20} \text{ byte} = 5,3687 \cdot 10^8 \text{ bytes}$$

$$512 \cdot 2^{20} \text{ byte} \cdot \frac{2^3 \text{ bits}}{1 \text{ byte}} = 512 \cdot 2^{23} \text{ bits} = 4,2949 \cdot 10^9 \text{ bits}$$

$$c) 1,44 \text{ Mb} \cdot \frac{2^{10} \text{ Kb}}{1 \text{ Mb}} \cdot \frac{2^{10} \text{ bytes}}{1 \text{ Kb}} = 1,44 \cdot 2^{20} \text{ byte} = 1,5099 \cdot 10^6 \text{ bytes}$$

$$1,44 \cdot 2^{20} \text{ byte} \cdot \frac{2^3 \text{ bits}}{1 \text{ byte}} = 1,44 \cdot 2^{23} \text{ bits} = 1,2079 \cdot 10^7 \text{ bits}$$

$$d) 650 \text{ Mb} \cdot \frac{2^{10} \text{ Kb}}{1 \text{ Mb}} \cdot \frac{2^{10} \text{ bytes}}{1 \text{ Kb}} = 650 \cdot 2^{20} \text{ byte} = 6,8157 \cdot 10^8 \text{ bytes}$$

$$650 \cdot 2^{20} \text{ byte} \cdot \frac{2^3 \text{ bits}}{1 \text{ byte}} = 650 \cdot 2^{23} \text{ bits} = 5,4526 \cdot 10^9 \text{ bits}$$

110. Página 48

$$\text{Masa del Sol} = 6 \cdot 10^{24} \cdot 3,3 \cdot 10^6 = 19,8 \cdot 10^{30} = 1,98 \cdot 10^{31} \text{ kg.}$$

$$\text{Masa de Plutón} = 1,98 \cdot 10^{31} \cdot 6,6 \cdot 10^{-9} = 13,098 \cdot 10^{22} = 1,3098 \cdot 10^{23} \text{ kg.}$$

111. Página 49

$$a) \log_2 64 = 6 \text{ porque } 2^6 = 64$$

$$c) \ln e^7 = 7$$

$$e) \log_{16} 4 = \frac{1}{2} \text{ porque } 16^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$b) \log_3 9 = 2 \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$d) \log_{25} 125 = \frac{3}{2} \text{ porque } 25^{\frac{3}{2}} = 125$$

$$f) \log_{100} 10 = \frac{1}{2} \text{ porque } 100^{\frac{1}{2}} = 10$$

113. Página 49

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \rightarrow 14\,071 = 10\,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^t \rightarrow \log 1,4071 = \log \left(1 + \frac{5}{100}\right)^t \rightarrow t = \frac{\log 1,4071}{\log 1,05} = 7$$

114. Página 49

$$C_f = 8\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^t \rightarrow \log \left(\frac{C_f}{8\,000}\right) = t \cdot \log(1,02) \rightarrow t = \frac{\log \left(\frac{C_f}{8\,000}\right)}{\log(1,02)}$$

$$a) t = \frac{\log \left(\frac{8\,323,20}{8\,000}\right)}{\log(1,02)} = 2 \text{ años.}$$

$$c) t = \frac{\log \left(\frac{9\,009,30}{8\,000}\right)}{\log(1,02)} = 6 \text{ años.}$$

$$b) t = \frac{\log \left(\frac{8\,832,65}{8\,000}\right)}{\log(1,02)} = 5 \text{ años.}$$

$$d) t = \frac{\log \left(\frac{8\,489,66}{8\,000}\right)}{\log(1,02)} = 3 \text{ años.}$$

115. Página 49

$$\text{a) } \log_2 0,125 = \log_2 \frac{125}{1000} = \log_2 \frac{5^3}{2^3 \cdot 5^3} = \log_2 2^{-3} = -3$$

$$\text{b) } \log_2 0,25 = \log_2 \frac{25}{100} = \log_2 \frac{5^2}{2^2 \cdot 5^2} = \log_2 2^{-2} = -2$$

$$\text{c) } \log_5 0,2 = \log_5 \frac{2}{10} = \log_5 5^{-1} = -1$$

$$\text{d) } \log_5 0,008 = \log_5 \frac{8}{1000} = \log_5 \frac{2^3}{2^3 \cdot 5^3} = \log_5 5^{-3} = -3$$

116. Página 49

$$\text{a) } \log_x 125 = 3 \rightarrow x^3 = 125 \rightarrow x^3 = 5^3 \rightarrow x = 5$$

$$\text{b) } \log_2 x = 1 \rightarrow 2^1 = x \rightarrow x = 2$$

$$\text{c) } \log_x 100 = 2 \rightarrow x^2 = 100 \rightarrow x^2 = 10^2 \rightarrow x = 10$$

$$\text{d) } \log_3 x = -2 \rightarrow 3^{-2} = x \rightarrow x = \frac{1}{3^2}$$

$$\text{e) } \log_x 81 = 3 \rightarrow x^3 = 81 \rightarrow x^3 = 3^4 \rightarrow x = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\text{f) } \log_3 (x+2) = 4 \rightarrow 3^4 = x+2 \rightarrow 81 = x+2 \rightarrow x = 79$$

117. Página 49

$$\text{a) } \log_{15} 9 + \log_{15} 25 = \log_{15} 225 = \log_{15} 15^2 = 2$$

$$\text{b) } \log_6 108 - \log_6 3 = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$$

$$\text{c) } 3 \log_4 2 + \log_4 2 = \log_4 2^3 + \log_4 2 = \log_4 2^4 = \log_4 4^2 = 2$$

$$\text{d) } \log 5 + 2 \log 5 + \log 8 = \log (5^3 \cdot 2^3) = \log 10^3 = 3$$

$$\text{e) } \log_2 18 + 2 \log_2 3 - \log_2 81 = \log_2 \left(\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}{3^4} \right) = \log_2 2 = 1$$

$$\text{f) } 2 - \log_3 27 + 3 \log_5 1 = 2 - 3 + 0 = -1$$

118. Página 49

$$\log 0,7 = -0,1549 \rightarrow \log \frac{7}{10} = -0,1549 \rightarrow \log 7 - \log 10 = -0,1549 \rightarrow \log 7 = 1 - 0,1549 \rightarrow \log 7 = 0,8451$$

119. Página 49

$$\text{a) } \log_3 8 \cdot \log_2 3 = \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \log_2 3 = \log_2 2^3 = 3$$

$$\text{c) } \log 8 \cdot \log_2 100 = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 10} \cdot 2 \log_2 10 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\text{b) } \log_3 5 \cdot \log_5 27 = \log_3 5 \cdot \frac{\log_3 27}{\log_3 5} = \log_3 3^3 = 3$$

$$\text{d) } \log_4 81 \cdot \log_3 16 = 4 \log_4 3 \cdot \frac{\log_4 4^2}{\log_4 3} = 4 \cdot 2 = 8$$

DEBES SABER HACER

1. Página 49

$$a) (-5)^{-2} \cdot \frac{15^{-2}}{5} = 5^{-2} \cdot \frac{5^{-2} \cdot 3^{-2}}{5} = 3^{-2} \cdot 5^{-5}$$

$$b) -\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{2^2}{3}\right)^{-1} = -\frac{1}{2^{-2}} \cdot \frac{2^{-2}}{3^{-1}} = \frac{3^{-1}}{2^{-4}} = \frac{2^4}{3}$$

2. Página 49

$$a) \sqrt{27} - 2(2\sqrt{12} + \sqrt{75}) = 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -15\sqrt{3}$$

$$b) (\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{15})^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{5}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{12}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 5^2}$$

3. Página 49

$$a) \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5^5}}{\sqrt[3]{5^2} \sqrt[3]{5^5}} = \frac{2}{5} \sqrt[3]{5^5}$$

$$b) \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}+4}{3-8} = -\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}+4}{5}$$

4. Página 49

$$a) 1,272 \cdot 10^5 + 3,47 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^4 = 12,72 \cdot 10^4 + 347 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4 = 354,72 \cdot 10^4 = 3,5472 \cdot 10^6$$

$$b) \frac{5,125 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^4} \cdot 3,2 \cdot 10^5 = 8,2 \cdot 10^0 = 8,2$$

5. Página 49

$$a) \log_x 36 = 2 \rightarrow x^2 = 6^2 \rightarrow x = 6$$

$$b) \log_5 x = -3 \rightarrow 5^{-3} = x \rightarrow x = \frac{1}{125}$$

$$c) \log_4 32 = x \rightarrow 4^x = 32 \rightarrow 4^x = 4^{\frac{5}{2}} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

120. Página 50

a) Un terremoto de escala 7 es 10^7 mayor que un terremoto de escala 1. Por tanto, si hace dos años se produjo un terremoto de escala 3 (10^3 mayor a un terremoto de escala 1), el de esta madrugada fue $10^7 : 10^3 = 10^4$ veces mayor que el anterior.

b) Tendrá 2 réplicas hasta llegar a ser un terremoto menor, de escala 3, ya que $10^7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} = 10^3$.

c) El volumen de un camión es $2,5 \cdot 3 \cdot 15 = 112,5 \text{ m}^3$.

Por otro lado, si una tonelada de TNT ocupa $0,6 \text{ m}^3$, entonces $1,5 \cdot 10^{43}$ toneladas de TNT ocupan $1,5 \cdot 10^{43} \cdot 0,6 = 9 \cdot 10^{42} \text{ m}^3$.

Por tanto: $\frac{9 \cdot 10^{42}}{112,5} = 8 \cdot 10^{40}$ camiones son necesarios para cargar toda la dinamita.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

121. Página 50

- a) $2^{-30} = 0,000000000931322 = 9,31322 \cdot 10^{-10}$
 b) $5^{-10} = 0,0000001024 = 1,024 \cdot 10^{-7}$
 c) $3^{-20} = 2,867972 \cdot 10^{-10}$
 d) $7^{-15} = 2,106344 \cdot 10^{-13}$

122. Página 50

- a) $\sqrt[n]{a} < a$, cuando $a > 1$.
 b) $\sqrt[n]{a} > a$, cuando $0 < a < 1$.

123. Página 50

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1}{1+\sqrt[n]{a}} &= \frac{1-\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{(1+\sqrt[n]{a}) \cdot (1-\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2})} = \frac{1-\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{1-\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}+\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{a^2}+\sqrt[n]{a^3}} = \frac{1-\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{1+a} \\ \text{b)} \quad \frac{1}{1-\sqrt[n]{a}} &= \frac{1+\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{(1-\sqrt[n]{a}) \cdot (1+\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2})} = \frac{1+\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{1+\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}-\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{a^2}-\sqrt[n]{a^3}} = \frac{1+\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a^2}}{1-a} \end{aligned}$$

124. Página 50

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}} = \frac{(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})}{(\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}) \cdot (\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})} = \frac{(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}}$$

Volvemos a racionalizar n veces, hasta que eliminemos totalmente todas las raíces del denominador:

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}} = \frac{(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}} = \frac{(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}) \cdot (\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}} = \frac{(\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}) \cdot (\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}) \cdot \dots \cdot (\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b})}{a-b}$$

125. Página 50

- a) $0,8^x = 0,512 \rightarrow \left(\frac{8}{10}\right)^x = \left(\frac{512}{10^3}\right) \rightarrow \left(\frac{2^3}{2 \cdot 5}\right)^x = \left(\frac{2^9}{2^3 \cdot 5^3}\right) \rightarrow \left(\frac{2^3}{2 \cdot 5}\right)^x = \left(\frac{2^3}{2 \cdot 5}\right)^3 \rightarrow x = 3$
 b) $x^{0,25} = 2 \rightarrow x = 2^{\frac{1}{0,25}} = 2^4 = 16$
 c) $0,36^{\frac{1}{x}} = 0,046656 \rightarrow \left(\frac{36}{10^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{46656}{10^6}\right) \rightarrow \left(\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 5^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{2^6 \cdot 3^6}{2^6 \cdot 5^6}\right) \rightarrow \left(\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 5^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 5^2}\right)^3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$
 d) $0,03125^x = 32 \rightarrow \left(\frac{3125}{10^5}\right)^x = 2^5 \rightarrow \left(\frac{5^5}{2^5 \cdot 5^5}\right)^x = 2^5 \rightarrow (2^{-5})^x = 2^5 \rightarrow x = -1$
 e) $x^{\frac{1}{3}} = 20 \rightarrow x = 20^3 = 8000$
 f) $x^{\frac{1}{4}} = 3 \rightarrow x = 3^4 = 81$

126. Página 50

a) Por el teorema de Pitágoras:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{16^2 + 16^2} = \sqrt{512} = \sqrt{2^9} = 16\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$BM = BG = \frac{1}{2}AB = 8 \rightarrow MG = \sqrt{BG^2 + BM^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{2^7} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{b) } DE = \frac{1}{2}AC = \frac{16}{2}\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm} \quad HE = \frac{1}{2}DE = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$HD = HE + DE = 4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{c) } GH = HE = 4\sqrt{2} \text{ cm} \quad FH = \sqrt{EH^2 + EF^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{d) Triángulo } CED \rightarrow A = \frac{CE \cdot ED}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } DEA \rightarrow A = \frac{DE \cdot EA}{2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } CIG \rightarrow A = \frac{CI \cdot IG}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } HEF \rightarrow A = \frac{HE \cdot EF}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Triángulo } GBM \rightarrow A = \frac{GB \cdot BM}{2} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Cuadrado } HEIG \rightarrow A = EH \cdot HG = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Romboide } HFAM \rightarrow A = AM \cdot \frac{BG}{2} = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$

e) Todas las figuras tienen lados expresados por radicales.

f) No hay ninguna figura cuya área venga expresada por un radical de índice 2.

PRUEBAS PISA

$$\text{a) } C = C_0 \cdot 2,72^{-0,12094 \cdot 5,73} = 0,5 \cdot C_0$$

$$\text{b) } C = \frac{1}{4}C_0 \rightarrow \frac{1}{4} = 2,72^{-0,12094 \cdot t} \rightarrow -\log 4 = -0,12094 \cdot t \cdot \log 2,72 \rightarrow t = 11,45542 \text{ años.}$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{3}C_0 \rightarrow \frac{1}{3} = 2,72^{-0,12094 \cdot t} \rightarrow -\log 3 = -0,12094 \cdot t \cdot \log 2,72 \rightarrow t = 9,078208 \text{ años.}$$