

Proporcionalidad numérica

2

PUNTO DE PARTIDA

Página 25

Si llamamos x al número de familias que abastece el molino más grande del mundo en un año, la proporción que relaciona esta cantidad con el número de MW que genera es: $\frac{1250}{1,5} = \frac{x}{6}$.

Para calcular x multiplicamos en cruz y despejamos: $\frac{1250}{1,5} = \frac{x}{6} \rightarrow 1250 \cdot 6 = 1,5 \cdot x \rightarrow x = \frac{7500}{1,5} = 5000$

El molino más grande del mundo puede abastecer a 5 000 familias en un año.

El 28 % de la energía necesaria en la Península es de 10 000 MW, llamamos T a la energía total que se requiere para abastecer el país, es decir:

$$\frac{28}{100} \cdot T = 0,28 \cdot T = 10000 \rightarrow T = \frac{10000}{0,28} = 35714,29 \text{ MW}$$

ACTIVIDADES

1. Página 26

- a) La razón de páginas que hemos leído es $\frac{95}{350} = \frac{19}{70}$; es decir, de cada 70 páginas hemos leído 19.
- b) La razón de km que hemos recorrido es $\frac{260}{600} = \frac{13}{30}$; es decir, de cada 30 km hemos recorrido 13.
- c) La razón de cromos que tiene Silvia es $\frac{28}{72} = \frac{7}{18}$; es decir, de cada 18 cromos tiene 7.
- d) La razón de dientes que tiene el bebé es $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$; es decir, de cada 8 dientes al bebé le ha salido 1.

2. Página 26

La razón de azulejos que ha puesto cada hora viene dada por $\frac{280}{14} = 20$; es decir, ha puesto 20 azulejos cada hora.

Si tarda 42 horas en poner 840 azulejos, la razón de azulejos que pone cada hora viene dada por $\frac{840}{42} = 20$.

Como la razón es la misma en ambos casos, las cantidades forman una proporción y podemos afirmar que tardará 42 horas en poner 840 azulejos.

3. Página 26

Si llamamos x al número de m^2 que se necesitan para aparcar 250 coches, la proporción que relaciona estas cantidades es $\frac{385}{35} = \frac{x}{250}$.

Para calcular x multiplicamos en cruz y despejamos: $\frac{385}{35} = \frac{x}{250} \rightarrow 385 \cdot 250 = 35 \cdot x \rightarrow x = \frac{96250}{35} = 2750$

Se necesitan 2 750 m^2 para aparcar 250 coches.

4. Página 27

Si en una hora se han llenado 3,5 ℓ, en tres horas se llenarían $3,5 \cdot 3 = 10,5$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y el de *horas* son directamente proporcionales.

5. Página 27

a) Para pasar de 100 km a 350 km estamos multiplicando por $350 : 100 = 3,5$.

Si en 100 km se han consumido 7 ℓ, en 350 km horas se consumirían $3,5 \cdot 7 = 24,5$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y el de *km* son directamente proporcionales.

b) Para pasar de 90 km/h a 120 km/h estamos multiplicando por $120 : 90 = 1,3\bar{3}$.

Si a 90 km/h se consumen 7 ℓ, a 120 km/h se consumirán $1,3\bar{3} \cdot 7 = \frac{4}{3} \cdot 7 = \frac{28}{3} = 9,3\bar{3} \neq 12$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y la *velocidad* no son directamente proporcionales.

c) Si una barra de pan vale 0,90 €, cinco barras valdrían $0,90 \cdot 5 = 4,50 \neq 4,10$ €.

Por tanto, las *barras de pan* y el *precio* no son directamente proporcionales.

6. Página 28

Los litros de gasolina y el precio son cantidades directamente proporcionales. Si cada litro vale 1,339 €, y a Jesús le ha costado 66,95 €. Ha puesto $\frac{66,95}{1,339} = 50$ ℓ de gasolina.

7. Página 28

Las estanterías y el número de videojuegos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 27 videojuegos $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 3 estanterías

Para 36 videojuegos $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x estanterías

La proporción que tenemos será $\frac{27}{36} = \frac{3}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{27}{36} = \frac{3}{x} \rightarrow 27 \cdot x = 36 \cdot 3 = 108 \rightarrow x = \frac{108}{27} = 4$

Para 36 libros necesito 4 estanterías.

8. Página 28

Las kcal y el peso son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 100 g $\xrightarrow{\text{tiene}}$ 54 kcal

Por 125 g $\xrightarrow{\text{tiene}}$ x kcal

La proporción que tenemos será $\frac{100}{125} = \frac{54}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{125} = \frac{54}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 54 \cdot 125 = 6750 \rightarrow x = \frac{6750}{100} = 67,5$

Un yogurt de 125 g tiene 67,5 kcal.

9. Página 28

El número de socios y la recaudación son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para recaudar 1 400 € $\xrightarrow{\text{la asociación tiene}}$ 35 socios

Para recaudar 2 000 € $\xrightarrow{\text{la asociación tiene}}$ x socios

La proporción que tenemos será $\frac{1400}{2000} = \frac{35}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{1400}{2000} = \frac{35}{x} \rightarrow 1400 \cdot x = 35 \cdot 2000 = 70\,000 \rightarrow x = \frac{70\,000}{1400} = 50$$

Para recaudar 2 000 € son necesarios 50 socios, es decir, se han apuntado $50 - 35 = 15$ socios nuevos.

10. Página 29

- a) A medida que aumentamos la velocidad, los kilómetros recorridos aumentan; por tanto, las magnitudes no son inversamente proporcionales.
- b) Si en hacer un trabajo una persona tarda un tiempo determinado, al aumentar el número de personas que lo realizan, el tiempo total se divide entre el número de personas; es decir, son magnitudes inversamente proporcionales.
- c) A medida que aumenta la edad de un niño, su estatura aumenta también; por tanto, las magnitudes no son inversamente proporcionales.
- d) A medida que aumentan las horas de luz solar, disminuyen las horas que necesitamos tener la luz encendida, por tanto, disminuye el consumo de electricidad; es decir, son magnitudes inversamente proporcionales.

11. Página 29

Si el cliente compra 5 000 sobres, cada sobre vale 0,60 €; si compra el triple, es decir 15 000 sobres, cada sobre costaría la tercera parte, $\frac{0,60}{3} = 0,20$ €.

El *número de sobres* que se compran y el *precio* de cada sobre son inversamente proporcionales.

12. Página 30

La cantidad de gallinas y el tiempo que tardan en comerse el saco de pienso son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 30 gallinas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 10 min

50 gallinas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x min

La proporción que tenemos será: $\frac{30}{50} = \frac{x}{10}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{30}{50} = \frac{x}{10} \rightarrow 10 \cdot 30 = 50 \cdot x \rightarrow x = \frac{300}{50} = 6$$

50 gallinas tardarán 6 minutos en comerse un saco de pienso.

13. Página 30

La cantidad de personas y el tiempo que tardan en pintar un bloque de pisos son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 10 personas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 30 días

15 personas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{10}{15} = \frac{x}{30}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{15} = \frac{x}{30} \rightarrow 10 \cdot 30 = 15 \cdot x \rightarrow x = \frac{300}{15} = 20$$

15 personas tardarán 20 días en pintar el bloque de pisos.

14. Página 30

La cantidad de días que me dura el dinero que tengo y el gasto diario son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 días $\xrightarrow{\text{puedo gastar}}$ 8 €/día

15 días $\xrightarrow{\text{puedo gastar}}$ x €/día

La proporción que tenemos será $\frac{12}{15} = \frac{x}{8}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{12}{15} = \frac{x}{8} \rightarrow 12 \cdot 8 = 15 \cdot x \rightarrow x = \frac{96}{15} = 6,4$$

Para que el dinero dure 15 días tengo que gastar 6,4 euros diarios.

15. Página 30

La cantidad de máquinas y el tiempo que tardan en embotellar un pedido son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 6 h $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 16 máquinas

4 h $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x máquinas

La proporción que tenemos será $\frac{6}{4} = \frac{x}{16}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{6}{4} = \frac{x}{16} \rightarrow 16 \cdot 6 = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{96}{4} = 24$$

Para hacer el pedido en 4 horas se necesitan 24 máquinas.

16. Página 31

Por cada 100 ℓ de aire limpio que respiramos hay 21 ℓ de oxígeno. Para calcular la cantidad de oxígeno en 2 ℓ de aire construimos la regla de tres directa:

100 ℓ de aire $\xrightarrow{\text{tiene}}$ 21 ℓ de oxígeno

2 ℓ de aire $\xrightarrow{\text{tiene}}$ x ℓ de oxígeno

La proporción que tenemos será $\frac{100}{2} = \frac{21}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{2} = \frac{21}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 21 \cdot 2 \rightarrow x = \frac{42}{100} = 0,42$

Respirando 2 ℓ de aire limpio, respiramos 0,42 ℓ de oxígeno.

Por cada 100 ℓ de aire en ciudad que respiramos hay 14 ℓ de oxígeno. Construimos la regla de tres directa:

100 ℓ de aire $\xrightarrow{\text{tiene}}$ 14 ℓ de oxígeno

2 ℓ de aire $\xrightarrow{\text{tiene}}$ x ℓ de oxígeno

La proporción que tenemos será $\frac{100}{2} = \frac{14}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{2} = \frac{14}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 14 \cdot 2 \rightarrow x = \frac{28}{100} = 0,28$

Respirando 2 ℓ de aire en ciudad, respiramos 0,28 ℓ de oxígeno. Cada vez que respiramos dejamos de respirar por estar contaminado $0,42 - 0,28 = 0,14$ ℓ de oxígeno.

17. Página 31

Por cada 100 € del precio original, se pagarán en rebajas 90 €. Para calcular la cantidad que costará en rebajas el jersey construimos la regla de tres directa:

100 € $\xrightarrow{\text{en rebajas}}$ 90 €

42 € $\xrightarrow{\text{en rebajas}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{100}{42} = \frac{90}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{42} = \frac{90}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 90 \cdot 42 \rightarrow x = \frac{3780}{100} = 37,80$

El precio del jersey en rebajas es de 37,80 €.

18. Página 31

Sin IVA el total de la factura del cliente asciende a $9,16 + 16,25 + 7,78 = 33,19$ €.

Por cada 100 € del precio sin IVA, se pagarán 110 €.

100 € $\xrightarrow{\text{con IVA}}$ 110 €

33,19 € $\xrightarrow{\text{con IVA}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{100}{33,19} = \frac{110}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{33,19} = \frac{110}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 110 \cdot 33,19 \rightarrow x = \frac{3650,9}{100} = 36,51$ €

El precio después de añadir el IVA es de 36,51 €.

19. Página 32

Si al precio de la raqueta sin IVA, que es el 100 %, se le aumenta el 21 % del IVA, el precio final de la raqueta será del $100 + 21 = 121$ %. Por tanto, el precio final con IVA será:

$$121 \% \text{ de } 182 \text{ €} = \frac{121}{100} \cdot 182 = 1,21 \cdot 182 = 220,22 \text{ €}$$

El precio de la raqueta con IVA es de 220,22 €.

20. Página 32

El precio de la entrada ha subido un 9,5 %. Por tanto, el precio actual de la entrada será:

$$109,5 \% \text{ de } 12 \text{ €} = \frac{109,5}{100} \cdot 12 = 1,095 \cdot 12 = 13,14 \text{ €}$$

El precio actual de la entrada es 13,14 €.

21. Página 32

La autonomía del móvil, el 100 %; ha disminuido un 28 %. Por tanto, la autonomía del móvil será:

$$72 \% \text{ de } 6 \text{ h} = \frac{72}{100} \cdot 6 = 0,72 \cdot 6 = 4,32 \text{ horas}$$

Ahora el móvil tiene 4,32 horas de autonomía.

22. Página 32

El precio del arreglo, el 100 %; ha tenido un descuento de un 15 %, con ese descuento el precio ha sido de 328 €, así que si x es el coste del arreglo:

$$85 \% \text{ de } x \text{ €} = 328 \rightarrow \frac{85}{100} \cdot x = 328 \rightarrow 0,85x = 328 \rightarrow x = \frac{328}{0,85} = 385,88 \text{ €}$$

El arreglo costaba 385,88 €.

23. Página 32

Por cada 10 € del precio los días de diario, se pagarán en fin de semana 11,5 €. Para calcular el porcentaje que ha aumentado el precio construimos la regla de tres directa:

$$10 \text{ €} \xrightarrow{\text{el fin de semana}} 11,50 \text{ €}$$

$$100 \text{ €} \xrightarrow{\text{el fin de semana}} x \text{ €}$$

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100} = \frac{11,5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{100} = \frac{11,5}{x} \rightarrow 10 \cdot x = 11,5 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{1150}{10} = 115 \%$$

El porcentaje que aumentan el precio será de $115 - 100 = 15 \%$.

24. Página 33

Si al precio inicial, el 100 %, se le sube un 24 %, el precio será el $100 + 24 = 124$ % del precio inicial.

Al rebajar el 20 %, el precio será el $100 - 20 = 80$ % del precio aumentado.

Es decir, el precio de la televisión será:

$$80\% \text{ del } 124\% \text{ de } 458 \text{ €} = \frac{80}{100} \cdot \frac{124}{100} \cdot 458 = 0,8 \cdot 1,24 \cdot 458 = 454,336 = 454,34 \text{ €}.$$

El precio de la televisión será de 454,34 €.

25. Página 33

Si la cantidad inicial, el 100 %, disminuye un 17,5 %, la cantidad en agosto será el $100 - 17,5 = 82,5$ % de la cantidad inicial.

Al aumentar el 21 %, la cantidad en septiembre será $100 + 21 = 121$ % de la cantidad en agosto.

La cantidad de basura al terminar septiembre será:

$$121\% \text{ del } 82,5\% \text{ de } 56 \text{ kg} = \frac{121}{100} \cdot \frac{82,5}{100} \cdot 56 = 1,21 \cdot 0,825 \cdot 56 = 55,90 \text{ kg}.$$

Al terminar septiembre los vecinos generan 55,90 kg diarios de basura.

26. Página 33

Si la cantidad inicial, el 100 %, disminuye un 23 %, la cantidad después del incendio será $100 - 23 = 77$ % de la cantidad inicial.

Al aumentar el 11 %, la cantidad final de árboles será $100 + 11 = 111$ % de la cantidad después del incendio.

La cantidad árboles después de la repoblación será:

$$111\% \text{ del } 77\% \text{ de } 16\,000 \text{ ha} = \frac{111}{100} \cdot \frac{77}{100} \cdot 16\,000 = 1,11 \cdot 0,77 \cdot 16\,000 = 13\,675,2 \text{ ha}.$$

Quedan por repoblar $16\,000 - 13\,675,2 = 2\,324,8 \text{ ha}$.

27. Página 33

Si el valor inicial, el 100 %, disminuye un 18 %, el valor después de la matriculación será $100 - 18 = 82$ % del valor inicial.

Al sufrir una depreciación del 10 %, el valor al final de cada año será el $100 - 10 = 90$ % del valor del año anterior.

El valor al final del tercer año será:

90 % del 90 % del 90 % del 82 % de 15 000 €:

$$\frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{82}{100} \cdot 15\,000 = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,82 \cdot 15\,000 = 8\,966,7 \text{ €}$$

El valor del coche al final del tercer año será de 8 966,7 €.

28. Página 34

$$i = 2260 - 2000 = 260$$

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=2000, i=260, r=3,25} 260 = \frac{2000 \cdot 3,25 \cdot t}{100} = t \cdot 65 \rightarrow t = \frac{260}{65} = 4 \text{ años.}$$

Ha mantenido el dinero durante 4 años.

29. Página 34

$$i = 3788,75 - 3500 = 288,75$$

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=3500, i=288,75, t=3} 288,75 = \frac{3500 \cdot r \cdot 3}{100} = t \cdot 105 \rightarrow t = \frac{288,75}{105} = 2,75 \text{ \%.}$$

Hemos puesto el capital a un rédito del 2,75 %.

30. Página 34

$$i = 2 \cdot C - C = C$$

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C, i=C, r=7,5} C = \frac{C \cdot 7,5 \cdot t}{100} = C \cdot t \cdot 0,075 \rightarrow t = \frac{C}{C \cdot 0,075} = 13,3 = 13 + \frac{1}{3} \text{ años.}$$

13 años y un tercio de año debemos mantener el capital al 7,5 % de rédito para duplicarlo.

31. Página 34

$$23 \text{ meses} = \frac{23}{12} \text{ años}$$

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=2700, r=5,5, t=\frac{23}{12}} i = \frac{2700 \cdot 5,5 \cdot \frac{23}{12}}{100} = 284,625 = 284,63 \text{ €.}$$

La cantidad que retiraremos será $2700 + 284,63 = 2984,63 \text{ €}$.

32. Página 34

Con los intereses de la primera oferta obtendremos:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500, r=5,2, t=4} i = \frac{4500 \cdot 5,2 \cdot 4}{100} = 936 \text{ €.}$$

El beneficio total de la primera oferta será $936 + 180 = 1116 \text{ €}$.

Los beneficios de la segunda oferta el primer año serán:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500, r=6, t=1} i = \frac{4500 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 270 \text{ €}$$

Los beneficios los tres años siguientes serán:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500, r=4,8, t=3} i = \frac{4500 \cdot 4,8 \cdot 3}{100} = 648 \text{ €}$$

El beneficio total de la segunda oferta será $270 + 648 = 918 \text{ €}$.

Es más ventajosa la primera oferta.

33. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=5600, r=3,8; t=10} C_{Total} = 5600 \cdot \left(1 + \frac{3,8}{100}\right)^{10} = 8131,33 \text{ €}.$$

El capital final será 8 131,33 €.

34. Página 35

Que los intereses se acumulen cuatrimestralmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes a los cuatro últimos meses y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (k). Puesto que el año tiene 3 cuatrimestres:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \xrightarrow{C=14000, r=2,4; t=12, k=3} C_{Total} = 14000 \cdot \left(1 + \frac{2,4}{3 \cdot 100}\right)^{3 \cdot 12} = 18651,22 \text{ €}.$$

El capital final será de 18 651,22 €.

35. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=13506,10, r=3; t=4} 13506,10 = C \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4 = C \cdot 1,12550881$$

$$\rightarrow C = \frac{13506,10}{1,1255088} = 12000 \text{ €}$$

El dinero que invirtió fue 12 000 €.

36. Página 35

Que los intereses se acumulen mensualmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes al último mes y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (k). Puesto que el año tiene 12 meses:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \xrightarrow{C=25000, r=5; t=5, k=12} C_{Total} = 25000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot 5} = 32083,97 \text{ €}.$$

El capital final será de 32 083,97 €.

37. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=896,91, r=2,9; t=4} 896,91 = C \cdot \left(1 + \frac{2,9}{100}\right)^4 = C \cdot 1,1211443$$

$$\rightarrow C = \frac{896,91}{1,1211443} = 800 \text{ €}$$

El dinero que costaba la televisión inicialmente era de 800 €.

ACTIVIDADES FINALES

38. Página 36

- a) La razón de colonia que he gastado es $\frac{28}{50} = \frac{14}{25}$; es decir, de cada 25 ml de colonia hemos gastado 14 ml.
- b) La razón de unidades que ha estudiado Antonio es $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$; es decir, de cada 4 unidades ha estudiado 3.
- c) La razón de flores que han salido es $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$; es decir, de cada 7 semillas han salido 4 flores.
- d) La razón de bocadillos que ha vendido Juan es $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$; es decir, de cada 12 bocadillos ha vendido 5.
- e) La razón de arroz utilizado es $\frac{300}{500} = \frac{3}{5}$, es decir, de cada 5 gramos de arroz se usan 3.
- f) La razón de revistas repartidas es $\frac{122}{600} = \frac{61}{300}$, es decir, de cada 300 revistas reparten 61.

39. Página 36

- a) Falsa. Si un albañil tarda 2 semanas, tres albañiles tardarán menos tiempo.
- b) Verdadera. Si tres barras de pan cuestan 1,80 €, la razón del precio por la cantidad de barras de pan es $\frac{1,80}{3} = 0,60$ €. Si ahora la cantidad de barras de pan fuese 10, y pagamos por ellas 6 €, la razón entre el precio y la cantidad de barras de pan es $\frac{6}{10} = 0,60$ €. La razón es la misma, por tanto la afirmación es verdadera.
- c) Verdadera. Si hay cinco personas para compartir una ración de 20 gambas, la razón de gambas por persona es: $\frac{20}{5} = 4$.
- d) Falsa. Si en 3 saltos recorre 8 m, la razón de distancia por salto es $\frac{8}{3} = 2,6$. Si en 9 saltos recorre 16 m, la razón de distancia por salto es $\frac{16}{9} = 1,7$. Las razones son distintas, por tanto la afirmación es falsa.

40. Página 36

La razón entre la distancia real y la distancia en el mapa viene dada por $\frac{286}{13} = \frac{484}{22} = 22$; es decir, cada cm en el mapa representa 22 km en la realidad. Por tanto, si la distancia entre Cádiz y León en el mapa mide 35 cm, la distancia real será $35 \cdot 22 = 770$ km.

41. Página 36

La razón de litros por vaso viene dada por $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$ ℓ; es decir, en cada vaso cogen 0,25 ℓ. Si tuviéramos 15 vasos tendríamos que usar $15 \cdot 0,25 = 3,75$ ℓ.

42. Página 36

$$80 \text{ m}^3 = 80\,000 \text{ ℓ}$$

La razón de peces por litro que pueden vivir en el agua viene dada por $\frac{2400}{80\,000} = \frac{3}{100} = 0,03$.

En 200 ℓ de agua podrán vivir $200 \cdot 0,03 = 6$ peces.

43. Página 36

- a) Si el tamaño del jardín se multiplica por dos, el volumen de agua consumida se duplica. Si el tamaño se triplica, el volumen de agua también. Son dos magnitudes directamente proporcionales.
- b) Si una gallina puede poner un número determinado de huevos, dos podrán poner el doble, tres el triple. Son dos magnitudes directamente proporcionales.
- c) A medida que aumenta la altura del caballo también lo hace su peso, son magnitudes directamente proporcionales.
- d) Si se multiplica por dos la profundidad del buzo, la presión a la que se ve sometido se duplica. Si se triplica la profundidad la presión también. Son magnitudes directamente proporcionales.

44. Página 36

El número de horas y el sueldo son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 5 horas de trabajo $\xrightarrow{\text{sueldo}}$ 45 €

Por 12 horas de trabajo $\xrightarrow{\text{sueldo}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{5}{12} = \frac{45}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{5}{12} = \frac{45}{x} \rightarrow 5 \cdot x = 45 \cdot 12 = 540 \rightarrow x = \frac{540}{5} = 108$$

Por 12 horas, el sueldo será: 108 €.

45. Página 36

Si da 18 vueltas a un circuito de 17 km, recorre una distancia de $17 \cdot 18 = 306$ km.

La distancia recorrida y la gasolina consumida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 100 km $\xrightarrow{\text{consume}}$ 67 ℓ

Por 306 km $\xrightarrow{\text{consume}}$ x ℓ

La proporción que tenemos será $\frac{100}{306} = \frac{67}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{100}{306} = \frac{67}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 306 \cdot 67 = 20\,502 \rightarrow x = \frac{20\,502}{100} = 205,02$$

La gasolina consumida en 306 km será 205,02 ℓ.

46. Página 36

$$\frac{20}{40} = \frac{a}{12} = \frac{b}{18} = \frac{32}{c}$$

Multiplicamos en cruz para obtener las cantidades desconocidas:

$$20 \cdot 12 = 40 \cdot a \rightarrow a = \frac{240}{40} = 6, \quad 20 \cdot 18 = 40 \cdot b \rightarrow b = \frac{360}{40} = 9 \quad \text{y} \quad 20 \cdot c = 40 \cdot 32 \rightarrow c = \frac{1280}{20} = 64$$

47. Página 36

El número de vacas y los litros de leche producidos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para producir 300 ℓ de leche $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 12 vacas

Para producir 500 ℓ de leche $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x vacas

La proporción que tenemos será $\frac{300}{500} = \frac{12}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{300}{500} = \frac{12}{x} \rightarrow 300 \cdot x = 500 \cdot 12 = 6\,000 \rightarrow x = \frac{6\,000}{300} = 20$

Para producir 500 ℓ necesitamos 20 vacas. Deberían comprar $20 - 12 = 8$ vacas.

48. Página 36

La velocidad y la distancia recorrida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para recorrer 164 km $\xrightarrow{\text{la velocidad es}}$ 35 km/h

Para recorrer 225 km $\xrightarrow{\text{la velocidad es}}$ x km/h

La proporción que tenemos será $\frac{164}{225} = \frac{35}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{164}{225} = \frac{35}{x} \rightarrow 164 \cdot x = 35 \cdot 225 = 7\,875 \rightarrow x = \frac{7\,875}{164} = 48,02$

Para recorrer 225 km debería haber ido a una velocidad de 48,02 km/h.

49. Página 36

Los escaños y el porcentaje de votos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Con el 52 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ 8 escaños

Con el 39 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ x escaños

$$\frac{52}{39} = \frac{8}{x} \rightarrow 52 \cdot x = 39 \cdot 8 = 312 \rightarrow x = \frac{312}{52} = 6$$

El partido que ha obtenido el 39 % de los votos obtiene 6 escaños.

Veamos que sucede para el otro partido.

Planteamos la regla de tres: Con el 52 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ 8 escaños

Con el 13 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ x escaños

$$\frac{52}{13} = \frac{8}{x} \rightarrow 52 \cdot x = 13 \cdot 8 = 104 \rightarrow x = \frac{104}{52} = 2$$

El partido que ha obtenido el 13 % de los votos obtiene 2 escaños.

50. Página 36

La cantidad de leche y las personas que comen el helado son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 6 personas $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 750 ml de leche

Para 10 personas $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ x ml de leche

La proporción que tenemos será $\frac{6}{10} = \frac{750}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{6}{10} = \frac{750}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 750 \cdot 10 = 7\,500 \rightarrow x = \frac{7\,500}{6} = 1\,250$

Para 10 personas son necesarios 1 250 ml de leche.

51. Página 36

La distancia recorrida y la gasolina consumida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Con 7,3 ℓ $\xrightarrow{\text{recorre}}$ 100 km

Con 4 ℓ $\xrightarrow{\text{recorre}}$ x km

La proporción que tenemos será $\frac{7,3}{4} = \frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{7,3}{4} = \frac{100}{x} \rightarrow 7,3 \cdot x = 100 \cdot 4 = 400 \rightarrow x = \frac{400}{7,3} = 54,79$

Con 4 ℓ de gasolina puede recorrer 54,79 km.

52. Página 36

Por el método de reducción a la unidad. Por cada gramo de canelones la cantidad de colesterol es

$\frac{118}{100} = 1,18$ mg. Por tanto, en 185 g habrá $1,18 \cdot 185 = 218,3$ mg = 0,2183 g.

53. Página 37

Método de reducción a la unidad: Por cada lavadora los kg de ropa lavada son $\frac{420}{4} = 105$.

Por tanto, si compra 2 lavadoras más tendrá 6 lavadoras, y podrán lavar $105 \cdot 6 = 630$ kg de ropa a la semana.

54. Página 37

El volumen de arena y los camiones necesitados son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 3 750 m³ $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 250 camiones

Para 4 500 m³ $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ x camiones

La proporción que tenemos será $\frac{3\,750}{4\,500} = \frac{250}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$\frac{3\,750}{4\,500} = \frac{250}{x} \rightarrow 3\,750 \cdot x = 250 \cdot 4\,500 = 1\,125\,000 \rightarrow x = \frac{1\,125\,000}{3\,750} = 300$

El número de camiones necesarios para extraer 4 500 m³ es 300.

55. Página 37

- a) Si tenemos la mitad de agua y la mitad de aire, y dividimos la cantidad de agua a la mitad, nos quedaría un cuarto de agua y tres cuartos de aire, pero tres cuartos no es el doble de un medio. Por tanto no son dos magnitudes inversamente proporcionales.
- b) Si para hacer un trabajo una persona necesita una cantidad de tiempo determinado, dos personas necesitarán la mitad, tres la tercera parte. Son dos magnitudes inversamente proporcionales.
- c) Cuantos más días de lluvia haya, mayor será la cosecha de trigo. Por tanto no son dos magnitudes inversamente proporcionales.
- d) Bajo unas condiciones constantes de temperatura, en un gas se verifica $P \cdot V = cte$, por tanto, si multiplicamos la presión por dos, el volumen se divide a la mitad. Son dos magnitudes inversamente proporcionales.
- e) Si estamos llenando un depósito con un grifo y añadimos otro, se llenaría más rápido. Por lo tanto el tiempo que tarda en llenarse un depósito y el número de grifos que lo llenan son magnitudes inversamente proporcionales.
- f) Si tenemos un paquete de comida y lo come un perro dura más que si lo comen dos perros, así que a más perros menos dura la comida. Son magnitudes inversamente proporcionales.

56. Página 37

El número de dioptrías y la distancia a la que no podemos ver son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 2 dioptrías $\xrightarrow{\text{visión borrosa a}}$ 50 cm

4 dioptrías $\xrightarrow{\text{visión borrosa a}}$ x cm

La proporción que tenemos será $\frac{2}{4} = \frac{x}{50}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{2}{4} = \frac{x}{50} \rightarrow 2 \cdot 50 = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{100}{4} = 25$$

Charo no ve los objetos con nitidez a partir de 25 cm.

57. Página 37

El número de ovejas y los días en que tardan en comer la hierba de la parcela son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 ovejas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 4 días

32 ovejas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{12}{32} = \frac{x}{4}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{12}{32} = \frac{x}{4} \rightarrow 12 \cdot 4 = 32 \cdot x \rightarrow x = \frac{48}{32} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ días.}$$

32 ovejas tardarían 1 día y medio.

58. Página 37

La temperatura y las horas que tarda en congelarse el pollo son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: A -10°C $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 4 horas

A -18°C $\xrightarrow{\text{tarda}}$ x horas

La proporción que tenemos será $\frac{-10}{-18} = \frac{x}{4}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{-10}{-18} = \frac{x}{4} \rightarrow -10 \cdot 4 = -18 \cdot x \rightarrow x = \frac{-40}{-18} = \frac{20}{9} = 2,2$

A -18°C , el pollo tardaría en congelarse $2,2$ horas.

59. Página 37

La cantidad de personas que tienen que alimentar y los días para los que son suficientes los alimentos son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: Para 63 personas $\xrightarrow{\text{la comida durará}}$ 8 días

Para 72 personas $\xrightarrow{\text{la comida durará}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{63}{72} = \frac{x}{8}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{63}{72} = \frac{x}{8} \rightarrow 63 \cdot 8 = 72 \cdot x \rightarrow x = \frac{504}{72} = 7$

Podrían alimentar a 72 personas durante 7 días.

60. Página 37

El número de obreros y el tiempo que tardan en terminar son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 24 días $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 6 obreros

8 días $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ x obreros

La proporción que tenemos será $\frac{24}{8} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{24}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 24 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{144}{8} = 18$

Para terminar la obra en 8 días debe asignar 18 obreros.

61. Página 37

El número de páginas diarias y los días de estudio son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 días $\xrightarrow{\text{hay que estudiar}}$ 15 páginas diarias

8 días $\xrightarrow{\text{hay que estudiar}}$ x páginas diarias

La proporción que tenemos será $\frac{12}{8} = \frac{x}{15}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{12}{8} = \frac{x}{15} \rightarrow 12 \cdot 15 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{180}{8} = 22,5$

Para preparar el examen en 8 días, hay que estudiar 22,5 páginas por día.

62. Página 37

- a) El número de dotaciones de bomberos y las horas de extinción son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: Para apagar el incendio en 15 horas $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 6 dotaciones

Para apagar el incendio en 9 horas $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x dotaciones

La proporción que tenemos será $\frac{15}{9} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{15}{9} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 15 = 9 \cdot x \rightarrow x = \frac{90}{9} = 10$$

Para extinguir el fuego en 9 horas necesitamos 10 dotaciones de bomberos.

En el caso de 10 horas, tendríamos la proporción $\frac{15}{10} = \frac{x}{6}$, que nos daría $x = 9$.

Para extinguir el fuego en 10 horas necesitamos 9 dotaciones de bomberos.

- b) Construimos la regla de tres inversa: Para apagar el incendio en 6 dotaciones $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 15 horas

Para apagar el incendio en 18 dotaciones $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas

La proporción que tenemos será $\frac{6}{18} = \frac{x}{15}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{6}{18} = \frac{x}{15} \rightarrow 6 \cdot 15 = 18 \cdot x \rightarrow x = \frac{90}{18} = 5$

Con 18 dotaciones de bomberos, se extinguiría el fuego en 5 horas.

63. Página 37

- a) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda son magnitudes directamente proporcionales. Si tenemos en cuenta que 1 hora = 60 min, tenemos la siguiente regla de tres:

110 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 60 minutos

x km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 90 minutos

La proporción que tenemos será $\frac{110}{x} = \frac{60}{90}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{110}{x} = \frac{60}{90} \rightarrow 90 \cdot 110 = 60 \cdot x \rightarrow x = \frac{9900}{60} = 165$$

Ha recorrido 165 km.

- b) Tenemos la siguiente regla de tres:

110 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 60 minutos

495 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ x minutos

La proporción que tenemos será $\frac{110}{495} = \frac{60}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{110}{495} = \frac{60}{x} \rightarrow 110 \cdot x = 60 \cdot 495 \rightarrow x = \frac{29700}{110} = 270$

Tarda 270 minutos = 4,5 horas.

64. Página 37

El número de miembros del grupo y el tiempo que tardan en hacer el trabajo son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa:

Un grupo de 5 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 6 horas lectivas

Un grupo de 4 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas lectivas

La proporción que tenemos será $\frac{5}{4} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{5}{4} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 5 = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{30}{4} = 7,5$$

Los grupos de 4 alumnos tardarían 7,5 horas lectivas.

Veamos ahora que sucedería si los grupos fuesen de 6 personas.

Construimos la regla de tres inversa:

Un grupo de 5 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 6 horas lectivas

Un grupo de 6 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas lectivas

La proporción que tenemos será $\frac{5}{6} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 5 = 6 \cdot x \rightarrow x = \frac{30}{6} = 5$$

Los grupos de 6 alumnos tardarían 5 horas lectivas.

65. Página 37

$$\text{a) } 25 \% \text{ de } 18\,000 = \frac{25}{100} \cdot 18\,000 = 4\,500$$

$$\text{b) } 34 \% \text{ de } 657\,000 = \frac{34}{100} \cdot 657\,000 = 223\,380$$

$$\text{c) } 15 \% \text{ de } 1\,500 = \frac{15}{100} \cdot 1\,500 = 225$$

$$\text{d) } 71 \% \text{ de } 83\,000 = \frac{71}{100} \cdot 83\,000 = 58\,930$$

66. Página 37

Por cada 100 g de kiwi, tiene 90 mg = 0,09 g de vitamina C. El porcentaje que representa es el 0,09 %.

Por cada 100 g de naranja, tiene 50 mg = 0,05 g de vitamina C. El porcentaje que representa es el 0,05 %.

El kiwi supera a la naranja en porcentaje de vitamina C en $0,09 - 0,05 = 0,04 \%$.

67. Página 38

Por cada 10 personas sin protección, 7 se han quemado. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

10 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 7 personas

100 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100} = \frac{7}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{100} = \frac{7}{x} \rightarrow 10 \cdot x = 100 \cdot 7 \rightarrow x = \frac{700}{10} = 70$$

Dentro de las personas sin protección sufren quemaduras el 70 %.

Por cada 10 personas con protección, 2 se han quemado. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

10 personas con protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 2 personas

100 personas con protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100} = \frac{2}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{100} = \frac{2}{x} \rightarrow 10 \cdot x = 100 \cdot 2 \rightarrow x = \frac{200}{10} = 20$$

Dentro de las personas sin protección sufren quemaduras el 20 %.

Por cada 100 personas sin protección, 70 se han quemado. Para calcular la cantidad de quemados que hubo construimos la regla de tres directa:

100 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 70 personas

1 700 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{100}{1\,700} = \frac{70}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{100}{1\,700} = \frac{70}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 1\,700 \cdot 70 \rightarrow x = \frac{119\,000}{100} = 1\,190$$

Han sufrido quemaduras 1 190 personas.

68. Página 38

Sea C el total de ciudadanos que podían votar en el referéndum.

El 37,8 % del 76,5 % de C = 25 447

$$\frac{37,8}{100} \cdot \frac{76,5}{100} \cdot C = 25\,447 \rightarrow 0,28917 \cdot C = 25\,447 \rightarrow C = \frac{25\,447}{0,28917} = 88\,000$$

Podían votar 88 000 personas.

69. Página 38

Por 25 €, me pedía 29,5 €. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

$$25 \text{ €} \xrightarrow{\text{pedía}} 29,5 \text{ €}$$

$$100 \text{ €} \xrightarrow{\text{pediría}} x \text{ €}$$

La proporción que tenemos será $\frac{25}{100} = \frac{29,5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{25}{100} = \frac{29,5}{x} \rightarrow 25 \cdot x = 100 \cdot 29,5 \rightarrow x = \frac{2\,950}{25} = 118$$

Representa un porcentaje de 118%. Es decir, se había equivocado en un $118 - 100 = 18\%$.

70. Página 38

Por cada 15 € pagados, tendremos que pagar 100 €. Para calcular el precio de los libros construimos la regla de tres directa:

$$15 \text{ € pagados} \xrightarrow{\text{total}} 100 \text{ €}$$

$$36 \text{ € pagados} \xrightarrow{\text{total}} x \text{ €}$$

La proporción que tenemos será $\frac{15}{36} = \frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{15}{36} = \frac{100}{x} \rightarrow 15 \cdot x = 100 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{3\,600}{15} = 240$$

El precio total de los libros es 240 €.

71. Página 38

a) $0,45 = \frac{45}{100} = 45\%$. Por tanto, el porcentaje que se disminuye es $100 - 45 = 55\%$.

b) $1,26 = \frac{126}{100} = 126\%$. Por tanto, el porcentaje que se aumenta es $126 - 100 = 26\%$.

c) $1,05 = \frac{105}{100} = 105\%$. Por tanto, el porcentaje que se aumenta es $105 - 100 = 5\%$.

d) $0,62 = \frac{62}{100} = 62\%$. Por tanto, el porcentaje que se disminuye es $100 - 62 = 38\%$.

72. Página 38

Una disminución del 90 % está representada por $100 - 90 = 10\%$.

$$\text{El } 10\% \text{ de } 60\,000 = \frac{10}{100} \cdot 60\,000 = 6\,000.$$

Quedan 6 000 partículas.

73. Página 38

De 84 alumnos pasaron a 68. Para calcular el porcentaje que ha disminuido el número de alumnos construimos la regla de tres directa:

84 alumnos $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ 68 alumnos

100 alumnos $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ x alumnos

La proporción que tenemos será $\frac{84}{100} = \frac{68}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{84}{100} = \frac{68}{x} \rightarrow 84 \cdot x = 68 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{6800}{84} = 80,95\%$

El porcentaje que disminuyen los alumnos será de $100 - 80,95 = 19,05\%$.

74. Página 38

La multa sufrió 6 aumentos del 5 %, es decir, $100 + 5 = 105\%$.

El 105 % del 105 % del 105 % del 105 % del 105 % del 105 % de 75: $\frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot 75 = 100,51$

Manuel tendrá que pagar 100,51 €.

75. Página 38

De 120 cm, la toalla pasa a medir 102 cm. Para calcular el porcentaje que ha reducido su tamaño construimos la regla de tres directa:

120 cm $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ 102 cm

100 cm $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ x cm

La proporción que tenemos será $\frac{120}{100} = \frac{102}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{120}{100} = \frac{102}{x} \rightarrow 120 \cdot x = 102 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{10200}{120} = 85\%$

El porcentaje que la toalla reduce su tamaño será del $100 - 85 = 15\%$.

76. Página 38

El total de agua del depósito, el 100 %, ha sufrido una disminución del 35 %. Es decir, pasa a ser $100 - 35 = 65\%$.

De cada 100 ℓ de agua pasa a tener 65. Para calcular la capacidad total del depósito construimos la regla de tres directa:

65 ℓ $\xrightarrow{\text{proviene de}}$ 100 ℓ

6150 ℓ $\xrightarrow{\text{proviene de}}$ x ℓ

La proporción que tenemos será $\frac{65}{6150} = \frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{65}{6150} = \frac{100}{x} \rightarrow 65 \cdot x = 6150 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{615000}{65} = 9461,54 \text{ ℓ}$

La capacidad del depósito es de 9 461,54 ℓ.

77. Página 38

El frasco sufre un aumento del precio del 12,5 %. Es decir, se traduce en un porcentaje de $100 + 12,5 = 112,5 \%$.

El 112,5 % de 5,8 = $\frac{112,5}{100} \cdot 5,8 = 6,53 \text{ €}$.

La miel ahora cuesta 6,53 €.

78. Página 38

La esperanza de vida ha aumentado de 65,3 a 71,5. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

65,3 años de esperanza de vida hace 20 años $\xrightarrow{\text{en la actualidad}}$ 71,5 años de esperanza de vida

100 años de esperanza de vida hace 20 años $\xrightarrow{\text{en la actualidad}}$ x años de esperanza de vida

La proporción que tenemos será $\frac{65,3}{100} = \frac{71,5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{65,3}{100} = \frac{71,5}{x} \rightarrow 65,3 \cdot x = 71,5 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{7150}{65,3} = 109,5$$

El porcentaje que se ha incrementado es de $109,5 - 100 = 9,5 \%$.

Si la tendencia continúa así, dentro de 20 años viviremos: el 109,5 % de 71,5 = $\frac{109,5}{100} \cdot 71,5 = 78,29$ años.

79. Página 38

a) Un aumento del 12 % sería un porcentaje de $100 + 12 = 112 \%$.

Una disminución del 15 % sería un porcentaje de $100 - 15 = 85 \%$.

$$\text{El } 85 \% \text{ del } 112 \% \text{ de } 1100 = \frac{85}{100} \cdot \frac{112}{100} \cdot 1100 = 0,85 \cdot 1,12 \cdot 1100 = 1047,2$$

b) Una disminución del 18 % sería un porcentaje de $100 - 18 = 82 \%$.

$$\text{El } 82 \% \text{ del } 82 \% \text{ de } 4228 = \frac{82}{100} \cdot \frac{82}{100} \cdot 4228 = 0,82 \cdot 0,82 \cdot 4228 = 2842,9072$$

c) Una disminución del 32 % sería un porcentaje de $100 - 32 = 68 \%$.

Un aumento del 24 % sería un porcentaje de $100 + 24 = 124 \%$.

$$\text{El } 68 \% \text{ del } 124 \% \text{ de } 150000 = \frac{68}{100} \cdot \frac{124}{100} \cdot 150000 = 0,68 \cdot 1,24 \cdot 150000 = 126480$$

d) Una disminución del 34 % sería un porcentaje de $100 - 34 = 66 \%$.

Un aumento del 42 % sería un porcentaje de $100 + 42 = 142 \%$.

$$\text{El } 66 \% \text{ del } 142 \% \text{ de } 6700 = \frac{142}{100} \cdot \frac{66}{100} \cdot 6700 = 1,42 \cdot 0,66 \cdot 6700 = 6279,24$$

e) Un aumento del 15 % sería un porcentaje de $100 + 15 = 115 \%$.

Una disminución del 21 % sería un porcentaje de $100 - 21 = 79 \%$.

$$\text{El } 79 \% \text{ del } 115 \% \text{ del } 115 \% \text{ de } 510 = \frac{79}{100} \cdot \frac{115}{100} \cdot \frac{115}{100} \cdot 510 = 0,79 \cdot 1,15 \cdot 1,15 \cdot 510 = 532,83525$$

f) Un aumento del 34 % sería un porcentaje de $100 + 34 = 134$ %.

Un aumento del 16 % sería un porcentaje de $100 + 16 = 116$ %.

Una disminución del 47 % sería un porcentaje de $100 - 47 = 53$ %.

$$\text{El } 53\% \text{ del } 116\% \text{ del } 134\% \text{ de } 38 = \frac{53}{100} \cdot \frac{116}{100} \cdot \frac{134}{100} \cdot 38 = 0,53 \cdot 1,16 \cdot 1,34 \cdot 38 = 31,305616$$

80. Página 38

Un artículo ha sido sometido al mismo descuento 2 veces, si este descuento es a %, tendremos que a la cantidad inicial se ha aplicado dos veces el $100 - a$ %.

$$\text{El } 100 - a\% \text{ del } 100 - a\% \text{ de } 450 = 325,12 \rightarrow \frac{100 - a}{100} \cdot \frac{100 - a}{100} \cdot 450 = 325,12 \rightarrow$$

$$\rightarrow (100 - a)^2 = \frac{325,12 \cdot 10\,000}{450} = 7224,8 \rightarrow 100 - a = \sqrt{7224,8} = 85 \rightarrow a = 100 - 85 = 15\%$$

El porcentaje rebajado cada vez ha sido 15 %.

81. Página 38

El mes de abril, la clientela ha aumentado un 12 %; es decir, han aumentado $\frac{12}{100} \cdot 250 = 30$ personas. Así en el mes de abril habrá $250 + 30 = 280$ clientes.

El mes de mayo la clientela ha aumentado un 25 %; es decir, han aumentado $\frac{25}{100} \cdot 280 = 70$ personas. Así en el mes de mayo habrá $280 + 70 = 350$ clientes.

El mes de junio la clientela ha aumentado un 16 %; es decir, han aumentado $\frac{16}{100} \cdot 350 = 56$ personas. Así en el mes de junio habrá $350 + 56 = 406$ clientes.

El mes de septiembre la clientela ha disminuido un 50 %; es decir, han disminuido $\frac{50}{100} \cdot 406 = 203$ personas.

Así en el mes de septiembre habrá $406 - 203 = 203$ clientes.

82. Página 39

Un aumento del 5 % viene representado por $100 + 5 = 105$ %.

Un aumento del 42 % representa un $100 + 42 = 142$ %.

Una disminución del 55 % representa un $100 - 55 = 45$ %.

Un aumento del 60 % representa un $100 + 60 = 160$ %.

Tras el segundo gol se contabilizan:

El 160 % del 45 % del 142 % del 105 % de 350 000

$$\frac{160}{100} \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{142}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot 350\,000 = 1,6 \cdot 0,45 \cdot 1,42 \cdot 1,05 \cdot 350\,000 = 375\,732 \text{ mensajes.}$$

83. Página 39

Un descenso del 15,5 % viene representado por $100 - 15,5 = 84,5 \%$.

Un aumento del 16 % representa un $100 + 16 = 116 \%$.

Una disminución del 20 % representa un $100 - 20 = 80 \%$.

Un aumento del 25 % representa un $100 + 25 = 125 \%$.

Tras la campaña navideña el paro asciende a:

125 % del 80 % del 116 % del 84,5 % de 230 000

$$\frac{125}{100} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{116}{100} \cdot \frac{84,5}{100} \cdot 230\,000 = 1,25 \cdot 0,8 \cdot 1,16 \cdot 0,845 \cdot 230\,000 = 225\,446 \text{ desempleados.}$$

84. Página 39

Un descenso del 15 % viene representado por $100 - 15 = 85 \%$.

Un aumento del 15 % representa un $100 + 15 = 115 \%$.

Tras la rebaja y el aumento de precio los collares valdrán:

$$115 \% \text{ del } 85 \% \text{ de } 12 \text{ €} = \frac{115}{100} \cdot \frac{85}{100} \cdot 12 = 11,73 \text{ €}.$$

No vuelven a costar 12 € tras una bajada del 15 % y una subida del 15 %.

85. Página 39

$$j = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=48\,000, t=12, r=3,45} j = \frac{48\,000 \cdot 3,45 \cdot 12}{100} = 19\,872$$

El capital final será $48\,000 + 19\,872 = 67\,872 \text{ €}$.

86. Página 39

Para que el capital se duplique, el interés obtenido debería ser igual al capital invertido, es decir, 1 000 €.

$$j = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=1\,000, j=1\,000, r=2,5} 1\,000 = \frac{1\,000 \cdot 2,5 \cdot t}{100} = 25 \cdot t \rightarrow t = \frac{1\,000}{25} = 40 \text{ años}$$

Deberíamos tener el capital invertido durante 40 años.

87. Página 39

$$j = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=25\,000, j=2\,187,5, t=5} 2\,187,5 = \frac{25\,000 \cdot r \cdot 5}{100} = 1\,250 \cdot r \rightarrow r = \frac{2\,187,5}{1\,250} = 1,75 \%$$

Se le aplicó un rédito del 1,75 %.

88. Página 39

$$j = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=5\,000\,000\,000, r=8,5, t=5} j = \frac{5\,000\,000\,000 \cdot 8,5 \cdot 5}{100} = 2\,125\,000\,000 \text{ € de intereses.}$$

La cantidad final que tiene que pagar el país al Banco es $5\,000\,000\,000 + 2\,125\,000\,000 = 7\,125\,000\,000 \text{ €}$.

89. Página 39

Dado que recibe los intereses mensualmente, los intereses son simples, ya que no acumula el dinero. Los intereses correspondientes a cada mes y los intereses son anuales, el período de tiempo para el que tenemos que calcular los intereses son $\frac{1}{12}$ años.

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=24000, i=2,8; t=\frac{1}{12}} i = \frac{24000 \cdot 2,8 \cdot \frac{1}{12}}{100} = 56 \text{ €}.$$

90. Página 39

Con la primera posibilidad obtiene:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=18000, r=4,5; t=4} C_{Total} = 18000 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right)^4 = 21465,33 \text{ €}$$

Con la segunda posibilidad obtiene:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=18000, r=4, t=5} C_{Total} = 18000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 21899,75 \text{ €}$$

Genera más ganancia la segunda oferta.

91. Página 39

$$\begin{aligned} C_{Total} &= C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=20553,6; r=3,2; C=15000} 20553,6 = 15000 \cdot \left(1 + \frac{3,2}{100}\right)^t \\ &\rightarrow 1,032^t = \frac{20553,6}{15000} = 1,37024 \rightarrow \log(1,032^t) = t \cdot \log(1,032) = \log(1,37024) \\ &\rightarrow t = \frac{\log(1,37024)}{\log(1,032)} = \frac{0,136797}{0,0136797} = 10 \end{aligned}$$

Hemos mantenido la inversión durante 10 años.

92. Página 39

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=50000, r=5,25; t=3} C_{Total} = 50000 \cdot \left(1 + \frac{5,25}{100}\right)^3 = 58295,67$$

93. Página 39

$$\begin{aligned} C_{Total} &= C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=C+5260, r=1,97; t=8} C + 5260 = C \cdot \left(1 + \frac{1,97}{100}\right)^8 = C \cdot 1,1689 \\ &\rightarrow C \cdot 1,1689 - C = 0,1689 \cdot C = 5260 \rightarrow C = \frac{5260}{0,1689} = 31142,69 \end{aligned}$$

El capital depositado inicialmente fue 31 142,69 €.

94. Página 39

Que los intereses se acumulen cuatrimestralmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes a los cuatro últimos meses y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (k). Puesto que el año tiene 3 cuatrimestres:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \xrightarrow{C=30\,000, r=6,25; t=1, k=3} C_{Total} = 30\,000 \cdot \left(1 + \frac{6,25}{3 \cdot 100}\right)^{3 \cdot 1} = 31\,914,33 \text{ €}$$

El capital final será de 31 914,33 €.

95. Página 39

En los 5 años al 2,5 % anual obtuvo:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=5\,000, r=2,5; t=5} C_{Total} = 5\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^5 = 5\,657,04 \text{ €}$$

Si mantiene el dinero dos años más al 3 % de rédito obtendrá:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=5\,657,04; r=3; t=2} C_{Total} = 5\,657,04 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^2 = 6\,001,55 \text{ €}$$

96. Página 39

$$C_{Total} = 20\,000 + 3\,288,95 = 23\,288,95$$

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=20\,000; C_{Total}=23\,288,95; t=10} 23\,288,95 = 20\,000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{10}$$

$$\rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{10} = \frac{23\,288,95}{20\,000} = 1,1644475 \rightarrow 1 + \frac{r}{100} = \sqrt[10]{1,1644475} = 1,01534 \rightarrow \frac{r}{100} = 0,01534 \rightarrow r = 1,534 \%$$

El rédito aplicado fue de 1,534 %.

SABER HACER

96. Página 40

Analizamos cada uno de los préstamos y en cada uno de ellos respondemos a los apartados a) y b).

Con el préstamo Crosslindel, la comisión de apertura ascendería a:

$$0,5\% \text{ de } 75\,000 = \frac{0,5}{100} \cdot 75\,000 = 375 \text{ €}$$

La comisión de estudio es de 0 €.

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75\,000 = C_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{5,95}{100}\right)^5 - 1}{\frac{5,95}{100} \cdot \left(1 + \frac{5,95}{100}\right)^5} = C_0 \cdot 4,2181 \rightarrow C_0 = \frac{75\,000}{4,2181} = 17\,780,52 \text{ €}$$

$$\text{Por tanto, mensualmente pagarán } \frac{17\,780,52}{12} = 1\,481,71 \text{ €}.$$

La cantidad total que devolverán al banco será $17\,780,52 \cdot 5 + 375 = 89\,277,6 \text{ €}$.

Con el préstamo Frielink, la comisión de apertura es de 0 €.

La comisión de estudio ascenderá a:

$$1\% \text{ de } 75\,000 = \frac{1}{100} \cdot 75\,000 = 750 \text{ €}$$

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75\,000 = C_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{6,8}{100}\right)^7 - 1}{\frac{6,8}{100} \cdot \left(1 + \frac{6,8}{100}\right)^7} = C_0 \cdot 5,42707 \rightarrow C_0 = \frac{75\,000}{5,42707} = 13\,819,61 \text{ €}$$

Por tanto, mensualmente pagarán $\frac{13\,819,61}{12} = 1\,151,63 \text{ €}$.

La cantidad total que devolverán al banco será $13\,819,61 \cdot 7 + 750 = 97\,487,27 \text{ €}$.

Con el préstamo Outlander, la comisión de apertura ascenderá a:

$$0,75\% \text{ de } 75\,000 = \frac{0,75}{100} \cdot 75\,000 = 562,5 \text{ €}$$

La comisión de estudio ascenderá a:

$$0,75\% \text{ de } 75\,000 = \frac{0,75}{100} \cdot 75\,000 = 562,5 \text{ €}$$

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75\,000 = C_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{6,45}{100}\right)^{10} - 1}{\frac{6,45}{100} \cdot \left(1 + \frac{6,45}{100}\right)^{10}} = C_0 \cdot 7,20568 \rightarrow C_0 = \frac{75\,000}{7,20568} = 10\,408,46 \text{ €}$$

Por tanto, mensualmente pagarán $\frac{10\,408,46}{12} = 867,37 \text{ €}$.

La cantidad total que devolverán al banco será $10\,408,46 \cdot 10 + 562,5 + 562,5 = 105\,209,6 \text{ €}$.