Funciones

7

PUNTO DE PARTIDA

Página 109

La cotización ha crecido del 1 al 3, del 4 al 7, del 13 al 19 y del 23 al 26 de marzo.

Ha decrecido del 9 al 12 y del 19 al 23 de marzo.

Se ha mantenido constante del 3 al 4, del 7 al 9 y del 12 al 13 de marzo.

ACTIVIDADES

1. Página 110

a) No es una función porque puede haber dos personas con el mismo peso y con distinta estatura.

b) Es una función, a cada cantidad de bolis comprados le corresponde un precio determinado.

c) Es una función, dado un polígono, para una medida del lado definida, le corresponde una medida del perímetro determinada por el número de lados del polígono y la longitud del lado.

d) No es una función, puede haber dos personas con la misma calificación aunque hayan dedicado distinto número de horas a su estudio.

2. Página 110

a) $3 \xrightarrow{x\cdot 2+2} 8$ $\quad 5 \xrightarrow{x\cdot 2+2} 12$ $\quad 7 \xrightarrow{x\cdot 2+2} 16$ $\quad 9 \xrightarrow{x\cdot 2+2} 20$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

b) $3 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 0{,}5$ $\quad 5 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 1{,}5$ $\quad 7 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 2{,}5$ $\quad 9 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 3{,}5$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

c) $3 \xrightarrow{x^4} 81$ $\quad 5 \xrightarrow{x^4} 625$ $\quad 7 \xrightarrow{x^4} 2\,401$ $\quad 9 \xrightarrow{x^4} 6\,561$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

d) $3 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{3}$ $\quad 5 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{5}$ $\quad 7 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{7}$ $\quad 9 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm 3$

No es una función, a cada número le corresponden dos mediante la relación.

3. Página 110

Respuesta abierta.

Dos relaciones que son funciones son, por ejemplo:

– La relación entre las cantidades de una receta y el número de personas para las que se prepara.

– La relación que a cada número le asigna su doble más su triple.

Dos relaciones que no son funciones son, por ejemplo:

– La relación entre la edad de una persona y su peso.

– La relación que a cada número le asigna la raíz cuadrada de su cuadrado.

4. Página 111

a) $x \longrightarrow$ tiempo (h)

$y \longrightarrow$ volumen perdido (ℓ)

Para calcular el volumen de agua perdido hay que multiplicar el tiempo en horas por la velocidad con que gotea el grifo 1,5 ℓ/h.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5 \cdot x$

b) $x \longrightarrow$ tiempo (min)

$y \longrightarrow$ precio (€)

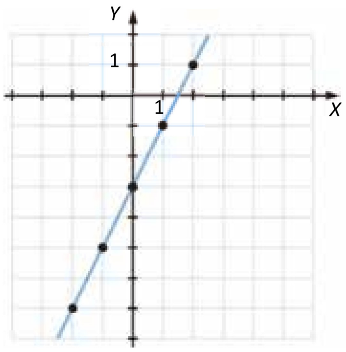
Para calcular el precio del viaje hay que multiplicar el tiempo en minutos por el precio de cada minuto 0,95 €/min, más el precio de bajada de bandera, 2,20 €.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 0{,}95 \cdot x + 2{,}2$

5. Página 111

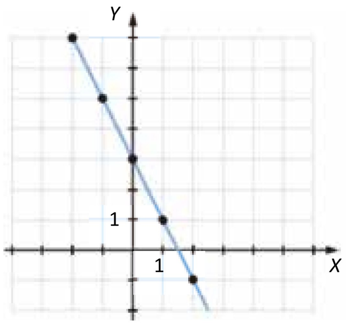
a)

x	–2	–1	0	1	2
y	–7	–5	–3	–1	1



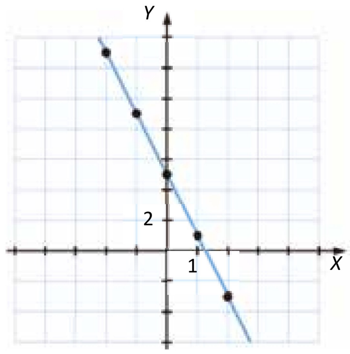
b)

x	–2	–1	0	1	2
y	7	5	3	1	–1



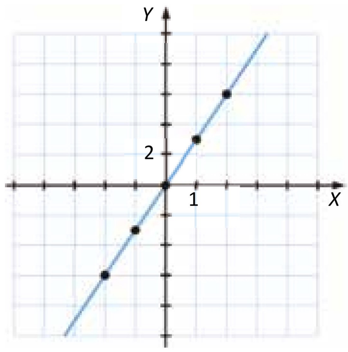
c)

x	–2	–1	0	1	2
y	13	9	5	1	–3



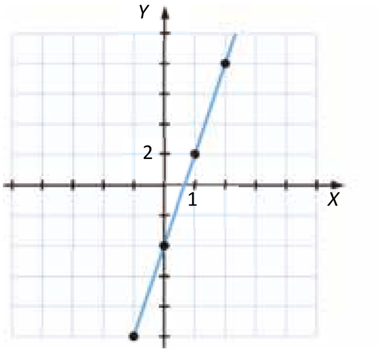
d)

x	–2	–1	0	1	2
y	–6	–3	0	3	6



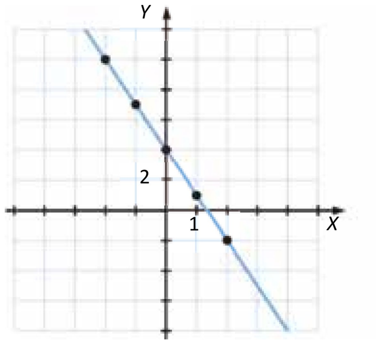
e)

x	−2	−1	0	1	2
y	−16	−10	−4	2	8



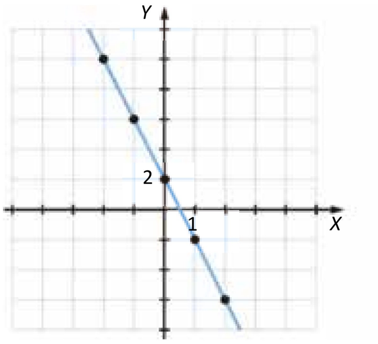
g)

x	−2	−1	0	1	2
y	10	7	4	1	−2



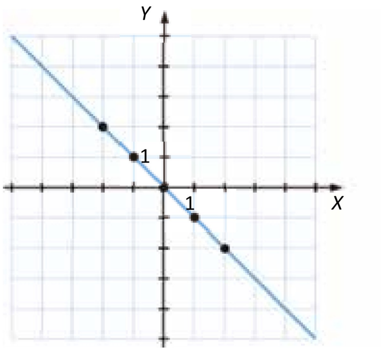
f)

x	−2	−1	0	1	2
y	10	6	2	−2	−6



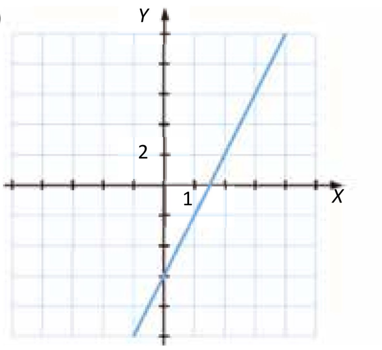
h)

x	−2	−1	0	1	2
y	2	1	0	−1	−2

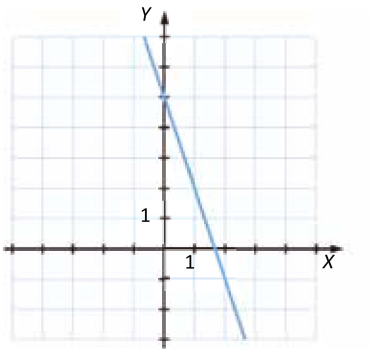


6. Página 112

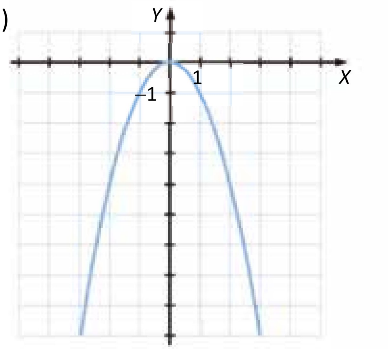
a)



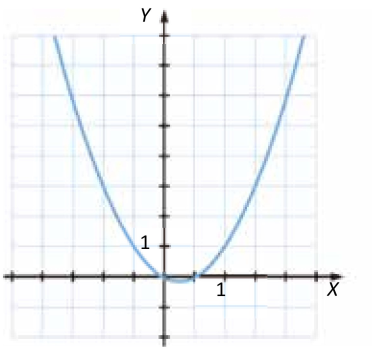
c)



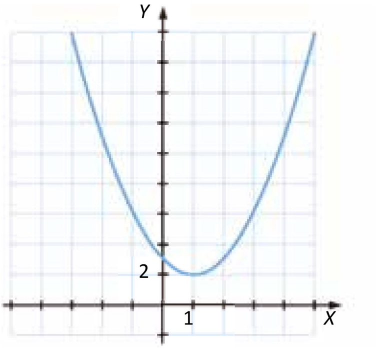
b)



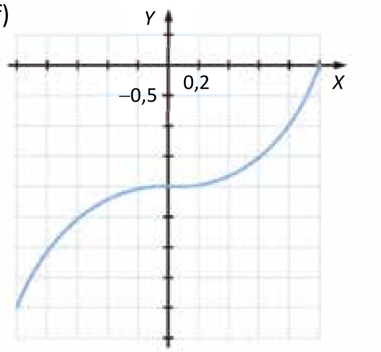
d)



e)

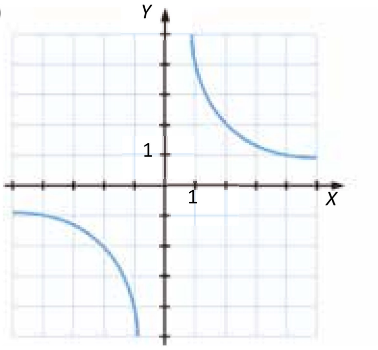


f)

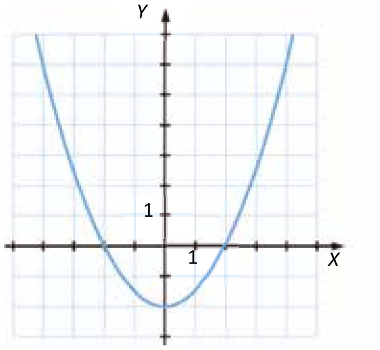


7. Página 112

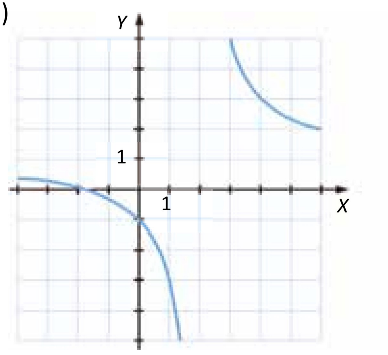
a)



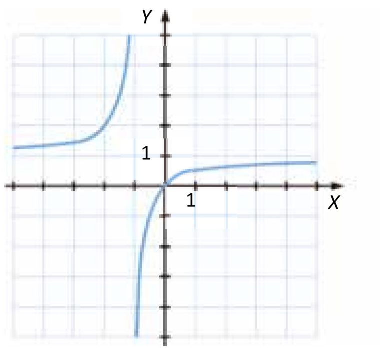
c)



b)



d)



8. Página 113

a) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 3$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{1-x}{x-3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{1-3}{3-3} \rightarrow \frac{-2}{0} \rightarrow \text{ No es un número real.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3: Dom $f = \mathbb{R} - \{3\}$.

b) Para cualquier valor de x, excepto para $x = -4$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{x^2}{x+4} \xrightarrow{x=-4} y = \frac{(-4)^2}{-4+4} \rightarrow \frac{16}{0} \rightarrow \text{ No es un número real.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el –4: Dom $f = \mathbb{R} - \{-4\}$.

c) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: Dom $f = \mathbb{R}$.

d) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 0$, obtenemos un número real.

$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 0: Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$.

e) Para cualquier valor de x, excepto para $x = \pm 3$, obtenemos un número real.

$y = \frac{x}{x^2 - 9} \xrightarrow{x=\pm 3} y = \frac{\pm 3}{(\pm 3)^2 - 9} \rightarrow \frac{\pm 3}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3 y –3: Dom $f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$.

f) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: Dom $f = \mathbb{R}$.

9. Página 113

a) La función está definida para cualquier valor de x: Dom $f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores menores que 0. El recorrido será: $\text{Im } f = [0, +\infty)$.

b) La función está definida para cualquier valor de x salvo el 0: Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$.

La función no toma el valor 0. El recorrido será: $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{0\}$.

10. Página 114

a) Corte con eje X: $-4x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow$ Punto $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Corte con eje Y: $y = -4x + 2 \xrightarrow{x=0} y = -4 \cdot 0 + 2 = 2 \rightarrow$ Punto (0, 2).

b) Corte con eje X: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte: (–3, 0) y (3, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 - 9 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 - 9 = -9 \rightarrow$ Punto (0, –9).

c) Corte con eje X: $2x^2 - 8 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte: (–2, 0) y (2, 0).

Corte con eje Y: $y = 2x^2 - 8 \xrightarrow{x=0} y = 2 \cdot 0^2 - 8 = -8 \rightarrow$ Punto (0, –8).

d) Corte con eje X: $2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow$ Punto (2, 0).

Corte con eje Y: $y = 2x - 4 \xrightarrow{x=0} y = 2 \cdot 0 - 4 = -4 \rightarrow$ Punto (0, –4).

e) Corte con eje X: $\frac{1}{2}x - 2 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow$ Punto (4, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{1}{2}x - 2 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2 = -2 \rightarrow$ Punto (0, –2).

f) Corte con eje X: $x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-10)}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases}$

Hay dos puntos de corte: (2, 0) y (–5, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 + 3x - 10 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 + 3 \cdot 0 - 10 = -10 \rightarrow$ Punto (0, –10).

g) Corte con eje X: $\frac{x^2-1}{x+3}=0 \xrightarrow{x\neq -3} x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte (–1, 0) y (1, 0).

Corte con eje Y: $y=\frac{x^2-1}{x+3} \xrightarrow{x=0} y=\frac{0^2-1}{0+3}=-\frac{1}{3} \rightarrow$ Punto $\left(0,-\frac{1}{3}\right)$.

h) Corte con eje X: $2x^2-7x-4=0 \rightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2}=\frac{7\pm 9}{4} \rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

Hay dos puntos de corte: (4, 0) y $\left(-\frac{1}{2},0\right)$.

Corte con eje Y: $y=2x^2-7x-4 \xrightarrow{x=0} y=2\cdot 0^2-7\cdot 0-4=-4 \rightarrow$ Punto (0, –4).

i) Corte con eje X: $x^3-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow$ Punto: (1, 0).

Corte con eje Y: $y=x^3-1 \xrightarrow{x=0} y=0^3-1=-1 \rightarrow$ Punto (0, –1).

j) Corte con eje X: $\frac{2x+6}{x-1}=0 \xrightarrow{x\neq 1} 2x+6=0 \rightarrow x=-3 \rightarrow$ Punto (–3, 0).

Corte con eje Y: $y=\frac{2x+6}{x-1} \xrightarrow{x=0} y=\frac{2\cdot 0+6}{0-1}=-6 \rightarrow$ Punto (0, –6).

11. Página 114

a) $y=x^2-x-12 \xrightarrow{x=-3} y=(-3)^2-(-3)-12=0 \rightarrow$ Es punto de corte.

b) $y=x^5-2x^4-7 \xrightarrow{x=0} y=-7\neq 7 \rightarrow$ No es punto de corte.

c) $y=\frac{x^2-4}{x+5} \xrightarrow{x=2} y=\frac{2^2-4}{2+5}=0 \rightarrow$ Es punto de corte.

d) $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2} \xrightarrow{x=-1} y=\frac{3}{2}(-1)+\frac{3}{2}=0 \rightarrow$ Es punto de corte.

e) $y=\frac{x-6}{x-2} \xrightarrow{x=0} y=\frac{0-6}{0-2}=3 \rightarrow$ Es punto de corte.

12. Página 115

a) $T.V.M.([-2,1])=\frac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}=\frac{-1-8}{3}=\frac{-9}{3}=-3$

b) $T.V.M.([0,2])=\frac{f(2)-f(0)}{2-0}=\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1$

c) $T.V.M.([-1,0])=\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=\frac{-1-0}{1}=-1$

d) $T.V.M.([0,1])=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{0-0}{1}=0$

13. Página 115

a) $T.V.M.([1,2])=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{15-1}{1}=14$

b) $T.V.M.([1,4])=\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{\frac{7}{4}-4}{3}=\frac{7-16}{12}=-\frac{3}{4}$

c) $T.V.M.([-1,3])=\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\frac{9-(-11)}{4}=5$

d) $T.V.M.([-2,1])=\frac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}=\frac{-1-(-16)}{3}=5$

14. Página 116

a) La función es decreciente en los intervalos $(-\infty,-1)$ y $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$.

La función es creciente en el intervalo $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$.

b) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,-3)$, $(-1,1)$ y $(3,+\infty)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-3,-1)$ y $(1,3)$.

15. Página 116

a) $T.V.M.([-1,0])=\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=\frac{4-11}{1}=-7<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–1, 0].

b) $T.V.M.([1,2])=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{-5-(-1)}{1}=\frac{-4}{1}=-4<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [1, 2].

c) $T.V.M.([2,3])=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{100-29}{1}=71>0\rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [2, 3].

d) $T.V.M.([0,3])=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{-5-\frac{4}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)}{3}=-\frac{5}{3}<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [0, 3].

16. Página 117

a) En $x=-3$ y $x=1$, la función pasa de ser creciente a decreciente. Los máximos de la función son (–3, 2) y (1, 4).

En $x=-1$ y $x=3$, la función pasa de ser decreciente a creciente. Los mínimos de la función son (–1, –1) y (3, –3).

b) En $x=0$, la función pasa de ser creciente a decreciente. El máximo de la función es (0, 7).

En $x=-4$ y $x=5$, la función pasa de ser decreciente a creciente. Los mínimos de la función son (–4, –4) y (5, –3).

c) En $x=-1$, la función pasa de ser creciente a decreciente. El máximo de la función es (–1, 3).

En $x=1$, la función pasa de ser decreciente a creciente. El mínimo de la función es (1, –3).

d) La función no tiene máximos, ya que no pasa de ser creciente a decreciente en ningún punto.

En $x=-1{,}5$, la función pasa de ser decreciente a creciente. El mínimo de la función es (–1,5; –2).

17. Página 118

a) La función tiene un punto de discontinuidad en $x=1$.

b) La función tiene dos puntos de discontinuidad en $x=-2$ y $x=1$.

18. Página 118

a) Es periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 2 unidades. Su período es $T=2$.

b) Es periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 4 unidades. Su período es $T=4$.

19. Página 119

1. Dominio y recorrido.

En el eje *X*, los valores varían entre 0 y 8 $\rightarrow \text{Dom } f = [0,8]$

En el eje *Y*, los valores varían entre 0 y 3 $\rightarrow \text{Im } f = [0, 3]$

2. Puntos de corte con los ejes.

Cortes con el eje *X*: (0, 0) y (8, 0).

Cortes con el eje *Y*: (0, 0).

3. Crecimiento y decrecimiento.

La función crece hasta $x = 1$, decrece entre $x = 1$ y $x = 3$, crece entre $x = 3$ y $x = 5$, decrece entre $x = 5$ y $x = 6$, crece entre $x = 6$ y $x = 7$ y decrece entre $x = 7$ y $x = 8$.

Crecimiento $\rightarrow (0,1) \cup (3,5) \cup (6,7)$ Decrecimiento $\rightarrow (1,3) \cup (5,6) \cup (7,8)$.

4. Máximos y mínimo.

La función presenta máximos en $x = 1$, $x = 5$ y $x = 7$. Máximos: (1, 3), (5; 2,5), (7, 3)

La función presenta mínimos en $x = 3$ y $x = 6$. Mínimos: (3; 0,5), (6, 2)

5. Continuidad y periodicidad.

La función es continua y no es periódica.

20. Página 119

1. Dominio y recorrido.

En el eje *X*, los minutos que dura el viaje varían entre 0 y 25 $\rightarrow \text{Dom } f = [0,25]$

En el eje *Y*, la velocidad varía entre 0 y 90 km/h $\rightarrow \text{Im } f = [0, 90]$

2. Puntos de corte con los ejes.

Corte con el eje *X*: (0,0).

Corte con el eje *Y*: (0,0).

3. Crecimiento y decrecimiento.

La función crece hasta $x = 10$, decrece entre $x = 10$ y $x = 15$, crece entre $x = 15$ y $x = 20$ y decrece entre $x = 20$ y $x = 25$.

Crecimiento $\rightarrow (0,10) \cup (15,20)$ Decrecimiento $\rightarrow (10,15) \cup (20,25)$

4. Máximos y mínimo.

La función presenta máximos en $x = 10$ y $x = 20$. Máximos: (10, 90), (20, 60)

La función presenta mínimos en $x = 15$. Mínimo: (15, 45)

5. Continuidad y periodicidad.

La función es continua y no es periódica.

ACTIVIDADES FINALES

21. Página 120

a) No es una función, porque puede que para una misma edad haya personas de diferente altura.

b) No es una función, ya que puede haber varias pirámides con el mismo perímetro de la base, pero eso no se relaciona con el volumen, ya que el perímetro puede dar lugar a bases de diferente área o incluso con la misma área tener diferente altura y, por tanto, diferente volumen.

c) Sí es una función, ya que la suma de los tres ángulos de un triángulo suma 180º, si conocemos la suma de dos de ellos el otro queda determinado.

d) No es una función, ya que aunque es probable que practicando más deporte se consuma más agua, no hay una correlación directa.

e) Sí es una función, se puede establecer una relación de proporcionalidad inversa.

22. Página 120

a) $x \longrightarrow$ cantidad de manzanas (kg)

$y \longrightarrow$ precio (€)

Para calcular el precio de las manzanas hay que multiplicar el peso en kg por el precio de cada kg, 1,62 €/kg.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}62 \cdot x$

b) $x \longrightarrow$ tiempo (s)

$y \longrightarrow$ velocidad (m/s)

Para calcular la velocidad hay que multiplicar el tiempo en segundos por la aceleración, 3 m/s^2, más la velocidad inicial 15 m/s.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 3 \cdot x + 15$

c) $x \longrightarrow$ tiempo (min)

$y \longrightarrow$ altura (m)

Para calcular la altura hay que restar a la altura inicial, 8 000 m, el resultado de multiplicar el tiempo en minutos por la pérdida de altura en cada minuto, 100 m/min.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 8\,000 - 100x$

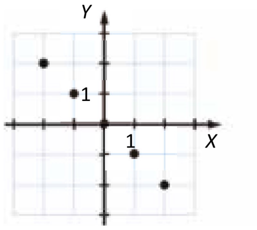
d) $x \longrightarrow$ tiempo (día)

$y \longrightarrow$ temperatura (ºC)

Para calcular la temperatura hay que multiplicar los días que han pasado desde el 1 de agosto por 1,5 y sumar 25, que es la temperatura que había ese día.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5x + 25$

23. Página 120



La expresión algebraica que a cada número le asocia su opuesto: $y = -x$.

24. Página 120

$x \longrightarrow$ número de bolsas (unidades)

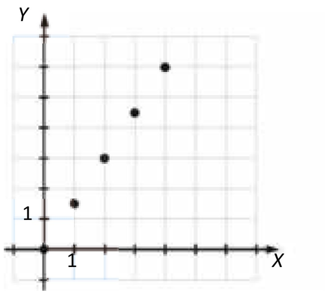
$y \longrightarrow$ precio (€)

Para calcular el precio total hay que multiplicar el número de bolsas por el precio de cada bolsa 1,50 €/bolsa.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5 \cdot x$.

x	0	1	2	3	4
y	0	1,5	3	4,5	6

No se puede comprar media bolsa de patatas, por lo que no unimos los puntos de la gráfica.



25. Página 120

$x \longrightarrow$ largo (m)

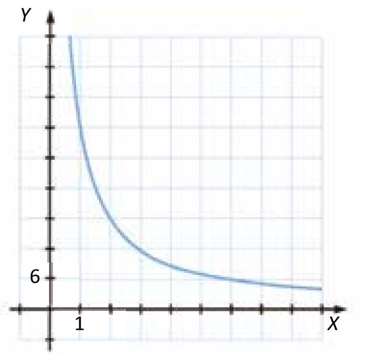
$y \longrightarrow$ ancho (m)

Para calcular ancho hay que dividir el área, 36 m^2, por el largo del rectángulo en metros.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = \dfrac{36}{x}$

x	1	2	3	4	5
y	36	18	12	9	$\dfrac{36}{5}$

Los lados del rectángulo toman valores no enteros, por lo que unimos los puntos de la gráfica. La función solo toma valores positivos.



26. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Número	1	2	3	4	5
Mitad	$\frac{1}{2} = 0{,}5$	1	$\frac{3}{2} = 1{,}5$	2	$\frac{5}{2} = 2{,}5$

b)

Lado	1	2	3	4	5
Área	1	4	9	16	25

c)

Número	1	2	3	4	5
Inverso	1	$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{3} = 0{,}33...$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{5} = 0{,}2$

d)

Número	1	2	3	4	5
Triple	3	6	9	12	15

27. Página 120

a) Tenemos que multiplicar el peso en kg por el precio de cada kg.

Peso	1	2	3	4	5
Precio	2,75	5,50	8,25	11	13,75

b) Variable independiente, $x \longrightarrow$ Peso   Variable dependiente, $y \longrightarrow$ Precio

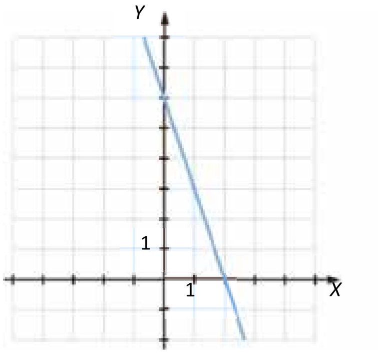
c) $y = 2{,}75x$

d) Es una función porque a cada peso le corresponde un único precio.

28. Página 120

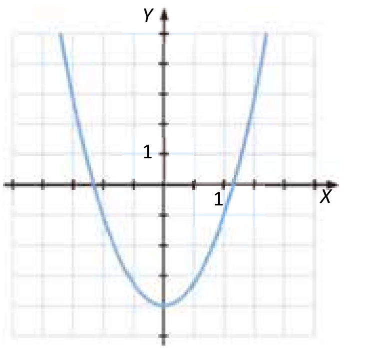
a)

x	-2	-1	0	1	2
y	12	9	6	3	0



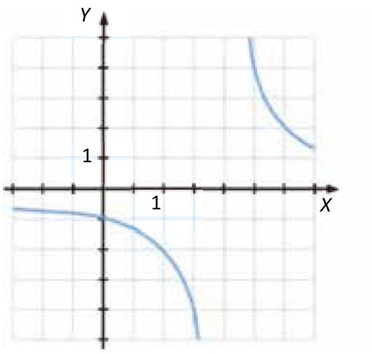
b)

x	-2	-1	0	1	2
y	8	-1	-4	-1	8



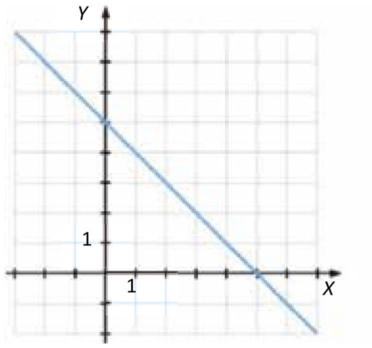
c)

x	-2	-1	0	1
y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2



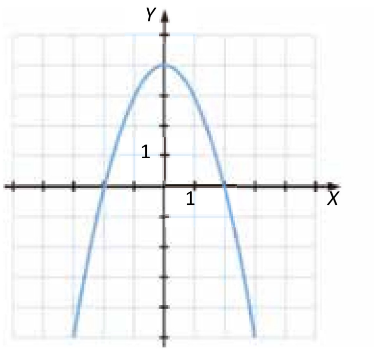
d)

x	-2	-1	0	1	2
y	7	6	5	4	3



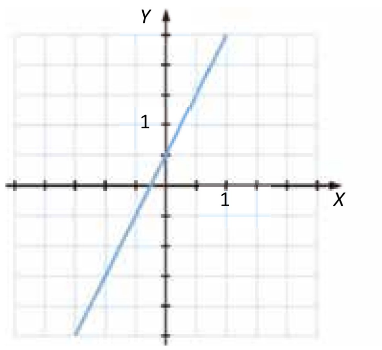
e)

x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0



f)

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{2}$



29. Página 120

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3

b) Expresión algebraica $\rightarrow y=\frac{x}{2}+2$

c) $f(-5)=-\frac{5}{2}+2=-\frac{1}{2}$, $f(4)=\frac{4}{2}+2=4$

30. Página 120

a) Variable independiente, x $\longrightarrow$ peso del café (kg)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ precio (€)

Para obtener el precio del café tenemos que multiplicar el precio de cada kg de café, 12,40 €/kg, por la cantidad de café en kg.

$y=12{,}40x$

b) Variable independiente, x $\longrightarrow$ precio original (€)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ precio rebajado (€)

Para obtener el precio rebajado tenemos que calcular el (100 – 30) % = 70 % del precio original.

$y=\frac{70}{100}x$

c) Variable independiente, x $\longrightarrow$tiempo (años)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ valor del coche, partiendo de un valor inicial, V (€)

Para obtener el valor del coche tenemos que disminuir su valor cada año en un 10 %. Es decir, cada año calculamos el (100 – 10) % = 90 % del precio del año anterior.

$y=\left(\frac{90}{100}\right)^{x}V$

d) Variable independiente, x $\longrightarrow$tiempo (h)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ distancia recorrida (km)

Para obtener la distancia recorrida tenemos que multiplicar el tiempo en horas por la velocidad, 20 km/h.

$y=20x$

e) Variable independiente, x $\longrightarrow$ distancia recorrida (km)

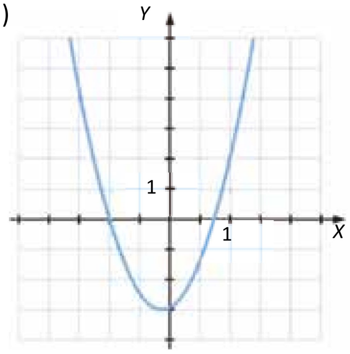
Variable dependiente, y $\longrightarrow$ velocidad (km/min)

Para obtener la velocidad a la que circula el autobús dividimos la distancia recorrida en km entre los 20 min que dura el recorrido.

$y=\frac{x}{20}$

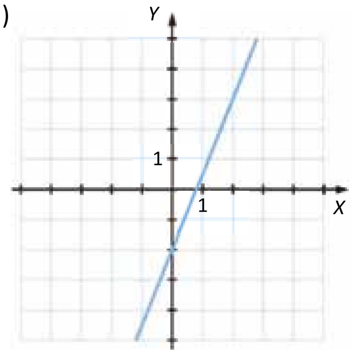
31. Página 120

a)



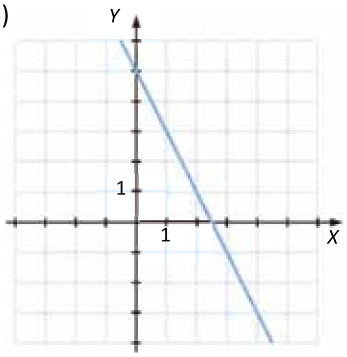
x	y
-1	0
0	-3
1	2

d)



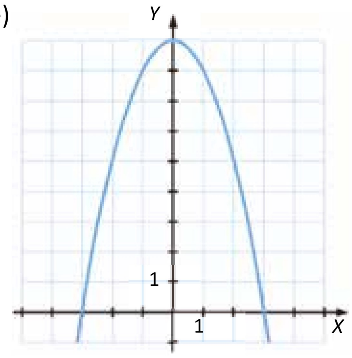
x	y
0	-2
2	3
4	8

b)



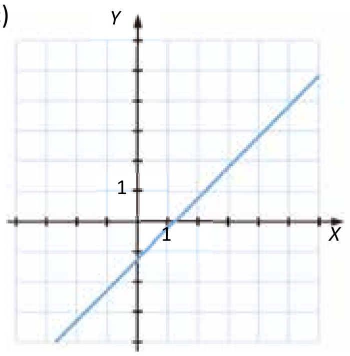
x	y
0	5
1	3
2	1

e)



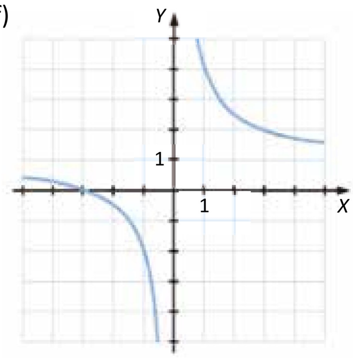
x	y
-3	0
0	9
1	8

c)



x	y
0	$-\frac{4}{3}$
1	$-\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$

f)



x	y
-3	0
-1	-2
1	4

32. Página 121

a) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 0$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{5 - x}{x} \xrightarrow{x=0} y = \frac{5-0}{0} \rightarrow \frac{5}{0} \rightarrow \text{ No es un número real.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 0: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) Para cualquier valor de x, excepto para $x = \pm 5$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{x+4}{x^2 - 25} \xrightarrow{x=\pm 5} y = \frac{\pm 5 + 4}{(\pm 5)^2 - 25} \rightarrow \text{ No son números reales.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el -5 y el 5: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-5, 5\}$.

c) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

d) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 3$, obtenemos un número real.

$y = \frac{x+6}{x-3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{3+6}{3-3} \rightarrow \frac{9}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3\}$.

e) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

f) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

g) Para cualquier valor de x, excepto para $x = -2$, obtenemos un número real.

$y = \frac{2x+5}{3x+6} \xrightarrow{x=-2} y = \frac{2\cdot(-2)+5}{3\cdot(-2)+6} \rightarrow \frac{-9}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el –2: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2\}$.

33. Página 121

a) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores menores que –6. El recorrido será $\text{Im } f = [-6, +\infty)$.

b) La función está entre 0 y 8: $\text{Dom } f = [0, 8]$

La función toma valores entre 3 y 6. El recorrido será $\text{Im } f = [3, 6]$.

c) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores mayores que 5. El recorrido será $\text{Im } f = (-\infty, 5]$.

d) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función toma todos los valores reales. El recorrido será $\text{Im } f = \mathbb{R}$.

34. Página 121

a) Corte con eje X: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte (–3, 0) y (3, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 - 9 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 - 9 = -9 \rightarrow$ Punto (0, –9).

b) Corte con eje X: $\frac{x-4}{x+2} = 0 \xrightarrow{x \neq -2} x = 4 \rightarrow$ Punto (4, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{x-4}{x+2} \xrightarrow{x=0} y = \frac{0-4}{0+2} = -2 \rightarrow$ Punto (0, –2).

c) Corte con eje X: $\frac{1}{2}x + 4 = 0 \rightarrow x = -8$ Punto (–8, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{1}{2}x - 4 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2}\cdot 0 - 4 = -4 \rightarrow$ Punto (0, –4).

d) Corte con eje X: $x^3 + 8 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow$ Punto (–2, 0).

Corte con eje Y: $y = x^3 + 8 \xrightarrow{x=0} y = 0^3 + 8 = 8 \rightarrow$ Punto (0, 8).

e) Corte con eje X: $\frac{x^2-x-12}{x+6}=0 \xrightarrow{x\neq -6} x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot(-12)}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}\rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases}$

Hay dos puntos de corte (4, 0) y (−3, 0).

Corte con eje Y: $y=\frac{x^2-x-12}{x+6}\xrightarrow{x=0} y=\frac{0^2-0-12}{0+6}=-2\rightarrow$ Punto (0, −2).

f) Corte con eje X: $x^2-6x-7=0\rightarrow x=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot(-7)}}{2}=\frac{6\pm 8}{2}\rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-1 \end{cases}$

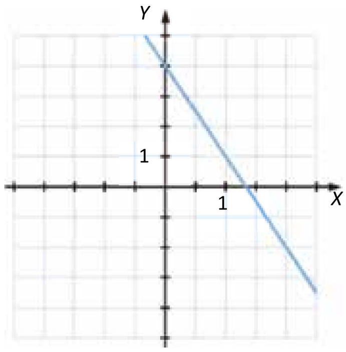
Hay dos puntos de corte (7, 0) y (−1, 0).

Corte con eje Y: $y=x^2-6x-7\xrightarrow{x=0} y=0^2-6\cdot 0-7=-7\rightarrow$ Punto (0, −7).

35. Página 121

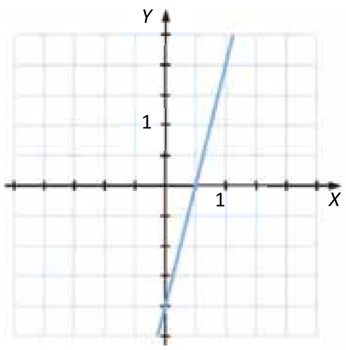
a) Corte con eje X: $-3x+4=0\longrightarrow x=\frac{4}{3}\longrightarrow$ Punto: $\left(\frac{4}{3},0\right)$

Corte con eje Y: $-3\cdot 0+4=4\longrightarrow$ Punto (0, 4)



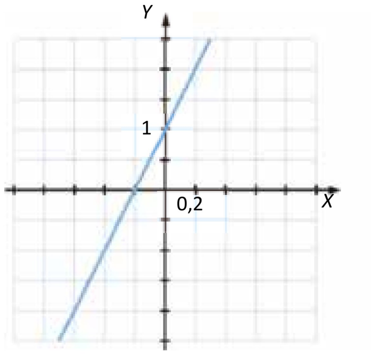
b) Corte con eje X: $-2+4x=0\longrightarrow x=\frac{1}{2}\longrightarrow$ Punto $\left(\frac{1}{2},0\right)$

Corte com eje Y: $-2+4\cdot 0=-2\longrightarrow$ Punto (0, −2)



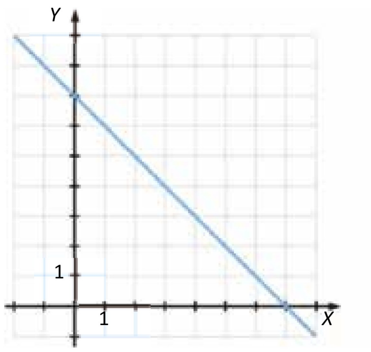
c) Corte con eje X: $5x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{5} \rightarrow$ Punto $\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$

Corte con eje Y: $5 \cdot 0 + 1 = 1 \rightarrow$ Punto $(0, 1)$



d) Corte con eje X: $-x + 7 = 0 \rightarrow x = 7 \rightarrow$ Punto $(7, 0)$

Corte con eje Y: $-0 + 7 = 7 \rightarrow$ Punto $(0, 7)$



36. Página 121

a) Cortes con el eje X: $(-4, 0)$ y $(4, 0)$ — Cortes con el eje Y: $(0, 1)$

b) Cortes con el eje X: $(-3, 0)$ — Cortes con el eje Y: $(0, -2)$

c) Cortes con el eje X: $(2, 0)$ — Cortes con el eje Y: $(0, -4)$

d) Cortes con el eje X: $(0, 0)$ y $(4, 0)$ — Cortes con el eje Y: $(0, 0)$

e) Cortes con el eje X: $(-4, 0)$ y $(2, 0)$ — Cortes con el eje Y: $(0, 4)$

f) No hay cortes con ninguno de los dos ejes.

37. Página 121

Una función no puede cortar al eje Y en dos puntos porque esto implicaría que al punto $x = 0$ le corresponderían dos valores de y, por tanto la relación no sería una función.

38. Página 121

a) $\text{T.V.M.}([-2,1]) = \dfrac{f(1) - f(-2)}{1-(-2)} = \dfrac{6-(-3)}{3} = 3$

b) $\text{T.V.M.}([-3,2]) = \dfrac{f(2)-f(-3)}{2-(-3)} = \dfrac{13-(-12)}{5} = \dfrac{25}{5} = 5$

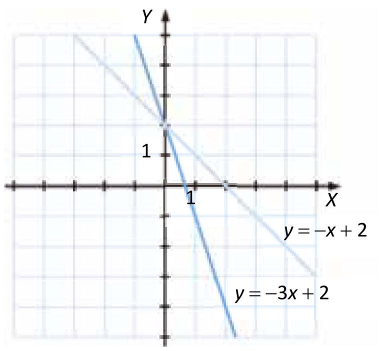
c) $\text{T.V.M.}([0,2]) = \dfrac{f(2)-f(0)}{2-0} = \dfrac{36-(-12)}{2} = \dfrac{48}{2} = 24$

d) $\text{T.V.M.}([1,3]) = \dfrac{f(3)-f(1)}{3-1} = \dfrac{\frac{7}{15}-\frac{-1}{3}}{2} = \dfrac{2}{5}$

e) $\text{T.V.M.}([-3,-2]) = \dfrac{f(-2)-f(-3)}{-2-(-3)} = \dfrac{0-\frac{10}{8}}{1} = -\dfrac{5}{4}$

f) $\text{T.V.M.}([-4,0]) = \dfrac{f(0)-f(-4)}{0-(-4)} = \dfrac{\frac{1}{2}-\frac{233}{14}}{4} = -\dfrac{226}{56} = -\dfrac{113}{28}$

39. Página 121



a) $\text{T.V.M.}([-2,4]) = \dfrac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \dfrac{-2-4}{6} = -1$

b) $\text{T.V.M.}([-2,4]) = \dfrac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \dfrac{-10-8}{6} = -3$

El coeficiente de x es el triple y la tasa de variación media también es el triple.

40. Página 122

a) La función es creciente en los intervalos $(-4,-1)$, $(0,1)$ y $(4,5)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-5,-4)$, $(-1,0)$ y $(1,4)$.

Tiene máximo en $x = -1$ y $x = 1$. Tiene mínimo en $x = -4$, $x = 0$ y $x = 4$.

b) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,-2)$ y $(2,\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-2,2)$.

Tiene máximo en $x = -2$. Tiene mínimo en $x = 2$.

c) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,1)$, $(3,4)$ y $(5,6)$.

La función es decreciente en los intervalos $(1,3)$, $(4,5)$ y $(6,+\infty)$.

Tiene máximo en $x = 1$, $x = 4$ y $x = 6$. Tiene mínimos en $x = 3$ y $x = 5$.

d) La función es creciente en los intervalos $(4,6)$ y $(8,+\infty)$.

La función es decreciente en los intervalos $(0,4)$ y $(6,8)$.

Tiene máximo en $x = 6$. Tiene mínimos en $x = 4$ y $x = 8$.

e) La función es decreciente en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(0,+\infty)$.

No tiene máximos ni mínimos.

f) La función es creciente en los intervalos $(-2,2)$ y $(2,+\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty,-2)$.

No tiene máximos ni mínimos.

g) La función es creciente en los intervalos $(-5,-4)$, $(-2,0)$ y $(2,4)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-4,-2)$, $(0,2)$ y $(4,5)$.

Tiene máximo en $x = -4$, $x = 0$ y $x = 4$. Tiene mínimos en $x = -2$ y $x = 2$.

h) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(2,+\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(0,2)$.

No tiene máximos ni mínimos.

41. Página 122

a) $\text{T.V.M.}([2,4]) = \frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{\frac{1}{2}-1}{2} = -\frac{1}{4} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [2,4].

$\text{T.V.M.}([-3,-1]) = \frac{f(-1)-f(-3)}{-1-(-3)} = \frac{-2-\left(-\frac{2}{3}\right)}{2} = -\frac{2}{3} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–3,–1] .

b) $\text{T.V.M.}([-1,4]) = \frac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)} = \frac{-19-1}{5} = \frac{-20}{5} = -4 < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–1,4].

c) $\text{T.V.M.}([-1,1]) = \frac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)} = \frac{\frac{3}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)}{2} = \frac{9}{8} > 0 \rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [–1,1].

d) $\text{T.V.M.}([2,3]) = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{0-(-2)}{1} = 2 > 0 \rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [2,3].

e) $\text{T.V.M.}([-5,-2]) = \frac{f(-2)-f(-5)}{-2-(-5)} = \frac{\frac{2}{3}-\frac{5}{6}}{3} = -\frac{1}{18} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–5, –2].

42. Página 122

Sí que podemos unir los puntos porque la temperatura va variando con el tiempo de forma continua. Es decir, sí que es una función continua.

43. Página 122

a) En el eje *X*, los valores varían entre 0 y 10 $\rightarrow \text{Dom}\, f = [0,10]$

En el eje *Y*, los valores varían entre 0 y 7 $\rightarrow \text{Im}\, f = [0, 7]$

b) Sí, es una función continua.

c) La función es creciente en los intervalos $(0,1)$, $(2,4)$, $(5,6)$ y $(8,10)$.

La función es decreciente en los intervalos $(1,2)$, $(4,5)$ y $(6,8)$.

d) La función presenta máximos en los puntos $(1,6)$, $(4,6)$ y $(6,3)$.

La función presenta mínimos en los puntos $(2,0)$, $(5,1)$ y $(8,0)$.

44. Página 122

a) Es una función periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 2,5 unidades. Su período es $T = 2{,}5$.

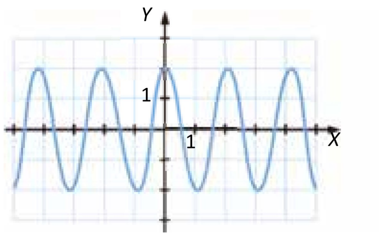
b) No es una función periódica, no se repite la misma parte de la gráfica en ningún periódico.

c) Es una función periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada unidad. Su período es $T = 1$.

d) No es una función periódica, la primera parte de la gráfica no se repite en las siguientes.

45. Página 122

Respuesta abierta. Por ejemplo:



Sí, existe más de una solución.

46. Página 123

a) La función no es continua, puesto que los datos obtenidos son puntuales de cada mes. Aparecen los puntos unidos para poder visualizar mejor la evolución, pero no deberían unirse si se analiza la continuidad.

b) La función no corta a los ejes.

c) La función es creciente entre enero y febrero, entre marzo y abril, entre junio y julio; y entre agosto y octubre.

La función es decreciente entre febrero y marzo, entre abril y junio, entre julio y agosto; y entre octubre y diciembre.

Los máximos de la función son (febrero, 10,25), (abril, 10,75), (julio, 11,75) y (octubre, 14).

Los mínimos de la función son (marzo, 9,5), (junio, 10) y (agosto, 9).

d) Se superaron los 12 millones de metros cuadrados en los meses de octubre y noviembre.

El mayor crecimiento se registró entre los meses de agosto y octubre.

47. Página 123

a) Variable independiente, $x \rightarrow$ tiempo (min)

Variable dependiente, $y \rightarrow$ precio (€)

Sí, es una función. A cada minuto le corresponde un precio.

b) Es una función constante en los intervalos (0, 3), (3, 6), (6, 9), (9, 12) y (12, 15).

El valor de la función en cada uno de los intervalos es mayor que en los anteriores.

c) No tiene máximos y mínimos.

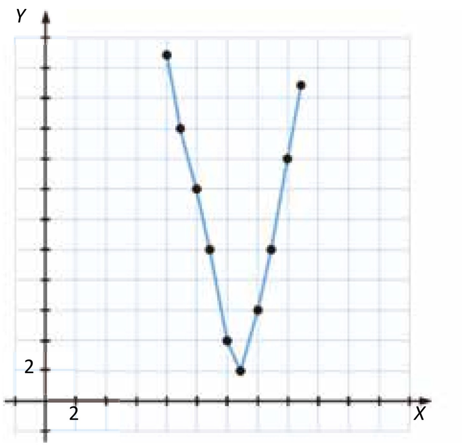
d) Una llamada de 8 minutos costará 0,60 €. Una llamada de 7 minutos costará 0,60 €. Una llamada de 2 minutos costará 0,20 €.

e) Si sólo quiero gastar 1 €, podré hablar 15 minutos como máximo.

f) No es una función continua, presenta discontinuidades en $x = 3$, 6, 9 y 12.

48. Página 123

a)



b) Sí, es una función continua, ya que la longitud de la sombra va cambiando con continuidad a lo largo del día, por eso en la gráfica anterior unimos los puntos.

c) 1. Dominio y recorrido.

En el eje *X*, los valores varían entre 8 y 17 $\rightarrow \text{Dom } f = [8,17]$

En el eje *Y*, los valores varían entre 2 y 23 $\rightarrow \text{Im } f = [2,23]$

2. Puntos de corte con los ejes.

La función no tiene cortes con los ejes.

3. Crecimiento y decrecimiento.

La función decrece entre $x = 8$ y $x = 13$ y crece entre $x = 13$ y $x = 17$.

Crecimiento $\rightarrow (13,17)$ Decrecimiento $\rightarrow (8,13)$

4. Máximos y mínimo.

La función presenta un mínimo en el punto $(13,2)$.

5. Continuidad y periodicidad.

La función es continua y no es periódica.

49. Página 123

a) La afirmación es verdadera, ya que la función entre 3 y 4 crece y entre 4 y 5 decrece, por ser 4 el día con mayor número de visitantes.

b) La afirmación es falsa, el quinto y el octavo día hubo 250 visitantes.

c) La afirmación es cierta, fueron el quinto y el octavo día.

d) La afirmación es falsa, visitantes en los primeros 4 días: $200 + 350 + 300 + 400 = 1\,250$; visitantes en los últimos 5 días: $250 + 350 + 150 + 250 + 200 = 1\,200$.

50. Página 123

a)

Minutos	10	20	25	50	60
Distancia en km	1,5	3	3	6	0

b) Ha estado parada 5 minutos.

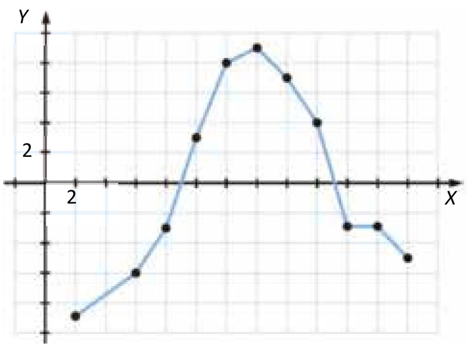
c) Ha caminado $60 - 5 = 55$ minutos.

51. Página 123

a) Variable independiente, $x \rightarrow$ Tiempo (horas)

Variable dependiente, $y \rightarrow$ Temperatura (°C)

b)



c) La función tiene un máximo relativo en $(14, 9)$.

d) La función no tiene mínimos relativos.

e) La función es continua.

f) La temperatura ha superado los 0 °C durante 10 horas.

g) La temperatura mínima se toma a las 2 horas y la máxima a las 14 horas.

h) La temperatura fue de 0 °C a las 9 horas y a las 19 horas.

i) La función crece de 2 a 14 horas y decrece de 14 a 20 horas, luego es constante durante dos horas y vuelve a decrecer las dos últimas horas.

SABER HACER

Página 124

a) Variable dependiente, $x \rightarrow$ tiempo (días) Variable independiente, $y \rightarrow$ precio (€)

$y = 4{,}6 \cdot 0{,}062531x + 80{,}87 + 0{,}91 \cdot 2 \rightarrow y = 0{,}287643x + 82{,}69$

b) Variable dependiente, $x \rightarrow$ consumo (m^3) Variable independiente, $y \rightarrow$ precio (€)

$$y = \left(\frac{100 + 21}{100}\right)(0{,}0445172x + 7{,}5) \rightarrow y = 0{,}0538658x + 9{,}075$$

$$y = 0{,}0538658x + 9{,}075 \xrightarrow{x=235} 0{,}0538658 \cdot 235 + 9{,}075 = 21{,}73 \text{ €}$$