

Gráfica de una función

8

PUNTO DE PARTIDA

La rampa de patinaje recuerda a la gráfica de una parábola.

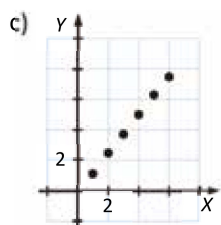
ACTIVIDADES

1. Página 126

a)

N.º de botellas	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5

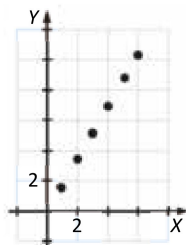
b) La función algebraica de la función es $y = 1,25x$.



d) La constante de proporcionalidad es $m = 1,25$.

2. Página 126

La relación entre el precio y el número de docenas adquiridas es $y = 1,75x$.



a) $y = 1,75x \rightarrow 4 \cdot 1,75 = 7 \text{ €}$

b) $y = 1,75x \rightarrow 21 = 1,75x$, $x = 12$ Tenemos que comprar 12 docenas de huevos.

3. Página 127

a) $y = 3x - 4$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no pasa por el origen.

b) $y = 5x$ es una función de proporcionalidad directa. Su pendiente es $m = 5$, por tanto, es una función creciente.

c) $y = \frac{3}{4}x$ es una función de proporcionalidad directa. Su pendiente es $m = \frac{3}{4}$, por tanto, es una función creciente.

d) $y = \frac{1}{3}x + 2$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no pasa por el origen.

e) $y = \frac{4}{x}$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no es una línea recta.

f) $y = x^2$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no es una línea recta.

Gráfica de una función

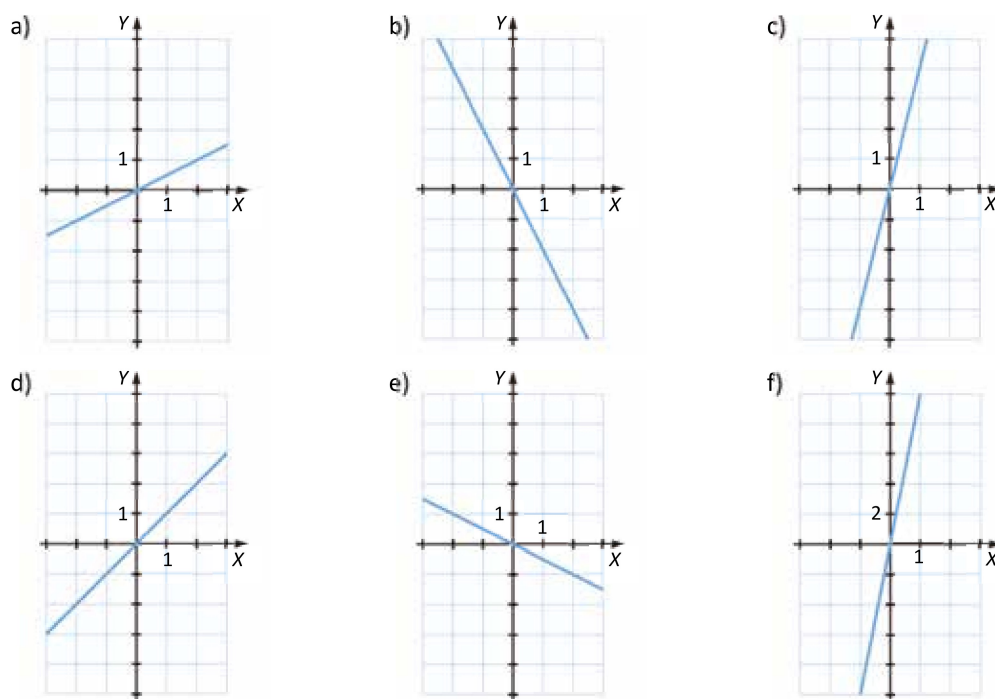
4. Página 127

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Función de proporcionalidad directa creciente: $y = x$, $y = 2x$

Función de proporcionalidad directa decreciente: $y = -x$, $y = -2x$

5. Página 127



6. Página 127

a) $y = mx \rightarrow 10 = m \cdot (-5) \rightarrow m = -2 \rightarrow$ La expresión algebraica es $y = -2x$.

b) La función es decreciente.

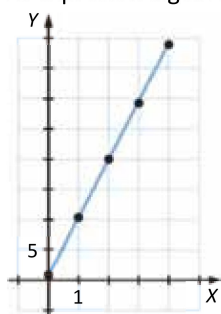
7. Página 128

a)

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4
Distancia (al km 0)	2	11	20	29	38

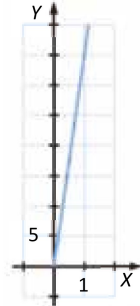
$x = n.^{\circ}$ de horas que está corriendo, $y =$ distancia recorrida

b) La expresión algebraica resultante es $y = 9x + 2$.



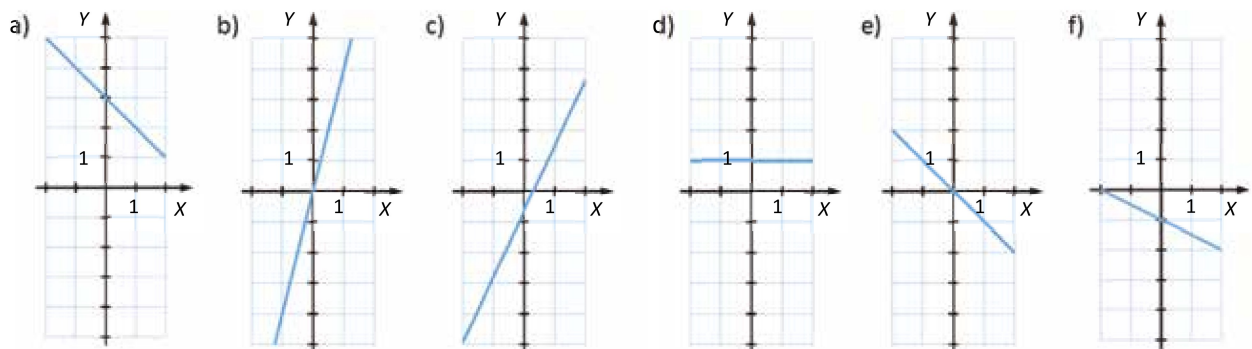
8. Página 128

- a) La función que relaciona el tiempo con el espacio es $y = 35x$.
- b) Tenemos que $n = 0$, por tanto es una función de proporcionalidad directa.



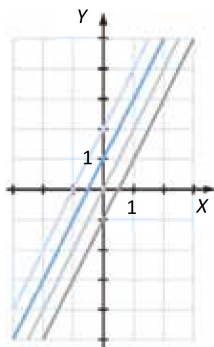
- c) $245 = 35x \rightarrow x = 7$, tarda 7 horas en recorrer 245 km.
- d) $y = 35 \cdot 3 \rightarrow y = 105$, en 3 horas recorre 105 km.

9. Página 129



10. Página 129

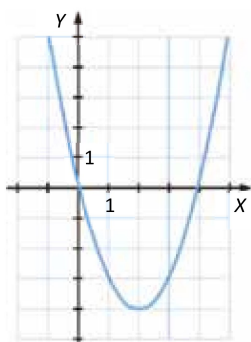
Las rectas son paralelas.



11. Página 129

No, ya que son dos rectas paralelas (horizontales) y no tienen puntos en común.

12. Página 130



$$V_x = -\frac{-4}{2} = 2 \xrightarrow{x=2} V_y = -4$$

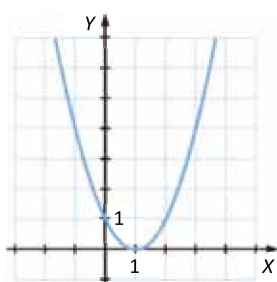
El vértice es el punto $(2, -4)$.

$$x(x - 4) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4$$

Los puntos de corte con el eje X son $(0, 0)$ y $(4, 0)$.

El punto de corte con el eje Y es $(0, 0)$.

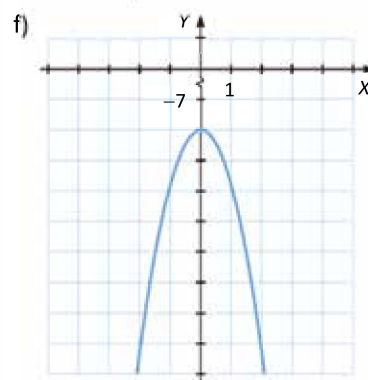
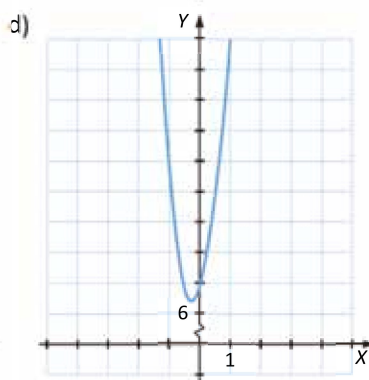
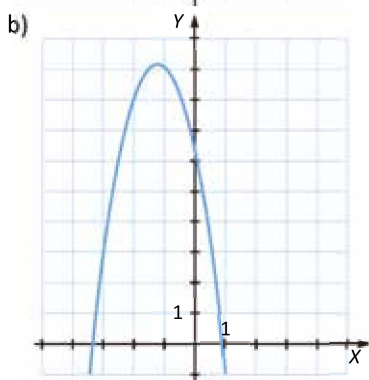
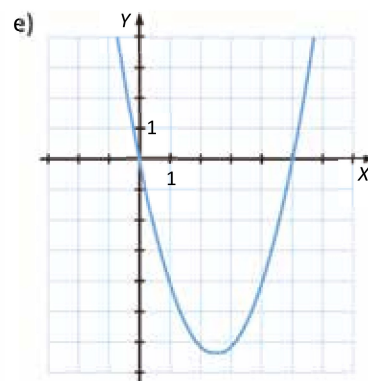
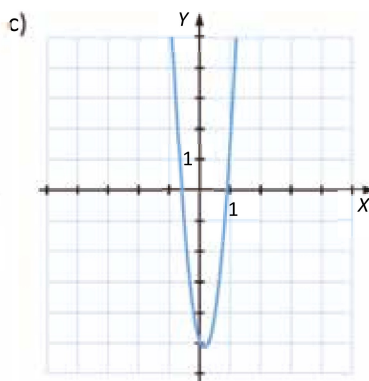
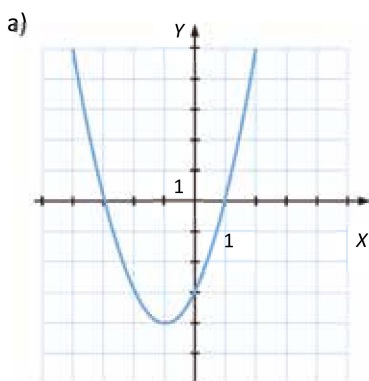
13. Página 130



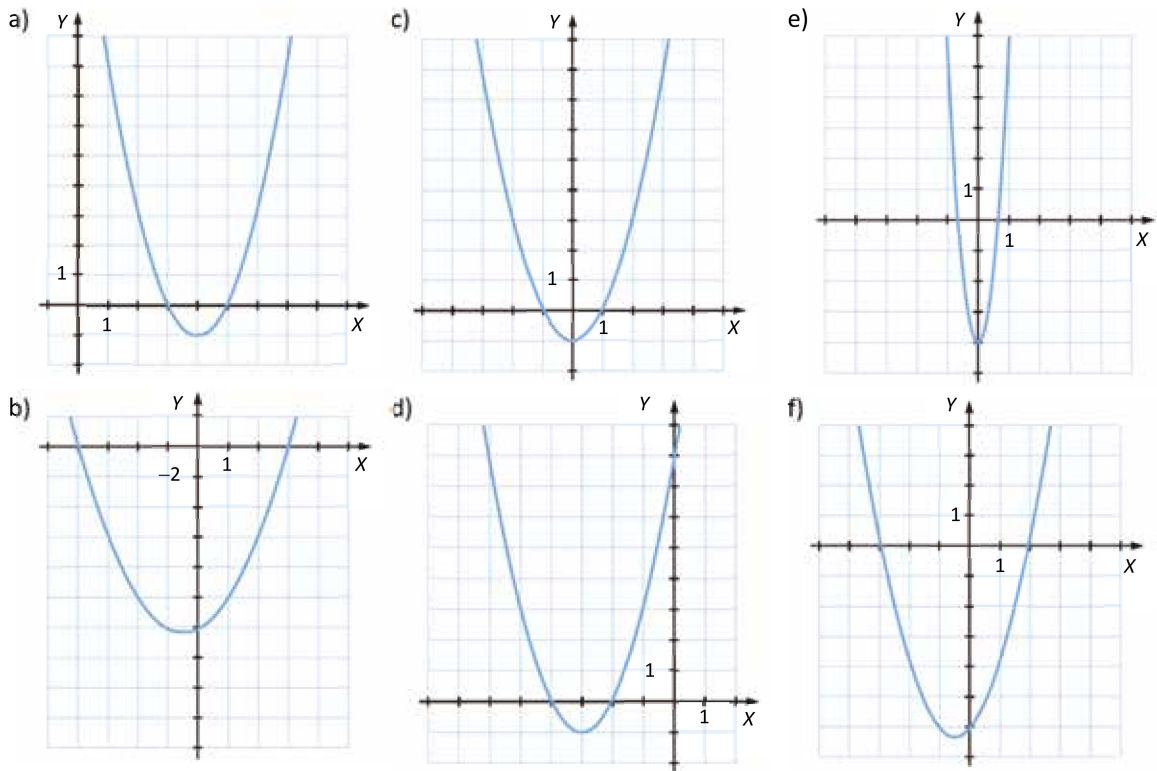
Su vértice es en el punto $(1, 0)$.

El punto de corte con el eje X es $(1, 0)$, y corta al eje Y en $(0, 1)$.

14. Página 131



15. Página 131



16. Página 132

Siendo x el precio de cada cómic y k el dinero que Pablo tiene para gastar, 100 €. Tenemos que la expresión algebraica de la función que relaciona el precio de cada cómic, x , con el número de cómics que puede comprar, y , es $y = \frac{k}{x} \rightarrow y = \frac{100}{x}$.

Precio de cada cómic (€)	1	2	3	4
N.º de cómics	100	50	33,33	25

17. Página 132

Nº de viajeros	60	30	45	15
Precio por persona	3	6	4	12

La relación entre el precio y el número de viajeros es inversamente proporcional.

La expresión algebraica que lo representa es $y = \frac{180}{x}$, siendo x el número de viajeros.

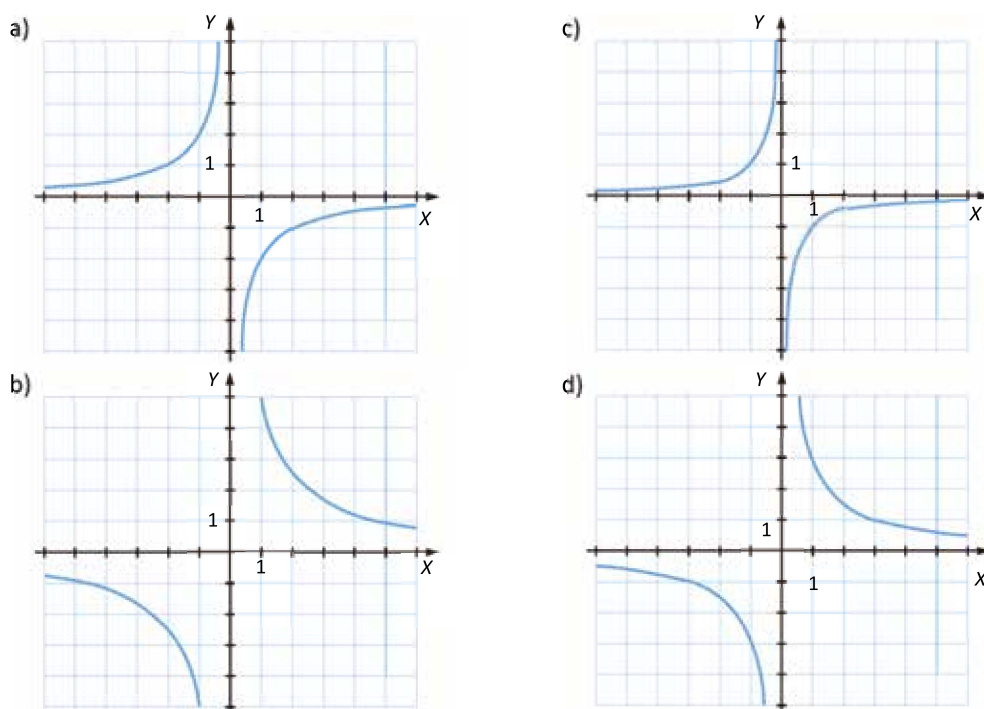
18. Página 132

El número de vacas y los días que dura el pienso son magnitudes inversamente proporcionales. La función que indica el número de días que dura el pienso, y , en función del número de vacas, x , es de la forma $y = \frac{k}{x}$.

Si durante 15 días (y) se pueden alimentar 48 vacas (x), tenemos $\rightarrow 15 = \frac{k}{48} \rightarrow k = 720 \rightarrow y = \frac{720}{x}$

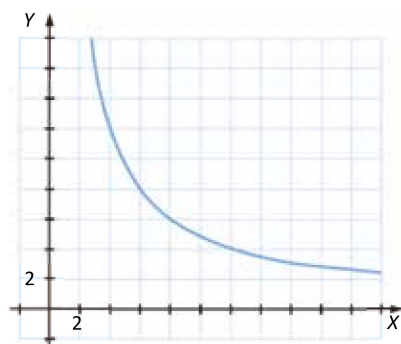
Por lo tanto, si hay 43 vacas el pienso dura $y = \frac{720}{43} = 16,74 \rightarrow$ El pienso dura para 16 días si se venden 5 vacas.

19. Página 133



20. Página 133

La función que relaciona el número de trabajadores con el de horas empleadas es $y = \frac{48}{x}$.



21. Página 134

Si la base fuese negativa no sería una función exponencial ya que algunos de sus valores no tendrían imagen, como por ejemplo $(-2)^{\frac{1}{2}}$, y su dominio no sería $\mathbb{R}$.

Si la base fuese 1 el resultado sería 1, sea cual sea la potencia.

22. Página 134

a) No es una función exponencial, ya que la base de la función no es un número positivo.

b) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $\left(\frac{1}{8}\right)^x$.

c) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $(0,75^2)^x$.

d) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $(5^3)^x$.

23. Página 134

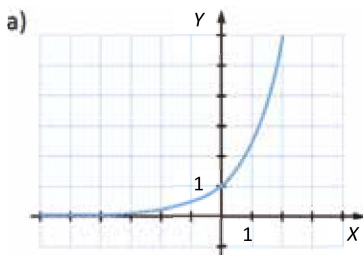
La función es $y = c \cdot 4^x$, siendo x las horas que han transcurrido desde el comienzo, c el número de bacterias iniciales de las que partimos e y el número de bacterias que hay en la hora x .

Si $c = 1\,000$, pasadas 24 h tendremos $y = 1\,000 \cdot 4^{24} = 281\,474\,976\,710\,656\,000 = 2,81 \cdot 10^{17}$ bacterias.

24. Página 134

$$15 = 45 \cdot 3^{-0,01t} \rightarrow 3^{-0,01t} = 3^{-1} \rightarrow -0,01t = -1 \rightarrow t = 100 \text{ años.}$$

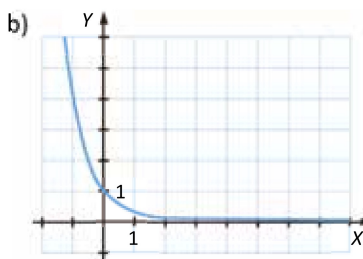
25. Página 135



Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta al eje X .

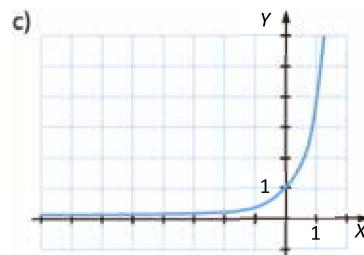
Es creciente. Pasa por el punto $(0, 1)$.



Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta al eje X .

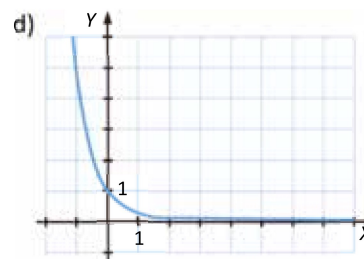
Es decreciente. Pasa por el punto $(0, 1)$.



Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta al eje X .

Es creciente. Pasa por el punto $(0, 1)$.

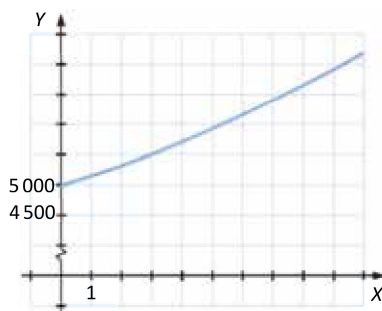


Corta al eje Y en el punto $(0, 1)$.

No corta al eje X .

Es decreciente. Pasa por el punto $(0, 1)$.

26. Página 135



La función es $f(x) = 5000 \cdot \left(1 + \frac{3,75}{100}\right)^x$.

El dominio es $[0, +\infty)$ y el recorrido es $[5000, +\infty)$.

ACTIVIDADES FINALES

27. Página 136

- a) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m < 0$ es una función decreciente.
- b) $m=0 \rightarrow$ función constante.
- c) $m=2$ y $n=-6 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje Y en el punto $(0, -6)$, como $m > 0$ es una función creciente.
- d) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m < 0$ es una función decreciente.
- e) $m=0 \rightarrow$ función constante.
- f) $m=2$ y $n=-3 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje Y en el punto $(0, -3)$, como $m > 0$ es una función creciente.
- g) $m=8$ y $n=3 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje Y en el punto $(0, 3)$, como $m > 0$ es una función creciente.
- h) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m < 0$ es una función decreciente.

28. Página 136

- | | | | | | |
|--------------------|-----------------|-------------|------------------------------|-------------------------|-------------|
| a) Pendiente: -1 | Ordenada: 3 | Decreciente | d) Pendiente: 6 | Ordenada: 5 | Creciente |
| b) Pendiente: 4 | Ordenada: -3 | Creciente | e) Pendiente: $-\frac{1}{2}$ | Ordenada: $\frac{3}{2}$ | Decreciente |
| c) Pendiente: -7 | Ordenada: -12 | Decreciente | f) Pendiente: 2 | Ordenada: $\frac{1}{2}$ | Creciente |

29. Página 136

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) Corte con el eje Y: $(0, 3)$ | Corte con el eje X: $\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ |
| b) Corte con los ejes: $(0, 0)$ | |
| c) Corte con el eje Y: $(0, -12)$ | Corte con eje X: $(2, 0)$ |
| d) Corte con el eje Y: $(0, 7)$ | Corte con el eje X: $(-7, 0)$ |
| e) Corte con el eje Y: $(0, 10)$ | No tiene puntos de corte con el eje X. |
| f) Corte con el eje Y: $(0, -3)$ | Corte con el eje X: $(-4, 0)$ |

30. Página 136

$$y = mx + n \rightarrow 4 = -\frac{1}{2}(-2) + n \rightarrow n = 3$$

$$\text{La función es } y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

31. Página 136

Son funciones de proporcionalidad directa.

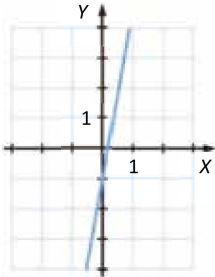
La función que pasa por el $(0, 0)$ con pendiente 4 es: $y = 4x$; es una función creciente.

La función que pasa por el $(0, 0)$ con pendiente -3 es: $y = -3x$; es una función decreciente.

32. Página 136

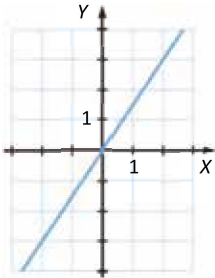
a) Eje X: $\left(\frac{1}{7}, 0\right)$; Eje Y: $(0, -1)$

Es una función creciente.



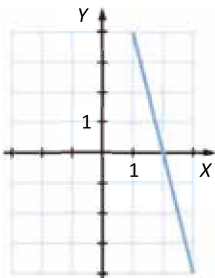
b) Eje X: $(0, 0)$; Eje Y: $(0, 0)$

Es una función creciente.



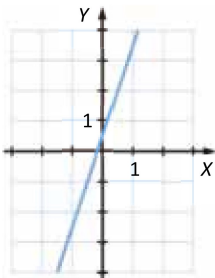
c) Eje X: $(2, 0)$; Eje Y: $(0, 8)$

Es una función decreciente.



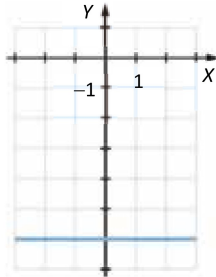
d) Eje X: $\left(-\frac{1}{6}, 0\right)$; Eje Y: $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

Es una función creciente.



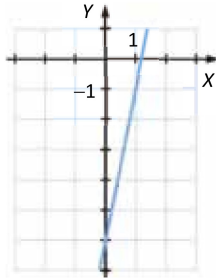
e) Eje X: No tiene; Eje Y: $(0, -6)$

Es una función constante.



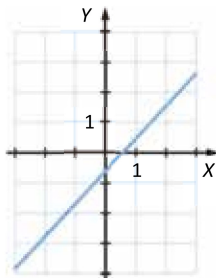
f) Eje X: $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$; Eje Y: $(0, -6)$

Es una función creciente.



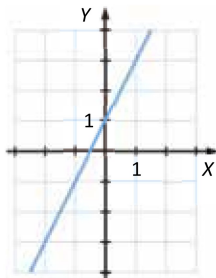
g) Eje X: $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$; Eje Y: $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$

Es una función creciente.



h) Eje X: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$; Eje Y: $(0, 1)$

Es una función creciente.



Gráfica de una función

33. Página 136

a) $y = 2x - 3$

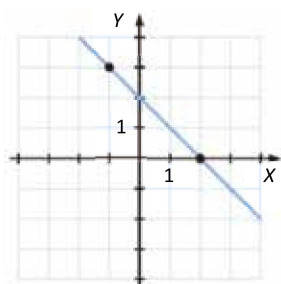
b) $y = \frac{1}{2}x + 1$

c) $y = -4x - 2$

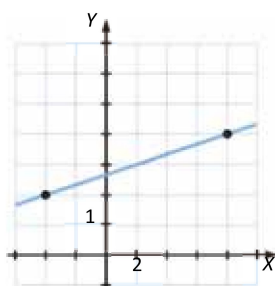
d) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

34. Página 136

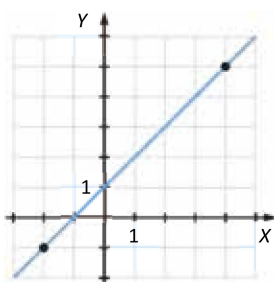
a) $y = -x + 2$



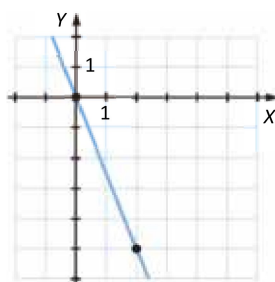
d) $y = \frac{1}{6}x + \frac{8}{3}$



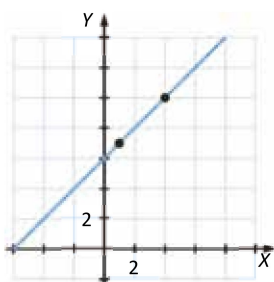
b) $y = x + 1$



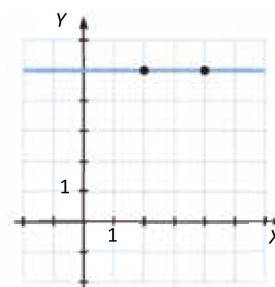
e) $y = -\frac{5}{2}x$



c) $y = x + 6$



f) $y = 5$

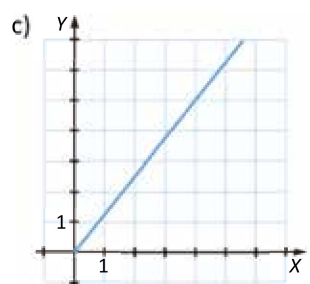


35. Página 136

a)

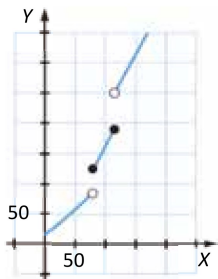
Litros de refresco	1	2	3	4
Precio	1,25	2,50	3,75	5

b) $y = 1,25x$, siendo x el número de litros de refresco e y el precio total.



36. Página 137

$$f(x) = \begin{cases} y = 0,9x + 10 & \text{si } x < 80 \\ y = 1,5x + 10 & \text{si } 80 \leq x \leq 120 \\ y = 2x + 10 & \text{si } x > 120 \end{cases}$$



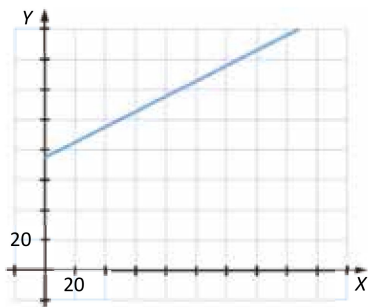
37. Página 137

a) $y = 0,5x + 75$

b)

Número de páginas	10	20	30	40
Precio	80	85	90	95

c)



d) $x = 120 \rightarrow y = 135 \text{ €}$

38. Página 137

a)

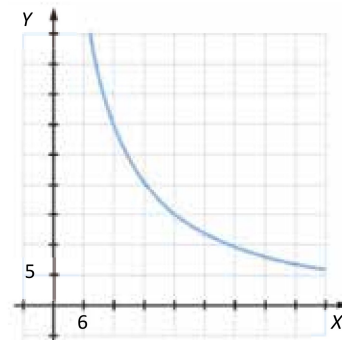
Número de alumnos	36	20	18	10
Número de cajas	10	18	20	36

b) $y = \frac{360}{x}$, siendo x el número de alumnos e y el número de cajas que deben vender

c) $36 \cdot 10 = 360$, $20 \cdot 18 = 360$

$$y = \frac{360}{x} \rightarrow x \cdot y = 360$$

Las dos magnitudes son inversamente proporcionales.



39. Página 137

- a) El vértice tiene coordenadas: $(3, -9)$
- b) El vértice tiene coordenadas: $\left(\frac{3}{2}, -7\right)$
- c) El vértice tiene coordenadas: $(-3, 31)$
- d) El vértice tiene coordenadas: $(0, -16)$
- e) El vértice tiene coordenadas: $(3, 4)$
- f) El vértice tiene coordenadas: $(5, -25)$

40. Página 137

- a) Puntos de corte con el eje X: $(-2, 0)$, $(8, 0)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, -16)$
- b) Puntos de corte con el eje X: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, -5)$
- c) Puntos de corte con el eje X: $(1, 0)$, $(6, 0)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, 6)$
- d) Puntos de corte con el eje X: $(1, 0)$, $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, 4)$
- e) Puntos de corte con el eje X: $(-5, 0)$, $(5, 0)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, -50)$
- f) Puntos de corte con el eje X: $(-10, 0)$, $(0, 0)$
Punto de corte con el eje Y: $(0, 0)$

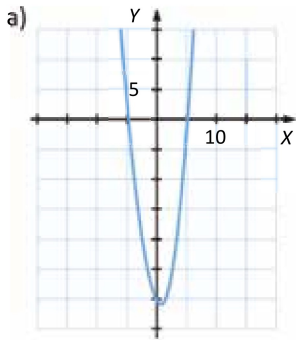
41. Página 137

En las funciones en las que $a > 0$, la gráfica decrece hasta su vértice y crece desde el mismo.

En las funciones en las que $a < 0$, la gráfica crece hasta su vértice y decrece desde el mismo.

- a) Su vértice es un máximo: $(0, 9)$
- b) Su vértice es un mínimo: $\left(\frac{7}{8}, -\frac{81}{16}\right)$
- c) Su vértice es un mínimo: $\left(-\frac{1}{2}, -4\right)$
- d) Su vértice es un máximo: $(0, 27)$
- e) Su vértice es un mínimo: $(-1, -25)$
- f) Su vértice es un máximo: $(5, 4)$

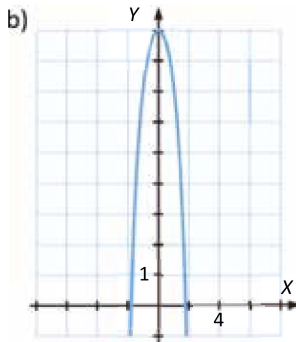
42. Página 137



Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $\left[-\frac{121}{4}, +\infty\right)$

Corte eje X: $\{(-5, 0), (6, 0)\}$; Corte eje Y: $(0, -30)$

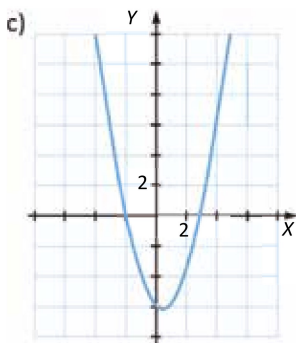
Vértice: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{121}{4}\right)$



Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty, 9]$

Corte eje X: $\{(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)\}$; Corte eje Y: $(0, 9)$

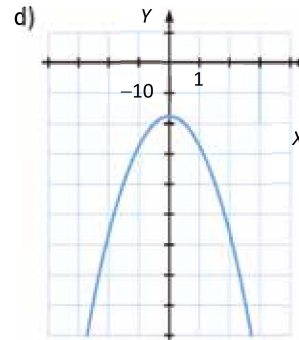
Vértice: $(0, 9)$



Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $\left[-\frac{25}{4}, +\infty\right)$

Corte eje X: $\{(-2, 0), (3, 0)\}$; Corte eje Y: $(0, -6)$

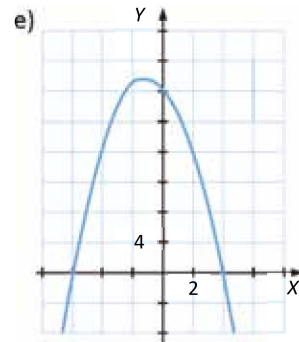
Vértice: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$



Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty, -18]$

Corte eje X: No tiene; Corte eje Y: $(0, -18)$

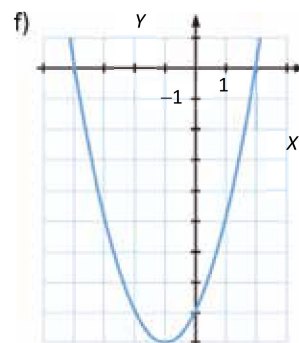
Vértice: $(0, -18)$



Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty, 25]$

Corte eje X: $\{(-6, 0), (4, 0)\}$; Corte eje Y: $(0, 24)$

Vértice: $(-1, 25)$

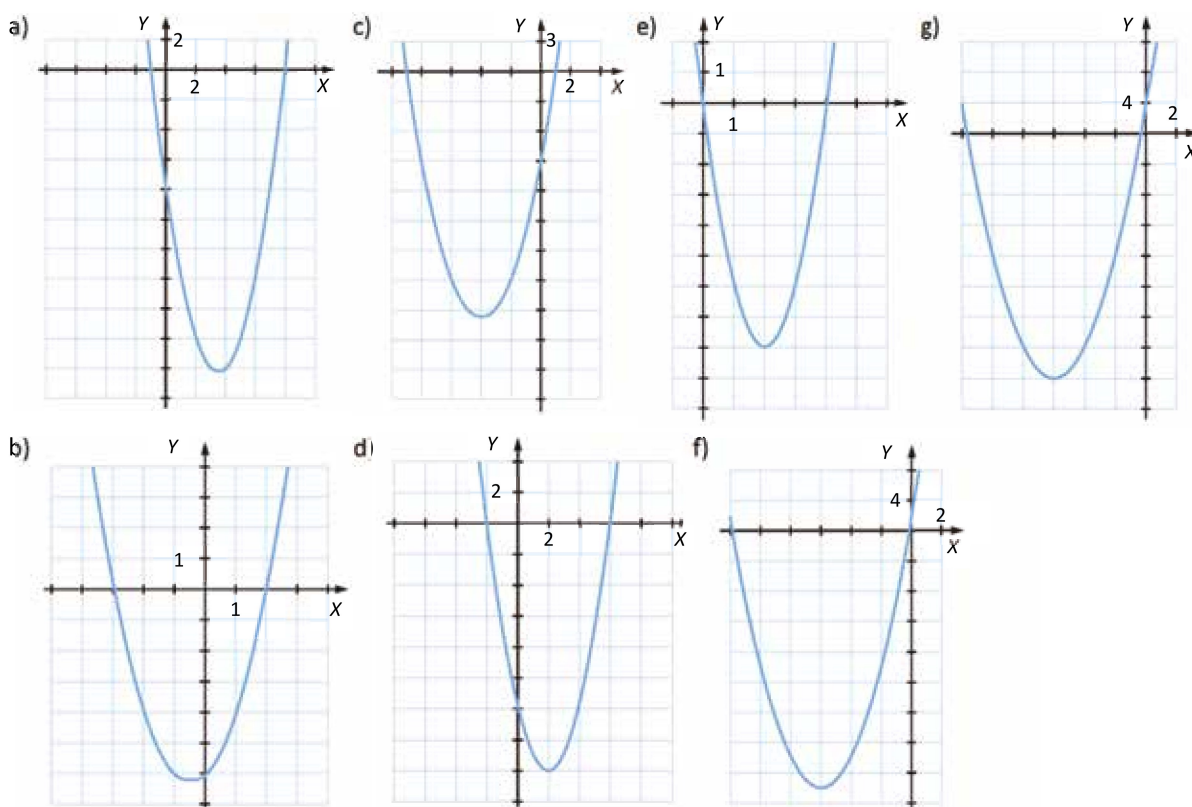


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $[-9, +\infty)$

Corte eje X: $\{(-4, 0), (2, 0)\}$; Corte eje Y: $(0, -8)$

Vértice: $(-1, -9)$

43. Página 137



La gráfica de la función g es la misma que la de la función f pero desplazada dos unidades hacia arriba.

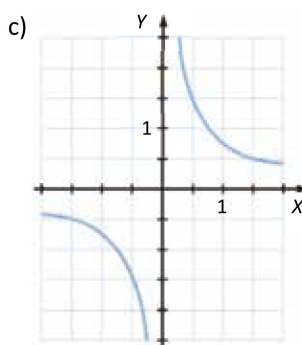
44. Página 138

a)

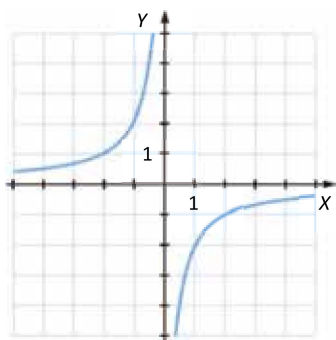
x	1	2	3	4	5
y	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{20}$

b) $y = \frac{3}{x}$

d) $f(x) = \frac{3}{x} = \frac{1}{12} \rightarrow x = 12 \cdot \frac{3}{4} = 9$



45. Página 138



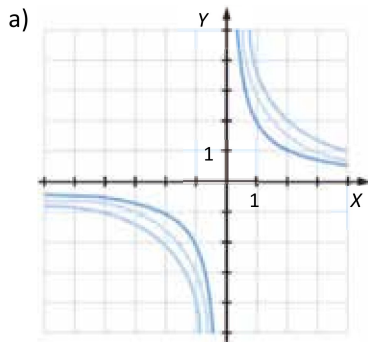
46. Página 138

a), b), e) y f) se encuentran en el primer y tercer cuadrantes. Son decrecientes.

c) y d) se encuentran en el segundo y cuarto cuadrantes. Son crecientes.

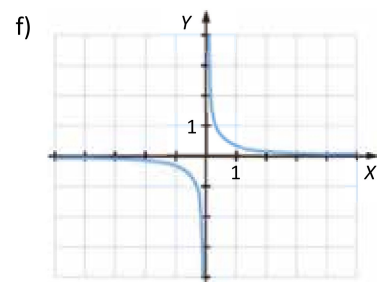
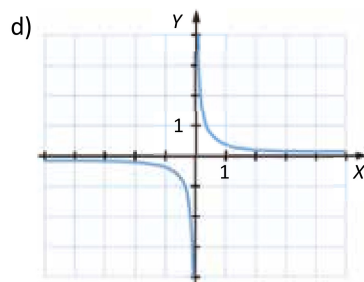
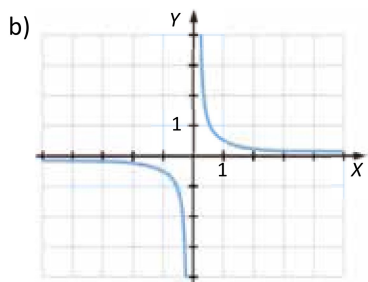
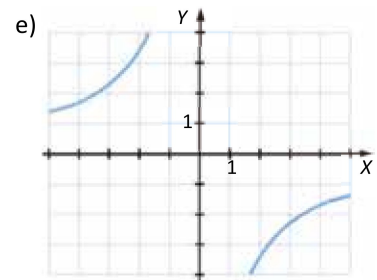
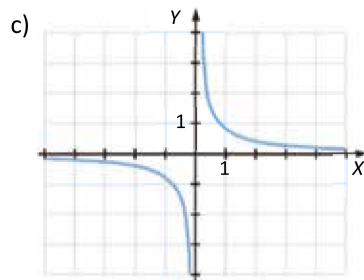
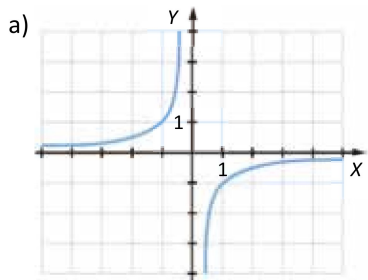
La más alejada de los ejes es la c).

47. Página 138



b) La más alejada es la tercera.

48. Página 138



49. Página 138

a) Se divide entre 5.

b) No. La otra se multiplica por 4.

c) En una función de proporcionalidad directa, si multiplicamos por 5 una variable la otra también se multiplica por 5 y, si la dividimos por 4, la otra también se divide por 4.

Gráfica de una función

50. Página 138

a)

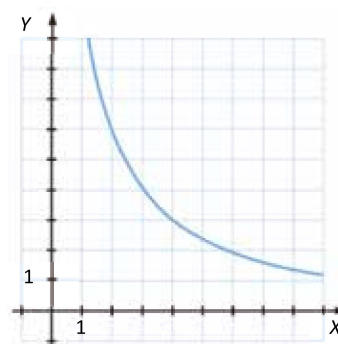
x	1	2	3	4
y	12	6	4	3

x = área de la base

y = altura

b) $y = \frac{12}{x}$

c) La función no corta a los ejes en ningún punto.



51. Página 138

a)

x	1	2	4
y	40	20	10

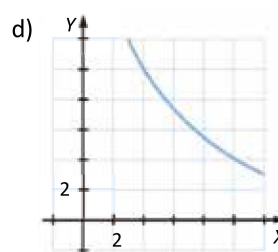
x = tiempo en horas

y = velocidad

b) $y = \frac{40}{x}$

c) Dominio: $(0, +\infty)$

Recorrido: $(0, +\infty)$



52. Página 138

a)

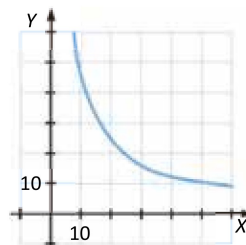
x	10	25	50
y	50	20	10

x = área de la base

y = altura

b) $y = \frac{500}{x}$

c) Es una función decreciente.



53. Página 138

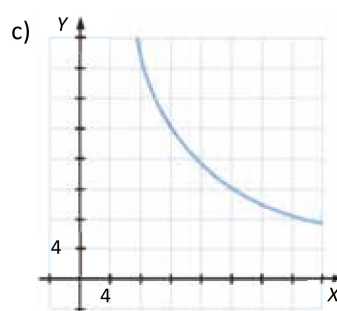
a)

x	10	20	40
y	24	12	6

x = número de obreros

y = número de horas

b) $y = \frac{240}{x}$



54. Página 139

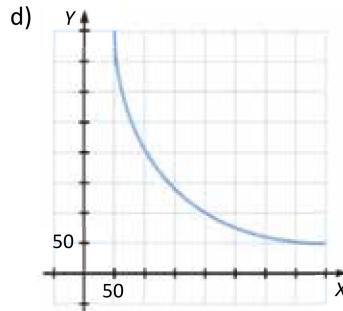
a) $y = \frac{20000}{x}$, siendo x el número de socios e y el dinero que le corresponde a cada socio.

b)

x	10	20	40
y	2000	1000	500

c) Dominio: $\mathbb{N}$

Recorrido: $\left\{\frac{20000}{X}, X \in \mathbb{N}\right\}$



55. Página 139

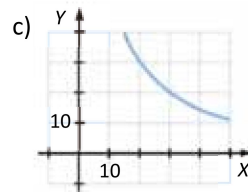
a)

x	20	15	25
y	30	40	24

b) $y = \frac{600}{x}$

$x = n.^{\circ}$ de personas

$y =$ tiempo en días



56. Página 139

El dominio es $\mathbb{R}$ y el recorrido es $(0, +\infty)$ para ambas funciones.

57. Página 139

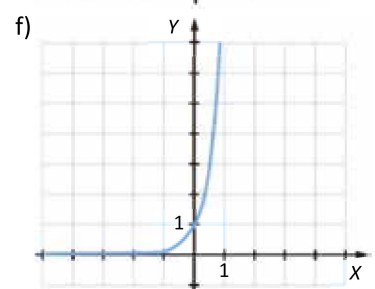
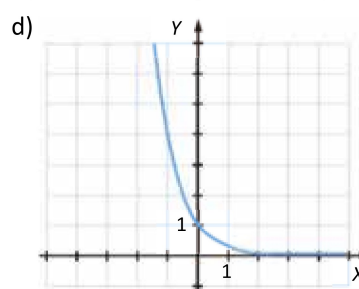
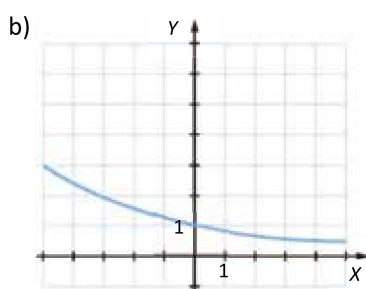
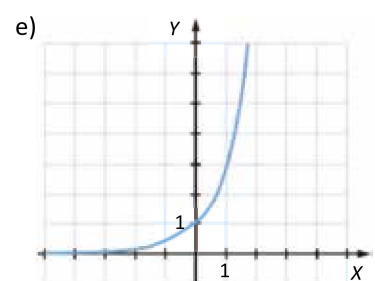
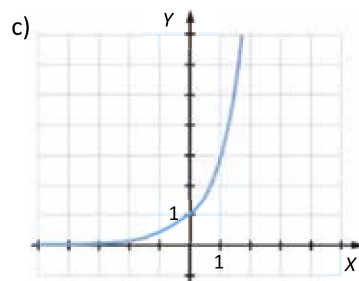
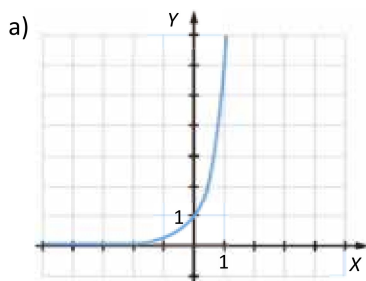
No existen puntos de corte con eje X y el punto de corte con eje Y es $(0,1)$ para ambas funciones.

58. Página 139

- a) La función es creciente, ya que $a > 1$.
- b) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.
- c) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.
- d) No es posible.

- e) La función es creciente, ya que $a > 1$.
- f) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.
- g) No es posible.
- h) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.

59. Página 139



Gráfica de una función

60. Página 139

a) La función es $y = 5^x$.

b) La función es $y = 3^x$.

c) La función es $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

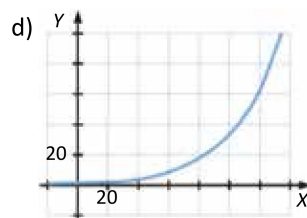
61. Página 139

a) En 2 horas habrá $2^6 = 64$ bacterias
y en 3 horas $2^9 = 512$.

b) La función es $y = 2^{\frac{x}{20}}$,
siendo x el tiempo en minutos.

c)

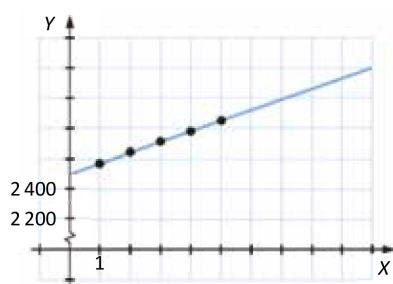
x	40	60	100	140
y	4	8	32	128



62. Página 139

La función es $y = 2500(1+0,025)^x$.

x	1	2	3	4	5
y	2 562,5	2 626,56	2 692,23	2 759,53	2 828,52



SABER HACER

