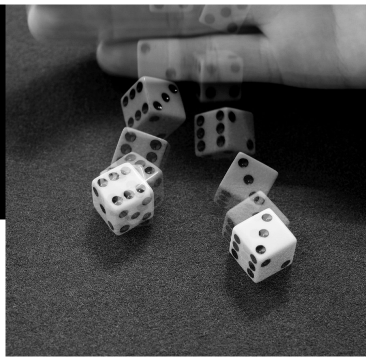
11 Probabilidad



1. Operaciones con sucesos

Piensa y calcula

En una baraja española de 40 cartas, ¿cuántas figuras hay?

Solución:
Las figuras son las sotas, los caballos y los reyes, en total 12 cartas.

Aplica la teoría

1. Sea el experimento de lanzar un dado de quinielas. Halla:
a) el espacio muestral o suceso seguro.
b) los sucesos elementales.

Solución:
a) E = {1, X, 2}
b) {1}, {X}, {2}

2. En el experimento de lanzar un dado de seis caras numeradas del 1 al 6, halla:
a) el espacio muestral o suceso seguro.
b) el suceso A, formado por los números impares.
c) el suceso B, formado por los números primos.
d) el suceso C, formado por los números pares.
e) ¿A y B son compatibles o incompatibles?
f) ¿A y C son compatibles o incompatibles?
g) ¿B y C son compatibles o incompatibles?

Solución:
a) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
b) A = {1, 3, 5}
c) B = {2, 3, 5}
d) C = {2, 4, 6}
e) $A \cap B = \{3, 5\} \Rightarrow$ A y B son compatibles.
f) $A \cap C = \emptyset \Rightarrow$ A y B son incompatibles.
g) $B \cap C = \{2\} \Rightarrow$ A y B son compatibles.

3. Sean E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 10, 11, 12}, A = {1, 3, 5, 7, 9, 11}, B = {2, 3, 5, 7, 11}. Calcula:
a) $A \cup B$ b) $A \cap B$
c) $\overline{A}$ d) $\overline{B}$

Solución:
a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$
b) $A \cap B = \{3, 5, 7, 11\}$
c) $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
d) $\overline{B} = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

4. Sean E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, A = {1, 3, 5, 7}, B = {2, 3, 5, 7}. Calcula:
a) A – B
b) B – A
c) Comprueba la ley de Morgan:
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$
d) Comprueba la ley de Morgan:
$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Solución:
a) A – B = {1}
b) B – A = {2}
c) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$
$\overline{A \cup B} = \{4, 6, 8\}$
$\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}, \overline{B} = \{1, 4, 6, 8\}$
$\overline{A} \cap \overline{B} = \{4, 6, 8\}$
d) $A \cap B = \{3, 5, 7\}$
$\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$
$\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}, \overline{B} = \{1, 4, 6, 8\}$
$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

2. Regla de Laplace

Piensa y calcula

Se lanzan dos dados de seis caras. ¿Qué suma de puntos tiene la máxima probabilidad?

Solución:

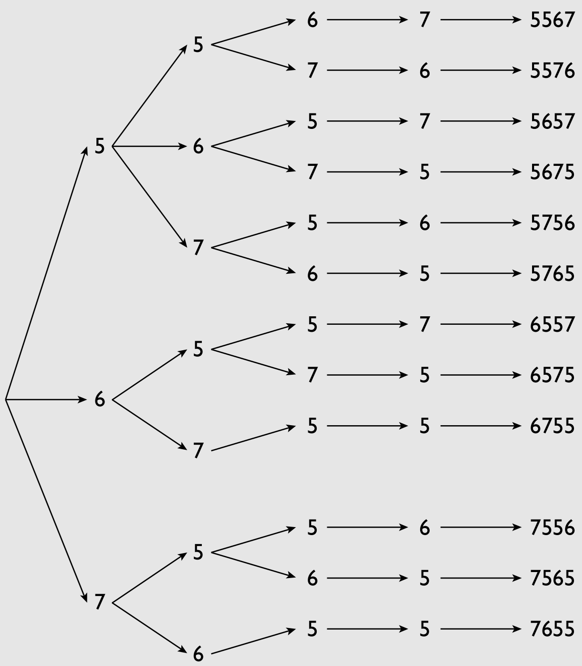
La máxima probabilidad la tiene la suma 7, porque es el que más veces se presenta.

1 + 6, 2 + 5, 3 + 4, 4 + 3, 5 + 2 y 6 + 1

Aplica la teoría

5. Se toman cuatro cartas diferentes de una baraja, dos cincos, un seis y un siete. Las cartas se ponen boca abajo sobre una mesa y se mezclan al azar. Determina la probabilidad de que, al darles la vuelta, todas las cartas estén ordenadas en orden creciente si los dos cincos son indistinguibles.

Solución:



Se aplica directamente la regla de Laplace:

$P(5567) = \frac{1}{12}$

6. Se lanzan dos dados. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a) A = Se obtiene cinco en alguno de los dados.

b) B = Se obtiene un doble (los dos dados presentan la misma puntuación).

c) $A \cap B$ d) $A \cup B$

Solución:

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)

a) Se aplica directamente la regla de Laplace.

$P(A) = \frac{11}{36}$

b) Se aplica directamente la regla de Laplace.

$P(B) = \frac{6}{36}$

c) Se aplica directamente la regla de Laplace.

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

d) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$

$= \frac{11}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

3. Probabilidad condicionada

Piensa y calcula

a) Halla la probabilidad de sacar una carta de copas al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

b) La carta de copas extraída se deja fuera, y se extrae otra carta. Halla la probabilidad de que esta segunda carta también sea de copas.

Solución:

a) $P(C) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) $P((C) = \frac{9}{39} = \frac{3}{13}$

Aplica la teoría

7. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0{,}6$; $P(B) = 0{,}4$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$

a) Calcula $P(A \cap B)$

b) Razona si los sucesos A y B son independientes.

c) Calcula $P(A \cup B)$

Solución:

a) Propiedades de la probabilidad.

Por una ley de Morgan se tiene:

$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow$

$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$

Luego:

$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

b) $P(A) \cdot P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24 \neq P(A \cap B)$

Por tanto, A y B son dependientes.

c) Propiedades de la probabilidad.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$
$= 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}7$

8. Lanzamos dos veces consecutivas un dado de seis caras numeradas de 1 al 6

a) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea igual a 4

b) Calcula la probabilidad de que en el primer lanzamiento haya salido un 1, si la suma es 4

Solución:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) Se aplica directamente la regla de Laplace.

$P(\text{Suma } 4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

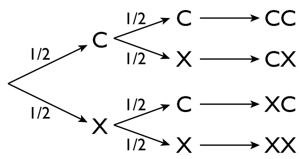
b) Se aplica la probabilidad condicionada.

$P(\text{Primero } 1/\text{Suma } 4) = \frac{1}{3}$

4. Regla de la suma y teorema de Bayes

Piensa y calcula

Se lanzan al aire dos monedas. Halla la probabilidad de que una sea cara y la otra cruz.



Solución:

$$P(CX, XC) = P(CX) + P(XC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

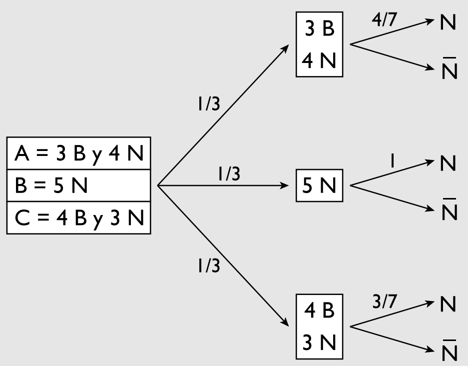
Aplica la teoría

9. Se tienen tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras; la segunda, 5 bolas negras; y la tercera, 4 blancas y 3 negras.

a) Si se elige una caja al azar, y luego se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?

b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

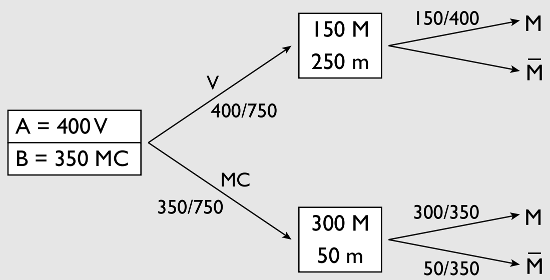
$$P(B/N) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

10. Un día determinado, en una tienda de ropa joven, se han realizado 400 ventas pagadas con tarjeta de crédito V, y 350 ventas pagadas con la tarjeta MC. Las ventas restantes del día han sido abonadas en metálico. Se comprueba que 150 de las ventas pagadas con la tarjeta V superan los 150 €, mientras que 300 de las compras pagadas con tarjeta de crédito MC superan esa cantidad. Se extrae al azar un comprobante de las ventas del día pagadas con tarjetas de crédito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra superior a 150 €?

b) Si la compra es inferior a 150 €, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido pagada con la tarjeta MC?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

M = {Superan los 150 €}

$$P(M) = \frac{400}{750} \cdot \frac{150}{400} + \frac{350}{750} \cdot \frac{300}{350} = \frac{3}{5}$$

b) Se aplican las propiedades de la probabilidad y el teorema de Bayes.

$$P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(MC/\overline{M}) = \frac{\frac{350}{750} \cdot \frac{50}{350}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{6}$$

Preguntas tipo test

Contesta en tu cuaderno:

1 Dados dos sucesos A y B, sabemos que $p(A \cap B) = 0,1$; $p(A \cup B) = 0,7$ y $p(A|B) = 0,2$

Calcula p(A) y p(B)

- [ ] $P(A) = 0,1; P(B) = 0,1$
- [ ] $P(A) = 0,2; P(B) = 0,5$
- [x] $P(A) = 0,3; P(B) = 0,5$
- [ ] $P(A) = 0,4; P(B) = 0,7$

2 En el problema 1, ¿son independientes los sucesos A y B?

- [x] Los sucesos A y B son dependientes.
- [ ] Los sucesos A y B son independientes.

3 En el problema 1, calcula $p(\overline{A} \cup B)$, donde $\overline{A}$ representa el suceso complementario o contrario de A.

- [ ] $p(\overline{A} \cup B) = 0,2$
- [ ] $p(\overline{A} \cup B) = 0,5$
- [ ] $p(\overline{A} \cup B) = 0,9$
- [x] $p(\overline{A} \cup B) = 0,8$

4 En un grupo de familias, un 10% ha cambiado de coche y también ha cambiado de piso; un 50% no ha cambiado de coche y sí de piso. Entre los que han cambiado de coche, un 25% ha cambiado de piso.

¿Qué porcentaje de familias ha cambiado de piso?

- [ ] $P(P) = 0,5$
- [x] $P(P) = 0,6$
- [ ] $P(P) = 0,7$
- [ ] $P(P) = 0,8$

5 En el problema 4, ¿qué probabilidad hay de que una familia del grupo haya cambiado de coche?

- [x] $P(C) = 0,4$
- [ ] $P(C) = 0,5$
- [ ] $P(C) = 0,6$
- [ ] $P(C) = 0,7$

6 En el problema 4, de las familias que no han cambiado de piso, ¿qué porcentaje ha cambiado de coche?

- [ ] $P(C/\overline{P}) = 0,45$
- [ ] $P(C/\overline{P}) = 0,55$
- [ ] $P(C/\overline{P}) = 0,65$
- [x] $P(C/\overline{P}) = 0,75$

7 Se consideran dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(A \cap B) = 1/12$$

¿Son A y B sucesos independientes?

- [ ] Los sucesos A y B son dependientes.
- [x] Los sucesos A y B son independientes.

8 En el problema 7, calcula $P(\overline{A}/\overline{B})$

- [x] $P(\overline{A}/\overline{B}) = 3/4$
- [ ] $P(\overline{A}/\overline{B}) = 1/4$
- [ ] $P(\overline{A}/\overline{B}) = 2/3$
- [ ] $P(\overline{A}/\overline{B}) = 4/5$

9 Se sabe que el 30% de los individuos de una población tienen estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

Calcula la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

- [ ] $P(E) = 0,505$
- [ ] $P(E) = 0,605$
- [x] $P(E) = 0,705$
- [ ] $P(E) = 0,805$

10 En el problema 9, se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcula la probabilidad de que tenga estudios superiores.

- [ ] $P(S/E) = 0,2$
- [ ] $P(S/E) = 0,3$
- [x] $P(S/E) = 0,4$
- [ ] $P(S/E) = 0,5$

1. Operaciones con sucesos

11. Sea el experimento de lanzar una moneda al aire. Halla:

a) el espacio muestral o suceso seguro.

b) los sucesos elementales.

Solución:

a) E = {C, X}

b) {C}, {X}

12. En el experimento de extraer una carta de una baraja española de 40 cartas, halla:

a) el espacio muestral o suceso seguro.

b) el suceso A, formado por los oros.

c) el suceso B, formado por las ases.

d) el suceso C, formado por las figuras.

e) ¿A y B son compatibles o incompatibles?

f) ¿A y C son compatibles o incompatibles?

g) ¿B y C son compatibles o incompatibles?

Solución:

a) E = {1O, 2O, 3O, …, 10B, 11B, 12B}

b) A = {1O, 2O, 3O, …, 10O, 11O, 12O}

c) B = {1O, 1C, 1E, 1B}

d) C = {10O, 11O, 12O, …, 10B, 11B, 12B}

e) $A \cap B$ = {1O} $\Rightarrow$ A y B son compatibles.

f) $A \cap C$ = {10O, 11O, 12O} $\Rightarrow$ A y B son compatibles.

g) $B \cap C = \varnothing \Rightarrow$ A y B son incompatibles.

13. Sean E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, A = {1, 3, 5, 7}, B = {2, 3, 5, 7}

Calcula:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$

c) $\overline{A}$ d) $\overline{B}$

Solución:

a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

b) $A \cap B = \{3, 5, 7\}$

c) $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}$

d) $\overline{B} = \{1, 4, 6, 8\}$

14. Sea E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, A = {1, 3, 5}, B = {2, 3, 5}. Calcula:

a) A – B

b) B – A

c) Comprueba la ley de Morgan:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

d) Comprueba la ley de Morgan:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Solución:

a) $A - B = \{1\}$

b) $B - A = \{2\}$

c) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

$\overline{A \cup B} = \{4, 6\}$

$\overline{A} = \{2, 4, 6\}$, $= \{1, 4, 6\}$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{4, 6\}$

d) $A \cap B = \{3, 5\}$

$\overline{A \cap B} = \{1, 2, 4, 6\}$

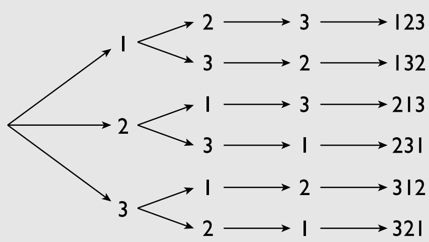
$\overline{A} = \{2, 4, 6\}, \overline{B} = \{1, 4, 6\}$

$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 4, 6\}$

2. Regla de Laplace

15. Después de haber escuchado tres discos, éstos se guardan al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los discos haya sido guardado en su funda?

Solución:



Se aplica directamente la regla de Laplace.

A = {123, 132, 213, 321}

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

16. Dado un espacio muestral E, se consideran los sucesos A y B, cuyas probabilidades son:

$$P(A) = 2/3 \text{ y } P(B) = 1/2$$

a) ¿Pueden ser los sucesos A y B incompatibles?¿Por qué?

b) Suponiendo que los sucesos A y B son independientes, calcula $P(A \cup B)$

c) Suponiendo que $A \cup B = E$, calcula $P(A \cap B)$

Solución:

a) A y B no pueden ser incompatibles porque:

$P(A) + P(B) = 7/6 > 1$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Como A y B son independientes:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 2/3 \cdot 1/2 = 1/3$

$P(A \cup B) = 2/3 + 1/2 - 1/3 = 5/6$

c) Si $A \cup B = E \Rightarrow P(A \cup B) = 1$

Aplicando

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Se tiene:

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1$

$2/3 + 1/2 - P(A \cap B) = 1$

$P(A \cap B) = 1/6$

17. El 35% de los estudiantes de un centro practican fútbol. El 70% de los que practican fútbol estudia Matemáticas, así como el 25% de los que no practican fútbol.

Si se elige al azar a un estudiante de este centro, calcula la probabilidad de que éste:

a) estudie Matemáticas.

b) practique fútbol, sabiendo que no es alumno de Matemáticas.

Solución:

Se construye la tabla de contingencia:

	Mate.	No Mate.	Total
Fútbol	**24,5%**	10,5%	**35%**
No fútbol	16,25%	48,75%	65%
Total	40,75%	59,25%	**100%**

a) P(Estudie matemáticas) = 0,4075

b) P(Practique fútbol/No Matemáticas) = 0,8228

18. Supongamos que tras una encuesta se ha concluido que si se elige al azar a una persona, la probabilidad de que esté a favor de la retransmisión de partidos de fútbol es de 0,8; de que esté a favor de la existencia de canales de televisión de pago, de 0,4; y de que esté a favor de la retransmisión de partidos de fútbol y también de la existencia de canales de pago, de 0,3

a) Calcula la probabilidad de que una persona esté a favor de la retransmisión de partidos de fútbol o de la existencia de canales de televisión de pago.

b) Calcula la probabilidad de que una persona no esté a favor de la retransmisión de partidos de fútbol ni de la existencia de canales de televisión de pago.

Solución:

a) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(F \cup P) = P(F) + P(P) - P(F \cap P)$

$P(F \cup P) = 0,8 + 0,4 - 0,3 = 0,9$

b) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(\overline{F} \cap \overline{B}) = (\overline{F \cup P}) = 1 - P(F \cup P) = 0,1$

3. Probabilidad condicionada

19. La probabilidad de que, en un determinado mes, un cliente de una gran superficie compre un producto A es 0,6, y la probabilidad de que compre un producto B es 0,5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre el producto B no habiendo comprado el producto A es 0,4

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado únicamente el producto B?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado ninguno de los productos?

Solución:

a) $P(B/\overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})}$

$\dfrac{P(B \cap \overline{A})}{0,4} = 0,4 \Rightarrow P(B \cap \overline{A}) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$

$P(B - A) = P(B \cap \overline{A}) = 0,16$

b) Si $P(B) = 0,5$ y $P(B - A) = 0,16 \Rightarrow P(A \cap B) = 0,34$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$
$= 0,6 + 0,5 - 0,34 = 0,76$

20. En una ciudad hay un 60% de habitantes aficionados al fútbol, un 30% al baloncesto y un 25% a ambos deportes.

a) ¿Son independientes los sucesos "ser aficionado al fútbol" y "ser aficionado al baloncesto".

b) Si una persona no es aficionada al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionada al fútbol?

c) Si una persona no es aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no sea aficionada al baloncesto?

Solución:

a) Se aplica la condición de dependencia.

$P(F) = 0,6; P(B) = 0,3; P(F \cap B) = 0,25$

$P(F) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,3 = 0,18 \neq 0,25 \Rightarrow$ F y B dependientes.

b) Se aplica la probabilidad condicionada y las propiedades de la probabilidad.

$P(F/\overline{B}) = \dfrac{P(F \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{0,35}{0,7} = 0,5 = \dfrac{1}{2}$

c) Se aplica la probabilidad condicionada y las propiedades de la probabilidad.

$P(\overline{B}/\overline{F}) = \dfrac{P(\overline{F} \cap \overline{B})}{P(\overline{F})}$

$P(\overline{F}) = 1 - 0,6 = 0,4$

$P(\overline{B}/\overline{F}) = \dfrac{P(\overline{F} \cap \overline{B})}{P(\overline{F})} = \dfrac{0,35}{0,4} = 0,875 = \dfrac{7}{8}$

21. En el experimento aleatorio de lanzar una moneda tres veces al aire se consideran los siguientes sucesos:

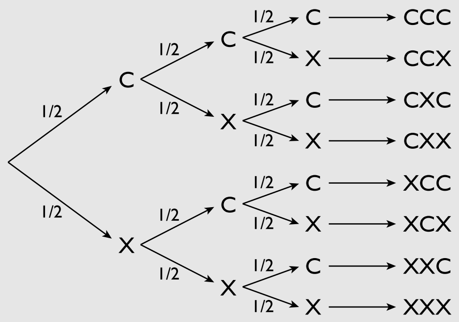
A: "sacar, al menos, una cara y una cruz".

B: "sacar, a lo sumo, una cara".

a) Determina el espacio muestral asociado a ese experimento, y los sucesos A y B

b) ¿Son independientes ambos sucesos?

Solución:



a) E = {CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX}

A = {CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC}

B = {CXX, XCX, XXC, XXX}

b) Se comprueba utilizando la propiedad

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ A y B independientes.

$A \cap B = \{CXX, XCX, XXC\}$

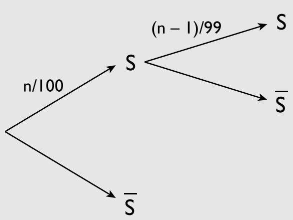
$P(A \cap B) = 3/8$

$P(A) \cdot P(B) = 6/8 \cdot 4/8 = 3/8$

Como las probabilidades son iguales, A y B son independientes.

22. El temario de una oposición consta de 100 temas. El día del examen éstos se sortean, de manera que solo pueden salir dos temas, a los que debe responder obligatoriamente el opositor. Calcula cuántos temas, como mínimo, debe estudiar el opositor para que la probabilidad de conocer los dos temas que le toquen sea superior a 0,5

Solución:



$$\frac{n}{100} \cdot \frac{n-1}{100} > 0,5$$

Resolviendo la inecuación y tomando solo las soluciones positivas, se obtiene que:

$$n > 71,21$$

Por tanto n > 71

4. Regla de la suma y teorema de Bayes

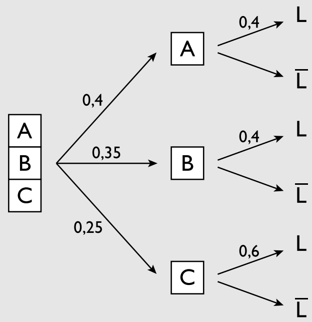
23. En una ciudad, la probabilidad de que uno de sus habitantes censados vote al partido A es 0,4; la probabilidad de que vote al partido B es 0,35 y la probabilidad de que vote al partido C es 0,25. Por otro lado, las probabilidades de que un votante de cada partido lea diariamente algún periódico son, respectivamente, 0,4; 0,4 y 0,6.

Se elige a una persona de la ciudad al azar:

a) Calcula la probabilidad de que lea algún periódico.

b) La persona elegida lee algún periódico. ¿Cuál es la probabilidad de que sea votante del partido B?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

L = {Leer el periódico}

$P(L) = 0,4 \cdot 0,4 + 0,35 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 = 0,45$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

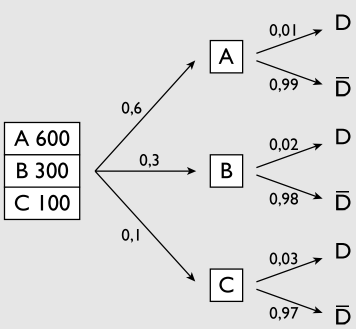
$$P(B/L) = \frac{0,35 \cdot 0,4}{0,45} = 0,31$$

24. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos. En una hora, la máquina A fabrica 600 tornillos, la B 300 y la C 100. Las probabilidades de que las máquinas produzcan tornillos defectuosos son, respectivamente, de 0,01 para A, de 0,02 para B y de 0,03 para C. Al finalizar una hora se juntan todos los tornillos producidos y se elige uno al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya fabricado la máquina A, sabiendo que no es defectuoso?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

D = {tornillo defectuoso}

$\overline{D}$ = {tornillo no defectuoso}

$P(\overline{D}) = 0,6 \cdot 0,99 + 0,3 \cdot 0,98 + 0,1 \cdot 0,97 = 0,985$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

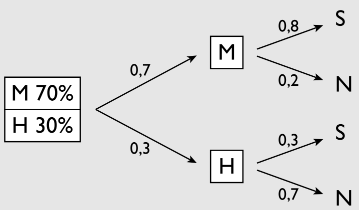
$$P(A/\overline{D}) = \frac{0,6 \cdot 0,99}{0,985} = 0,603$$

25. En un supermercado, las mujeres realizan el 70% de las compras. De las compras hechas por éstas, el 80% supera los 12 €, mientras que de las compras realizadas por hombres, solo el 30% sobrepasa esa cantidad.

a) Elegido un tique de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere los 12 €?

b) Si se sabe que un tique de compra no supera los 12 €, ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(S) = 0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,65$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(M/N) = \frac{0,7 \cdot 0,2}{0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,7} = 0,4$$

26. Resuelve las siguientes cuestiones:

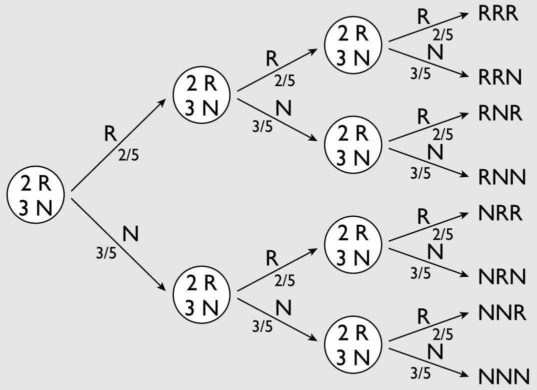
a) Tenemos tres urnas, cada una de las cuales contiene 2 bolas rojas y 3 negras. Se extrae al azar una bola y se llama **x** al número de bolas rojas obtenidas. Calcula la probabilidad de que **x** sea mayor o igual que 1

b) Si cada urna hubiese contenido 5 bolas rojas y 3 bolas negras y se hubiese extraído una bola de cada urna, ¿cuál hubiese sido la probabilidad de que **x** hubiese sido mayor o igual que 1?

c) Justifica la diferencia de los resultados obtenidos.

Solución:

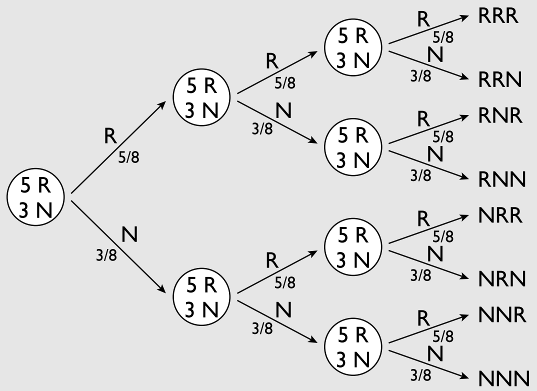
a) Árbol de probabilidades.



P(x mayor o igual que 1) = 1 – P(NNN) =

$$= 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = 1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$$

b) Árbol de probabilidades.



P(x mayor o igual que 1) = 1 – P(NNN) =

$$= 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = 1 - \frac{27}{512} = \frac{485}{512}$$

c) La probabilidad del segundo apartado es mayor porque hay más bolas rojas y las mismas negras.

Para ampliar

27. Se lanzan tres veces consecutivas dos dados equilibrados de seis caras:

a) Calcula la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga el seis doble.

b) Calcula la probabilidad de que en los tres lanzamientos salga un doble distinto del seis doble.

Solución:

a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(666) = P(6) \cdot P(6) \cdot P(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

P(111) + P(222) + P(333) + P(444) + P(555) =

$$= 5 \cdot \frac{1}{216} = \frac{5}{216}$$

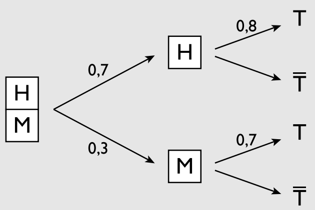
28. Si se escoge un número al azar en la guía telefónica de cierta ciudad española, la probabilidad de que figure a nombre de un hombre es 0,7 y de que figure a nombre de una mujer es 0,3. En dicha ciudad, la probabilidad de que un hombre trabaje es 0,8, y de que lo haga una mujer es 0,7

Se elige un número de teléfono al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una persona que trabaja?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a un hombre, sabiendo que pertenece a una persona que trabaja?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

T = {Persona que trabaja}

$P(T) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}77$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(H/T) = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}8}{0{,}77} = \frac{8}{11} = 0{,}73$$

29. Disponemos de tres dados, uno de los cuales está trucado. La probabilidad de sacar 5 con el dado trucado es 0,25, siendo los otros resultados equiprobables. Se elige un dado al azar y se realiza un lanzamiento con él.

a) Determina la probabilidad de obtener un 2

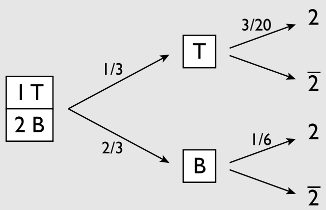
b) Dado que ha salido 2, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos elegido el dado trucado?

Solución:

Si en el dado trucado $P(5) = 0{,}25$

$P(1, 2, 3, 4, 6) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$

$P(2) = 0{,}75/5 = 0{,}15 = \dfrac{3}{20}$



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{20} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{29}{180}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(T/2) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{20}}{\frac{29}{180}} = \frac{9}{29}$$

30. Sean A y B dos sucesos tales que:

$P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B) = \dfrac{1}{3}$ y $P(A \cap B) = \dfrac{1}{4}$

Calcula:

a) $P(A \mid B)$

b) $P(B \mid A)$

c) $P(A^C \cap B)$, (A^C indica el contrario del suceso A)

Solución:

a) $P(A \mid B) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4}$

b) $P(B \mid A) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}$

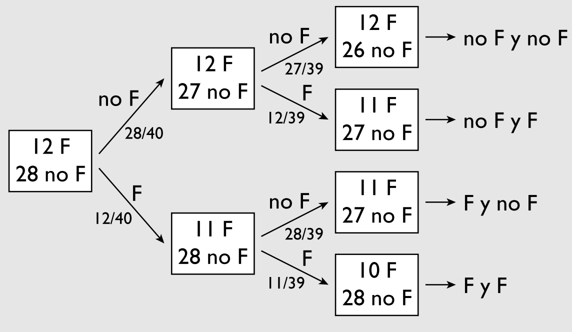
c) $P(A^C \cap B) = P(B \mid A) = \dfrac{1}{12}$

31. Se dispone de una baraja española de 40 cartas. Se extrae una carta al azar y, sin devolverla a la baraja, se saca otra, también al azar.

a) Calcula la probabilidad de que ninguna de las cartas extraídas sea una figura (es decir, sota, caballo o rey).

b) Sabiendo que la segunda carta extraída no ha sido una figura, calcula la probabilidad de que tampoco lo haya sido la primera.

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(\text{No F}) = \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} = \frac{63}{130}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

P(No F la 1ª/No F la 2ª) =

$$= \frac{\frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39}}{\frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} + \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39}} = \frac{\frac{63}{130}}{\frac{7}{10}} = \frac{9}{13}$$

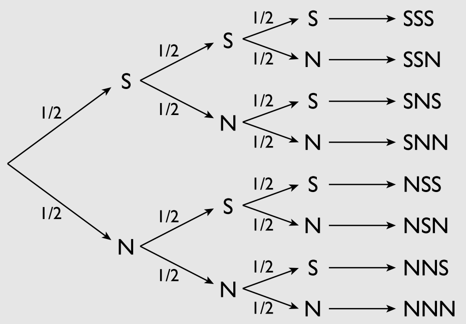
32. Una experiencia aleatoria consiste en preguntar a tres personas distintas, elegidas al azar, si son partidarias o no de consumir un determinado producto.

a) Escribe el espacio muestral asociado a dicho experimento utilizando la letra S para las respuestas afirmativas y N para las negativas.

b) ¿Qué elementos del espacio muestral anterior constituyen el suceso “al menos dos de las personas son partidarias de consumir el producto”?

c) Describe el suceso contrario de “más de una persona es partidaria de consumir el producto”.

Solución:



a) E = {SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN}

b) A = {SSS, SSN, SNS, NSS}

c) El suceso “más de una persona es partidaria de consumir el producto” coincide con el suceso A

$\overline{A}$ = {SNN, NSN, NNS, NNN}

Que se puede describir como: “a lo sumo una persona es partidaria de consumir el producto”.

33. Se tienen tres cajas de bombones, A, B y C. La caja A contiene 10 bombones, de los cuales 4 están rellenos; la caja B contiene 8 bombones, de los cuales 3 están rellenos; y la caja C contiene 6 bombones, de los que 1 está relleno.

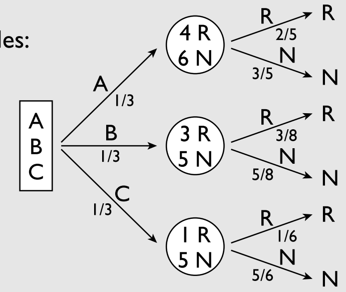
a) Si se toma al azar un bombón de la caja A, ¿cuál es la probabilidad de que no esté relleno?

b) Si se elige al azar una de las tres cajas y se toma un bombón de la caja elegida, ¿cuál es la probabilidad de que esté relleno?

Solución:

a) $P(N) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

b) Árbol de probabilidades:



b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{113}{360}$$

34. En un centro de enseñanza secundaria se sabe que el 70% de los alumnos practica atletismo, que el 50% juega al fútbol y que el 40% de los que practican atletismo juega al fútbol.

a) Razona si los sucesos “jugar al fútbol” y “practicar atletismo” son independientes.

b) Si se elige al azar a un alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que no participe en ninguno de estos deportes?

Solución:

a) Se aplica la propiedad correspondiente.

$P(A \cap F) = 0{,}4$

$P(A) \cdot P(F) = 0{,}7 \cdot 0{,}5 = 0{,}35$

Como dan distinto, A y F son dependientes.

b) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(\overline{A \cup F}) = 1 - P(A \cup F)$

$P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F)$

$P(A \cup F) = 0{,}7 + 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}8$

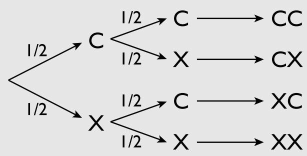
$P(\overline{A \cup F}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

35. Se lanza al aire dos veces una moneda.

a) Halla la probabilidad de que en ambas tiradas salga cara.

b) Sabiendo que, al menos, en una de las tiradas sale cara, ¿cuál es la probabilidad de que en ambas salga cara?

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(CC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

b) Se aplica la definición de probabilidad condicionada.

$$P(CC/\text{al menos una cara}) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

36. Un estudiante hace dos pruebas el mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es 0,6; la de que pase la segunda es 0,8 y la de que pase ambas es 0,5

a) Calcula la probabilidad de que no pase ninguna de las pruebas.

b) Calcula la probabilidad de que pase la segunda prueba si no ha superado la primera.

Solución:

a) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = 0,6 + 0,8 - 0,5 = 0,9$

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,9 = 0,1$

b) Se aplica la definición de probabilidad condicionada.

$P(B \cap \overline{A}) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) =$
$= 0,8 - 0,5 = 0,3$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$

$P(B/\overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{0,3}{0,4} = \dfrac{3}{4}$

37. En un colectivo de 200 personas se ha observado que 120 son hombres y que, de éstos, 54 son fumadores. 44 mujeres de este colectivo no fuman. Con estos datos, razona si el suceso “fumar” depende del sexo.

Solución:

Se aplica la regla de Laplace directamente.

$P(F/H) = \dfrac{54}{120} = \dfrac{9}{20}$

$P(F/M) = \dfrac{36}{80} = \dfrac{9}{20}$

Como ambas son iguales, no depende del sexo.

Problemas

38. Una persona desea jugar en una atracción de feria donde regalan un peluche si al tirar un dardo se acierta en un blanco. Si solo se permite tirar tres dardos y la probabilidad de acertar en cada tirada es 0,3

a) ¿cuál es la probabilidad de llevarse el peluche?

b) ¿cuál es la probabilidad de llevarse el peluche exactamente en el tercer intento? ¿Y de llevárselo exactamente en el segundo?

Solución:

a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

A = {acertar en el blanco en una tirada}

$P(\overline{A}\,\overline{A}\,\overline{A}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{A}) \cdot P(\overline{A}) = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,343$

$P(\text{Llevarse el peluche}) = 1 - P(\overline{A}\,\overline{A}\,\overline{A}) = 1 - 0,343 =$
$= 0,657$

b) Se aplica directamente la regla de Laplace.

$P(3^{er} \text{ intento}) = P(\overline{A}\,\overline{A}A) = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,147$

$P(2^{o} \text{ intento}) = P(\overline{A}A) = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21$

39. Una urna contiene 7 bolas blancas, 3 bolas rojas y 2 bolas negras. Se considera el experimento aleatorio consistente en extraer tres bolas de la urna, de forma sucesiva y sin reemplazamiento. Sean los sucesos B_1: La primera bola es blanca, B_2: La segunda bola es blanca y B_3: La tercera bola es blanca:

a) Expresa con ellos el suceso “las bolas extraídas en primer y tercer lugar son blancas, y la extraída en segundo lugar no”.

b) Calcula la probabilidad del suceso “las tres bolas son del mismo color”.

Solución:

a) $B_1 \cap \overline{B}_2 \cap B_3$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(BBB) + P(RRR) + P(NNN) =$

$= \dfrac{7}{12} \cdot \dfrac{6}{11} \cdot \dfrac{5}{10} + \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{2}{11} \cdot \dfrac{1}{10} + \dfrac{2}{12} \cdot \dfrac{1}{11} \cdot \dfrac{0}{10} = \dfrac{9}{55}$

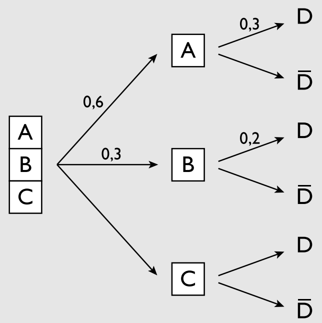
40. Una fábrica produce tres modelos de coche: A, B y C. Cada uno de los modelos puede tener motor de gasolina o diésel. Sabemos que el 60% de los modelos son de tipo A y el 30% de tipo B. También sabemos que el 30% de los coches fabricados tienen motor diésel, el 30% de los coches del modelo A son de tipo diésel y el 20% de los coches del modelo B tienen motor diésel. Se elige un coche al azar. Se piden las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) El coche es del modelo C

b) El coche es del modelo A, sabiendo que tiene motor diésel.

c) El coche tiene motor diésel, sabiendo que es del modelo C

Solución:



a) Se aplican las propiedades de la probabilidad.

$P(C) = 1 - [P(A) + P(B)] = 1 - (0,6 + 0,3) = 0,1$

b) Se aplica la definición de probabilidad condicionada.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,6 \cdot 0,3}{0,3} = 0,6$$

c) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$0,6 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot P(D/C) = 0,3$

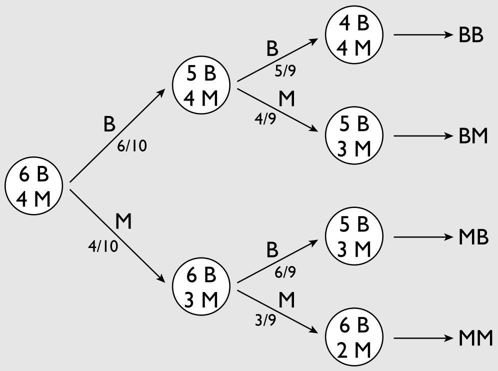
$P(D/C) = 3/5 = 0,6$

41. Un examen consiste en elegir al azar dos temas de entre los diez del programa, y desarrollar uno.

a) ¿Qué probabilidad tiene un alumno, que sabe seis temas, de aprobar el examen?

b) ¿Qué probabilidad tiene el mismo alumno de saberse uno de los dos temas elegidos y el otro no?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(\text{Aprobar}) = 1 - P(MM) =$

$$= 1 - \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

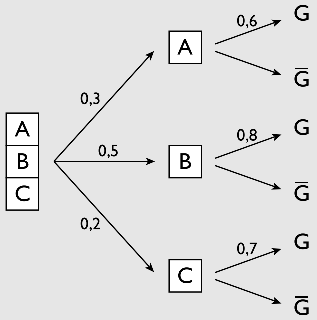
$$P(\text{Uno sí y otro no}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{8}{15}$$

42. Una empresa emplea tres bufetes de abogados para tratar sus casos legales. La probabilidad de que un caso se deba remitir al bufete A es 0,3; de que se remita al bufete B es 0,5 y de que se remita al bufete C es 0,2. La probabilidad de que un caso remitido al bufete A sea ganado en los tribunales es 0,6; para el bufete B esta probabilidad es 0,8 y para el bufete C es 0,7

a) Calcula la probabilidad de que la empresa gane un caso.

b) Sabiendo que un caso se ha ganado, determina la probabilidad de que lo haya llevado el bufete A

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

G = {Ganar el caso}

$P(G) = 0,3 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,7 = 0,72$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

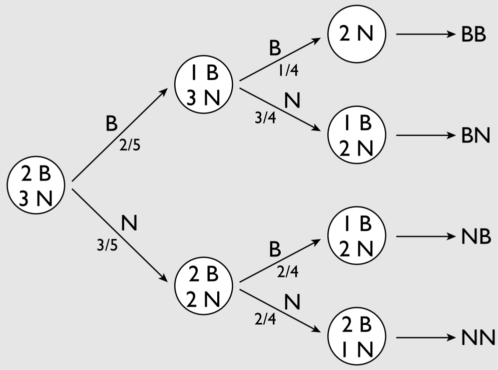
$$P(A/G) = \frac{0,3 \cdot 0,6}{0,72} = 0,25$$

43. De una urna con cinco bolas, dos blancas y tres negras, extraemos dos bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a) A = "Las dos bolas extraídas son del mismo color".

b) B = "Extraemos al menos una bola blanca".

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(A) = P(BB) + P(NN) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{5}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(NN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

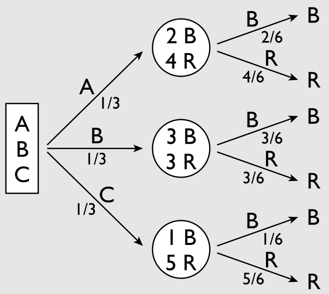
$$P(B) = 1 - P(NN) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

44. Se dispone de tres urnas: A, que contiene dos bolas blancas y cuatro rojas; B, con tres blancas y tres rojas; y C, con una blanca y cinco rojas.

a) Se elige una urna al azar y se extrae una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que esta bola sea blanca?

b) Si la bola extraída resulta ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

S = {Bola blanca}

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

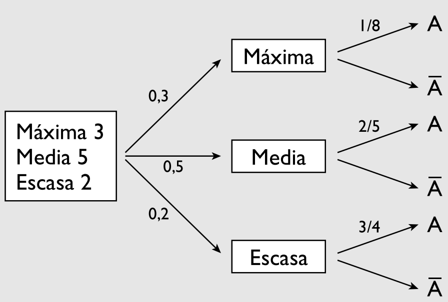
$$P(B/S) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

45. Los temas objeto de un examen están compuestos por tres temas de máxima dificultad, 5 de dificultad media y 2 de escasa dificultad, de los cuales se elige uno al azar. La probabilidad de que un alumno apruebe el examen si el tema es de máxima dificultad es de 1/8; si es de dificultad media, 2/5, y si es de escasa dificultad, 3/4

a) Halla la probabilidad de que el alumno apruebe el examen.

b) Halla la probabilidad de que el tema elegido haya sido de máxima dificultad, si el alumno lo aprobó.

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

A = {Aprobar el examen}

$$P(A) = 0{,}3 \cdot \frac{1}{8} + 0{,}5 \cdot \frac{2}{5} + 0{,}2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{31}{80} = 0{,}3875$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

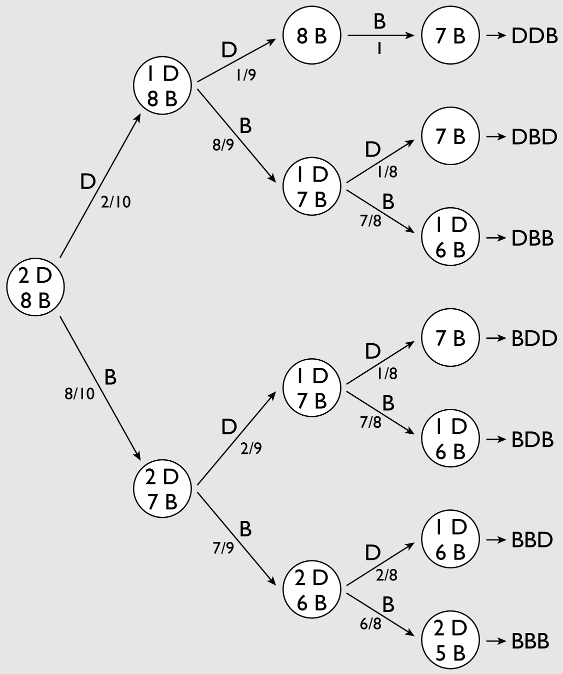
$$P(\text{Máxima}/A) = \frac{0{,}3 \cdot \frac{1}{8}}{\frac{31}{80}} = \frac{3}{31}$$

46. Una caja contiene 10 tornillos, de los que dos son defectuosos.

a) Si se van extrayendo uno a uno los tornillos hasta localizar los dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de necesitar exactamente tres extracciones para localizarlos?

b) Si extraemos solo dos tornillos, y el segundo ha resultado ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el primero también lo haya sido?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

A = {Extraer dos defectuosos}

$$P(A) = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{45}$$

b) Se aplica la probabilidad condicionada.

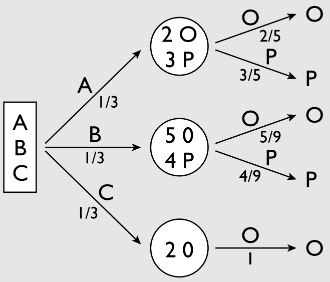
$$P(1^{\circ}\ \text{defectuoso}/2^{\circ}\ \text{defectuoso}) = \frac{1}{9}$$

47. Tenemos un cofre A con 2 monedas de oro y 3 de plata, un cofre B con 5 monedas de oro y 4 de plata, y un tercer cofre con 2 monedas de oro. Elegimos un cofre al azar y sacamos una moneda.

a) Calcula la probabilidad de que sea de oro.

b) Sabiendo que ha sido de plata, calcula la probabilidad de que haya sido extraída del cofre A

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(\text{Oro}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{88}{135}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(\text{Plata}) = 1 - \frac{88}{135} = \frac{47}{135}$$

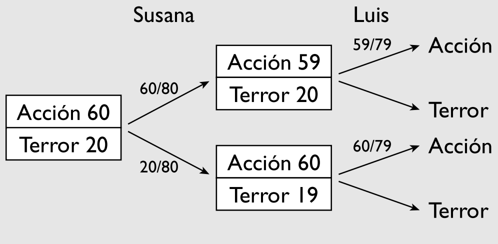
$$P(\text{A/Plata}) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{47}{135}} = \frac{27}{47}$$

48. En un cineclub hay 80 películas: 60 son de acción y 20 de terror. Susana elige una película al azar y se la lleva. A continuación, Luis elige otra película al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tanto Susana como Luis elijan películas de acción?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la película elegida por Luis sea de acción?

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(AA) = \frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} = \frac{177}{316}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

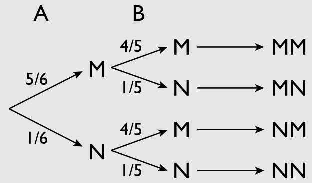
$$P(\text{Luis acción}) = \frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} + \frac{20}{80} \cdot \frac{60}{79} = \frac{3}{4}$$

49. La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalti es de 5/6, mientras que la de otro jugador B es de 4/5. Si cada uno lanza un penalti:

a) halla la probabilidad de que marque gol uno solo de los dos jugadores.

b) halla la probabilidad de que, al menos, uno marque gol.

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

P(Marcar uno solo) = P(MN) + P(NM) =

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{10}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

P(al menos uno marque) = 1 – P(NN) =

$$= 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{29}{30}$$

50. Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:

A: 5 blancas, 3 negras y 2 rojas.

B: 4 blancas y 6 negras.

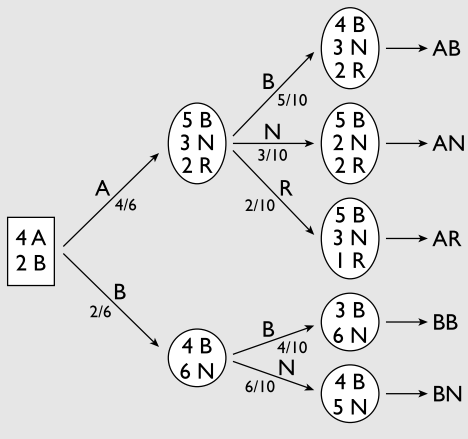
También tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B. Tiramos el dado y sacamos una bola al azar de la urna que indica el dado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea blanca?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea roja?

c) La bola extraída ha resultado ser blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{10} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10} = \frac{7}{15}$$

b) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(R) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{15}$$

c) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(\text{Urna B/Blanca}) = \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{5}{10} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10}} = \frac{2}{7}$$

51. Una determinada población está formada, a partes iguales, por hombres y mujeres. La probabilidad de que un individuo de esa población no lea ningún periódico es 0,25. Además, el porcentaje de individuos que o bien leen algún periódico o bien son hombres es el 95%. Se elige, al azar, a una persona.

a) Halla la probabilidad de "ser hombre y leer algún periódico".

b) Halla la probabilidad de que lea algún periódico, sabiendo que es hombre.

Solución:

a) $P(H \cup L) = P(H) + P(L) - P(H \cap L)$

$95\% = 50\% + 75\% - P(H \cap L)$

$P(H \cap L) = 30\%$

Se construye la tabla de contingencia:

	Hombres	Mujeres	Total leer
Leer periódico (L)	**30%**	45%	75%
No leer periódico	20%	5%	**25%**
Total H/M	**50%**	**50%**	100%

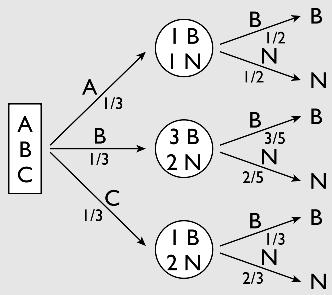
b) $P(L/H) = P(L \cap H)/P(H) = 30\%/50\% = 60\%$

52. Se dispone de 3 urnas y de 10 bolas, 5 blancas y 5 negras. Distribuimos las bolas de la siguiente forma:

- En la 1ª urna se introducen una bola blanca y una bola negra.
- En la 2ª urna se introducen 3 bolas blancas y 2 bolas negras.
- En la tercera urna se introducen 1 bola blanca y 2 bolas negras.

De una de las urnas, elegida al azar, se extrae una bola. Halla la probabilidad de que la bola elegida sea negra.

Solución:



Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{47}{90}$$

53. En un espacio muestral dado se consideran dos sucesos A y B tales que su unión es el suceso seguro, y las probabilidades condicionadas entre ellos valen $P(A/B) = 1/2$ y $P(B/A) = 1/3$. Halla las probabilidades de A y B

Solución:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$1 = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Resolviendo el sistema formado por las tres ecuaciones con las tres incógnitas, se obtiene:

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{1}{2} \text{ y } P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

54. Dados los sucesos A y B de un mismo espacio muestral, se sabe que:

$$P(A) = 0{,}4; P(A \cup B) = 0{,}8 \text{ y } P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$$

a) Comprueba si los sucesos A y B son independientes.

b) Calcula la probabilidad de que solo se verifique uno de los dos sucesos.

Solución:

a) Se aplica la propiedad correspondiente.

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7 \Rightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0{,}7 \Rightarrow P(A \cap B) = 0{,}3$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0{,}8 = 0{,}4 + P(B) - 0{,}3$

$P(B) = 0{,}7$

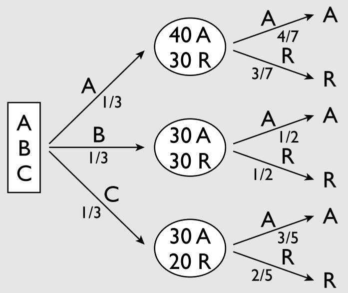
$P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}28$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, A y B son dependientes.

b) $P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0{,}8 - 0{,}3 = 0{,}5$

55. La caja A contiene 40 bolígrafos azules y 30 bolígrafos rojos, la caja B contiene 30 bolígrafos azules y 30 bolígrafos rojos, y la caja C contiene 30 bolígrafos azules y 20 rojos. Se elige una caja al azar y, de ella, también al azar, se extrae un bolígrafo. ¿Cuál es la probabilidad de que el bolígrafo extraído sea azul?

Solución:



Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

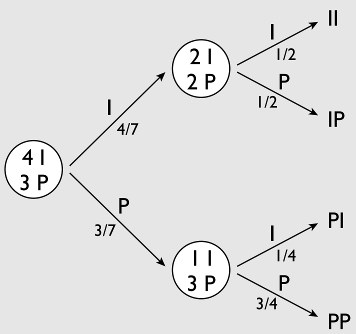
$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{39}{70}$

56. Se dispone de dos bolsas con bolas numeradas. La 1ª bolsa tiene 7 bolas numeradas del 1 al 7, y la segunda tres bolas numeradas del 8 al 10. Se realiza el siguiente experimento compuesto: se saca una bola al azar de la primera bolsa y se introduce en la segunda (antes de introducirla se anota si es par o impar), después se saca al azar una bola de la segunda bolsa –que en este momento tiene 4 bolas– y se anota su número.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean pares?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea impar?

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$P(PP) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{28}$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(I) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{28}$

57. El 20% de los tornillos de un gran lote es defectuoso. Se cogen tres tornillos al azar y se pide calcular razonadamente:

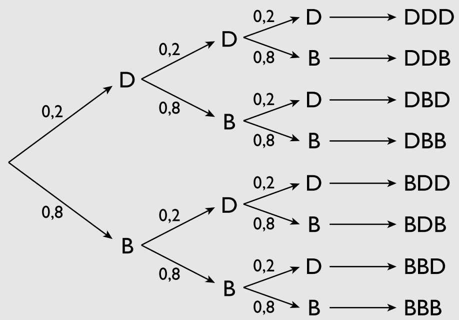
a) la probabilidad de que los tres sean defectuosos.

b) la probabilidad de que ninguno sea defectuoso.

c) la probabilidad de que solamente uno sea defectuoso.

Nota: como son muchos tornillos, se supone que la probabilidad no cambia de sacar un tornillo al sacar el siguiente.

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$P(DDD) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$

b) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$P(BBB) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,512$

c) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(DBB, BDB, BBD) = 3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,384$

Para profundizar

58. En un videoclub quedan 8 copias de la película A, 9 de la B y 5 de la C. Entran tres clientes consecutivamente y cada uno elige una copia al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) los tres escojan la misma película.

b) dos escojan la película A, y el otro, la C

Solución:

a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(AAA) + P(BBB) + P(CCC) = \frac{8}{22} \cdot \frac{7}{21} \cdot \frac{6}{20} +$

$+ \frac{9}{22} \cdot \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{20} + \frac{5}{22} \cdot \frac{4}{21} \cdot \frac{3}{20} = \frac{15}{154}$

b) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad total.

$3P(AAC) = \frac{8}{22} \cdot \frac{7}{21} \cdot \frac{5}{20} = \frac{1}{33}$

59. Con el objetivo de recaudar fondos para un viaje, los alumnos de un centro escolar realizan una rifa con 500 números. Un alumno compra dos números.

a) Si solo hay un premio, ¿qué probabilidad tiene el alumno de que le toque a él?

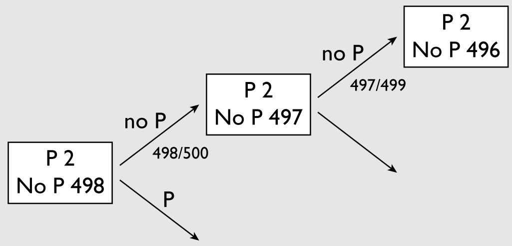
b) Si hay dos premios, ¿qué probabilidad tiene el alumno de que le toque, al menos, uno de ellos?

Solución:

a) Aplicación directa de la regla de Laplace.

$$P(\text{Premio}) = \frac{2}{500} = \frac{1}{250}$$

b) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad total.



$$P(\text{No premio}) = \frac{498}{500} \cdot \frac{497}{499} = 0{,}992$$

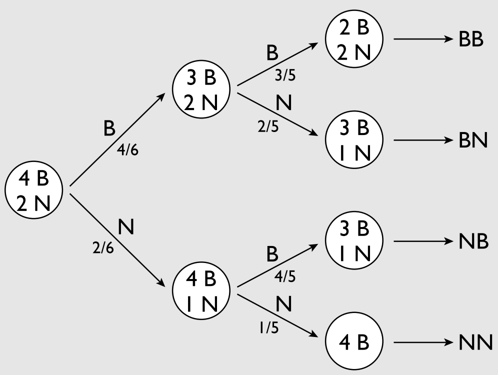
$$P(\text{Al menos un premio}) = 1 - 0{,}992 = 0{,}008$$

60. De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen dos bolas al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las bolas extraídas sean blancas?

b) Si la segunda bola ha resultado ser negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también lo haya sido?

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(BB) = P(B) \cdot P(B/B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

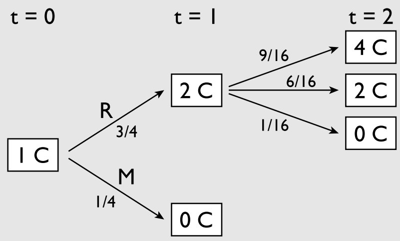
b) $$P(1^a\ N/2^a\ N) = \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

61. Se considera una célula en el instante t = 0. En el instante t = 1 la célula puede reproducirse dividiéndose en dos, con probabilidad 3/4; o bien morir, con probabilidad 1/4. Si la célula se divide, entonces, en el tiempo t = 2, cada uno de sus dos descendientes puede también subdividirse o morir, independientemente uno de otro y con las mismas probabilidades de antes.

a) ¿Cuántas células puede haber en el tiempo t = 2?

b) ¿Con qué probabilidad?

Solución:



a) En el instante t = 2 puede haber 4, 2, o 0 células.

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(4) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

$$P(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{32}$$

$$P(0) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{19}{64}$$

62. Dos cajas, A y B, tienen el siguiente contenido:

La A tiene cinco monedas de 1 € y 3 de 2 €

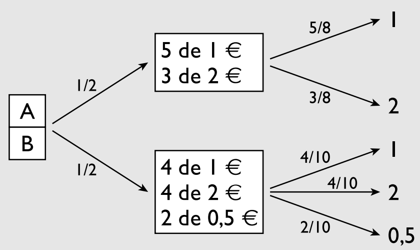
La B tiene cuatro monedas de 1 €, 4 de 2 € y 2 de 50 céntimos.

De una de las cajas elegidas al azar, se extrae una moneda.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1 €?

b) Si la moneda extraída resulta ser de 2 €, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$P(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} = \frac{41}{80}$$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(B/2) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10}} = \frac{16}{31}$$

63. La probabilidad de que un conductor no lleve la rueda de repuesto es 0,13, y la de que no lleve lámparas de repuesto es 0,37. Se sabe que el 60% de los conductores lleva ambos repuestos.

a) Calcula la probabilidad de que un conductor no lleve alguno de los dos repuestos señalados.

b) ¿Son independientes los sucesos "llevar rueda de repuesto" y "llevar lámparas de repuesto"?

Solución:

a) $P(\overline{R \cup L}) = 1 - P(R \cup L)$

$P(R \cup L) = P(R) + P(L) - P(R \cap L)$

$P(R \cup L) = 0{,}87 + 0{,}63 - 0{,}6 = 0{,}9$

$P(\overline{R \cup L}) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

b) $P(R \cap L) = 0{,}6$

$P(R) \cdot P(L) = 0{,}87 \cdot 0{,}63 = 0{,}5481$

Como $P(R \cap L) \neq P(R) \cdot P(L)$, los sucesos R y L son dependientes.

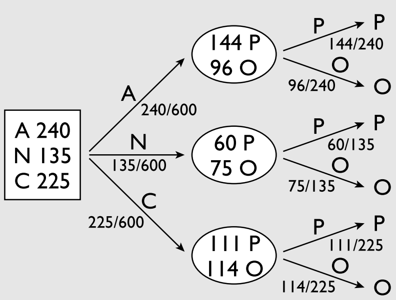
64. A un congreso asisten oculistas y pediatras. Se sabe que 240 médicos son andaluces, 135 son navarros y 225 son canarios. El número total de pediatras es 315. De los andaluces, 96 son oculistas; de los navarros, son oculistas 75

a) Se escoge a un asistente al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un pediatra navarro?

b) Se ha elegido a un médico canario. ¿Cuál es la probabilidad de que sea oculista?

c) ¿Son independientes los sucesos "ser andaluz" y "ser oculista"?

Solución:



a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(N \cap P) = \frac{135}{600} \cdot \frac{60}{135} = \frac{1}{10}$$

b) Se aplica la probabilidad condicionada.

$$P(O/C) = \frac{114}{225} = \frac{38}{75}$$

c) Se aplica la propiedad correspondiente.

$$P(A \cap O) = P(A) \cdot P(O/A) = \frac{240}{600} \cdot \frac{96}{240} = \frac{4}{25}$$

$$P(A) = \frac{240}{600} = \frac{2}{5}$$

$$P(O) = \frac{240}{600} \cdot \frac{96}{240} + \frac{135}{600} \cdot \frac{75}{135} + \frac{225}{600} \cdot \frac{114}{225} = \frac{19}{40}$$

$$P(A) \cdot P(O) = \frac{2}{5} \cdot \frac{19}{40} = \frac{19}{100}$$

Como $P(A \cap O) \neq P(A) \cdot P(O)$, son dependientes.

65. El 40% de los habitantes de una ciudad va al cine, el 30% va al teatro y el 20% a ambos.

a) Si una persona de esa ciudad no va al cine, ¿cuál es la probabilidad de que tampoco vaya al teatro?

b) Si una persona no va al teatro, ¿cuál es la probabilidad de que vaya al cine?

Solución:

a) Se aplica la probabilidad condicionada y las propiedades de la probabilidad.

$$P(\overline{T}/\overline{C}) = \frac{P(\overline{T} \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{P(\overline{T \cup C})}{P(\overline{C})}$$

$P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(C \cap T)$

$P(C \cup T) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}5$

$P(\overline{C \cup T}) = 1 - P(C \cup T) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$$P(\overline{T}/\overline{C}) = \frac{0{,}5}{0{,}6} = \frac{5}{6}$$

b) Se aplica la probabilidad condicionada y las propiedades de la probabilidad.

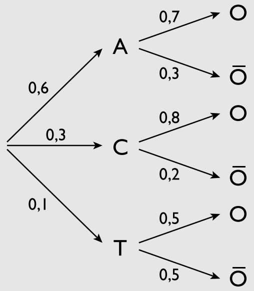
$$P(C/\overline{T}) = \frac{P(C \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{P(C) - P(C \cap T)}{P(\overline{T})} = \frac{0{,}4 - 0{,}2}{0{,}7} = \frac{2}{7} = 0{,}29$$

66. De los turistas que visitan Málaga, el 60% hace el viaje en avión, el 30% lo hace por carretera y el 10% lo hace en tren. El 70% de los que viajan en avión, el 80% de los que viajan por carretera y el 50% de los que viajan en tren van a las playas de la costa occidental.

a) Si se selecciona al azar un turista que ha visitado Málaga, ¿cuál es la probabilidad de que haya estado en las playas de la costa occidental?

b) Si se selecciona al azar un turista que ha visitado Málaga y que ha estado en las playas de la costa occidental, ¿cuál es la probabilidad de que haya viajado en tren?

Solución:



a) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$P(O) = 0{,}6 \cdot 0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 0{,}71$

b) Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(T/O) = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}5}{0{,}6 \cdot 0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}1 \cdot 0{,}5} = \frac{5}{71} = 7\ \%$$

67. Se lanzan cinco monedas al aire.

Calcula:

a) la probabilidad de no obtener ninguna cara.

b) la probabilidad de obtener una cara.

c) la probabilidad de obtener más de una cara.

Solución:

a) Se aplica la regla del producto o de la probabilidad compuesta.

$$P(XXXXX) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

b) Se aplica la regla de la suma o de la probabilidad total.

$$5 \cdot P(CXXXX) = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$$

c) P(Más de una cara) = 1 – P(0C, 1C) =

$$= 1 - \left(\frac{1}{32} + \frac{5}{32}\right) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

Paso a paso

68. Investiga sobre la **Ley de los grandes números:** simula el lanzamiento de un dado con forma de tetraedro con las caras numeradas del 1 al 4. Haz distintos lanzamientos, cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras; por ejemplo, el **3.** Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que, en definitiva, es la probabilidad?

Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

69. **Internet.** Abre: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Practica

70. En la **Hoja2** del mismo libro investiga sobre la **ley de los grandes números:** simula el lanzamiento de un dado de forma cúbica con las caras numeradas del 1 al 6. Realiza distintos lanzamientos y cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras; por ejemplo, el **5.** Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas. ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamientos del dado										Fr. abs. 5	Nº de lanzamientos	Fr. rel. 5
2	6	6	4	6	6	4	1	4	4	1	0	10	0,0000
3	5	5	1	6	4	5	5	2	3	4	4	20	0,2000
4	2	3	4	5	5	1	4	1	2	4	6	30	0,2000
5	5	6	2	3	5	2	1	4	6	4	8	40	0,2000
6	1	4	2	2	1	3	3	1	5	1	9	50	0,1800
7	3	6	1	1	6	3	3	3	4	6	9	60	0,1500
8	3	3	6	5	4	6	3	6	5	4	11	70	0,1571
9	3	1	3	2	5	5	6	4	2	1	13	80	0,1625
10	6	4	1	1	4	4	1	1	5	5	15	90	0,1667
11	3	2	4	6	1	2	1	6	1	5	16	100	0,1600
12	2	4	4	5	2	2	3	6	5	3	18	110	0,1636
13	5	3	2	1	1	2	4	3	1	3	19	120	0,1583
14	5	2	4	6	4	1	6	2	5	5	22	130	0,1692
15	4	1	4	6	4	1	3	2	4	2	22	140	0,1571
16	6	5	6	2	4	6	2	4	5	5	25	150	0,1667
17	6	4	2	6	5	3	3	2	2	4	26	160	0,1625
18	3	6	5	3	4	3	3	6	4	5	28	170	0,1647
19	6	2	6	4	2	4	1	4	2	2	28	180	0,1556
20	4	6	2	5	2	1	2	6	5	5	31	190	0,1632
21	6	5	4	2	3	4	5	3	2	2	33	200	0,1650

71. En la **Hoja3** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma octaédrica, con las caras numeradas del 1 al 8 y obtener, por ejemplo, el **6.** ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamientos del dado										Fr. abs. 6	Nº de lanzamientos	Fr. rel. 6
2	7	4	4	7	5	7	3	3	4	3	0	10	0,0000
3	1	4	7	3	6	7	4	8	2	7	1	20	0,0500
4	6	5	6	6	7	8	4	4	4	6	5	30	0,1667
5	2	4	5	3	7	8	8	7	6	2	6	40	0,1500
6	2	5	2	8	4	8	7	8	6	3	7	50	0,1400
7	4	4	6	2	4	2	6	1	1	1	9	60	0,1500
8	6	7	8	4	8	6	2	5	2	5	11	70	0,1571
9	8	5	5	7	3	7	1	6	8	6	13	80	0,1625
10	1	3	4	1	5	7	8	1	4	2	13	90	0,1444
11	6	3	5	8	1	7	2	3	5	8	14	100	0,1400
12	2	1	2	4	2	5	4	3	1	3	14	110	0,1273
13	7	2	1	5	8	7	2	8	3	3	14	120	0,1167
14	5	2	6	7	8	1	1	7	8	8	15	130	0,1154
15	3	1	4	8	6	4	7	7	5	5	16	140	0,1143
16	8	2	6	5	4	3	3	8	3	4	17	150	0,1133
17	2	2	6	7	8	4	3	7	7	8	18	160	0,1125
18	1	4	5	3	6	1	6	6	8	8	21	170	0,1235
19	5	3	8	8	1	7	5	7	4	6	22	180	0,1222
20	4	5	6	7	2	3	6	4	8	2	24	190	0,1263
21	2	6	1	3	1	2	8	2	2	3	25	200	0,1250

72. En la **Hoja4** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12 y obtener la cara **9.** ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamientos del dado										Fr. abs. 9	Nº de lanzamientos	Fr. rel. 9
2	8	5	9	7	5	8	11	1	2	2	1	10	0,1000
3	7	12	12	4	3	7	11	1	1	3	1	20	0,0500
4	8	6	10	2	4	8	2	12	4	1	1	30	0,0333
5	8	3	10	4	4	8	9	12	10	5	2	40	0,0500
6	12	9	11	9	2	4	3	9	8	12	5	50	0,1000
7	9	12	9	3	1	7	1	11	12	6	7	60	0,1167
8	3	1	3	4	10	3	8	9	12	10	8	70	0,1143
9	10	10	4	1	5	11	10	1	11	1	8	80	0,1000
10	8	12	1	11	10	6	5	11	7	12	8	90	0,0889
11	11	1	8	7	1	3	12	8	5	2	8	100	0,0800
12	9	10	3	2	9	4	8	4	1	3	10	110	0,0909
13	11	12	2	7	2	4	7	9	6	7	11	120	0,0917
14	3	11	1	2	1	9	4	4	10	12	12	130	0,0923
15	1	11	4	2	5	5	10	10	3	4	12	140	0,0857
16	10	9	4	8	9	9	12	11	10	11	15	150	0,1000
17	5	5	4	8	1	8	7	5	2	2	15	160	0,0938
18	1	3	4	10	2	10	12	11	8	12	15	170	0,0882
19	11	11	9	4	7	4	2	7	11	5	16	180	0,0889
20	12	4	2	5	2	6	5	5	5	5	16	190	0,0842
21	4	1	9	1	2	11	5	4	11	3	17	200	0,0850

73. En la **Hoja5** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20 y obtener por ejemplo, el **15.** ¿Hacia qué valor tienden las frecuencias relativas, que en definitiva es la probabilidad?

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Lanzamientos del dado										Fr. abs. 15	Nº de lanzamientos	Fr. rel. 15
2	1	7	16	12	16	1	18	16	16	17	0	10	0,0000
3	12	5	9	15	2	16	13	16	8	4	1	20	0,0500
4	15	11	8	7	8	17	16	17	17	2	2	30	0,0667
5	10	4	5	2	7	12	9	18	4	2	2	40	0,0500
6	5	5	11	14	15	8	9	18	16	12	3	50	0,0600
7	11	15	9	10	3	13	5	15	11	14	5	60	0,0833
8	3	15	12	10	6	6	12	5	15	13	7	70	0,1000
9	3	11	12	1	13	4	16	1	2	9	7	80	0,0875
10	7	13	16	4	15	11	5	12	17	9	8	90	0,0889
11	17	5	11	4	6	2	12	2	9	8	8	100	0,0800
12	1	16	13	12	17	11	11	6	12	9	8	110	0,0727
13	7	8	6	9	17	18	19	1	4	5	8	120	0,0667
14	6	5	5	8	15	2	7	18	18	18	9	130	0,0692
15	17	8	10	2	15	17	19	5	19	13	10	140	0,0714
16	14	18	17	20	9	17	15	20	6	6	11	150	0,0733
17	11	9	4	12	7	20	8	2	10	15	12	160	0,0750
18	5	8	8	17	8	1	4	14	1	20	12	170	0,0706
19	18	18	12	7	16	1	13	1	4	18	12	180	0,0667
20	3	13	20	9	10	13	15	8	18	18	13	190	0,0684
21	7	1	13	12	7	20	8	1	8	7	13	200	0,0650

74. Al final, guarda el libro en tu carpeta personal con el nombre **2C11** completo con todas las hojas de cálculo.

Solución:

Haz *clic* en la barra de herramientas en el icono de **Guardar.**