

3. MODELO DE EXAMEN

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- Responda en el pliego en blanco a **una opción** (A o B) de **cuatro** de las cinco preguntas cualesquiera que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2,5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. Opción A. Tras ingerir cierta cantidad de alcohol en ayunas, el nivel de etanol en sangre (medido en mg/dl) de una persona se ajusta aproximadamente, durante las 5 horas siguientes a la ingesta, a la función:

$$f(x) = \begin{cases} -60x^2 + 160x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{10}{3}(x^2 - 14x + 48) & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

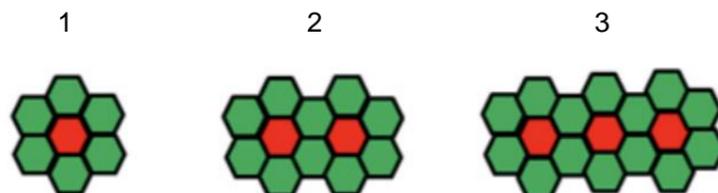
donde x representa el tiempo (en horas) transcurrido desde la ingesta.

- a) Entre las 0 y las 5 horas ¿el nivel de etanol en sangre se comporta de manera continua? ¿En algún momento el nivel de etanol es nulo? ¿El nivel de etanol aumenta siempre en ese intervalo? ¿En qué momento se alcanza el nivel máximo de etanol? ¿Y el nivel mínimo? **(2 puntos)**
- b) Si la persona es un conductor novel y el límite de alcohol en sangre permitido a un conductor novel es de 30 mg/dl, ¿podría esta persona conducir 1 hora después de la ingesta? ¿Y a las 5 horas? Razona tu respuesta. **(0.5 puntos)**

Pregunta 1. Opción B. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$:

- a) Encuentra la primitiva F de f para la que se cumple que pasa por el punto (2,0). (0.5 puntos)
- b) Entre los puntos x=0 y x=1 la función f ¿toma siempre valores positivos, siempre negativos o valores tanto positivos como negativos? Si la función toma siempre valores del mismo signo entre x=0 y x=1, calcula el área delimitada por la función f y el eje X en ese intervalo. **(2 puntos)**

Pregunta 2. Opción A. Observa las siguientes figuras:



- a) ¿Cuántos hexágonos rojos y cuántos verdes habrá en la figura número 10? Encuentra una fórmula que permita determinar el número de hexágonos de cada color a partir del número de la figura. **(2 puntos)**
- b) ¿Puede existir una figura con 152 hexágonos verdes? En caso afirmativo, ¿qué número de figura sería? Si no es posible, explica por qué. **(0.5 puntos)**

Pregunta 2. Opción B. Un artesano teje gorros y bufandas. Cada gorro lleva 50 metros de lana de color blanco y 40 m de color negro. Cada bufanda lleva 100 m de color blanco y 100 m de color negro. Dispone de 2200 m de lana de color blanco y 2000 m de color negro y el número de gorros debe ser, a lo sumo, el doble que el de bufandas.

- a) Explica cuál de las dos siguientes figuras sirve para representar el conjunto de posibles soluciones de a la pregunta ¿Cuántos gorros y bufandas puede tejer? ¿Es válido como solución al problema cualquier punto dentro de la región factible? ¿Por qué? **(1 punto)**

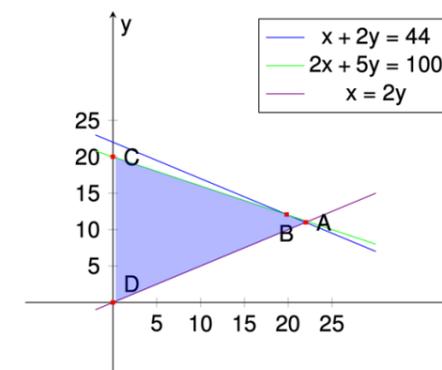


Figura 1: Región factible.

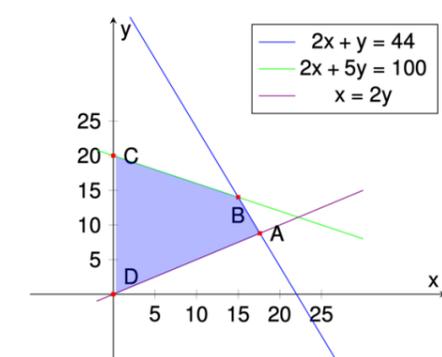


Figura 2: Región factible.

- b) ¿Puede tejer 12 gorros y 8 bufandas? Si vende cada gorro a 12 euros y cada bufanda a 18 euros, ¿cuántos gorros y bufandas debe tejer para maximizar los ingresos? **(1.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción A. Dado el sistema: $\begin{cases} (m-1)x + (m-4)y = 6 \\ 2x - y = 2m \end{cases}$

- a) Selecciona un valor de m para el que el sistema tenga solución única y encuentra la solución en ese caso. **(1.5 puntos)**
- b) Para m=3, ¿pueden ser (x,y) = (3,0) y (x,y) = (2,-2) soluciones de ese sistema? ¿Podría tener otras soluciones para m=3? ¿Cuántas? Explica tu respuesta. **(1 punto)**

Pregunta 3. Opción B. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

- a) Si $\frac{1}{3}(A + B \cdot C) \cdot D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m . **(1.5 puntos)**
- b) Encuentra un valor de m para el cual el sistema tenga infinitas soluciones. **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción A. Una empresa comercializa cromos de unos dibujos animados. El 60 % de los cromos son de personajes del «Reino Rosa» y el resto de los personajes del «Reino Gris». Por otro lado, uno de cada tres cromos del «Reino Rosa» y uno de cada cinco del «Reino Gris» tienen el borde dorado.

- a) Elegido un cromo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el borde dorado? **(1.25 puntos)**
- b) Si se elige al azar un cromo entre los que no tienen el borde dorado, ¿cuál es la probabilidad de que sea del «Reino Rosa»? **(1.25 puntos)**

Pregunta 4. Opción B. Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3 % del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30 % de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35 %, de tipo B y el resto, de tipo C. Además, se sabe que el 3 % de los de tipo A y el 5 % de los de tipo C salieron defectuosos.

- a) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso? **(1.25 puntos)**
- b) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de tipo B? **(1.25 puntos)**

Pregunta 5. Opción A. Una fábrica hace un control de calidad para determinar la proporción de tabletas de chocolate que realmente contienen la cantidad de leche que indican en el envoltorio.

- a) ¿Cuál debería ser el tamaño muestral mínimo para determinar la verdadera proporción de tabletas con el contenido en leche indicado a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0.05 y un nivel de confianza del 95 %? **(1 punto)**
- b) Finalmente, se decidió analizar 300 tabletas. Si la proporción muestral y el nivel de confianza son los mismos, ¿se obtendrá un intervalo más amplio con 300 tabletas o con el número de tabletas obtenido en el apartado anterior? **(1 punto)**
- c) Si a partir de la misma muestra de tamaño 300 se quisiera obtener un intervalo de confianza al 99 % de confianza, ¿este último intervalo sería más amplio o menos? ¿Por qué? **(0.5 puntos)**

Pregunta 5. Opción B. El nivel de cierta hormona en sangre sigue distribución normal con desviación típica 1.2 UI/l. Para una muestra de 200 personas se obtuvo, con un nivel de confianza al 90 %, el intervalo de confianza (8.5608, 8.8392) para estimar el nivel medio de esa hormona en la sangre de las personas en la muestra.

- a) ¿Cuál fue el nivel medio de la hormona en la sangre en esas 200 personas? **(1 punto)**
- b) En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? **(0.75 puntos)**
- c) Uno de los dos intervalos siguientes: (8.5681, 8.8319) y (8.5514, 8.8486) se obtuvo a partir de la misma muestra al 88 % de confianza. Razona adecuadamente cuál de los dos corresponde al nivel de confianza del 88 %. **(0.75 puntos)**

Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1 (en el caso de que el valor buscado no coincida con ninguno, utiliza el más próximo):

$$F(1.28) = 0.90, F(1.64) = 0.95, F(1.96) = 0.975, F(2.33) = 0.99 \text{ y } F(2.58) = 0.995.$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $1 - \alpha$, para la media de una población con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n :

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $1 - \alpha$, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

donde $z_{\alpha/2}$ representa el valor que cumple que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$ para una variable Z con distribución $N(0, 1)$, es decir, el valor que cumple que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$